



ISSN 0370-3908 • eISSN 2382-4980

Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales



Vol. 49 • Número 190 • Págs. 1-273 •
Enero - Marzo de 2025 • Bogotá - Colombia



ISSN 0370-3908 • eISSN 2382-4980

Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales

Vol. 49 • Número 190 • Págs. 1-273 • Enero - Marzo de 2025 • Bogotá - Colombia

Comité editorial

Editora

- Elizabeth Castañeda, Ph. D., editora jefe
Investigadora emérita del Instituto
Nacional de Salud, Bogotá, Colombia

Asistente editorial

Carolina Acosta

Grupo de apoyo

Marta Renza, correctora de estilo
Johanna Morales, diagramadora
Bibiana Dimate, Publindex
Pablo Alexander Tenjo, asistente técnico

Editores asociados

Ciencias Biomédicas

- Luis Fernando García, M.D., M. Sc.
Profesor emérito, Universidad de Antioquia,
Medellín, Colombia
- Gustavo Adolfo Vallejo, Ph. D.
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
- Juanita Ángel, Ph. D.
Pontificia Universidad Javeriana,
Bogotá, Colombia
- Manuel Franco, Ph. D.
Pontificia Universidad Javeriana,
Bogotá, Colombia
- Alberto Gómez, Ph. D.
Pontificia Universidad Javeriana,
Bogotá, Colombia
- John Mario González, Ph. D.
Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia
- María Teresa Rugeles, Ph. D.
Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia
- María Mercedes Zambrano, Ph. D.
Corpogen, Bogotá, Colombia
- Juan G McEwen, Ph. D.
Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia

Ciencias del Comportamiento

- Guillermo Páramo, M.Sc.
Universidad Nacional de Colombia,
Bogotá, Colombia
- Rubén Ardila, Ph. D.
Universidad Nacional de Colombia,
Bogotá, Colombia

- Ana María Groot de Mahecha, M. Sc.
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia

- Fernando Cárdenas, Ph. D.
Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia

Ciencias Físicas

- Pedro Fernández de Córdoba, Ph. D.
Universidad Politécnica de Valencia, España
- Diógenes Campos Romero, Dr. rer. nat.
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia
- Román Eduardo Castañeda, Dr. rer. nat.
Universidad Nacional, Medellín, Colombia
- María Elena Gómez, Ph. D.
Universidad del Valle, Cali
- Gabriel Téllez, Ph. D.
Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia
- Jairo Roa-Rojas, Ph. D.
Universidad Nacional de Colombia,
Bogotá, Colombia
- Ángela Stella Camacho Beltrán, Dr. rer. nat.
Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia
- Edgar González, Ph. D.
Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá, Colombia
- Rafael Julián González Hernández, Ph. D.
Universidad del Norte, Barranquilla, Colombia
- Carlos Duque, Ph. D.
Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia
- Camilo Younes, Ph. D.
Universidad Nacional de Colombia,
Manizales, Colombia

Ciencias Naturales

- 15 José Luis Fernández Alonso, Ph. D.
Real Jardín Botánico, Consejo Superior de
Investigaciones Científicas, Madrid, España
- 15 Jaime Cantera, Doctorat d'Etat
Universidad del Valle, Cali, Colombia
- 15 Gabriel Roldán, Dr. rer. nat.
Universidad Católica de Oriente, Rionegro, Antioquia, Colombia
- 15 Sandra Baena Garzón, Ph. D.
Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá, Colombia
- 15 Néstor Hernando Campos Campos, Ph. D.
Universidad Nacional de Colombia, Sede Caribe, Colombia
- 15 Martha Patricia Ramírez Pinilla, Ph. D.
Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia
- 15 Jairo Castaño-Zapata, Ph. D.
Universidad de Caldas, Manizales, Colombia
- 15 Juan Manuel Díaz Merlano, Ph. D.
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia
- 15 Gerardo A. Aymard C, Ph. D.
Universidad Nacional de los Llanos Ezequiel Zamora, Venezuela
- 15 Néstor Julio García, Ph. D.
Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá, Colombia
- 15 Arturo Acero, Ph. D.
Universidad Nacional de Colombia, Santa Marta, Colombia
- 15 Elizabeth Hodson de Jaramillo, Ph. D.
Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá, Colombia
- 15 John Donato, Ph. D.
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia
- 15 Martha R. Campos, M. Sc.
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia
- 15 Carolina Romero, M. Sc.
Herbarium, Missouri Botanical Garden, Estados Unidos
- 15 Eduardo Flórez, Ph. D.
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia
- 15 Silvia Villabona, Ph. D.
Universidad Católica de Oriente, Rionegro, Antioquia, Colombia
- 15 Natalia Ocampo Peñuela, Ph. D.
Universidad de California, Santa Cruz, Estados Unidos
- 15 María Eugenia-Morales, Ph. D.
Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia,
Tunja, Colombia

Ciencias Químicas

- 15 Sonia Moreno Guaqueta, Ph. D.
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia
- 15 Myriam Sánchez de Gómez, Ph. D.
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia
- 15 Fernando Martínez, Docteur en Chimie
Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia
- 15 Luis Fernando Echeverry, Ph. D.
Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia

- 15 Carmenza Duque Beltrán, Ph. D.
Universidad Nacional de Colombia,
Bogotá, Colombia

Ciencias de la tierra

- 15 Carlos Alberto Jaramillo Muñoz, Ph. D.
Smithsonian Tropical Research Institute, Panamá
- 15 José Daniel Pabón, Ph. D.
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia
- 15 Alexander Correa, Ph. D.
Instituto de Geología, Universidad Nacional
Autónoma de México, Mexico
- 15 Camilo Montes, Ph. D.
Universidad del Norte, Barranquilla, Colombia
- 15 Germán Bayona, Ph. D.
Corporación Geológica Ares, Bogotá, Colombia
- 15 Hernando Dueñas Jiménez, Ph. D.
BIOSS SAS, Antioquia, Colombia
- 15 Natalia Hoyos, Ph. D.
Universidad del Norte, Barranquilla, Colombia
- 15 Camila Martinez, Ph. D.
Universidad Eafit, Medellín, Colombia
- 15 Monica Carvalho, Ph. D.
University of Michigan, Estados Unidos
- 15 Oris Rodríguez-Reyes, Ph. D.
Universidad de Panamá
- 15 José Gregorio Portilla, Ph. D.
Observatorio Astronómico Nacional de Colombia,
Bogotá, Universidad Nacional, Colombia
- 15 Santiago Vargas-Dominguez, Ph. D.
Observatorio Astronómico Nacional de Colombia,
Bogotá, Universidad Nacional, Colombia

Matemáticas

- Jorge Ivan Cossio Betancur, Ph. D.
Universidad Nacional, Medellín, Colombia
- 15 Luis Español González, Ph. D.
Universidad de la Rioja, España
- 15 Luis Carlos Arboleda, Doctor
Universidad del Valle, Cali, Colombia
- 15 Clara Elena Sánchez, Ph. D.
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia
- Fernando Zalamea Traba, Ph. D.
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia
- 15 Carlos Enrique Mejía, Ph. D.
Universidad Nacional, Medellín, Colombia
- 15 Francisco Marcellán, Ph. D.
Escuela Politécnica Superior, Madrid, España
- 15 Carolina Benedetti Velásquez, Ph.D.
Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia
- 15 Fernando León Saavedra, Ph. D.
Universidad de Cádiz, España

Comité científico internacional

- | | | |
|---|---|---|
| ● Carlos Jiménez, Ph. D.
Universidad de La Coruña, España | ● Pedro Romero, Ph. D.
Instituto Ludwig de la Universidad de
Lausana en Suiza | ● Jean-Pierre Galaup
Universidad de París Saclay, Francia |
| ● Wolfgang Gieren, Ph. D.
Universidad de Concepción, Chile | ● Ulrich Paessler, Ph. D.
Academia de Ciencias de Berlín-
Brandenburgo, RFA | ● Helena Nader, Ph. D.
Academia Brasileira de Ciencias, Brasil |
| ● Alfonso Castro, Ph. D.
Harvey Mudd College, Claremont, CA, EEUU | ● Maria Sagrario Millán, Ph. D.
Universidad Tecnológica de Tarrasa,
España | ● Roberto JJ Williams, Ph. D.
Academia Nacional de Ciencias Exactas,
Físicas y Naturales, Argentina |
| ● Rodolfo Castillo, Ph. D.
Fort Lauderdale, Florida, EEUU | ● Zbigniew Jaroszewicz
Centro de Fotónica Aplicada, Instituto
Tele y Radiotécnico, Instituto Nacional
de Telecomunicaciones, Polonia | ● Walter Fernández Rojas, Ph. D.
Presidente Academia Nacional de
Ciencias, Costa Rica |
| ● José Rubens Pirani Ph. D.
Universidade de São Paulo, Brazil | ● José Luis Moran López, Dr. rer. nat.
Academia Mexicana de Ciencias,
México | ● Alex Held, Ph. D.
Commonwealth Scientific and Industrial
Research Organisation (CSIRO), Australia |
| ● Federico Ardila, Ph. D.
San Francisco State University, San
Francisco, CA, EEUU | | ● Rafael Radi, M.D.
Academia de Ciencias de Uruguay |
| Juan Alfredo Tirao, Ph. D.
Academia Nacional de Ciencias Córdoba,
Argentina | | |

Reseñada en los siguientes índices nacionales e internacionales:

Dialnet
DOAJ
Emerging Sources Citation Index (ESCI)
Latindex

Online Computer Library Center (OCLC)
Publindex, Colciencias
SCOPUS
SciELO, Colombia

Web of Sciences (WoS)
Zentralblatt für Mathematik

Publindex, Minciencias (convocatoria 910 de 2021), categoría C

Periodicidad: trimestral
Fecha de inicio: 1936



Esta publicación se ha financiado mediante la transferencia de recursos del Gobierno Nacional a la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. La Academia no es responsable de las opiniones aquí expresadas.

Reservados todos los derechos. El contenido de la presente publicación no puede ser reproducido, ni transmitido por ningún procedimiento electrónico, mecánico, incluyendo fotocopia, grabación magnética, ni registrado por ningún sistema de recuperación de información, en ninguna forma, ni por ningún medio, sin la previa autorización por escrito del titular de los derechos de explotación de la misma.

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra solo puede ser realizada con la autorización previa de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas Físicas y Naturales.

Nuestra portada

‘Woody stem Espeletia’ (*Espeletia* sp.) [Watercolour, 30x24 cm]. Plate 5.

Antoine M. Cleef, Henry Hooghiemstra (2025). The artistic view of a botanist ecologist on the landscape and flora of the Colombian páramo region. (La visión artística de un botánico-ecólogo sobre el paisaje y la flora del páramo colombiano). *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*. 49(190):236-245, enero-marzo de 2025. doi: <https://doi.org/10.18257/raccefyn.3180>



ISSN 0370-3908 • eISSN 2382-4980

Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales

Vol. 49 • Número 190 • Págs. 1-273 • Enero - Marzo de 2025 • Bogotá - Colombia

Contenido - Contents

Ciencias Físicas Physical Sciences

Artículo original

Órbita de Algol a partir de espectros obtenidos con el espectrógrafo Espartaco 2

Orbit of Algol from Espartaco-2 spectra

Benjamin Oostra, Julian Rojas, Alejandro Cante 7

Artículo original

Desarrollo y propiedades de heteroestructuras de baja dimensionalidad: un estudio de materiales basados en carburos, nitruros, carbonitruros y óxidos

Development and properties of low dimensionality heterostructures:

A study of materials based on carbides, nitrides, carbonitrides, and oxides

Julio César Caicedo, Christian Ortiz, César Amaya, Leonid Ipaz, William Aperador 16

Original article

Electrostatic Energy for a Circular Charged Configuration: Discrete vs. Continuum

Energía Electrostática para una Configuración de Carga Circular: Caso Discreto vs. Continuo

Omar Aguilar-Loreto, Antonio Muñoz, Belter E. Ordaz-Mendoza 30

Ciencias Naturales Natural Sciences

Artículo original

Malvaceae neotropicae novae vel minus cognitae XIII. Una nueva especie de Phragmothea (Malvaceae) de Panamá, y notas sobre el género

Malvaceae neotropicae novae vel minus cognitae XIII. A new species of Phragmothea (Malvaceae) from Panama, and notes on the genus

José Luis Fernández-Alonso 44

Artículo original

Efecto del nematodo foliar (*Aphelenchoides pseudobesseyi*) en el crecimiento y producción del frijol (*Phaseolus vulgaris*) en Colombia

Effect of the foliar nematode (*Aphelenchoides pseudobesseyi*) on the growth and production of beans (*Phaseolus vulgaris*) in Colombia

Óscar Adrián Guzmán-Piedrahita, Carolina Zamorano-Montañez 59

**Ciencias
Naturales**
Natural Sciences

Artículo original

Diatomeas del registro sedimentario del sistema lagunar Yahuaracaca, Amazonas, Colombia

Diatoms from the sedimentary record of the Yahuaracaca lagoon system, Amazonas, Colombia

Liliana Palma-Silva, Carlos A. Rivera-Rondón, Santiago R. Duque, Laura Pérez,

Felipe García-Rodríguez 70

Original article

Hemato-immunological responses of juvenile tambaqui (*Colossoma macropomum*) after commercial clay dietary supplementation

Respuestas hematoinmunológicas de juveniles de tambaqui (*Colossoma macropomum*) después de la suplementación dietética con arcilla comercial

Yuri Ian Carvalho Furtado, Fernanda Layza Souza de Souza, Mosa Valdina Ferreira Moreira,

Amanda Mendes Pacheco, Clara Brito Salomão, Eliane Tie Oba Yoshioka 90

Original article

Prediction of the duration of phenological stages in two varieties of standard carnation (*Dianthus caryophyllus* L.) in terms of thermal time

Predicción de la duración de las etapas fenológicas en dos variedades de clavel estándar (*Dianthus caryophyllus* L.) en términos de tiempo térmico

Lorena Buitrago-Rueda, Alfonso Parra-Coronado, Gerhard Fischer 102

Artículo original

La exposición crónica al herbicida paraquat produce cambios en la sensibilidad y la demografía de *Scenedesmus quadricauda*.

Chronic exposure to paraquat affects *Scenedesmus quadricauda* sensibility and demography.

María Elena Sáenz, Ricardo Santiago Martínez, José Luis Alberdi, Walter Darío Di Marzio 113

**Ciencias
de la Tierra**
Earth Sciences

Artículo original

El efecto de la “isla seca” en el clima de las regiones altoandinas durante el Holoceno tardío

The “dry island” effect on the climate of the high Andean regions during the late Holocene

Jaime Escobar 129

Review article

The Fúquene National Geomagnetic Observatory: A journey through its past, present, and future

El Observatorio Geomagnético Nacional de Fúquene: un recorrido por su pasado, su presente y su futuro

María Rosa Alva Carmona, Santiago Vargas-Domínguez, Jean Villafane,

Esteban Cortés-Rojas, Santiago Pinzón-Cortés, Natalia Gómez-Pérez, Enrique Torres Moya,

Carlos Andrés Franco Prieto 146

Matemáticas
Mathematics

Artículo original

Descomposiciones aditivas del vector de desplazamiento del sistema de Lamé-Navier

Additive decompositions of the displacement vector of the Lamé-Navier system

Daniel Alfonso-Santiesteban, Ricardo Abreu-Blaya, José Luis Sánchez-Santiesteban,

José María Sigarreta-Almira 163

Original article

Rational magnetic equivariant K-theory

K-teoría equivariante magnética racional

Higinio Serrano, Bernardo Uribe, Miguel A. Xicoténcatl 183

Artículo original

La cisoide de Diocles en el contexto de la matemática antigua

Diocles' cissoid in the context of ancient mathematics

J.M. Ayerbe Toledano 198

Opinión/ Opinion

¿Por qué el turismo de hipopótamos en Colombia no es una buena idea?

Why hippo tourism in Colombia is not a good idea?

Andrés Felipe García-Londoño 216

Rosa Smith Eigenmann: la primera ictióloga

Rosa Smith Eigenmann: the first female ichthyologist

Arturo Acero P., Ph.D., José Tavera, Ph.D. 224

SICOAQ 2024: Launching the First Colombian Astrochemistry Symposium in Bogotá

SICOAQ 2024: Lanzamiento del Primer Simposio Colombiano de Astroquímica en Bogotá

Heidy M. Quitián-Lara, Alejandro Guerrero-Caicedo, Eva Méndez-Robayo,

M. Alejandra Lemus-Nemocón, Sergio A. Cifuentes-Vásquez, Karín Menéndez-Delmestre,

Nigel J. Mason, Felipe Fantuzzi, Mario-Armando Higuera-G 227

Ensayo/ Essay

The artistic view of a botanist-ecologist on the landscape and flora of the Colombian páramo region

La visión artística de un botánico-ecólogo sobre el paisaje y la flora del páramo colombiano

Antoine M. Cleef, Henry Hooghiemstra 236

Comentario bibliográfico/Bibliographic commentary

Auri sacra fames. Una década serena y apacible de José Celestino Mutis: 1772 - 1782

Auri sacra fames. A serene and peaceful decade of José Celestino Mutis: 1772 - 1782

Alberto Gómez Gutiérrez 246

La colección de libros del Banco de Occidente sobre la naturaleza colombiana

Banco de Occidente's collection of books on Colombian nature

Juan Manuel Díaz Merlano, Dr. rer. nat. 250

Obituario/Obituary

María Eurídice Páramo Fonseca 253

Al Maestro Rubén Ardila, In memoriam 257

Enfoque y alcance

Focus and Scope 261

Artículo original

Órbita de Algol a partir de espectros obtenidos con el espectrógrafo Espartaco 2

Orbit of Algol from Espartaco-2 spectra

Benjamin Oostra, Julian Rojas*, Alejandro Cante

Observatorio Astronómico, Departamento de Física, Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia

Resumen

Reportamos las mediciones del sistema binario espectroscópico Algol, realizadas con el espectrógrafo Espartaco-2 en el observatorio astronómico de la Universidad de los Andes en Bogotá. A partir de las velocidades radiales medidas en varias épocas, inferimos los parámetros orbitales. Nuestros resultados son similares a los valores encontrados en la literatura.

Palabras clave: Algol; Espectroscopía; Velocidad radial; Órbita; Función de masa; Periodo Orbital.

Abstract

We report measurements of the spectroscopic binary system Algol performed with the Espartaco-2 spectrograph at the astronomical observatory of the Universidad de los Andes in Bogotá. From the radial velocities measured at several epochs we infer the orbital parameters. Our results are similar to the values found in the literature.

Keywords: Algol; Spectroscopy; Radial velocity; Orbit; Mass function; Orbital period.

Introducción

Algol (β Persei) es una estrella de secuencia principal de tipo B8, con una magnitud visual de 2.1, ubicada en la constelación de Perseo (Zavala *et al.*, 2010). En el siglo XVII, Geminiano Montanari reportó en 1667 que esta estrella se atenúa periódicamente a una magnitud de 3.4. (Mozaffari and Drake, 2021) Más de un siglo después, John Goodricke midió el período de la variación. (Goodricke, 1783) La duración de los eclipses sugiere que el cuerpo en órbita es otra estrella de tamaño similar, pero esta Algol-B debe ser mucho más fría que la más brillante Algol-A, ya que los eclipses secundarios son muy superficiales. (Starfacts, 2020).

La explicación del eclipse ha sido verificada mediante la medición de la velocidad radial (VR) de Algol-A utilizando métodos espectroscópicos: Durante la mitad del ciclo después de un eclipse, la VR es negativa (la estrella se acerca a la tierra) y durante la mitad del ciclo antes de un eclipse, la VR es positiva (Chen, Merrill, and Richardson, 1977). La amplitud de la oscilación de la VR, junto con el período orbital, permite calcular el radio orbital y la función de masa, lo que impone limitaciones a las masas de las dos estrellas.

En el Observatorio Astronómico de la Universidad de los Andes en Bogotá (Colombia), monitoreamos la VR de Algol durante varios meses con la finalidad de establecer la órbita. En la siguiente sección damos detalles de los instrumentos y observaciones. En la Sección 3 se detalla el procesamiento de datos y la construcción de la curva de velocidad. Finalmente, en la Sección 4 se presenta el cálculo de los parámetros orbitales.

Citación: Oostra B., *et al.* Órbita de Algol a partir de espectros obtenidos con el espectrógrafo Espartaco 2. Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. 49(190):7-15, enero-marzo de 2025. doi: <https://doi.org/10.18257/raccefyn.3065>

Editor: Santiago Vargas

***Correspondencia:**

Julian Rojas Tapias;
ja.rojast1@uniandes.edu.co

Recibido: 28 de agosto de 2024

Aceptado: 14 de enero de 2025

Publicado en línea: 12 de marzo de 2025



Este artículo está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-Compartir Igual 4.0 Internacional

Materiales y métodos

Las observaciones se realizaron entre enero y marzo de 2024. Se registraron 18 espectros en 12 noches utilizando el telescopio de 40 cm del Observatorio y el recién completado espectrógrafo Espartaco 2 (Oostra and Batista, 2024), acoplado mediante una fibra óptica multimodo de 50 mm de diámetro. Es posible observar la composición interna de Espartaco 2 en la figura 1.

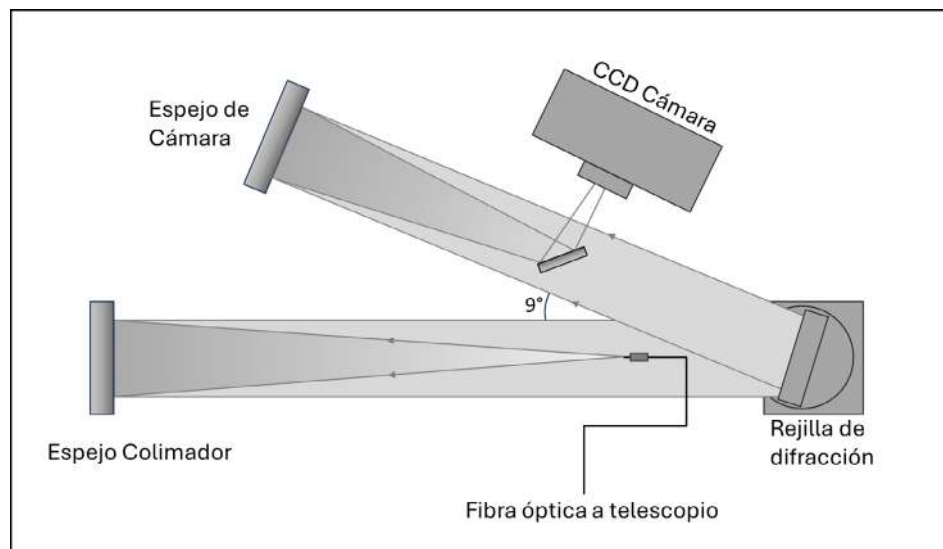


Figura 1. Montaje interno de Espartaco 2, en donde se puede observar el funcionamiento del espectrógrafo junto a sus diversos espejos y demás componentes.

El espectrógrafo tiene una rejilla de 1200 líneas/mm. Se utilizó en primer orden, con una resolución espectral de 25000. Se utilizaron exposiciones de 20 minutos, lo cual es bastante prolongado para una estrella de segunda magnitud, pero necesario debido a la alta dispersión del espectrógrafo y su baja sensibilidad en el rango azul. Para estas observaciones se contaron con valores de S/N iguales a 50 y 20, en los espectros buenos y malos, respectivamente.

Siendo una estrella de tipo temprano, Algol tiene pocas líneas de absorción estrechas adecuadas para mediciones de VR. Por lo tanto, elegimos la línea de Mg II a 448 nm, que es en realidad triple pero sigue siendo la línea más estrecha y profunda en el espectro visible. Tomamos su longitud de onda natural como 448,12200 nm.

Cada espectro se registró en un detector CCD de 1530 píxeles de ancho, que captura una porción de 10 nm del espectro. La misma exposición incluye un espectro de Torio-Argón para calibración y un espectro de Helio (que presenta solo la línea de 447 nm) para centrado y enfoque rápido (Figura 2).



Figura 2. Espectro de Algol que abarca aproximadamente de 443 a 453 nm. Se emplean tres fibras ópticas: Arriba, un espectro de Helio que contiene solo una línea de emisión a 447 nm; en el centro, el espectro de la estrella que muestra la línea de absorción de He I y la línea de Mg II a 448 nm; la línea inferior muestra una serie de líneas de Th y Ar.

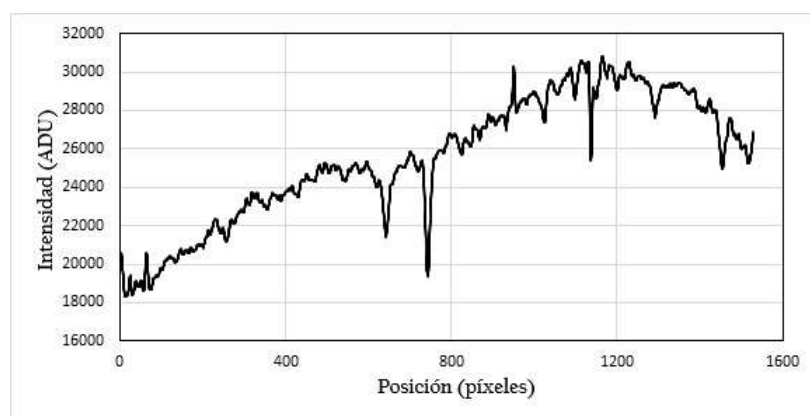


Figura 3. Perfil del espectro mostrado en la Figura 1. La escala vertical indica la intensidad en unidades de conversión analógica-digital (ADU). La escala horizontal mide la posición en píxeles. La línea de absorción prominente en 740 es la línea de Mg II a 448 nm. También son visibles otras líneas de absorción más débiles. El continuo desigual se debe a una iluminación no uniforme de la cámara, que podría corregirse aplicando un procedimiento de campo plano. Los picos estrechos son ruido de la cámara.

La calibración precisa de la escala de longitud de onda es un paso fundamental para la determinación de las velocidades radiales. El procedimiento comienza con la identificación de cinco líneas prominentes en el espectro de Torio y Argón, cercanas a la posición de la línea de Mg II de la estrella. Estas líneas son seleccionadas debido a su intensidad y características bien definidas. Las posiciones de las líneas se miden en píxeles ajustando una función gaussiana a cada una de ellas, lo que permite una localización precisa. Posteriormente, las posiciones medidas se corrigen por un desfase de 2.8 píxeles que surge del desplazamiento horizontal entre las dos fibras ópticas utilizadas en el sistema. A partir de estas posiciones corregidas y las longitudes de onda conocidas de las líneas de Torio, se construye una curva de calibración empleando una función cuadrática, que se utiliza para convertir las posiciones en píxeles del espectro estelar a unidades de longitud de onda.

Una vez calibrada la escala de longitud de onda, esta función se aplica directamente al espectro de la estrella Algol. Antes de realizar la calibración, el espectro estelar se somete a una normalización, dividiéndolo por un continuo generado mediante un ajuste polinomial. Este paso asegura que las características espectrales no se vean afectadas por las variaciones del fondo o la iluminación no uniforme del detector. En la escala calibrada, se mide la posición observada de la línea de Mg II, que es de particular interés por ser la línea más prominente y estrecha dentro del rango espectral analizado. Esta longitud de onda observada

Fecha(2024)	UT fecha	BJD-2460330	$V_{Observada}$	$V_{terrica}$	$V_{heliocentrica}$
			Km/s	Km/s	Km/s
Enero 26	27,0049	6,5066	66 ± 6	$-26,305 \pm 0,001$	40 ± 6
Enero 30	31,0264	10,5278	10 ± 6	$-26,912 \pm 0,001$	-17 ± 6
Febrero 8	9,0292	19,5297	40 ± 6	$-27,789 \pm 0,001$	12 ± 6
	9,0493	19,5499	43 ± 6	$-27,786 \pm 0,001$	15 ± 6
Febrero 12	13,0035	23,5037	68 ± 6	$-27,949 \pm 0,001$	40 ± 6
	13,0201	23,5204	65 ± 6	$-27,947 \pm 0,001$	37 ± 6
Febrero 13	14,0681	24,5682	-1 ± 6	$-27,951 \pm 0,001$	-29 ± 6
Febrero 19	19,9819	30,4815	1 ± 6	$-27,885 \pm 0,001$	-27 ± 6
	20,0139	30,5135	2 ± 6	$-27,879 \pm 0,001$	-26 ± 6
Febrero 22	23,0215	33,5208	15 ± 6	$-27,722 \pm 0,001$	-13 ± 6
Marzo 5	6,0139	45,5121	50 ± 6	$-26,392 \pm 0,001$	24 ± 6
	6,0347	45,5329	52 ± 6	$-26,385 \pm 0,001$	26 ± 6
Marzo 11	11,9938	51,4914	76 ± 6	$-25,302 \pm 0,001$	51 ± 6
Marzo 12	12,9861	52,4837	34 ± 6	$-25,094 \pm 0,001$	9 ± 6
	13,0021	52,4997	28 ± 6	$-25,085 \pm 0,001$	3 ± 6
Marzo 14	14,9868	54,4842	83 ± 6	$-24,645 \pm 0,001$	58 ± 6
	15,0021	54,4995	86 ± 6	$-24,636 \pm 0,001$	61 ± 6
Marzo 15	15,9938	55,4911	12 ± 6	$-24,406 \pm 0,001$	-12 ± 6

Tabla 1. Fechas de observación y velocidades. La tercera columna da el Día Juliano Baricéntrico, que incluye el tiempo necesario para que la luz llegue al baricentro del sistema solar. La cuarta columna muestra la velocidad Doppler medida a partir de los espectros; la quinta columna da la velocidad de la Tierra (o, más exactamente, del Observatorio) proyectada en la dirección de Algol (Calculada con la ayuda del programa ISIS - V6.1.1); y la última columna es la suma de las dos anteriores, dando la velocidad radial de Algol en el sistema de referencia solar.

es un parámetro crucial para determinar la velocidad radial de la estrella. Sin embargo, teniendo en cuenta la poca simetría de dicha línea, junto a la cantidad de ruido detectado, se optó por implementar un método de baricentro con la finalidad de encontrar con mayor precisión la longitud de onda de dicha línea espectral.

Finalmente, la longitud de onda observada de la línea de Mg II de la estrella Algol se utiliza junto con el efecto Doppler para calcular la velocidad radial, permitiendo así inferir las características dinámicas del sistema binario. Este procedimiento asegura la precisión y reproducibilidad de los datos obtenidos. Dicha metodología fue realizada para cada una de las muestras de datos realizadas, esto se puede observar en la tabla 1.

Resultados

Curva de Velocidad Radial

Como se mencionó anteriormente, los resultados de las velocidades radiales se pueden observar en la Tabla 1.

Las 12 fechas de observación cubren aproximadamente 17 períodos, por lo que el muestreo es muy disperso; para determinar los parámetros orbitales, la mejor estrategia es agrupar todos los datos en un diagrama compacto que abarque una sola oscilación. Para hacer esto, dividimos las épocas BJD por un valor de prueba tentativo para el período y restamos las partes enteras de los cocientes resultantes. Este procedimiento asigna a cada observación una fase entre 0 y 1, y el diagrama de fases resultante muestrea exactamente una oscilación completa. Si el período provisional está cerca del valor real, el diagrama de fases mostrará

una gráfica razonablemente coherente, pero si el período está mal elegido, el diagrama será caótico (Figura 4: muestra dos diagramas, uno con $P=2,7$ días y el otro con el P óptimo, y los residuos). Este es el método para encontrar el período orbital: modificar el período de prueba para maximizar la consistencia del diagrama de fases.

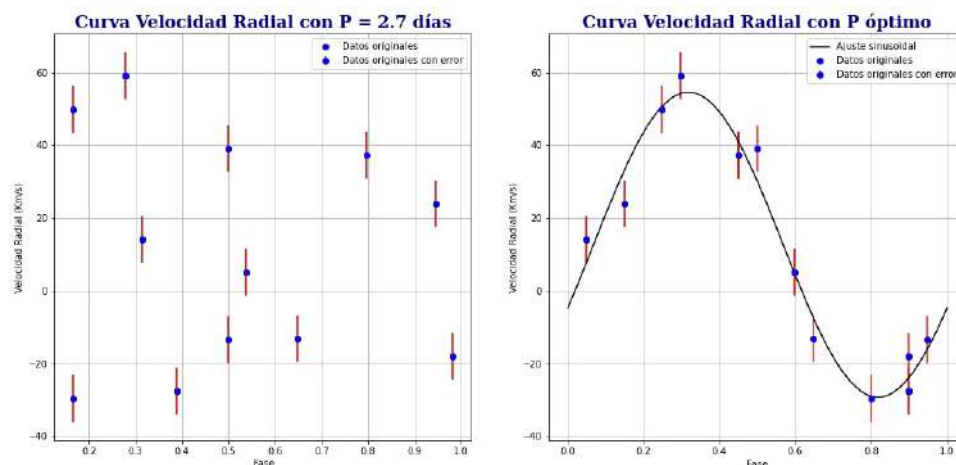


Figura 4. Diagramas de fases de la velocidad radial heliocéntrica de Algol. Izquierda: Asumiendo un período de 2,7 días. Derecha: Usando nuestro período óptimo de 2,8596 días.

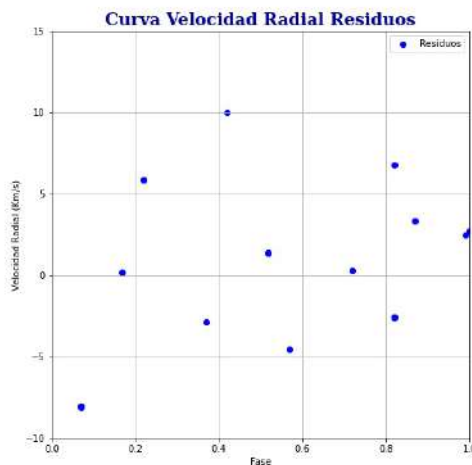


Figura 5. Residuos de los datos medidos después de restar el mejor ajuste. La desviación estándar es de 5,25 Km/s.

Para cuantificar la coherencia de los puntos de datos, elegimos una función modelo y minimizamos la dispersión de los puntos de datos alrededor de este modelo. Nuestro modelo elegido fue una simple sinusoidal, en primer lugar porque, tras alguna inspección, vimos que nuestros datos no permitían inferir ninguna excentricidad orbital; y en segundo lugar porque, según la literatura, la excentricidad de Algol es despreciable.

El ajuste de nuestros datos de VR medidos a una sinusoidal nos permite optimizar 4 parámetros: el período orbital, la época de fase cero, la amplitud de la oscilación y el valor medio de la

Periodo Orbital	$2,8596 \pm 0,004$	días
Época	2460335,253	BJD
V amplitud K	$42,6147 \pm 2,62$	Km/s
Promedio (sistemática) V	13,2372	Km/s
Desviación Estándar	$5,25 \pm 0.9$	Km/s

Tabla 2. Resultados del procedimiento de optimización.

VR. La Tabla 2 muestra nuestros valores óptimos para estos resultados y sus incertidumbres experimentales. La optimización de estos datos fue llevada a cabo con la función *curve_fit* de la librería *scipy* en *python*.

Parámetros orbitales derivados

Se midió el periodo orbital (P) y la semi-amplitud de la velocidad radial (K). Asumiendo que la inclinación orbital es de 90° , valor real es de $81.4^\circ \pm 0.2^\circ$ (**Richards**, 1993), se tiene $\omega = 2\pi/P$ y $R_1 = K/\omega$. Aquí "1" se refiere a la estrella observada (Algol A); el compañero no visible (Algol B) se denominará "2".

La primer y tercera ley de Kepler establecen que

$$G(M_1 + M_2) = \omega^2 (R_1 + R_2)^3 \quad (1)$$

Donde M_1 es la masa de la estrella 1, M_2 es la masa de la estrella 2, ω es la frecuencia angular, R_1 es el radio de la estrella 1 y R_2 es el radio de la estrella 2. El valor desconocido de R_2 puede eliminarse utilizando

$$M_1 R_1 = M_2 R_2 \quad (2)$$

El resultado es la función de masa, esta describe la relación que existe entre la masa de la estrella 2 y la masa total (M_T) del sistema.

$$\frac{M_2^3}{M_T^2} = \frac{K^3}{\omega G} \quad (3)$$

A partir de nuestras mediciones, la función de masa tiene el siguiente valor:

$$\frac{M_2^3}{M_T^2} = 0,0231 M_\odot \quad (4)$$

Este pequeño valor, en comparación con la masa del sol, indica que la estrella secundaria posee menor cantidad de masa que la estrella observada. A partir de nuestro valor de la función de masa, M_1 se puede graficar como una función de M_2 como se muestra en la Figura 6:

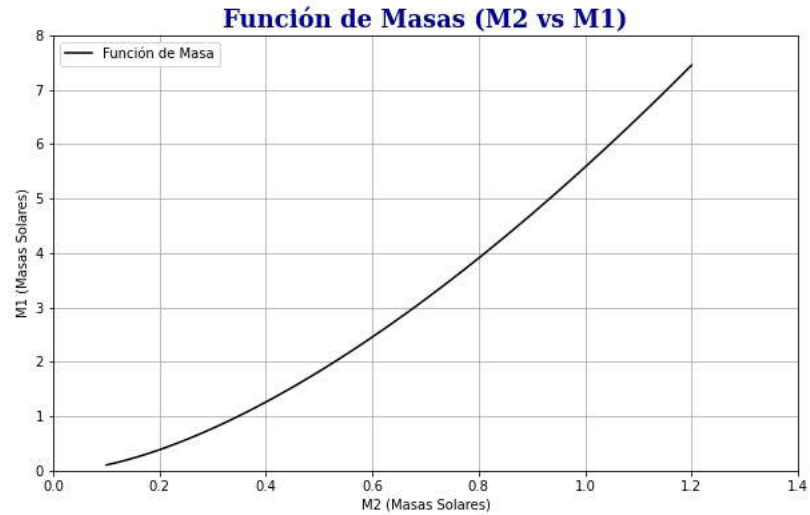


Figura 6. Masa de la estrella primaria en función de la masa secundaria y la función de masa medida.

Esto es lo máximo que se puede concluir a partir de las observaciones de la velocidad radial. El espectro clasifica a esta estrella como de tipo B8V, lo que sugiere un valor razonable para M_1 de $3.38 M_{\odot}$ (Mamajek, 2022), y permite calcular M_2 a partir de la función de masa. Las estimaciones actuales dan las masas de las dos estrellas como $M_1 = 3.17 M_{\odot}$ y $M_2 = 0.70 M_{\odot}$ (Starfacts, 2020).

Discusión

Un resultado destacado que se puede inferir del panel derecho de la Figura 4 es la similitud de las velocidades medidas en el mismo día. Los seis pares (o al menos cinco) se destacan claramente; y la diferencia dentro de cada par no es aleatoria, sino que sigue la tendencia de la estrella. Esto implica que los residuos (Figura 5) son aún más similares. Las diferencias entre los residuos de las velocidades medidas el mismo día son:

Fase	Diferencia (Km/s)
0,09	0,37
0,22	2,43
0,39	-1,25
0,52	-5,48
0,83	0,26
1,00	1,10

Tabla 3. Diferencia residuales por día

El hecho de que las diferencias entre las mediciones realizadas el mismo día sean mucho menores que la dispersión general de los residuos indica que nuestra metodología de calibración podría mejorarse y/o que los errores sistemáticos podrían ser eliminados.

Conclusiones

En conclusión, a partir de espectros obtenidos con el espectrógrafo Espartaco-2 en el Observatorio de la Universidad de los Andes, se ha logrado determinar parámetros orbitales clave para el sistema binario Algol con un alto grado de precisión. El periodo orbital de $2,8596 \pm 0,004$ días fue calculado mediante la optimización de un ajuste sinusoidal de las velocidades radiales, logrando una amplitud de oscilación de $42,6147 \pm 2,62$ km/s y una velocidad radial promedio de 13,2372 km/s. Estos valores, junto con una baja dispersión en los residuos ($5,25 \pm 0,9$ km/s), evidencian la fiabilidad de los datos y la robustez del proceso de calibración utilizado.

Aplicando la tercera ley de Kepler y el valor de la función de masa, $\frac{M_2^3}{M_1^2} = 0,0231 M_\odot$, calculamos que la masa de la estrella primaria, Algol A, es aproximadamente $3,17 M_\odot$, mientras que la masa de su compañera Algol B se estima en $0,70 M_\odot$, en línea con los valores teóricos para una estrella de tipo B8V. La consistencia de nuestras mediciones con las encontradas en la literatura valida la eficacia de Espartaco-2 para observaciones de precisión en sistemas binarios.

La repetibilidad de los resultados en distintas noches, y la reducción de errores sistemáticos observados en pares de datos tomados el mismo día, sugieren que el proceso de calibración podría optimizarse aún más. La diferencia promedio en las mediciones de velocidad radial dentro de pares diarios fue de 1,98 km/s, significativamente menor que la dispersión general. Estos hallazgos no solo proporcionan un modelo orbital detallado de Algol, sino que también demuestran la capacidad del espectrógrafo para obtener mediciones consistentes en rangos espectrales desafiantes como el de Mg II a 448 nm.

Agradecimientos

Queremos expresar nuestro sincero agradecimiento a María Gracia Batista, por su colaboración, disposición y tiempo brindado a este proyecto. Adicionalmente extendemos nuestro agradecimiento a la Universidad de Los Andes, pues el uso de sus instalaciones fue vital para el desarrollo de este proyecto.

Contribución de los autores

BO: hizo observaciones de la estrella, procesó datos y calculó resultados. Luego redactó el texto o la primera versión o la mayor parte.

JR: Se encargó de la toma de datos, investigación previa acerca de algol, procesaron datos y calcularon resultados. posteriormente, adaptó a formato de la revista en LATEX, adicionalmente, programó el código de modelado de resultados, y traducción de primer borrador del documento.

AC: Se encargó de la toma de datos, investigación previa acerca de algol, procesaron datos y calcularon resultados. posteriormente, adaptó a formato de la revista en LATEX, y traducción de primer borrador del documento.

Conflicto de intereses

Ninguno de los autores presenta algún conflicto de interés.

References

- Mamajek, E.** (2022) *B8v*. <https://www.pas.rochester.edu/~emamajek/spt/B8V.txt>
- Carroll, B. W., Ostlie, D. A.** (2017) *An introduction to modern astrophysics*. Pearson.
- Chen, K.-Y., Merrill, J., Richardson, W.** (1977) Study of a light curve of beta persei at 3428 a. *Astronomical Journal*, vol. 82, Jan. 1977, p. 67-74., 82, 67-74.
- Corredor Ávila, J. S.** (2020) *Characterization and data analysis of the new astronomical spectrograph espartaco 2 from universidad de los andes* [Master's thesis, Universidad Distrital Francisco José de Caldas]. <https://repository.udistrital.edu.co/bitstream/handle/11349/26194/Corredor%20c3%81vilaJuanSebasti%20c3%a1n2020.pdf?sequence=3&isAllowed=y>
- Gargaud, M., Irvine, W. M., Amils, R., Cleaves, H. J., Pinti, D. L., Quintanilla, J. C., Rouan, D., Spohn, T., Tirard, S., Viso, M.** (2015) *Encyclopedia of astrobiology: Spectroscopy*.
- Goodricke, J.** (1783) Xxvi. a series of observations on, and a discovery of, the period of the variation of the light of the bright star in the head of medusa, called algol. in a letter from john goodricke, esq. to the rev. anthony shepherd, ddfrs and plumian professor at cambridge. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, (73), 474-482.
- Lacorazza, S.** (2014) *Reconfiguración y pruebas del espectroscopio espartaco* [Master's thesis, UNIVERSIDAD DE LOS ANDES]. <https://repositorio.uniandes.edu.co/server/api/core/bitstreams/472cb598-2046-4e9a-a7af-35c8a1c980a2/content>
- Mink, J.** (2013) Thorium argon emission lines. <http://tdc-www.harvard.edu/instruments/tres/thar/>
- Mozaffari, S. M., Drake, J. J.** (2021) Algol anomaly or careful observations of its brightness? the values recorded for the magnitude of algol in the medieval astronomical corpus. *Journal for the History of Astronomy*, 52(1), 77-103.
- Oostra, B., Batista, M. G.** (2024) *Espartaco 2, a new stellar spectrograph at uniandes* [En revisión].
- Pizzetti, A., Ybarra, J.** (2020) Unveiling Algol's first recorded eclipses. *American Astronomical Society Meeting Abstracts #235*, 235, Article 139.04, 139.04.
- Richards, M. T.** (1993) Circumstellar Material in Algol: A Study of the Balmer Line Profiles., 86, 255. <https://doi.org/10.1086/191778>
- Starfacts.** (2020) Algol. <https://www.star-facts.com/algol/>
- Tohline, J. E.** (2002) The origin of binary stars. *Annual Reviews*, 40, 349-385. <https://doi.org/10.1146/annurev.astro.40.060401.093810>
- Zavala, R. T., Hummel, C. A., Boboltz, D. A., Ojha, R., Shaffer, D. B., Tycner, C., Richards, M. T., Hutter, D. J.** (2010) The algol triple system spatially resolved at optical wavelengths. *The Astrophysical Journal Letters*, 715(1), L44. <https://doi.org/10.1088/2041-8205/715/1/L44>

Ciencias Físicas

Artículo original

Desarrollo y propiedades de heteroestructuras de baja dimensionalidad: un estudio de materiales basados en carburos, nitruros, carbonitruros y óxidos

Development and properties of low dimensionality heterostructures: A study of materials based on carbides, nitrides, carbonitrides, and oxides

Julio César Caicedo^{1,*}, Christian Ortiz¹, César Amaya², Leonid Ipaz²,
William Aperador³

¹ Tribology, Polymers, Powder Metallurgy and Solid Waste Transformations Research Group, Universidad del Valle, Cali, Colombia

² Laboratorio de Recubrimientos Duros CDT ASTIN SENA, Cali, Colombia

³ Escuela de Ingeniería, Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá, Colombia

Artículo de posesión de Julio Cesar Caicedo como miembro correspondiente de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales

Resumen

El desarrollo de materiales autoacoplados en forma de multicapas o heteroestructuras ha brindado un universo de propiedades físicas y químicas que han despertado un interés especial en la ciencia en general y en la ingeniería en particular. Se presentan aquí los resultados fisicoquímicos de las heteroestructuras y se discute cómo la síntesis de materiales de baja dimensionalidad basados en carburos, nitruros, carbonitruros y óxidos, dispuestos en forma de capas bajo diversas configuraciones como TiCN/TiNbCN, $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{Al}_2\text{O}_3$, $[\text{8YSZ}/\text{Al}_2\text{O}_3]_n$, y $[\beta\text{-fosfato tricalcico/hidroxiapatita}]_n$, y en función de la periodicidad espacial (Λ) o el número de capas (n), ofrecen variaciones de tipo estructural, estequiométrico, electroquímico, mecánico y tribológico, con valores de dureza superiores a 40 GPa, coeficientes de fricción inferiores a 0,2, carga crítica de desgaste superior a 75 N y velocidades de corrosión inferiores a 0,1 mmy. Al transferirse este conocimiento de la naturaleza física y electroquímica de las heteroestructuras al sector industrial mediante una implementación ingenieril eficiente, se ha impactado de manera positiva el sector empresarial, protegiendo los dispositivos mecánicos empleados en la industria, cuya operación y servicio se dan en condiciones extremas, elevadas temperaturas, y altos niveles de desgaste y corrosión. Bajo dichas condiciones extremas, las heteroestructuras se implementan para brindar protección física y química, lo que se ve reflejado en un mejor desempeño industrial y en avances del sector empresarial.

Palabras claves: Baja dimensionalidad; Heteroestructuras; Resistencia a la corrosión; Recubrimientos antidesgaste.

Abstract

The development of self-coupled materials in multilayers or heterostructures has provided a universe of physical and chemical properties of special interest for science in general and engineering in particular. Here, we present the physicochemical results of the heterostructures and discuss how the synthesis of low-dimensionality materials based on carbides, nitrides, carbonitrides, and oxides, arranged in the form of layers under various configurations of TiCN/TiNbCN, $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{Al}_2\text{O}_3$, $[\text{8YSZ}/\text{Al}_2\text{O}_3]_n$, and $[\beta\text{-tricalcium phosphate/hydroxyapatite}]_n$, as a function of the spatial periodicity (Λ) or the number of layers (n), offers structural, stoichiometric, electrochemical, mechanical, and tribological variations reporting hardness values above 40 GPa, friction coefficients below 0.2, critical wear load higher than 75 N, and corrosion rates lower than 0.1 mmy. The transferring of the knowledge of the physical and electrochemical nature of the heterostructures to the industrial

Citación: Caicedo JC, *et al.* Desarrollo y propiedades de heteroestructuras de baja dimensionalidad: un estudio de materiales basados en carburos, nitruros, carbonitruros y óxidos. Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. 49(190):16-29, enero-marzo de 2025. doi: <https://doi.org/10.18257/raccefyn.3092>

Editor: María Elena Gómez de Prieto

***Correspondencia:**

Julio Cesar Caicedo;
julio.cesar.caicedo@correounivalle.edu.co

Recibido: 11 de octubre de 2024

Aceptado: 24 de enero de 2025

Publicado en línea: 14 de febrero de 2025



Este artículo está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-Compartir Igual 4.0 Internacional

sector through an efficient engineering implementation has impacted business sectors positively by protecting industrial mechanical devices whose operation and service occur in extreme conditions, under high temperatures, wear levels, and corrosion. Under such extreme conditions, heterostructures offer physical and chemical protection, which is reflected in better industrial performance and advancements for business sectors.

Keywords: Low dimensionality; Heterostructures; Corrosion resistance; Anti-wear coatings.

Introducción

El desarrollo de materiales autoacoplados en forma de multicapas o heteroestructuras ofrece un universo de propiedades físicas y químicas con gran potencial de aplicación. En ese sentido, los avances tecnológicos actuales, impulsados por la nanociencia y la nanotecnología, han permitido la elaboración de nuevos dispositivos en la nanoescala, con diversas aplicaciones en áreas como la industria, la biomedicina, la tecnología de la información, y el medioambiente, entre otras. Como resultado del intercambio y cooperación entre docentes de las facultades de ciencias e investigadores de varias áreas de la ingeniería se han podido desarrollar procedimientos exitosos de base científica constituidos en sistemas de protección de materiales de uso industrial mediante la tecnología de tratamiento de superficies. Actualmente se trabaja en el estudio de sistemas artificiales de baja dimensionalidad, con nuevas e interesantes propiedades, a partir de los ámbitos científico y tecnológico. Dichas propiedades tienen aplicación en diversos campos de la física de la materia condensada teórica y experimental, y en la creación de nuevos materiales con películas delgadas multicapas en forma de heteroestructuras y estructuras artificiales. Estos avances científicos se aplican en el campo industrial mediante procedimientos de ingeniería para el diseño de multicapas magnéticas, válvulas de spin, sistemas con sesgo de intercambio, spintrónica y nanomagnetismo, sensores magnetorresistivos, recubrimientos duros antidesgaste resistentes a la corrosión y recubrimientos biocompatibles (Appleget, 2019; Tien, 2006; Caicedo, 2007; Zimowski, 2017). En la literatura científica se encuentran reportes de diversos sistemas de multicapas que han demostrado sus excepcionales propiedades de protección superficial, especialmente interesantes desde el punto de vista de su desempeño tribológico. Entre ellos cabe destacar los recubrimientos de multicapas basadas en carbonitruros con metales de transición, campo en el que se han reportado resultados recientes referidos a la deposición, caracterización, ensayo y aplicación de recubrimientos multicomponentes nanoestructurados, con un rendimiento óptimo en procesos mecánicos y tribológicos. Estas características excepcionales también se han encontrado en películas metal-cerámicas a las que se les atribuyen la formación de soluciones sólidas complejas durante los procesos de deposición. En este sentido, la dureza extraordinariamente alta de los recubrimientos multicapa a nanoescala de nitruros de metales de transición, entre 30 y 50 GPa en el caso de TiCN/TiNbCN, se atribuye a varios mecanismos de endurecimiento asociados con los diferentes módulos de cizallamiento entre las fases de la multicapa, la deformación coherente y la alta densidad de límites de grano. Se ha evaluado exitosamente la influencia del número de bicapas o el periodo de bicapa en los recubrimientos de TiCN/TiNbCN depositados sobre sustratos de acero industrial AISI 4140 en estudios sobre sus propiedades estructurales, morfológicas y mecánicas, que muestran posibles aplicaciones industriales en procesos que requieran altas prestaciones mecánicas (Caicedo, 2010; Aperador, 2013; Aperador, 2014).

En otra investigación se demostró que la heteroestructura de $[\text{Si}_3\text{N}_4/\text{Al}_2\text{O}_3]_n$, conformada por recubrimientos individuales de nitruro de silicio (Si_3N_4) y alúmina (Al_2O_3), presentaba propiedades mecánicas y tribológicas basadas en el comportamiento de la superficie y relacionadas con el desempeño tribomecánico de la heteroestructura de $[\text{Si}_3\text{N}_4/\text{Al}_2\text{O}_3]_n$. Asimismo, se logró determinar que el incremento en el número de interfaces provocaba mayores obstáculos al movimiento de dislocaciones a través del recubrimiento, lo que condujo a que la heteroestructura conformada por 70 bicapas presentara las mejores propiedades y fuera una candidata adecuada para implementarla en dispositivos expuestos

a condiciones de alta fricción. Por otra parte, se han estudiado los mecanismos de desgaste en herramientas de corte recubiertas con el sistema multicapa $[\text{Si}_3\text{N}_4/\text{Al}_2\text{O}_3]$ en aplicaciones de fresado de alta velocidad, con el fin de determinar su comportamiento tribológico en este tipo de procesos. Además, el sistema de multicapa conformado por la heteroestructura de $[\text{Si}_3\text{N}_4/\text{Al}_2\text{O}_3]$ exhibió su comportamiento electroquímico al ser expuesto a condiciones altamente corrosivas, por lo que el objetivo principal de la investigación se centró en el estudio del incremento del número de bicapas y su efecto en las propiedades electroquímicas de la heteroestructura $[\text{Si}_3\text{N}_4/\text{Al}_2\text{O}_3]$ que dependen del número de bicapas ($n = 1, 10, 30$ y 70). Se determinó así que los recubrimientos con los mayores números de bicapas tuvieron las mejores propiedades electroquímicas y, por lo tanto, serían los mejores candidatos para aplicarse como recubrimientos protectores en elementos de ingeniería expuestos a ambientes corrosivos altamente agresivos (Hanabusa, 1999; Lee, 2010; Ortiz, 2023; Kuptsov, 2013).

Entre las muchas ventajas que ofrecen los recubrimientos en el área de la protección superficial, se encuentran los recubrimientos de barrera térmica (*thermal barrier coating*, TBC) con sistemas multicapa, cuyo objetivo principal es proporcionar protección térmica en equipos de alta temperatura, como las turbinas, los motores y otros, para reducir el impacto del choque térmico en los dispositivos recubiertos. Los sistemas TBC convencionales se componen de tres recubrimientos, el de unión metálica (*bond coating*, BC), el de óxido intermedio (*Thermally Grown Oxide*, TGO) y el cerámico superior (*top ceramic*, TC). Las investigaciones en este campo se han enfocado en estudiar detallada y sistemáticamente el efecto del número de bicapas (n) en las propiedades electroquímicas de los recubrimientos multicapa $[\text{8YSZ}/\text{Al}_2\text{O}_3]$, así como el comportamiento de la degradación superficial generada en estos recubrimientos al ser sometidos a ambientes corro-erosivos, con el fin de predecir su comportamiento en aplicaciones como los recubrimientos protectores en ambientes altamente agresivos. En dichos estudios se evaluó la influencia del número de bicapas en las propiedades electroquímicas de los recubrimientos $[\text{8YSZ}/\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3]$ (Mirzayev, 2023; Ortiz, 2024; Ramesh, 2022; Ortiz, 2022; Amaya, 2009; Venkadesan, 2019).

Por último, en el campo de los biomateriales basados en recubrimientos, el objetivo de los estudios ha sido mejorar el comportamiento electroquímico del sustrato de acero inoxidable 316L utilizando el sistema de multicapas $[\beta\text{-fosfato tricálcico (B-TCP)/hidroxiapatita (HA)}]$ como recubrimiento protector. En dichos procedimientos las multicapas de $[\beta\text{-TCP/HA}]$ se han depositado mediante la técnica de pulverización reactiva por magnetrón de radiofrecuencia (RF) con variación sistemática del periodo de la bicapa (Λ) y el número de bicapas (n), manteniendo constante el espesor total ($\sim 2,5 \mu\text{m}$). Así, la resistencia a la corrosión del sistema de multicapas $[\beta\text{-TCP/HA}]$ se ha podido atribuir a la presencia de varias interfaces que actúan como obstáculos para las difusiones hacia dentro y hacia fuera de las especies de iones Cl^- , generando un incremento en la energía o en el potencial requerido para trasladar los iones corrosivos a través de la interfaz recubrimiento/sustrato. Además, los sistemas de interfaz afectan el camino libre medio de los iones hacia el sustrato metálico (Ho Wei-Yu, 2016; Ortiz, 2023; Junhua, 2013; Hahn, 2009; Harun, 2018; Ortiz, 2022; Farzadi, 2011). Tomando en cuenta lo anterior, se presentan aquí los resultados relativos a las propiedades físicas y electroquímicas de diversos sistemas de multicapas basados en heteroestructuras de materiales de baja dimensionalidad asociados a los carburos, nitruros, carbonitruros y óxidos, dispuestos en forma de multicapas bajo diversas configuraciones de las capas de un material sobre otro: el $\text{TiCN}/\text{TiNbCN}$, el $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{Al}_2\text{O}_3$, la $[\text{8YSZ}/\text{Al}_2\text{O}_3]$, el TiCN/TiVCN y el $[\beta\text{-fosfato tricálcico/hidroxiapatita}]$, que se aplican en ingeniería. En ese sentido, se presenta la influencia del número de interfaces (n) o de la periodicidad espacial (Λ) sobre las propiedades mecánicas y electroquímicas, enfatizando que dichas propiedades excepcionales son una característica positiva para la protección superficial y el desempeño óptimo en dispositivos industriales con aplicaciones en ingeniería.

Detalles experimentales

Se utilizaron sustratos de silicio (100) y aceros industriales de forma cilíndrica, con una altura de 6 mm y un diámetro de 12,5 mm. Estos sustratos metálicos se prepararon debidamente en la superficie con papel de lija (SiC) para que la rugosidad de los aceros no interfiriera en el comportamiento físico de los recubrimientos. Por último, se limpiaron los dos sustratos (silicio y todos los tipos de acero) utilizando un ultrasonido (Rio Grande UD50SH-2L) durante 15 min, con el fin de eliminar los residuos superficiales que actúan como contaminantes. Los parámetros de deposición de las heteroestructuras se presentan en la **tabla 1**. Todos los recubrimientos presentaban un espesor total de cerca de 2,5 μm medidos con un perfilómetro y microscopía electrónica de barrido (SEM). La caracterización estructural de los recubrimientos se hizo utilizando un difractómetro de rayos X (PANalytical X'Pert PRO) con una radiación Cu-K α ($\lambda = 1,5406 \text{ \AA}$) en una configuración de haz rasante ($\theta/2\theta$). Aquí utilizamos un recuento de 1 s para cada tiempo con un paso de 0,003; con el fin de identificar las fases presentes, se utilizó una base de datos ICCD utilizando el *software* X'pert High Score. La morfología de la superficie de los recubrimientos se examinó mediante microscopía electrónica de barrido (SEM) utilizando un equipo JEOL-JSM-6490 L, con una energía de 20,0 keV y microscopía electrónica de transmisión (TEM) en un microscopio Philips CM30 a 300 kV. El espesor de los recubrimientos se midió utilizando un perfilómetro (Dektak 3030) y la respuesta mecánica (como la dureza y el módulo elástico) se obtuvieron mediante un nanoindentador Nanovea® con un indentador Berkovich de una conformidad de 0,00035 $\mu\text{m}/\text{mN}$. Los resultados se analizaron con el método de Oliver, W.C y Pharr, G.M. (1992). La caracterización tribológica se hizo con un tribómetro Microtest MT 400-98 utilizando una contraparte de acero 100 Cr6 con un diámetro de 6 mm. Por último, las propiedades de adherencia (carga crítica) se estudiaron mediante un sistema de prueba de rayado Microtest MTR2 aplicando una carga creciente de 0-90 N y una longitud de rayado de 6 mm. El

Tabla 1. Parámetros de deposición de las heteroestructuras

Recubrimientos	TiCN/TiNbCN	Si ₃ N ₄ /Al ₂ O ₃	8YSZ/Al ₂ O ₃	β -TCP/HA
Blancos	TiC, Nb	Si ₃ N ₄ , Al ₂ O ₃	YSZ, Al ₂ O ₃	TCP, HA
Diámetro de los blancos (cm)	10	10	10	10
Potencia aplicada (W)	500W, 450W	500W, 550W	500W, 550W	550W, 550W
Relación N ₂ /Ar (%)	Ar (50 sccm) / N ₂ (3,7 sccm)	Ar (50 sccm) / N ₂ (0 sccm)	Ar (50 sccm) / N ₂ (0 sccm)	Ar (50 sccm) / N ₂ (0 sccm)
Presión de trabajo (Pa)	210	210	210	210
Distancia blanco-sustrato (cm)	7	7	7	7
Temperatura (°C)	250	300	300	250
Variable	n = 1, n = 10, n = 30, n = 50, n = 70, n = 150, n = 200	n = 1, n = 10, n = 30, n = 70	n = 1, n = 10, n = 30, n = 50, n = 70	n = 1, n = 10, n = 30, n = 70
Método de deposición	PVD r.f reactivo	PVD r.f No reactivo	PVD r.f No reactivo	PVD r.f No reactivo
Diámetro blanco (pulgada)	4	4	4	4
Sustratos	Acero (4140) y Si (100)	Acero (H13) y Si (100)	Acero (304) y Si (100)	Acero (316L) y Si (100)

análisis electroquímico se hizo en una unidad Gamry™, modelo PCI 4™, para mediciones de corriente continua y alterna, utilizando un electrodo de trabajo en un área expuesta de 1 cm², un electrodo de referencia de cloruro de plata (Ag/AgCl) y un contraelectrodo de alambre de platino en una solución de NaCl al 3,5 % en agua destilada. La espectroscopia de impedancia electroquímica (EIS) y las curvas de polarización de Tafel se realizaron a temperatura ambiente. Además, se hizo un barrido de voltaje desde -0,25 V a 1,0 V a una velocidad de 0,5 mV/s para obtener las curvas de polarización de Tafel, y un barrido de frecuencia de 100×10^3 Hz a 0,001 Hz utilizando una amplitud de tensión sinusoidal de 10 mV aplicada al electrodo de trabajo (muestra) y al electrodo de referencia para hacer los diagramas de Nyquist.

Resultados de las multicapas del tipo de heteroestructuras

Heteroestructura de TiCN/TiNbCN

Los resultados del sistema multicapas de TiCN/TiNbCN que se presentan en la **figura 1 (a)** incluyen los obtenidos del patrón de difracción de rayos (XRD) para capas conformadas por materiales ternarios del tipo $\text{Ti}_{0.64}\text{C}_{0.24}\text{N}_{0.12}$ y $\text{Ti}_{0.48}\text{Nb}_{0.22}\text{C}_{0.18}\text{N}_{0.12}$ con estructuras FCC en la dirección del plano de Bragg (111); además, se observan las reflexiones Laue que exhiben un ensamblaje coherente de ambas estructuras cristalinas asociadas a la estructura FCC con orientación preferencial en el plano de Bragg (111) para la multicapa de $[\text{TiCN/TiNbCN}]_{200}$, así como los resultados de la TEM (**Figura 1 (b)**). Se observan las múltiples reflexiones de una onda a un ángulo de incidencia igual a la condición de Bragg para una interferencia constructiva de un conjunto de planos de red. Por otra parte, también en la **figura 1** se observa que la densidad electrónica está relacionada con los cambios de contraste en las imágenes TEM, los cuales dependen de la densidad electrónica y de los elementos atómicos dentro de las diferentes zonas (capas) observadas, donde el menor brillo viene determinado por la menor dificultad que encuentran los electrones para atravesar la capa. En ese sentido, se obtuvo un contraste menos oscuro tras la incorporación del Nb en el TiCN. A partir de la difracción de electrones de área seleccionada (SAED) se puede extraer información estructural completa. Estos patrones SAED son representativos de los patrones de difracción obtenidos de regiones seleccionadas en las heteroestructuras TiCN/TiNbCN (Caicedo, 2010). Así, los patrones demuestran la estructura cristalina con crecimiento preferencial en la dirección de cristalografía (111) donde ambos materiales formaban heteroestructuras para $n = 200$ y $\Lambda = 15$ nm (Caicedo, 2010). Por otro lado, en la **figura 1 (c)** se muestran los resultados de las propiedades mecánicas obtenidas mediante la técnica de nanoindentación;

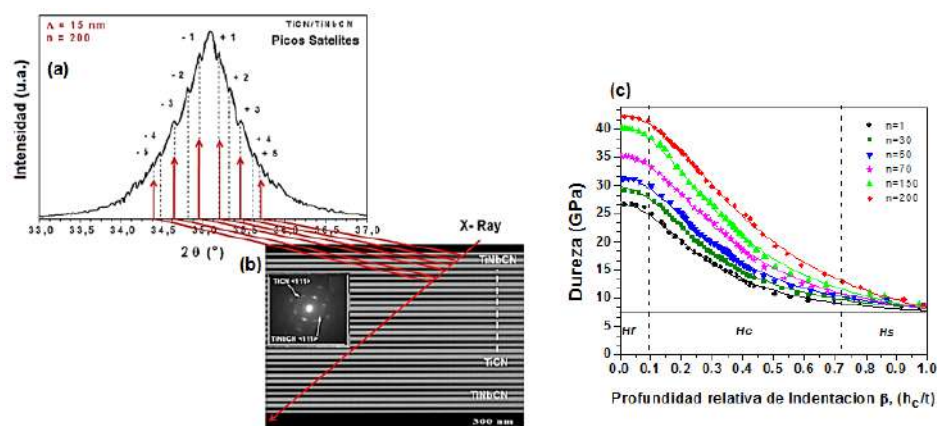


Figura 1. Análisis estructural y mecánico de: (a) patrones de difracción HA-XRD con las reflexiones de Laue; (b) imágenes de TEM, y (c) profundidad de relativa indentación frente a la dureza medida ajustada mediante el modelo de Korsunsky para las heteroestructuras de $[\text{TiCN/TiNbCN}]_{200}$ (Korsunsky, 1998).

se puede observar que la dureza medida en los sistemas multicapas de TiCN/TiNbCN con $n = 200$ ($\Lambda = 15$ nm) fue superior a la obtenida en todos los sistemas con un número de bicapas (n) comprendido entre $n = 1$ y 150. Así, la mayor dureza del conjunto multicapa fue de $42,5 \pm 1$ GPa, obtenida para el mayor número de bicapas ($n = 200$) y el período de bicapa más bajo ($\Lambda = 15$ nm), siendo este valor de dureza un 46 % y un 39 % superior a los valores de dureza obtenidos de la dureza máxima (H_c). Estos resultados pueden esperarse cuando los componentes individuales que conforman las dos heteroestructuras cuentan con estructuras cristalinas FCC y ambas capas individuales cuentan con un espesor total similar. Por lo tanto, en el actual manuscrito ha sido posible sintetizar multicapas nanométricas con efecto de superred (Caicedo, 2010). Por lo tanto, la dureza en estos recubrimientos multicapas dependerá en gran medida de los espesores individuales (Λ) o la suma de ellos, de modo que en este caso la dureza varía entre 26 ± 1 GPa y 42 ± 1 GPa en función del número de bicapas (n) (Kameneva, 2022; Caballero, 2014).

Heteroestructura de Si_3N_4/Al_2O_3

Los patrones de difracción correspondientes a las multicapas compuestas por capas individuales de Si_3N_4 y Al_2O_3 presentan un espesor total de aproximadamente $2 \mu m$ y un periodo individual de las bicapas (Λ) que varían según el número de bicapas (n). Se observa que a medida que este aumentó, también lo hicieron las intensidades de las orientaciones preferentes (101), lo que indica que los recubrimientos presentaban una estructura cristalina hexagonal con grupo espacial P63/m. En la **figura 2 (a)** se observa el patrón XRD, el cual evidencia que el incremento de intensidad se debió probablemente a un mayor número de cristalitos orientados en dicha dirección preferencial, concretamente, una texturización preferencial en el (101).

En la **figura 2 (b)** se pueden analizar las pistas de desgaste de los recubrimientos a partir de los resultados de perfilometría para las multicapas de $[Si_3N_4/Al_2O_3]_n$. La multicapa depositada con el menor número de bicapas ($n = 1$), que presentó propiedades mecánicas bajas comparada con las multicapas de un número elevado de bicapas, mostró una huella de desgaste más profunda y ancha que las demás, así como un comportamiento que refleja una ruptura brusca del material. Este tipo de huellas se asocian generalmente a los mecanismos de adhesión y abrasión propios de los procesos de desgaste. Por el otro lado, las multicapas con gran número de bicapas (n) o baja periodicidad espacial (Λ) mostraron un comportamiento completamente diferente; se observó una disminución del desgaste y del tamaño de la huella al aumentar el número de bicapas, confirmando el efecto que ejerce

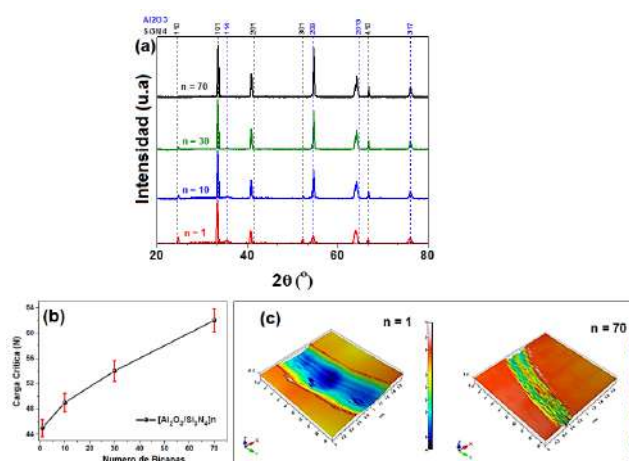


Figura 2. Resultados estructurales y tribológicos para multicapas de $[Si_3N_4/Al_2O_3]_n$ en función del número de bicapas y la periodicidad espacial (Λ): **(a)** patrón de difracción XRD; **(b)** carga crítica en función del número de bicapas, y **(c)** perfiles 3D de las pistas de desgaste.

el número de capas de la heteroestructura sobre la resistencia al desgaste. En ese sentido, el mejor comportamiento frente al desgaste en modo dinámico de bolas de acero 100Cr6 (contrapar) lo presentó la multicapa con $n = 70$ ($\Lambda = 29$ nm), debido a la combinación de un bajo coeficiente de fricción, una baja rugosidad y una elevada dureza obtenida gracias a la estructura multicapa de un elevado número de interfaces. La **figura 2 (c)** también muestra cómo la carga crítica superior (L_{c2}) varía a medida que cambia el número de bicapas. Como se observa, se necesitó una mayor carga crítica para que se produjera el fallo adhesivo a medida que aumentaba el número de capas, lo que significa que la multicapa con $n = 70$ ($\Lambda = 29$ nm) presentó la mejor adhesión multicapa en comparación con las demás multicapas de $[\text{Si}_3\text{N}_4/\text{Al}_2\text{O}_3]_n$. En ese sentido, la multicapa con $n = 70$ ($\Lambda = 29$ nm) exhibió una carga crítica de 62 N, obteniéndose un aumento del 47,6 % comparada con la de $n = 1$ ($\Lambda = 1000$ nm). Este comportamiento se debió probablemente a los menores valores del esfuerzo residual en las multicapas con un mayor número de bicapas (Fenker, 2002; Mohammadi, 2016; Ding, 2018).

Heteroestructura de $[\text{8YSZ}/\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3]_n$

Las capas conformadas por materiales binarios basados en zirconia estabilizada con itria (8 % molar) de tipo 8YSZ y alúmina Al_2O_3 con estructuras tetragonal (t-8YSZ) y romboédrica para ($\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$), se presentan a partir de patrones de difracción de rayos X de máxima intensidad en la dirección del plano de Bragg $t(101)$ y en la dirección del plano de Bragg (104), respectivamente. Así, en la **figura 3 (a)** se observan los patrones de difracción de rayos X de los recubrimientos multicapa del tipo $[\text{8YSZ}/\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3]_n$ en función del número de bicapas con $n = 1, 10, 30, 50$ y 70 , depositados sobre sustratos de silicio. A partir de estos resultados, se pudo observar la presencia de una fase tetragonal (t-8YSZ) localizada en los picos de Bragg $t(101)$, $t(002)$, $t(112)$, $t(201)$ y $t(211)$ para los ángulos $2\theta = 30,29, 34,79, 50,41, 53,63$ y $60,11$, respectivamente. También se observó la presencia de una fase de alúmina ($\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$), evidente por los picos de reflexión (104) y (211) en los ángulos $2\theta = 35,32^\circ$ y $59,65^\circ$, respectivamente. Los picos de mayor intensidad, correspondientes a las orientaciones preferentes de 8YSZ y $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$, correspondieron a los planos $t(101)$ y (104), respectivamente. Estas orientaciones concuerdan con los archivos de indexación JCPDS 00-048-0224 para la estructura tetragonal (8YSZ) y el grupo espacial 137-P42/nmc, así como el archivo de indexación JCPDF 00-010-0173 que indica una estructura romboédrica para ($\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$), con grupo espacial 167 R3c, con se ha reportado en la literatura (Yao, 2013). Por otra parte, la **figura 3 (b)** muestra las micrografías SEM de la sección transversal del recubrimiento obtenido con $n = 10$ bicapas ($\Lambda = 180$ nm) depositado sobre sustratos de silicio. Se observa una diferencia en el contraste de ambas capas: la capa 8YSZ presentó un contraste brillante y la capa $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ uno oscuro. Esta

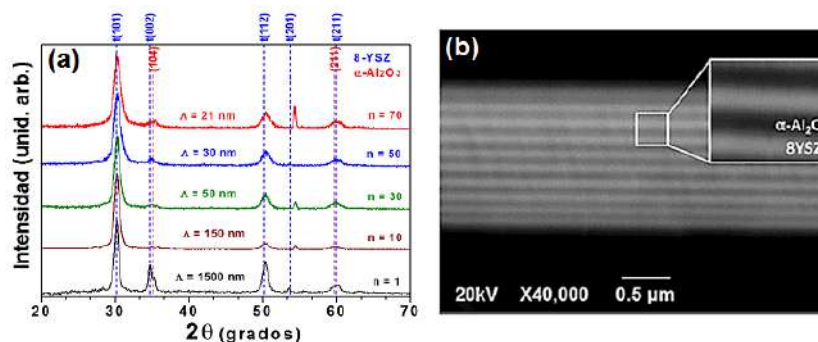


Figura 3. Resultados estructurales para las multicapas de la heteroestructura de $[\text{8YSZ}/\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3]_n$ en función del número de bicapas y la periodicidad espacial (Λ): (a) patrones de difracción de rayos X y (b) modulación de fases en función del número de bicapas (n) o de la periodicidad (Λ), y micrografía SEM de la sección transversal

diferencia en el contraste se atribuye a la densidad de electrones de cada capa, lo que determina que el sistema presente un diseño multicapa, con una distribución homogénea en el espesor de cada capa (Yao, 2013).

Para analizar el comportamiento electroquímico de los recubrimientos multicapa $[8YSZ/a-Al_2O_3]_n$ en función del número de bicapas ($n = 1, 10, 30, 50$ y 70) depositados sobre sustratos de acero AISI 304, se utilizó la técnica de espectroscopia de impedancia electroquímica (EIS). En la **figura 4** se observa cómo con ayuda de esta técnica se obtuvieron los valores de polarización (R_p) y de impedancia electroquímica. Para este estudio con EIS se utilizó un circuito equivalente que proporcionó la resistencia del electrolito, la resistencia de polarización y la capacitancia de la doble capa (**Figura 4 (a)**). Generalmente, el circuito equivalente para recubrimientos TBC obtenidos mediante técnicas de deposición, como APS y EB-PVD, consiste en elementos de un condensador ideal. Esto se debe a factores como la rugosidad superficial de la YSZ, la rugosidad interfacial de la capa de unión y la distribución de los poros, que generan dispersión de frecuencias porque la distribución de la densidad de corriente no es uniforme. Sin embargo, en un sistema $[8YSZ/a-Al_2O_3]_n$, los espesores de la capa superior y de la capa de unión son pequeños (de algunos nanómetros), por lo que el tamaño de los poros y la rugosidad de la superficie son nanométricos. Entonces, para realizar el ajuste del diagrama de impedancias e identificar los elementos de fase, se desarrolla el circuito equivalente asociado a los resultados electroquímicos de los recubrimientos multicapa depositados mediante la técnica de pulverización por magnetrón (RF) (**Figura 4 (b)**). Este comportamiento de aumento de los valores de R_p se atribuye principalmente a la microestructura densa y superficie homogénea de los recubrimientos $[8YSZ/a-Al_2O_3]_n$. Estas características, así como el espesor de los recubrimientos de baja dimensionalidad, inhiben que el electrolito se incruste en el interior del recubrimiento, tal como se observa en los resultados de las pendientes Tafel (**Figura 4 (c)**). Además, en los sistemas multicapa con el mayor número de interfaces ($n = 70$ bicapas), estas funcionan como obstáculos del movimiento de los iones cloruro (Cl^-) hacia el sustrato. Así, los recubrimientos $[8YSZ/a-Al_2O_3]_{70}$ produjeron la mayor protección en relación con el recubrimiento de menor número de interfaces o número de bicapas ($n = 1, \Lambda = 1000$ nm) (Yao, 2013; Zhu, 2012; Gao, 2010).

Herteroestructura de $[\beta$ -fosfato tricálcico/hidroxiapatita] $_n$

Los materiales cerámicos aplicados en capas que se emplean en el campo de la biomedicina usualmente están conformados por capas de β -fosfato tricálcico ($Ca_3(PO_4)_2$) y capas de hidroxiapatita ($Ca_{10}(PO_4)_6(OH)_2$). En la **figura 5 (a)** se observan los resultados de XRD que evidencian una estructura hexagonal y un grupo espacial 176-P63/m para el β -fosfato tricálcico, con una estructura tetragonal de grupo espacial 76-P41 para la hidroxiapatita, lo que, a partir de patrones de difracción de rayos X, presenta los máximos de intensidad mediante las reflexiones de los picos de Bragg en los planos en la dirección (202) para la hidroxiapatita y reflexiones de los picos de Bragg de los planos en la dirección (111) para

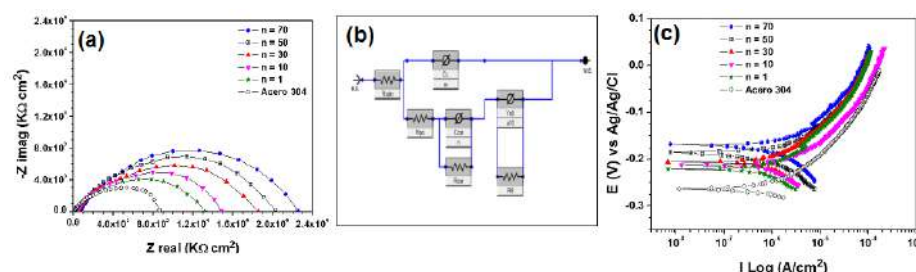


Figura 4. Análisis electroquímicos del acero sin recubrimiento (AISI 304) y de los recubrimientos de $[8YSZ/a-Al_2O_3]_{70}$ en función del número de bicapas $n = 1, 10, 30, 50$ y 70 : (a) diagrama de Nyquist; (b) circuito equivalente de los recubrimientos multicapa, y (c) curvas de polarización de Tafel

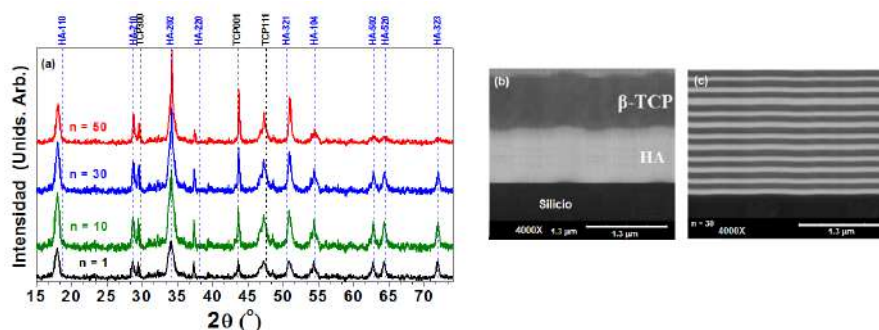


Figura 5. Análisis estructural y micrográfico: **(a)** patrones de difracción de rayos X de la multicapa de $[\beta\text{-TCP/HA}]_n$; **(b)** micrografía SEM de la sección transversal de las heteroestructuras de $[\beta\text{-TCP/HA}]_n$ con $n = 1$ bicapa, y **(c)** micrografía SEM de las multicapas obtenidas con $\Lambda = 1250$ nm y $n = 10$ bicapas y $\Lambda = 250$ nm

el β -fosfato tricálcico. Por lo tanto, el pico de máxima intensidad correspondiente a la orientación preferencial para la HA se encuentra en el plano (202), y para el β -TCP en el plano (111). La fase β -TCP presenta reflexiones de los picos de Bragg en los planos (300), (001) y (111) para $n = 1$ en los ángulos $2\theta = 29,48^\circ, 43,64^\circ$ y $47,25^\circ$, respectivamente. Estas orientaciones se tomaron de los archivos internacionales de indexación ya mencionados que describen una HA con estructura hexagonal y grupo espacial $176\text{-P6}_3/\text{m}$; además, se describe también un β -TCP con una estructura tetragonal de grupo espacial 76-P4_1 .

La morfología de los recubrimientos de $[\beta\text{-TCP/HA}]_n$ depositados sobre silicio (100) se muestran en la **figura 5 (b)** a través de imágenes de la sección transversal de los recubrimientos en función de la periodicidad espacial y el número de bicapas ($n = 1$), en tanto que en la **figura 5 (c)** se presenta la sección trasversal para un $n = 10$. A partir de estas imágenes fue posible determinar un cambio en el contraste en la escala de gris entre las capas: la capa de (HA) muestra un contraste más brillante y la capa de (β -TCP) uno más oscuro. Este cambio en el contraste se atribuye a la densidad electrónica de los materiales, y así se evidencia la modulación de la densidad electrónica mediante la modulación del contraste y la presencia de multicapas compuestas por capas de (β -TCP) y capas de (HA) (Chen, 2008); Cordero, 2017).

La **figura 6** presenta los resultados obtenidos del estudio tribológico de la heteroestructura de $[\beta\text{-TCP/HA}]_n$; se evidencia el comportamiento del coeficiente de fricción frente a la distancia de deslizamiento en función del número de bicapas y de la periodicidad espacial. A partir de estos resultados se pueden identificar dos etapas características: una inicial (Etapa I), conocida como periodo de arranque, en la que se produce un intercambio elevado de energía y un rápido aumento del coeficiente de fricción en todos los recubrimientos. Este rápido aumento del coeficiente de fricción está asociado a la rugosidad de los recubrimientos, ya que esta es eliminada por el paso constante de la contraparte que produce partículas de desgaste en la superficie y, principalmente, en la pista de desgaste, y a la naturaleza cerámica del material, lo que genera un mayor número de partículas. Así, se evidencia un rápido aumento en el coeficiente de fricción que puede observarse en el inicio del ensayo tribológico, por lo que el recubrimiento con mayor rugosidad ($n = 1$ bicapa) presenta el mayor incremento del coeficiente de fricción debido a un mayor número de irregularidades superficiales comparado con el recubrimiento de menor rugosidad ($n = 50$ bicapas). La etapa II muestra una zona de asentamiento característica del coeficiente de fricción estable presente al final de la prueba tribológica. Este comportamiento se debe a la eliminación de las irregularidades superficiales y la aparición de los defectos asociados a la competencia entre los mecanismos de fricción interferencial y adhesiva en el interior del recubrimiento, por lo que se mantiene el coeficiente de fricción dentro del periodo de

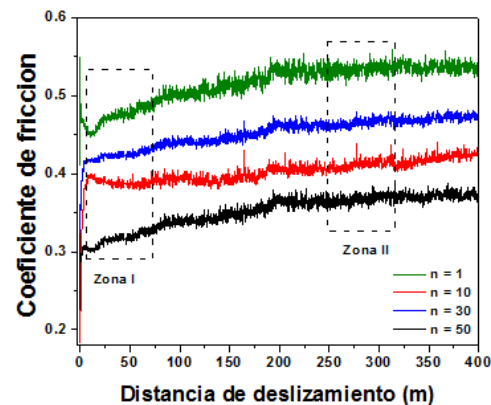


Figura 6. Estudio tribológico que evidencia el coeficiente de fricción en función de la distancia de deslizamiento y el número de capas (n) de las heteroestructuras de [β-TCP/HA]_n con n = 1 bicapa y Λ = 1250 nm y n = 10 bicapas y Λ = 250 nm.

asentamiento determinado así con un coeficiente de fricción de 0,53 para la multicapa con n = 1 y uno de 0,36 para la multicapa depositada con n = 70 (Chen, 2008; Cordero, 2017; Bin, 2013).

Evaluación comparativa del desempeño físico y electroquímico de las heteroestructuras

Los sistemas multicapas representados en los diversos tipos de heteroestructuras han evolucionado a partir de la variación significativa de sus propiedades físicas y químicas conforme se modifica el uso y el tipo de materiales y el número capas (n) o la periodicidad espacial (Λ). Dicha variación se puede observar claramente en los materiales utilizados para las multicapas que se basan en nitruros, carburos y óxidos con metales de transición. En ese sentido, todo ello se ve cabalmente reflejado en las propiedades que ofrecen estas heteroestructuras como materiales de protección en diversos dispositivos de empleo industrial. En la **tabla 2** se observa la relación de los parámetros más relevantes de las propiedades físicas y químicas, así como la combinación de los materiales y al número de capas (n), con mayor incidencia para su uso en el sector industrial. Estos parámetros son de vital importancia en la transferencia tecnológica, ya que permiten seleccionar la mejor configuración de los sistemas de heteroestructuras, relacionándolos con las exigencias de las condiciones de operación y servicio de los dispositivos industriales de uso en ingeniería aplicada.

En la convergencia entre las ciencias exactas y la ingeniería, el desarrollo de los índices de mérito permite observar la evolución de las propiedades físicas de las multicapas como función del número de capas (n) o la periodicidad espacial (Λ). Sin embargo, al incrementar el número de bicapas conservando siempre el mismo espesor, se tiende a reducir el espesor de las capas a espesores cercanos al espesor de la rugosidad de la interface. Bajo esa

Tabla 2. Parámetros más relevantes de las propiedades físicas y químicas con mayor incidencia para el uso en la industria

Heteroestructura	Dureza (GPa)	Coeficiente de fricción	Carga crítica de desgaste (N)	Velocidad de corrosión (mmy)
[TiCN/TiNbCN] ₂₀₀	42	0,12	80	7,59x10 ⁻⁴
[Si ₃ N ₄ /Al ₂ O ₃] ₇₀	38	0,36	62	0,542
[8YSZ/Al ₂ O ₃] ₇₀	13	0,75	41	0,340
[β-TCP/HA] ₅₀	27	0,54	59	0,512

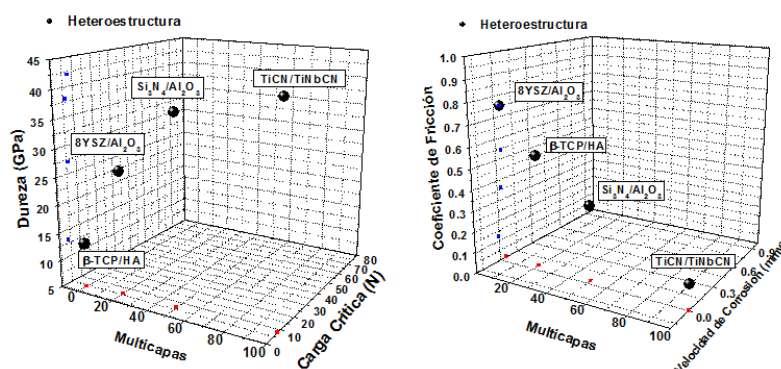


Figura 7. Índices de mérito para las heteroestructuras de $[\text{TiCN/TiNbCN}]_{200}$, $[\text{Si}_3\text{N}_4/\text{Al}_2\text{O}_3]_{70}$, $[\text{8YSZ}/\text{Al}_2\text{O}_3]_{70}$ y $[\beta\text{-TCP/HA}]_{50}$ depositadas sobre aceros industriales en función de los materiales y el número de capas. (a) Índice que relaciona dureza, carga crítica de desgaste y número de capas (n), y (b) coeficiente de fricción, velocidad de corrosión y número de capas (n) de las multicapas

condición se ven comprometidas las propiedades físicas funcionales debido a que el efecto de multicapas puede ser modificado por un efecto de gradiente de composición, lo cual se evidencia como una reducción de dichas propiedades físicas. En nuestro estudio se fijaron los valores máximos del número de capas, los cuales garantizaron las condiciones óptimas para encontrar las mejores características físicas y químicas. En ese sentido, es posible identificar el incremento de las propiedades mecánicas, tribológicas y electroquímicas en función del número de capas.

En la **figura 7** se observan los índices de mérito para las heteroestructuras presentadas en este estudio. En la **figura 7 (a)** se evidencian las propiedades mecánicas, tribológicas y electroquímicas de la dureza, el coeficiente de fricción, la carga crítica de desgaste y la velocidad de corrosión de las multicapas en función de los materiales y el número de capas. Las características exhibidas en el presente estudio son fundamentales como criterio de selección para heteroestructuras protectoras en dispositivos de uso industrial. En ese sentido, en la **figura 7 (b)** se exhiben las multicapas basadas en carbo-nitruros conjugados con metales de transición, las cuales presentan la mayor dureza, el menor coeficiente de fricción, la mayor carga crítica de desgaste y la menor velocidad de corrosión. Todas las heteroestructuras que presentamos exhiben bondades en una gran variedad de condiciones de operación y servicio en el sector metalmecánico, la industria alimenticia, el sector de dispositivos farmacéuticos y la industria biomédica.

Conclusiones

Se pudo determinar aquí que los materiales autoacoplados en forma de multicapas o heteroestructuras brindan un universo de propiedades físicas y químicas que permiten la aplicación de los avances tecnológicos actuales en el campo de la nanociencia y la nanotecnología en el desarrollo de nuevos arreglos de multicapas en la nanoescala valiosos para diversos usos en el sector industrial. Se diseñaron de manera exitosa multicapas de TiCN/TiNbCN, $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{Al}_2\text{O}_3$, $[\text{8YSZ}/\text{Al}_2\text{O}_3]_n$ y $[\beta\text{-fosfato tricálcico/hidroxiapatita}]_n$, las cuales presentaron fases cristalinas claramente definidas y estequiometrias acordes con la literatura, siendo estas características las responsables del desempeño mecánico tribológico y electroquímico.

Se pudo determinar que las multicapas basadas en carbo-nitruros conjugados con dispositivos de metales de transición presentan una mayor dureza, superior a 40 GPa, un menor coeficiente de fricción, inferior a 0,2, una mayor carga crítica de desgaste, superior a 75 N, y una menor velocidad de corrosión, inferior a 0,1 mmy. Todas las heteroestructuras presentadas exhibieron bondades al ser aplicadas en una gran variedad de condiciones

de operación y servicio a nivel industrial, entre ellas las del sector metalmecánico, la industria alimenticia, el sector de dispositivos farmacéuticos y la industria biomédica, contribuyendo desde la ciencia al desarrollo industrial y social mediante aplicaciones de uso en ingeniería.

Agradecimientos

A las instituciones científicas y académicas que colaboraron con el desarrollo de esta investigación: Centro de Excelencia de Nuevos Materiales, Centro de Desarrollo Tecnológico CDT-ASTIN SENA, sede Cali, CINVESTAV-Querétaro, México y Universidad de Barcelona, España.

Contribución de los autores

JCC: planteamiento de la Idea principal, recopilación de los datos, análisis general de los resultados, escritura del documento y revisión general; CO: caracterización y análisis estructural de las heteroestructuras; CA: caracterización y análisis químico de las heteroestructuras; LP: caracterización y análisis mecánico y tribológico de las heteroestructuras; WA: caracterización y análisis electroquímico de las heteroestructuras.

Conflicto de intereses

Los autores declaran no tener conflicto de intereses para la publicación de estos resultados.

Referencias

- Amaya, C., Aperador, W., Caicedo, J.C., Espinoza-Beltrán, F. J. Muñoz-Saldaña, J., Zambrano, G., Prieto, P. (2009). Corrosion study of Alumina/Yttria-Stabilized Zirconia ($\text{Al}_2\text{O}_3/\text{YSZ}$) nanostructured Thermal Barrier Coatings (TBC) exposed to high temperature treatment. *Corrosion Science*, 51, 2994-2999
- Appleget, C. y Hodge, A.M. (2019). Optical and Mechanical Characterization of Sputtered AlN/Ag Multilayer Films. *Advanced Engineering Materials*, 21 (5), 18012.
- Aperador, W., Ramírez, C., Vera, E. (2013) Synergy Between Erosion-Corrosion Of Steel Aisi 4140 Covered By A Multilayer TiCN/TiNbCN, At An Impact Angle Of 90°. *DYNA*, 80, 101-108.
- Aperador, W., Duque, J., Ruiz, E. (2014). [TiCN/TiNbCN] n, Corrosion, Multilayer, Tribo-Corrosion, Wear. *Advanced Materials Research*, 1016, 320-324
- Sulaiman, S.B., Keong, T.K., Cheng, C.H., Saim, A.B., Idrus R.B. (2013). Tricalcium phosphate/hydroxyapatite (TCP-HA) bone scaffold as potential candidate for the formation of tissue engineered bone. *Indian Journal of Medical Research*, 137(6), 1093-1101
- Caballero J. L., Aperador W. A., Duque. J. (2014). Characterization of Tinbco Coatings Subject to Micro-Abrasion Wear and Corrosion Phenomena in a Simulated Biological. *ECS Meeting Abstracts. The Electrochemical Society*, 02, 1595.
- Caicedo, J.C., Bejarano, G., Gómez, M.E., Prieto P., Cortéz-Muñoz, C. J. (2007). Nanostructured multilayers of TiN/ZrN obtained by magnetron sputtering, *physica status solidi* ©, 4(11), 4127-4133.
- Caicedo, J.C., Amaya, C., Yate, L., Gómez, M.E., Zambrano, G., Alvarado-Rivera, J., Muñoz-Saldaña, J., Prieto, P. (2010) TiCN/TiNbCN multilayer coatings with enhanced mechanical properties. *Applied Surface Science*, 256, 5898-5904.
- Cordero, Z., Meyer III, H., Nandwana, P., Dehoff, R. (2017) Powder bed charging during electron-beam additive manufacturing” *Acta Materialia*, 124, 437-445
- Chen, B., Zhaoquan, Z., Jingxian, Z., Qingling, L., Dongliang, J. (2008) Fabrication and mechanical properties of α -TCP pieces by gel – casting method. *Materials Science and Engineering C*, 28, 1052-1056.
- Ding, P., Chen, C., Asif, M.D., Wang, Xi, Niu, J., Feng, Y., Ding, W. Y., Su, W. D., Jin, Z. (2018). $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{Al}_2\text{O}_3$ Stack Layer Passivation for InAlAs/InGaAs InP-Based HEMTs With Good DC and RF Performances. *Journal of the Electron Devices Society*, 6, 49-54.
- Farzadi, A., Solati-Hashjin, M., Bakhshi, F., Aminian, A. (2011). Synthesis and characterization of hydroxyapatite/ β -tricalcium phosphate nanocomposites using microwave irradiation. *Ceramics International*, 37, 65-71.

- Fenker, M., Balzer, M., Jehn, H., Kappl, H., Lee, J.-J., Lee, K.-H., Park, H.-S. (2002). Improvement of the corrosion resistance of hard-wear resistant coatings by intermediate plasma etching or multilayered structure". *Surface and Coatings Technology*, 150(1), 101-106.
- Gao, J., He, Y., Wang, D. (2010). Fabrication and high temperature oxidation resistance of $\text{ZrO}_2/\text{Al}_2\text{O}_3$ micro-laminated coatings on stainless steel. *Materials Chemistry and Physics*, 123, 731-736.
- Hanabusa, T., Uemiya, S.H., Kojima, T. (1999). Production of $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{Si}_3\text{N}_4$ and $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{Al}_2\text{O}_3$ composites by CVD coating of fine particles with ultrafine powder. *Chemical Engineering Science*, 54(15-16), 3335-3340.
- Hahn, B.D., Park, D.S., Choi, J.J., Ryu, J., Yoon, W.H., Lee, B.K., Kim H.E. (2009) Effect of the HA/ β -TCP ratio on the biological performance of calcium phosphate ceramic coatings fabricated by a room-temperature powder spray in vacuum, *Journal of American Ceramic Society*, 92, 793-799.
- Harun, W.S.W., Asri, R.I.M., Sulong, A.B., Ghani, S.A.C., Ghazalli, Z. (2018). *Hydroxyapatite-Based Coating on Biomedical Implant*. InTech. <https://doi.org/10.5772/intechopen.71063>
- Ho, W.-Y., Chen, M.-D., Lin, C.-L., Ho, W.-Y. (2016) Characteristics of TiVN and TiVCN Coatings by Cathodic Arc Deposition. 6th International Conference on Mechatronics, Materials, Biotechnology and Environment. ICMMBE. <https://doi.org/10.2991/icmmb-16.2016.111>
- Xu, J., Jun, C., Yu, L. (2013), Microstructures, Mechanical Properties and Friction Properties Of TiVCN Composite Films. *Metallurgica Sinica*, 48, 555-560.
- Kameneva, A. L., Kichigin, V., Bublik, N. (2022). Dependence of Electrochemical Behavior of Multilayer Coatings Based on Ticon and Tincon in 3% NaCl Solution on Their Phase and Elemental Composition, Structure, and Texture. *SSRN*, 15, 1-15.
- Korsunsky, A. M., McGurk, M. R., Bull, S. J., Page, T. F. (1998). On the Hardness of Coated Systems. *Surface and Coatings Technology*, 99(1), 171-183.
- Lee, C.S., Lemberg, J.A., Cho, D.G., Roh, J.Y., Ritchie R.O. (2010), Mechanical properties of $\text{Si}_3\text{N}_4\text{-Al}_2\text{O}_3$ FGM joints with 15 layers for high-temperature applications. *Journal of the European Ceramic Society*, 30, 1743-1749.
- Mirzayev, M.N., Parau, A.C., Slavov, L., Dinu, M., Neov, D., Slavkova, Z., Popov, E.P., Belova, M., Hasanov, K., Aliyev, F.A., Vladescu-Dragomir, A. (2023). TiSiCN as Coatings Resistant to Corrosion and Neutron Activation. *Materials*, 16(5), 1835. <https://doi.org/10.3390/ma16051835>
- Mohammadi, I., Afshar, A., Ahmadi, S. (2016). $\text{Al}_2\text{O}_3/\text{Si}_3\text{N}_4$ nanocomposite coating on aluminum alloy by the anodizing route: Fabrication, characterization, mechanical properties and electrochemical behavior. *Ceramic international*, 42(10), 12105-12114.
- Ortiz, C. H., Caicedo, J. C., Aperador, W. (2022). Corrosion Properties of Heterostructured $[\text{8YSZ}/\text{Al}_2\text{O}_3]_n$ Coatings as a Function of the Bilayer Number. *Journal of Materials Engineering and Performance*, 31(2), 1679-1692.
- Ortiz, C.H., Aperador, W., Caicedo, J.C. (2022). Physical properties evolution of β -tricalcium phosphate/hydroxyapatite heterostructures in relation to the bilayer number. *Thin Solid Films*, 752, 139256.
- Ortiz, C.H., Sánchez, S.S., Caicedo, J.C., Colorado, H.D., Aperador, W. (2023). Analysis of the structural integrity of $(\text{Si}_3\text{N}_4$ and $\text{Al}_2\text{O}_3)$ individuals coatings and the $[\text{Si}_3\text{N}_4/\text{Al}_2\text{O}_3]_n$ heterostructure exposed to corrosive environments. *Materials Chemistry and Physics*, 294, 127062.
- Ortiz, C.H., Colorado, H.D., Aperador, W., Amaya, C., Caicedo, J.C. (2023). Structural and corrosion evaluation for multilayer system conformed by TiCN/TiVCN. *Materials Chemistry and Physics*, 310, 128422.
- Ortiz, C.H., Hernández-Renjifo, E., Caicedo, J.C. (2024). Study of corrosion protection through the implementation of TiC/TiSiCN multilayer coatings. *Materials Chemistry and Physics*, 315, 128821.
- Oliver, W.C., Pharr, G.M. (1992). An improved technique for determining hardness and elastic modulus using load and displacement sensing indentation experiments. *J. Mater. Res.* 7 1564.
- Kuptsov, K.A., Kiryukhantsev-Korneev, Ph.V., Sheveyko, A.N., Shtansky, D.V. (2013). Comparative study of electrochemical and impact wear behavior of TiCN, TiSiCN, TiCrSiCN, and TiAlSiCN coatings. *Surface and Coatings Technology*, 216, 273-281.
- Ramesh, M., Marimuthu, P., Karuppuswamy, L., Rajeshkumar, L. (2022). Microstructure and properties of YSZ- Al_2O_3 functional ceramic thermal barrier coatings for military applications. *Boletín de la Sociedad Española de Cerámica y Vidrio*, 61(6), 641-65.

- Tien, S.-K. y Duh, J.-G.** (2006). Effect of heat treatment on mechanical properties and microstructure of CrN/AlN multilayer coatings. *Thin Solid Films*, 494(1-2), 173-178.
- Venkadesan, G. y Muthusamy, J.** (2019). Experimental investigation of Al₂O₃/8YSZ and CeO₂/8YSZ plasma sprayed thermal barrier coating on diesel engine. *Ceramics International*, 45(3), 3166-3176.
- Yao J., L. Lv, He Y., Wang D.** (2013). Size effect of (Al₂O₃-Y₂O₃)/YSZ micro-laminated coating on high-temperature oxidation resistance. *Applied Surface Science*, 279, 85-91.
- Zimowski, S., Moskalewicz, T., Wendler, B.G.** (2017). Analysis of the tribological properties of TiN/Si₃N₄ nanocomposite coating in sliding contact with ceramic, steel, and polymer counterpart. *Tribologia*, 4, 125.
- Zhu, C., Javed, A., Li, P., Yang, F., Liang, G.Y., Xiao, P.** (2012). A study of the microstructure and oxidation behavior of alumina/yttria-stabilized zirconia (Al₂O₃/YSZ) thermal barrier coatings. *Surface and Coatings Technology*, 212, 214-222.

Physical Sciences

Original article

Electrostatic Energy for a Circular Charged Configuration: Discrete vs. Continuum

Energía Electrostática para una Configuración de Carga Circular: Caso Discreto vs. Continuo

✉ Omar Aguilar-Loreto^{1,*}, ✉ Antonio Muñoz¹, ✉ Belter E. Ordaz-Mendoza²

¹Engineering Department, University of Guadalajara, Av. Independencia Nacional 151, 48900, Autlán, Jalisco, México

²Department of Physics, University of Connecticut, Storrs, Connecticut 06269, USA

Resumen

El concepto de energía potencial electrostática ha servido como punto de partida para un mayor entendimiento de varios modelos en teoría electromagnética. Usamos el concepto de energía potencial electrostática buscando una conexión entre varios de estos modelos, en particular, analizamos la contribución de la energía potencial electrostática para diferentes configuraciones de carga eléctrica con simetría circular. Estudiamos los modelos asociados a un conjunto de cargas discretas posicionadas en una figura poligonal, una distribución unidimensional de carga continua, y un toroide con carga continua, considerando las analogías que existen entre ellos. También se buscan los contrastes que existen entre las situaciones discretas y continuas de los modelos.

Palabras clave: Electromagnetismo; Energía potencial electrostática; Simetría circular.

Abstract

The concept of electrostatic potential energy has served as a starting point for a deeper understanding of several models in electromagnetic theory. We use this concept looking for a connection between some of those models, in particular, we analyze the contribution of electrostatic potential energy for different configurations of electric charge with circular symmetry. We study models corresponding to a discrete set of point charges arranged in a polygonal figure, a uni-dimensional continuously charged ring and a continuously charged torus, considering the existing analogies between them. In addition, we contrast the situation between the discrete and continuum models.

Keywords: Electromagnetism; Electrostatic potential energy; Circular symmetry.

Introduction

Interactions between elementary particles are one of the most fundamental features in physics to analyze the evolution and structure of several physical systems presented in nature (Feynman, Leighton, & Sands, 1963; Griffiths, 1999; Kittel, Knight, & Ruderman, 1973).

Besides the gravitational force, the electromagnetic interaction has been widely studied since ancient times. It is the sole source of forces between atomic nuclei and orbiting electrons, and the reason for the existence of electromechanical devices. For two stationary objects with an excess charge which are located in the same reference frame, they manifest attraction or repulsion. If they have opposite sign charge, the force between them is attractive, and if they have the same sign charge, the force is repulsive.

The fundamental law that postulates that equal charges repel and different charges attract each other, has served as an elementary law for the development or operation of other experiments in physics (Greiner, 1998; Kittel, Knight, & Ruderman, 1973). On the other

Citation: Aguilar-Loreto O., *et al.* Electrostatic Energy for a Circular Charged Configuration: Discrete vs. Continuum. Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. 49(190):30-43, enero-marzo de 2025. doi: <https://doi.org/10.18257/raccefyn.2897>

Editor: Gabriel Téllez Acosta

***Corresponding autor:**

Omar Aguilar Loreto;
omar.aguilar@academicos.udg.mx

Received: July 22, 2024

Accepted: February 11, 2025

Published on line: March 3, 2025



This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License.

hand, through the concept of work in mechanics, a consistent definition of energy, which is also fundamental in physics, has been established (**Wells**, 1967; **Whittaker**, 1917). Energy is defined as the work done by an applied force on a particle that leads to a change in its spatial configuration. In the context of electrical forces, this is known as electrostatic potential energy or simply potential energy (**Griffiths**, 1999). The concept of potential energy plays an important role in modern technology advances with implications in several branches of science. For example, it plays a significant role, if we are interested in processes occurring in molecular mechanics such as composition and charge interacting in solvents, ionized media, and on surfaces of molecular structures (**Besley**, 2023), or describing the nature of noncovalent and protein–protein interactions which are essential in chemical and biological processes (**Brinck & Borrforss**, 2022; **Maleki, Vasudev, & Rueda**, 2013).

In this article, we are interested in studying the potential energy stored in different geometrical charge configurations with circular symmetry in the electrostatic case. We consider classical charged particles whose interactions are equal to the sum of Coulomb forces only. Even though the static interaction force between charged particles originates from the electric field-induced interactions, here we do not derive results using an electric field scheme.

This work is organized as follows. In section *theoretical framework*, we introduce an elementary definition of electrostatic potential energy based on classical literature (**Feynman, Leighton, & Sands**, 1963; **Good**, 1999; **Griffiths**, 1999; **Wangsness**, 1997). In section *potential energy for a discrete arrangement of point charges*, we describe the energy stored in a set of point charges in electrostatic equilibrium in empty space, the one-dimensional electrostatic interaction of several point charges located at vertices of a polygon, and inscribed into a unitary imaginary circle interacting with another point charge located along the axis of the circle and out of the plane. The analysis of the electric potential energy of a uniformly charged ring interacting with a point charged particle located along the axis of the ring and out of the plane is studied in section *electrostatic energy for an a uniformly charged ring and a point charge*. In section *electrostatic energy for a uniformly charged torus and a point charge*, we study a similar charge configuration as in the aforementioned section but this time with a uniformly charged torus instead of a uniformly charged ring. All of the different configurations above have an axial symmetry, which allow us to explore possible similarities between them. Finally, we present our conclusions in the last section.

Theoretical framework

We consider the work done by an electrical force that interacts with a test charge to change its position from position a to position b . We know from classical mechanics (**Feynman, Leighton, & Sands**, 1963; **Kittel, Knight, & Ruderman**, 1973; **Wells**, 1967) that the work done by a force to move an object from position a to position b is

$$W = \int_a^b \mathbf{F} \cdot d\mathbf{l}. \quad (1)$$

If there is a charge interacting with an electric field, then the force expression is $F = qE$. Here q is the electrical charge, and E is the magnitude of the electrical field. It is well known that the electrostatic force is conservative, thus, the total work is path independent, and depends only on the initial and final position of the electric charge in the field, that means, no matter what the election path is, the total work depends only on the initial and final positions of the electric charge in the field, that is $W = q(V(b) - V(a))$, where $V(a)$ and $V(b)$ are known as the electric potentials at positions a and b , respectively (**Griffiths**, 1999; **Wangsness**, 1997). For an individual charge, we say that it is moved from a far position in which the electric potential is zero, to a final position r from the origin of a coordinate system. In this form, the expression for the electric work is $W = qV(r)$. We will use this

last definition for all cases described later. If we study the case of two point charges, then the electrical work stored in the electric field is

$$W_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|}, \quad (2)$$

where ϵ_0 is electrical permittivity of vacuum, q_1, q_2 are point charges and $\vec{r}_1 = (x_1, y_1, z_1)$, $\vec{r}_2 = (x_2, y_2, z_2)$ are charge positions, respectively. We can say that electric charge number two has move to actual position in the presence of the field generated by electrical charge number one, mathematically, $W_1(\vec{r}_2) = q_2 V_1(\vec{r}_2)$ or vice versa, $W_2(\vec{r}_1) = q_1 V_2(\vec{r}_1)$. This last definition allow us to rewrite the expression for the potential energy for a system of N point charges at electrostatic equilibrium. Since the electric force is conservative, the potential energy for a system of N point charges at electrostatic equilibrium can be expressed as

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=2}^N \sum_{k=1}^{i-1} \frac{q_i q_k}{|\vec{r}_i - \vec{r}_k|}. \quad (3)$$

Another equivalent relation is

$$U = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N \frac{q_i q_k}{|\vec{r}_i - \vec{r}_k|}, \quad (4)$$

where the terms $i = k$ are omitted. If we rearrange terms we obtain

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N q_i V(\vec{r}_i), \quad (5)$$

with

$$V(\vec{r}_i) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^N \frac{q_k}{|\vec{r}_i - \vec{r}_k|}, \quad (6)$$

this last expression corresponds to the electric potential due to the k th charge system in the i th charge position, respectively (**Greiner**, 1998; **Griffiths**, 1999; **Wangness**, 1997).

Potential energy for a discrete arrangement of point charges

We consider the situation of a charge distribution consisting of several discrete point charges in a plane and located at the vertices of a polygon inscribed into an imaginary circle with radius a , and a single point charge out of the charge distribution plane and placed over the axis of the circle perpendicular to the plane. A similar approach is proposed in (**Antonov**, 2003).

We propose the potential energy of such charge distribution as the sum of three energetic terms that we call three dimensional energy u_{trid} , polygonal energy u_{polig} , and diametrical energy u_{diam} . The three dimensional energy refers to the sum of energy terms due to the interaction between the axial point charge at height h on the z axis, and the rest of the charges located in the plane of the circle in the xy plane. The polygonal energy is the sum of potential energy terms produced by the interaction of neighboring charges located on the circle. The diametrical energy is produced by the interaction of diametrically opposite charges, thus, the total potential energy is

$$U_{Total}(n) = u_{trid}(n) + u_{polig}(n) + u_{diam}(n), \quad (7)$$

where n corresponds to a potential energy dependence on an even natural number $\mathbb{N}$ of point charges. In order to generalize, we begin by considering the case of five point charges as

indicated in Fig. 1. For this configuration, the number of terms contributing to each energy type are provided by equations (8), (9), and (10).

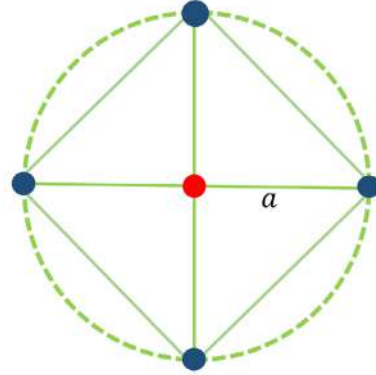


Figure 1. Top view of five point charges located at the vertices of a tetrahedron. The point charges in blue are located in the xy plane and inscribed into an imaginary circle of radius a . The point charge in red is located on the z axis along the axis of the circle.

$$u_{trid} = 4 \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{a^2 + h^2}}, \quad (8)$$

$$u_{polig} = 4 \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2a \sin \frac{\pi}{4}}, \quad (9)$$

$$u_{diam} = 2 \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2a}. \quad (10)$$

The terms corresponding to the u_{trid} energy result from taking the distance between point charge in the z axis and a charge in the plane by using the hypotenuse of the right triangle that is formed. The terms for the u_{polig} energy are obtained by accounting for all the inscribed diagonals that connect different vertices within the polygon. Since it is a regular polygon, it is possible to relate it to trigonometric functions based on the angles formed by the inscribed triangles within the same polygon. For the u_{diam} energy, it is sufficient to take the distance between pairs of charges that are diametrically opposed.

We can extend the system for $2n$ (with $n \in \mathbb{N}$) discrete point charges whose general equations are

$$u_{trid}(n) = n \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{a^2 + h^2}}, \quad (11)$$

$$u_{polig}(n) = n \sum_{k=1}^{\frac{n}{2}-1} \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2a \sin \left(\frac{k\pi}{n} \right)}, \quad (12)$$

$$u_{diam}(n) = \frac{n}{2} \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2a}. \quad (13)$$

We have taken an even number of charges since the inscribed polygons are symmetrical and allow for faster calculation. Moreover, for our purpose, symmetrical polygons converge to a circle for a very large number of charges n . To illustrate the mathematical induction process we include Table 1.

To better understand the energy contribution by each term in Eq. (7), we plot $u_{trid}(n)$, $u_{polig}(n)$ and $u_{diam}(n)$ in Fig. 2a. We see that the term $u_{polig}(n)$ contributes the most to

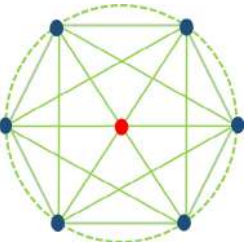
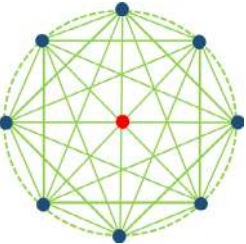
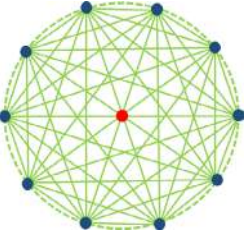
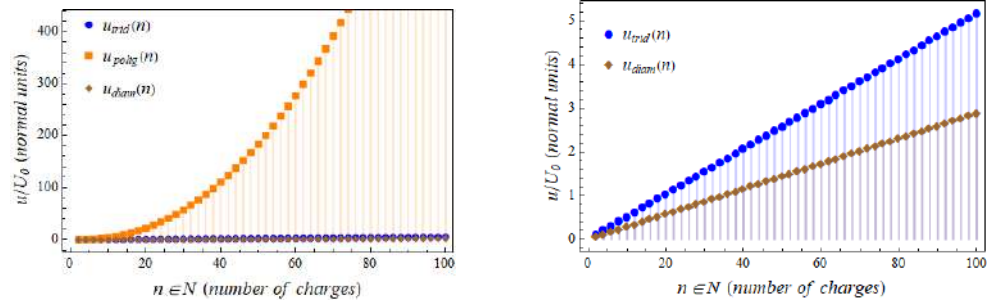
Charge configurations for $n = 6, 8, 10$	Energy contribution by the point charges located in the plane of the circle	Energy contribution by the point charge located in the axis of the circle at point $P(0, 0, h)$
	$u_{polig} = 6 \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \times$ $\sum_{k=1}^2 \frac{1}{2a \sin\left(\frac{k\pi}{6}\right)}$ $u_{diam} = 3 \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2a}$	$u_{trid} = 6 \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{a^2 + h^2}}$
	$u_{polig} = 8 \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \times$ $\sum_{k=1}^3 \frac{1}{2a \sin\left(\frac{k\pi}{8}\right)}$ $u_{diam} = 4 \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2a}$	$u_{trid} = 8 \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{a^2 + h^2}}$
	$u_{polig} = 10 \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \times$ $\sum_{k=1}^4 \frac{1}{2a \sin\left(\frac{k\pi}{10}\right)}$ $u_{diam} = 5 \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{2a}$	$u_{trid} = 10 \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{a^2 + h^2}}$

Table 1. Different circular charge configurations for $n = 6, 8, 10$ (in dark blue) and a point charge (in red) at height h on the axis of the circle.

the total potential energy $U_{Total}(n)$, and keeps increasing. In Fig. 2b, we plot $u_{trid}(n)$ and $u_{diam}(n)$ for a better comparison. Although the potential energy $U_{Total}(n)$ is apparently zero in the figure 3; when $n = 2$ corresponding to the lower case, the total potential energy value is of the order of 0.08, where we have taken $h = 2m$ and $a = 1m$.



(a) Potential energy terms $u_{trid}(n)$, $u_{polig}(n)$ and $u_{diam}(n)$ in dimensionless units. The term $u_{polig}(n)$ contributes the most to the total potential energy $U_{Total}(n)$.

(b) Potential energy terms $u_{trid}(n)$ and $u_{diam}(n)$ in dimensionless units.

Figure 2. Energy contribution to the potential energy as a function of even natural numbers n . The parameters have been rescaled and set to $q = |e^-|$, $h = 2m$ and $a = 1m$.

This discrete ring-type distribution allow us to classify the total amount of energy as the sum of three contributions. If we consider the interaction between all pairs of point charges, the $U_{Total}(n)$ diverges for large n as can be seen in Fig. 3. It is worth noticing that the increasing u_{polig} contribution is cut off in Fig. 2a but still remains increasing.

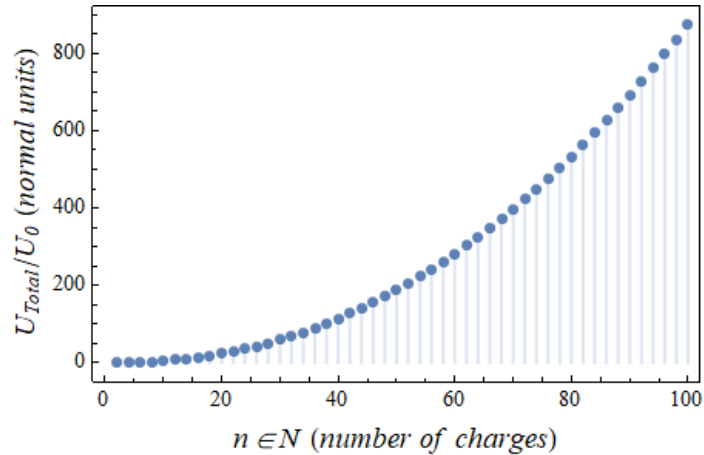
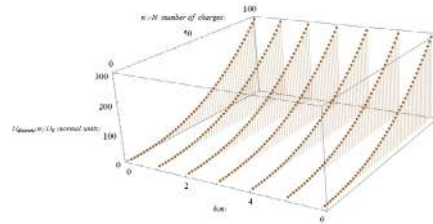


Figure 3. Normalized total potential energy $U_{Total}(n)$ as a function of even natural numbers n .

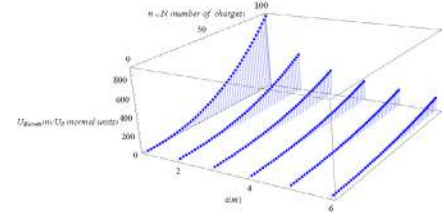
In Fig. 4a, a description of the energy behavior is shown as a function of the height h of the charge along the z -axis and the radius of the circle a where the polygon resulting from the distribution of discrete charges is inscribed. We observe that the energy variations are imperceptible with changes in height while keeping the radius fixed. Unlike the previous case, the energy of the discrete charge distribution with a fixed height and changing the radius of the circle where the geometric polygon of the charges is inscribed shows noticeable differences as the radius increases, as can be seen in Fig. 4b. We observe that as the charges move further apart from each other, in addition to moving away from the charge on the z -axis, the energy is expected to decrease.

For the figures presented in this work, as well as for the calculations, we have used SI units, and the potential energy has been normalized by a factor of $U_0 = 0.5 \times 10^{27} J$, i. e., results are presented in normalized units of U/U_0 . Units of height h , radius a and charges q are given in meters (m), meters (m) and Coulombs (C) units, respectively.



(a)

Total potential energy $U_{discrete}(n)$ as a function of even natural numbers n and height h for $h = 0, 1, 2, \dots, 6m$ and with $a = 3m$.



(b)

Total potential energy $U_{discrete}(n)$ as a function of even natural numbers and radius a for $a = 0, 1, 2, \dots, 6m$ and with $h = 4m$.

Figure 4. Description of the discrete arrangement of point charges as a function of height h , Fig. 4a, and radius a , Fig. 4b. We have set $q = |e^-|$ and all parameters have been rescaled to have normalized units.

The so called u_{trid} three dimensional energy contribution for the discrete case is compared with the following situations in next sections such as for a uni-dimensional continuous charged ring and a continuum charged torus. We observe that u_{polig} and u_{diam} correspond to the work needed to assemble the polygonal configuration of charges.

Electrostatic energy for a uniformly charged ring and a point charge

In this section, we consider a uniformly charged ring lying on the xy plane with a radius a and with a linear charge density λ . The ring's symmetry axis matches with the z axis and a point charge q is placed at a height h on the z axis.

The model is represented in Fig. 5 and the potential energy due to the system ring-point charge is calculated from

$$U = qV(\vec{r}_0), \quad (14)$$

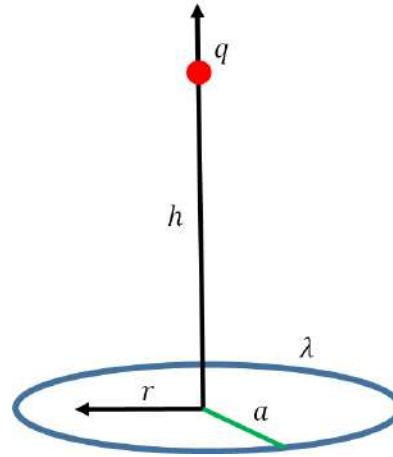


Figure 5. Geometrical configuration of an electrical charged ring of radius a and a point charge at height h on the ring's axis.

where the point charge q is located at point $\vec{r}_0 = (0, 0, h)$, and the electric potential $V(\vec{r}_0)$ is due to a continuous charge distribution on the ring with radius a whose expression is the continuum limit of Eq. (14). Nevertheless, it is important to note that Eq. (14) does not represent the energy of the configuration as a whole, but specifically applies to the ring-point charge scenario.

Even though the calculation of the electric potential of the ring can be pursued by a simple integral, as done in many electromagnetism textbooks, here we cite results for the more general case off-axis and evaluate in the limit on-axis case. In (Escalante, 2021), a similar configuration but for a ring without axial symmetry was developed. The case of a ring symmetry in electric potential calculations is extended to include disc and cylinder generalizations in (Charyyev & Shikakhwa, 2018). We based our results on a previous work developed in (Ciftja, Babineaux, & Hafeez, 2009; Good, 1999). Even though the calculation for the case $r = 0$ is straightforward and can be found in any basic electrostatics textbook, we consider that the approach taken there significantly lacks details for further investigations. In (Ciftja, Babineaux, & Hafeez, 2009), the axially symmetric electrostatic potential for a uniformly charged ring $V(r, z)$ is given as

$$V(r, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda 4a}{\sqrt{(r+a)^2 + z^2}} K\left(\frac{4ra}{(r+a)^2 + z^2}\right), \quad (15)$$

where (r, z) are cylindrical coordinates, a is the ring's radius, and the azimuthal angle ϕ has been omitted. Here

$$K(m) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - m \sin^2(\theta)}}, \quad (16)$$

is an elliptic integral of the first kind.

If we use equations (14) and (15) with $r = 0$ and $z = h$, the electric potential energy stored in the ring-point charge system is

$$U = qV(0, h). \quad (17)$$

With $\lambda = \frac{Q}{2\pi a}$, where Q is the total ring's charge, we can calculate the potential energy of the system U . In order to make a comparison with the discrete case discussed in the previous

section, we assume that total ring's charge is an integer n multiplied by the fundamental electron charge, i.e., $Q = n|e^-|$, then the potential energy becomes

$$U = \frac{q n |e^-|}{2 \cdot 4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\sqrt{a^2 + h^2}}, \quad (18)$$

where $K(0) = \frac{\pi}{2}$. Note that Eq. (18) matches exactly with Eq. (8) with $q = |e^-|$ and the corresponding graph of Eq. (18) should mirror $u_{\text{trid}}(n)$ in Fig. 2b. Even though these are different approaches to describe the ring-point charge configuration, we note that the results are equivalent; this is because in the limit of infinite charges in the polygonal configuration we obtain the continuous distribution of charge on the ring.

Electrostatic energy for a uniformly charged torus and a point charge

Another situation of interest and quite similar to those in the previous sections, corresponds to a uniformly charged torus and a point charge. Indeed, a torus is a geometrical configuration with circular symmetry, which in the appropriate limit, coincides with a charged ring. We consider a charge uniformly distributed on the surface of the torus, and calculate the electric potential at a point on its axial axis. The torus has a minor radius which is denoted by r and a major radius denoted by R (Hernandes & Assis, 2004; Tashayev, 2019). The torus is located on the xy plane and its axial symmetry axis coincides with the z axis as shown in Fig. 6.

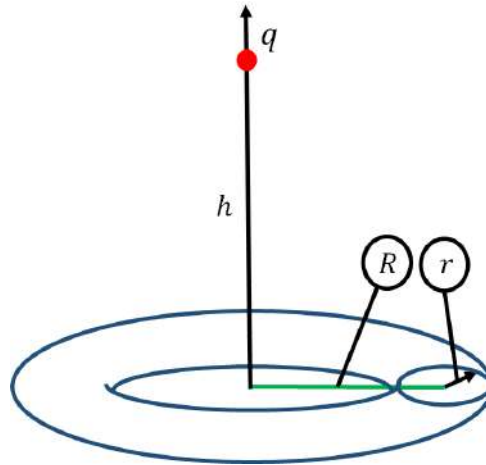


Figure 6. Torus with a uniform surface charge density and a punctual charge located at a height h on the axial z axis. The torus has a minor radius r and a major radius R .

The electric potential can be calculated using toroidal coordinates

$$x = a \frac{\sinh \eta \cos \varphi}{\cosh \eta - \cos \xi}, \quad (19)$$

$$y = a \frac{\sinh \eta \sin \varphi}{\cosh \eta - \cos \xi}, \quad (20)$$

$$z = a \frac{\sin \xi}{\cosh \eta - \cos \xi}. \quad (21)$$

The parameter a characterizes a ring with equations $x = a \cos \varphi$, $y = a \sin \varphi$, $z = 0$ as long as η goes to infinity. Here φ is the azimuthal angle. A constant parameter $\eta = \eta_0$, where $\eta_0 = \ln \left(\frac{R}{r} + \sqrt{\frac{R^2}{r^2} - 1} \right)$, describes the torus surface, thus, there are two regions: one internal identified with $\eta > \eta_0$, and one external with $\eta < \eta_0$. The electric potential for a uniform surface charge density on the torus in an exterior point, is given by

$$V(\eta < \eta_0, \xi, \varphi) = \sqrt{\cosh \eta - \cos \xi} \times \sum_{p=0}^{\infty} A_p \cos(p\xi) P_{p-\frac{1}{2}}(\cosh \eta), \quad (22)$$

where A_p are coefficients given by

$$A_p = \frac{\sqrt{2}A(2 - \delta_{0p})Q_{p-\frac{1}{2}}(\cosh \eta_0)}{\pi P_{p-\frac{1}{2}}(\cosh \eta_0)}, \quad (23)$$

and δ_{ij} is the Kronecker delta, which is zero for $i \neq j$ and one for $i = j$. The functions $P_{p-\frac{1}{2}}(\cosh \eta_0)$ and $Q_{p-\frac{1}{2}}(\cosh \eta_0)$ are known as Legendre polynomials of the first and second kind, respectively. Eq. (22) was reported in (Hernandes & Assis, 2003; Hernandez & Assis, 2004) and we use it to calculate the potential energy for the system torus-point charge.

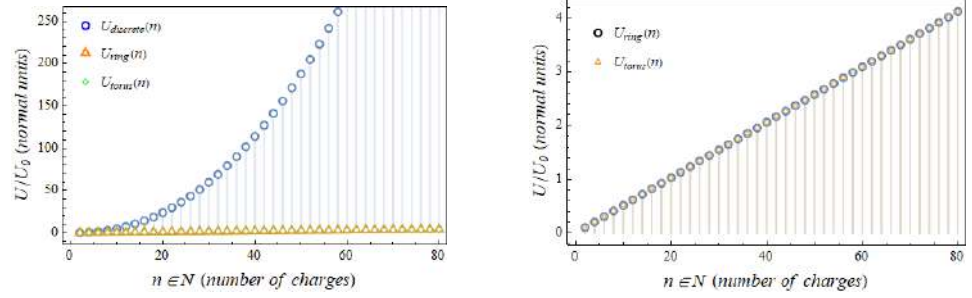
We are interested in the case when the minor radius r tends to zero, this is the situation when the torus corresponds to a charged ring. The limit $r \rightarrow 0$ is equivalent to choose $\eta_0 \gg 1$ and therefore $\cosh \eta_0 \gg 1$. Under this limit, we have $R \approx a$, and the coefficients in Eq. (23) are neglected except for $p = 0$, thus, the electric potential can be written as:

$$V(\eta, \xi, \varphi) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \sqrt{2}a} \times \sqrt{\cosh \eta - \cos \xi} P_{-\frac{1}{2}}(\cosh \eta). \quad (24)$$

In spherical coordinates, the last expression becomes (Hernandes & Assis, 2004):

$$V(\rho, \theta, \varphi) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{\left[(\rho^2 - a^2)^2 + 4a^2\rho^2 \cos^2 \theta \right]^{\frac{1}{4}}} \times P_{-\frac{1}{2}} \left(\frac{\rho^2 + a^2}{\left[(\rho^2 - a^2)^2 + 4a^2\rho^2 \cos^2 \theta \right]^{\frac{1}{2}}} \right). \quad (25)$$

Using Eq. (5) together with Eq. (25), if we choose $\rho = h$, $\theta = 0$, and having $P_{-\frac{1}{2}}(1) = 1$, we obtain Eq. (18) which is exactly the same as for the charged ring, and for the discrete system (11). In this situation, the total amount of charge has been set to $q = n|e^-|$ for the charge on the surface of torus distributed uniformly, and we have omitted the corresponding plot since it coincides exactly with (18). Here we observe again that different approaches lead to equivalent results. Both cases, ring-point charge and torus-point charge in the zero minor radius limit coincide with the total potential energy contribution. This is reflected in expressions (18) and (25), under appropriate limits, and they match also with $u_{trid}(n)$ in Fig. 2b.



(a) Electrostatic potential energies for the three cases studied, $U_{discrete}(n)$, $U_{ring}(n)$ and $U_{torus}(n)$ respectively, as a function of even natural numbers n . The potential energy for the discrete case, $U_{discrete}(n)$, grows at a higher rate than the other two cases involving continuous charge distributions.

(b) Electrostatic potential energies $U_{ring}(n)$ and $U_{torus}(n)$. The two continuous charge distributions have a non-zero potential energy and grow at the same rate as n increases. Here we have considered a torus with zero minor radius limit which coincides with the charged ring.

Figure 7. Electric potential energies, in dimensionless units, as a function of even natural numbers n . The parameters have been rescaled and set to $q = |e^-|$, $h = 2m$, $a = 1m$, $R \approx a$.

Figures 7a and 7b show the electrostatic potential energies for the three cases considered in this work: a discrete charge configuration, a charged ring, and a charged torus. In Fig. 7a, it can be seen that the energy contribution of the discrete charge system is considerably higher when accounting for the interactions between the discrete charges located on the xy -plane. The energy contributions of the ring-point charge and the torus-point charge systems coincide due to the symmetry and assuming the minor radius r of the torus is very small. The potential energy contributions of the charged ring and torus are not visible in Fig. 7a, thus, the potential energy for these two systems has been plotted in Fig. 7b.

It is important to note that the self-energies of both the ring and the torus have not been considered in this case. According to the work of (Ciftja, 2023), the energy stored in the ring is divergent and independent of the amount of charge accumulated in it. This prevents us from making a comparison with the discrete case, which is based on the methodology we have applied across the three cases as a function of the number of charges involved.

Let us recall that, in the case of the ring and the torus, the continuous charge distribution can always be expressed as a multiple of the elementary charge of the electron, which allows for a comparison of the three schemes. In the discrete charge distribution, the number of charges considered is countable, which enables the calculation of a finite energy value for the charges that form the polygon. This, however, is not the case for the ring and, consequently, for the toroid in the limit where the minor radius r tends to zero. We can think of the ring and the torus as a single entity that interacts with a point charge, as in the cases studied in this work. The energy of the system is defined as that which arises from considering the interaction between the point charge located at an axial point and the electrostatic potential produced by the ring or the torus at the same point. This is the method that has been employed in the three schemes analyzed.

Concluding Remarks

In this paper, we used the concept of electrostatic potential energy for different arrangements of electric charge with circular symmetry. Firstly, we analyzed a discrete set of point charges arranged in a polygonal figure, this configuration corresponds to an inscribed polygon within a circle; as we increase the total amount of discrete charges we approximate

to a ring-type distribution of charges. This discrete character of the ring-type distribution allowed us to split the total amount of energy as the sum of three contributions. We considered the interaction between a pair of point charges and the total potential energy diverged, as we expected.

A similar analysis was made for a uni-dimensional continuous charged ring and a continuous charged torus. The total contribution of the electrostatic potential energy for the three arrangements on a point charge located on a symmetry axis perpendicular to the plane of the charge distributions becomes equivalent no matter the nature of the geometrical disposition, nevertheless, we take into account just the so called u_{trid} three dimensional energy contribution for the discrete case; the terms u_{polig} polygonal energy and u_{diam} diametrical energy correspond to the work needed to assemble the polygonal charge distribution and do not account of the charge-ring interaction. It is worth noticing that even though the last two cases were for continuous charge distributions, the total amount of charge preserves the quantization law of electrical charge, thus, this allowed us to obtain the equivalence between the three distributions.

We would like to emphasize also, that the term u_{diam} in Eq. (10), remains constant regardless of the number of charges, which could also be demonstrated in the case of a continuous distribution. Given the symmetry of the configurations, it is natural to expect this behavior for the ring and toroid in diametrically opposite locations. In the discrete case, we have directly identified the diametrical contributions between the corresponding pairs of point charges by constructing the regular polygon. However, in the continuous case, the process of integration over the respective charge differentials is carried out implicitly during the integration process. It is not immediately evident that the energetic contributions from diametrically opposite charge differentials can be separated from those of adjacent charge differentials along the arc length of the ring during the integration process. A similar argument applies to the case of the toroid. The authors believe that further investigation into these contributions could be explored in an extension or future work of this article.

We observe that even in classical books such as (Feynman, Leighton, & Sands, 1963; Good, 1999; Griffiths, 1999; Kittel, Knight, & Ruderman, 1973; Wangsness, 1997), electrostatic potential energy for continuous charge distributions are done as integrals around the entire space and few examples for the inside and outside volumetric charge distributions are given. In addition, the case of a uni-dimensional continuous charge distribution such as a ring-type shape is not clear. We hope that this work further clarifies such charge configurations. For the last two continuous cases, the total amount of energy contribution coincides as we considered a torus thin enough (in the limit $r \rightarrow 0$) for the exterior potential region equivalent to a uni-dimensional charged ring.

Acknowledgment

We express our gratitude to the Engineering Department at CUCSUR for help granted. Furthermore, the authors wish to express their sincere gratitude to the anonymous reviewers for their contributions, which have significantly helped us improve the quality of this paper.

Author Contributions

Conceptualization, writing, and original draft preparation, O. Aguilar–Loreto; methodology and investigation of examples and physics implied, images editing, B. Ordaz; formal analysis and writing, review and editing, A. Muñoz. All authors have read and agreed to the published version of the manuscript.

Institutional Review Board Statement

Not applicable.

Informed Consent Statement

Not applicable.

Conflict of Interests

The authors declare that they have no affiliations with or involvement in any organization or entity with any financial interest in the subject matter or materials discussed in this manuscript

References

- Antonov, V.** (2003) Inequalities for electrostatic energy. *Technical Physics*, 48, 928–930. <https://doi.org/10.1134/1.1593202>
- Besley, E.** (2023) Recent developments in the methods and applications of electrostatic theory. *Accounts of Chemical Research*, 56(17), 2267–2277. <https://doi.org/10.1021/acs.accounts.3c00068>
- Brinck, T., Borrfors, A. N.** (2022) The importance of electrostatics and polarization for noncovalent interactions: Ionic hydrogen bonds vs ionic halogen bonds. *Journal of molecular modeling*, 9(28), 275. <https://doi.org/10.1007/s00894-022-05189-6>
- Charyyev, A., Shikakhwa, M. S.** (2018) Ring symmetry in electric potential calculation extended to discs and cylinders. *European Journal of Physics*, 39(6), 065204. <https://doi.org/10.1088/1361-6404/aae357>
- Ciftja, O., Babineaux, A., Hafeez, N.** (2009) The electrostatic potential of a uniformly charged ring. *European Journal of Physics*, 30(3), 623. <https://doi.org/10.1088/0143-0807/30/3/019>
- Ciftja, O.** (2023) Stored electrostatic energy of a uniformly charged annulus. *Journal of Electrostatics*, 122, 103794. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.elstat.2023.103794>
- Escalante, F.** (2021) Electrostatic potential and electric field in the z axis of a non centered circular charged ring. *European Journal of Physics*, 42(6), 065703. <https://doi.org/10.1088/1361-6404/ac221c>
- Feynman, R. P., Leighton, R. B., Sands, M.** (1963) *The feynman lectures on physics, vol. i: The new millennium edition: Mainly mechanics, radiation, and heat*. Basic Books.
- Good, R. H.** (1999) *Classical electromagnetism*. Saunders College Publishing.
- Greiner, W.** (1998) *Classical electrodynamics*. Springer New York.
- Griffiths, D. J.** (1999) *Introduction to electrodynamics*. Pearson Education.
- Hernandes, J. A., Assis, A. K. T.** (2003) Electric potential for a resistive toroidal conductor carrying a steady azimuthal current. *Physical Review E*, 68, 046611. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.68.046611>
- Hernandes, J. A., Assis, A. K. T.** (2004) Surface charges and external electric field in a toroid carrying a steady current. *Brazilian Journal of Physics*, 34, 1738–1744. <https://doi.org/10.1590/S0103-97332004000800041>
- Kittel, C., Knight, W. C., Ruderman, M. A.** (1973) *Berkeley physics course: Mechanics*. McGraw-Hill.

- Maleki, M., Vasudev, G., Rueda, L.** (2013) The role of electrostatic energy in prediction of obligate protein-protein interactions. *Proteome Science*, 11((Suppl 1)). <https://doi.org/10.1186/1477-5956-11-S1-S11>
- Tashayev, Y. N.** (2019) Paraxial approximation of the electrostatic potential of a charged nonconducting torus. *Journal of Physics: Conference Series*, 1400(4), 044034. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1400/4/044034>
- Wangsness, R.** (1997) *Campos electromagnéticos*. Limusa.
- Wells, D.** (1967) *Schaum's outline of lagrangian dynamics*. McGraw-Hill.
- Whittaker, E. T.** (1917) *A treatise on the analytical dynamics of particles and rigid bodies*. Cambridge University Press.

Artículo original

Malvaceae neotropicae novae vel minus cognitae XIII. Una nueva especie de *Phragmothea* (Malvaceae) de Panamá, y notas sobre el género

Malvaceae neotropicae novae vel minus cognitae XIII. A new species of *Phragmothea* (Malvaceae) from Panama, and notes on the genus

✉ José Luis Fernández-Alonso

Real Jardín Botánico, RJB-CSIC, Madrid, España

Resumen

Se describe e ilustra una especie nueva de *Phragmothea* (Malvaceae), documentada a partir de unas pocas colecciones provenientes de la zona central de Panamá. Se comenta su distribución y se discute su afinidad con *Phragmothea hydra*, especie poco conocida del litoral Pacífico de Colombia. Se incluye una diagnosis enmendada (actualizada) del género y nueva información taxonómica y corológica de cuatro de las especies conocidas. Se incluye una clave para la identificación de las especies hasta ahora reconocidas en *Phragmothea*.

Palabras clave: Malvaceae, *Matisia*, Matisieae, Mesoamérica, *Phragmothea*

Abstract

A new *Phragmothea* (Malvaceae) species, documented from scarce collections from central Panama, is described and illustrated. Its distribution and affinity with *Phragmothea hydra*, a little-known species from Colombia's Pacific coast, are discussed. An amended (updated) diagnosis of the genus, along with new taxonomic or chorological information on four of the already known species of the genus are included. An identification key of the species recognized in the genus is included.

Keywords: Malvaceae; *Matisia*; Matisieae; Mesoamerica; *Phragmothea*.

Introducción

El género neotropical *Phragmothea* Cuatrec. incluye por lo menos once especies distribuidas desde el oriente de Panamá, Colombia y Ecuador hasta el centro de Perú (Alverson, 1991; Fernández-Alonso, 1996; Fernández-Alonso *et al.*, 2017). Juntamente con *Matisia* Bonpl. y *Quararibea* Aubl., se la ha considerado tradicionalmente como parte de la tribu Matisieae K. Schum., tratada generalmente dentro de la subfamilia Bombacoideae Burnett de la familia Malvaceae s.l. (Fernández-Alonso, 1996; Bayer *et al.*, 1999; Fernández-Alonso, 2011). Sin embargo, aún no hay claridad sobre su ubicación a nivel de subfamilia dentro de Malvaceae (Baum *et al.*, 2004; Nyffeler *et al.*, 2005; Richardson *et al.*, 2015; Carvalho-Sobrinho *et al.*, 2016; APG IV, 2016).

Durante los trabajos de revisión de colecciones de Malvaceae en herbarios de Panamá en los años 1998, 2001 y 2014, se estudió con cierto detalle material referible a una nueva especie de *Phragmothea*, previamente identificada en herbario como *Matisia cordata* Bonpl. Después se tuvo acceso a nueva información proveniente de la región minera del distrito de Donoso (colecciones y fotografías tomadas por Rodolfo Flores, PMA), material que fue asociado con este mismo taxón aún desconocido. Por último, se

Citación: Fernández-Alonso JL. *Malvaceae neotropicae novae vel minus cognitae XIII. Una nueva especie de *Phragmothea* (Malvaceae) de Panamá, y notas sobre el género.* Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. 49(190):44-58, enero-marzo de 2025. doi: <https://doi.org/10.18257/raccefyn.3128>

Editor: Luz Esperanza Guerra González

Correspondencia:
José Luis Fernández-Alonso;
jlfernandez@rjb.csic.es

Recibido: 5 de diciembre de 2024
Aceptado: 3 de febrero de 2025
Publicado en línea: 5 de marzo de 2025



Este artículo está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-Compartir Igual 4.0 Internacional

encontró información sobre una colección asignable a esta especie de árbol en una tercera localidad, en la región de Parque Chagres (Provincia de Panamá), tratada igualmente bajo el nombre de *Matisia cordata* (Pérez y Condit, 2024). Completamos aquí el estudio de estos materiales y proponemos una especie nueva en territorio panameño considerada afín a *Phragmotheca hydra* Fern.Alonso, ya descrita en el litoral Pacífico de Colombia. Se incluye también una descripción genérica actualizada, ajustada a los rangos de variación actualmente conocidos de algunos caracteres que se comentan más adelante. Se incluye, asimismo, nueva información taxonómica y corológica sobre cuatro especies del género y se presenta una clave actualizada para las especies hasta ahora descritas en el género *Phragmotheca*.

Materiales y métodos

En el marco de la revisión de la tribu Matisieae que se viene adelantando, se estudiaron nuevas colecciones del género *Phragmotheca* de Panamá y del norte de Sudamérica provenientes de los herbarios BR, CHOCO, COL, CUVC, F, FMB, G, HUA, K, JAUM, L, MA, MEDEL, MO, PMA, SCZ, TOLI, TULV, U, UDBC, US y VALLE (acrónimos según Thiers, 2024). También se tuvo acceso a algunas fotografías de campo facilitadas por Rodolfo Flores (PMA) y a las imágenes de las colecciones de referencia del Centro de Ciencias Forestales del Trópico (CTFS[ForestGeo]) donde se encontró nueva información sobre la especie nueva que aquí se describe.

Para el estudio morfológico y la terminología descriptiva, se siguió la metodología ya referida en contribuciones anteriores (Fernández-Alonso, 1996, 2001; Fernández-Alonso y Campos-Pineda, 2024). Las fotografías de acercamiento (indumentos y detalles de estructuras florales) se tomaron con lupa binocular Nikon SMZ645 y lente de 100× acoplada a una cámara Canon PowerShot SX260HS, en tanto que el montaje de las láminas ilustrativas se hizo con Adobe Photoshop 2022. Para determinar el estado de conservación se tuvieron en cuenta las categorías y criterios de la Lista Roja de la IUCN (2022).

Resultados

A continuación se presenta una descripción genérica actualizada que incorpora algunos rangos nuevos de variación para caracteres como los domacios, las inflorescencias, el color de la corola y el número de tecas por rama estaminal, los cuales se ajustan a la variación encontrada en las numerosas muestras revisadas con respecto a la referida para el género en anteriores tratamientos (Alverson, 1991; Fernández-Alonso, 1996).

Diagnosis y circunscripción morfológica actualizada de *Phragmotheca*

Hábito arbóreo, incluyendo árboles medianos o grandes de hasta 45 m; **hojas** simples, ovadas a suborbiculares o cordadas; láminas con ocasionales domacios membranosos y a la vez barbados en su margen distal, asociados a la intersección de las venas basales con las venas secundarias de la hojas en el envés (*P. mammosa*, *P. prolifera*); **flores** opositifolias o a veces agrupadas en braquiblastos cortos o muy ramosos siguiendo un patrón dicotómico en zonas subterminales de las ramas (*P. ecuadoriensis*, *P. prolifera*), con floración ininterrumpida, que recuerda las formaciones nodosas que se presentan en las inflorescencias caulinares de *Matisia* sect. *Matisia* (Fernández-Alonso, 2001). Flores actinomorfas o a veces ± zigomorfas; **cáliz** tubular a campanulado, 3–5 lobado distalmente, persistente, con frecuencia acrescente, cupular o pateliforme en el fruto; **corola** con pétalos ± espatulados, blancos, amarillentos o menos frecuentemente, anaranjados o rojos; **androceo** con tubo estaminal apicalmente 5–digitado, ramas estaminales (lóbulos alargados), cada uno con 2–6 tecas sésiles rectas o vermiformes, transversalmente septadas y con dos series longitudinales de fovéolas; **gineceo** con ovario 5–locular, estigma capitado, incipientemente lobado, o a veces alargado y oblicuamente dispuesto; **fruto** drupáceo, con exocarpo coriáceo, mesocarpo carnoso-fibroso; con cinco pirenos de endocarpo leñoso, de paredes gruesas, generalmente con 1–2 pares de gruesas costillas o proyecciones laterales y longitudinales (Fernández-Alonso, 1996), a veces

ausentes o levemente lobulado-surcadas en sección transversal (*P. hydra*, *P. mambitana*, *P. sidereotricha*); **semilla**, generalmente 5 desarrolladas, raramente menos; cotiledones aplanados o doblados (de tipo criptocotilar).

***Phragmothea prolifera* Fern.Alonso, sp. nov. (Figuras 1-5)**

Tipo: PANAMÁ. **Provincia de Colón**, bajo el río Guanche, árbol caído (fl., fr.), 23 ago 1972, R. L. Dressler 4222 (holotipo PMA 5945, isotipos DUKE, F, n.v.).

Diagnosis. Similar to *Phragmothea hydra* Fern.Alonso, but differs because the new species has broadly ovate to suborbicular leaf blades, membranous-chartaceous and with a slightly blistered surface on the upper side (vs. cordate, coriaceous leaf blades and not blistered surface on the upper side in *P. hydra*); floral pedicels with linear bracteoles 8-10 mm long (vs. tiny ovoid bracteoles, 2 mm long in *P. hydra*); floral calyx more or less flared at anthesis, 12-15 mm wide distally (vs. floral calyx cylindrical at anthesis, 6-7 mm wide distally); fruit ovoid to ellipsoid, apiculate-mammilate, 60-70 x 50-55 mm and apiculum 8-15(-20) x 10-15 mm, plants from Panama (vs. fruit broadly obovate, flattened and compressed at apex, 50-60 x 60-62 mm, plants from the Pacific coast of Colombia).

Árboles hasta de 20 o más m de alto. **Ramas** jóvenes de 8-10 mm de diámetro, con corteza externa marrón pálido a grisácea, gruesamente lenticelada; ramitas terminales gris-verdoso (en vivo), marrón-ferrugíneo en seco, con sección más o menos circular, de 5-7 mm de diámetro, lenticeladas, levemente asurcado-estriadas longitudinalmente, y generalmente con indumento estrellado-ferrugíneo conspicuo. **Yemas** terminales por lo general poco compactas, con 3-5 catáfilos dispuestos radialmente, con las partes distales divergentes (**Figuras 1A, B, 2B**); catáfilos anchamente triangulares, rara vez ovados, adelgazados distalmente, de 5-10 x 3-4 mm de ancho en su base; con indumento denso, marrón-ferrugíneo (en seco), generalmente muy fino, estrellado-fasciculado o más raramente tomentoso. **Hojas** alternas, generalmente agrupadas al final de las ramas; **estípulas** inconspicuas, triangulares, prontamente caducas; **pecíolos** de (30-)40-80 x 3-4 mm, con doble pulvínulo, verde-amarillento (en fresco), el proximal poco marcado, flexionado y longitudinalmente estriado (en seco); pulvínulo distal más notorio, de 15 x 3-4 mm, marrón verdoso en vivo y marrón oscuro en seco; con indumento marrón, fino, estrellado-fasciculado o a veces largo, tomentoso-fasciculado, o ligeramente floccoso; **láminas** discoloras, verde oscuro por el haz y verde oliva por el envés, con venación amarillenta muy marcada en el envés (en vivo); marrón oscuro en haz y marrón café en envés (en seco); membranoso-cartáceas, ligeramente bulladas y lustrosas por el haz, anchamente ovadas a suborbiculares, de (10-)15-21 x 8-17 cm de longitud, el ápice obtuso, la base cordada, con senos basales de (6-)10-20 mm de alto; el margen entero; con tres **venas** basales y dos más, poco notorias, -una a cada lado- (**Figuras 1A, 2A**); ocasionalmente, con 1-2 venas adicionales, submarginales y muy poco conspicuas; generalmente broquidódromas hacia el margen foliar; venas secundarias, 3-4 pares, erecto-patentes, a ambos lados de la vena media, generalmente opuestas o subopuestas y distalmente broquidódromas; excavadas en haz y resaltadas en envés; venación terciaria paralela y también broquidódroma en el caso de las venas que ocupan posición marginal; venación de cuarto y quinto orden reticulada y marcada en el envés; con **domacios** (**Figuras 1D, 2C, 5C**) en la confluencia de la vena media con varias de las venas secundarias; también raramente presentes en la segunda y tercera venas basales, en la confluencia de sus respectivas venas secundarias; domacios sacciforme-membranosos, triangulares y densamente barbados en la ancha apertura distal; marrón-amarillento (en seco), con pelos estrellados, rígidos y largos, de cerca de 2 mm de longitud, de pocos radios; **indumento** en haz y envés marrón-amarillento (en vivo), de pelos estrellado-fasciculados, de 4-8 radios largos, disperso en el haz y más notorio y abundante en el envés, principalmente en las venas. **Flores** dispuestas de forma agrupada en ramitas cortas subterminales, generalmente ramificado-bifurcadas, a veces también en entramados nodosos, de hasta 4-6(-8) cm de diámetro, intrincados, de aspecto dicotómico (**Figuras 1K, 4C, 5D, E**), ubicados en ramas más gruesas; agrupaciones con

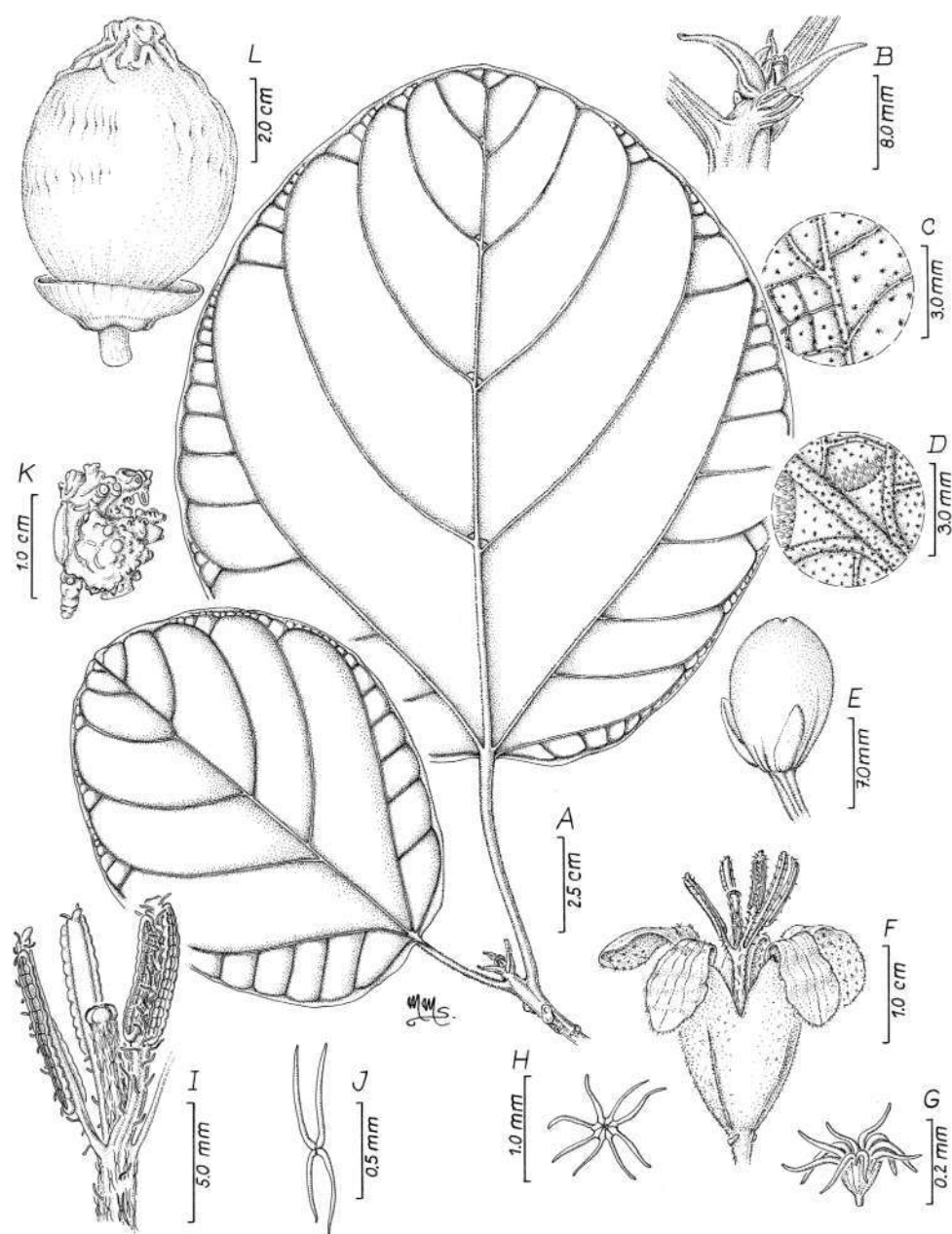


Figura 1. *Phragmothea prolifera* Fern.Alonso **A.** Ápice de una rama con hojas y yema terminal. **B.** Yema terminal con primordios foliares y estipulares. **C.** Detalle del indumento disperso en el haz. **D.** Indumento en la zona central del envés foliar que muestra los domacios membranosos ubicados en la confluencia de la vena media con las venas secundarias. **E.** Botón floral con las bractéolas lineares ubicadas en la base del cáliz, en la zona distal del pedicelo. **F.** Flor en vista lateral que muestra los lóbulos del cáliz, los pétalos recurvados en la antesis, la columna y ramas estaminales y el estilo central. **G.** Indumento de tipo fasciculado de la cara externa del cáliz. **H.** Indumento de tipo estrellado de la cara externa de la corola. **I.** Detalle de las ramas estaminales con las tecas septadas, el indumento disperso de pelos gruesos y, en posición central, el estilo rematado en un estigma globoso-lobado. **J.** Indumento estrellado de pocos radios del estilo. **K.** Detalle de las nudosidades de las ramas donde se desarrollan los grupos de flores fasciculado-dicotómicos. **L.** Fruto maduro en vista lateral, acompañado del cáliz circuncisil y pateliforme. Ilustrado a partir de la colección tipo R.L. Dressler 4222 (holotipo PMA 5945).

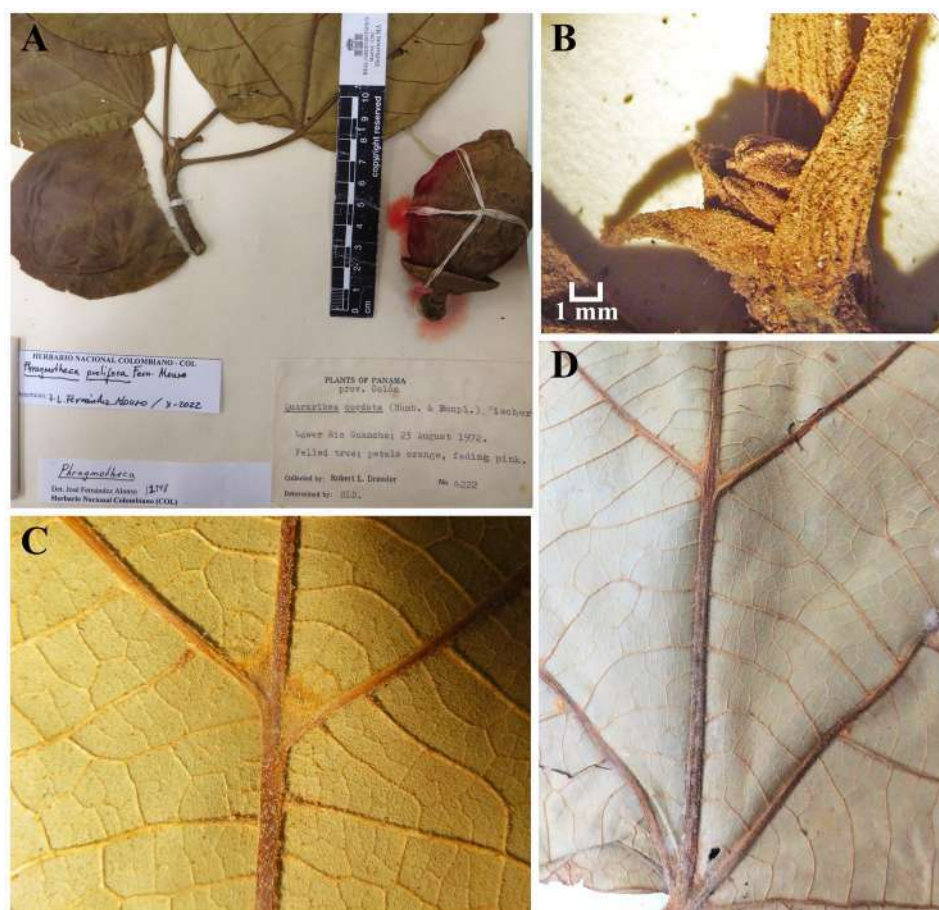


Figura 2. *Phragmothea prolifera* Fern.Alonso. **A.** Colección tipo Dressler 4222 (holotipo PMA 5945). **B.** Yema terminal en el ápice de una rama, con catáfilos cubiertos de denso indumento estrellado-fasciculado. **C. - D.** Base de una lámina por el envés que muestra las venas basales y los domacios membranosos en posición axilar en la confluencia de las venas basales con las venas secundarias erecto-patentes.

hasta 20-30(-35) flores en diferente estado de desarrollo, incluidos numerosos botones jóvenes; **pedicelo** floral de 6-10(-12) mm de longitud y 1,5-2 mm de grosor, con tres bractéolas subiguales (**Figuras 3B, 4D**) ubicadas al final del pedicelo en la base del cáliz, bractéolas lineares o linear-lanceoladas, arqueado ascendentes, de (6-)8-10 x 1,5-2 mm en su base, prontamente caducas, densamente cubiertas al igual que el pedicelo de indumento estrellado-tomentoso, fino, marrón pálido (en seco); **botón floral** (**Figuras 1C, 3B, 4D**) verdoso-marrón o marrón café (en vivo), obovoide a estrechamente obovoide, obtuso en el ápice, densa y finamente equinado-tomentoso y ligeramente flocoso-tuberculado; **cáliz** floral triangular acampanado, ancho, de 14-18 x 13-15 mm, rasgado distalmente en 3-5 lóbulos desiguales, anchamente triangulares, agudos, de 3-5 mm de longitud (**Figuras 1F, 3A, C**); la cara externa ferrugínea, con indumento tuberculado-fasciculado, en el interior indumento adpreso-seríceo; **corola** amarillo crema a amarillo-anaranjado, los pétalos lineares en su mitad inferior y anchamente obovado-espátulados en su mitad distal, de 26-32 mm de longitud y 6-8 mm de ancho en la zona distal y cerca de 2 mm en la uña y tercio basal; pétalos reclinado-recurvados en la antesis, glabrescentes en la cara adaxial y densamente seríceo blanquecinos en la cara externa; **androceo** ligeramente zigomorfo al inicio y marcadamente zigomorfo al final de la antesis, con **columna estaminal** de 15-18 x 1,5 mm, con pelos largos multicelulares, dispersos en la parte distal (pelos moniliformes),

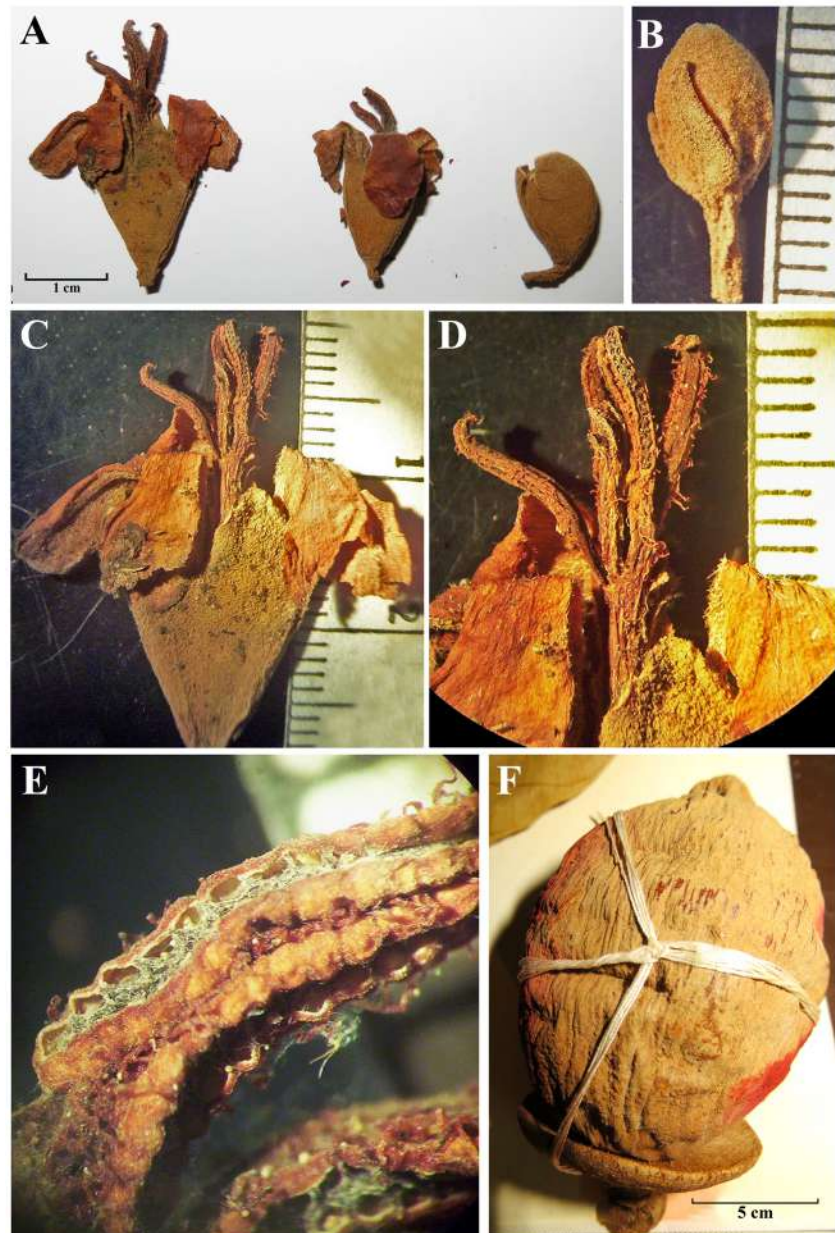


Figura 3. *Phragmothecha prolifera* Fern.Alonso. Detalles de la colección tipo Dressler 4222 (holotipo PMA 5945). **A.** Dos flores en antesis (vista lateral) con el cáliz anchamente tubular acampanado y un botón floral obovoide. **B.** Detalle de un botón floral con las amplias bractéolas en posición distal en el pedicelo, con indumento equinado-tomentoso. **C.** Flor en vista lateral mostrando los pétalos recurvados y el androceo en posición central. **D.** Parte superior de la columna estaminal y las ramas estaminales uncinadas distalmente, con el indumento y las tecas muy alargadas, características. **E.** Tecas pareadas y abiertas que muestran los septos y foveolas. **F.** Fruto maduro en vista lateral, acompañado del cáliz acrecente y pateliforme.

también algunos pelos estrellados, de pocos radios y largos (**Figuras 11, J, 3D**); **ramas estaminales**, 5, similares entre sí, lineares, erectas o erecto-patentes, dispuestas de modo más o menos regular (subactinomorfo) al inicio de la antesis y de modo marcadamente unilateral (zigomorfo) al final de esta, planas y glabrescentes en la cara interna, incurvo-uncinadas en la zona distal, de (6-)7-9 × 1,5 mm, con dos tecas por rama, largas y dispuestas

de modo paralelo en la cara externa de la rama, separadas por una banda pilosa, tecas de $6-7 \times 1,5$ mm, septadas, de apertura extrorsa, con dos series longitudinales de pares de fovéolas muy conspicuas, con pelos gruesos dispersos de aspecto glandular, ciliado-papilosos (pelos multicelulares moniliformes) en la base de la rama y en el surco que separa las dos tecas (**Figuras 1I, 3E**); **gineceo** con el **estilo** filiforme, que no sobrepasa y solo alcanza la zona media de las ramas estaminales, de 22-24 mm de longitud total y cerca de 1 mm de diámetro, estriado longitudinalmente, con indumento estrellado muy fino en la porción distal; **estigma** ligeramente capitado, gruesamente 5-lobado, de 1,5 mm de diámetro, ovario con 5 carpelos. **Pedúnculo fructífero** grueso, cilíndrico, de 10-15 mm de longitud y hasta (6-)8-10 mm de grosor. **Cáliz fructífero** marrón claro (en vivo), cuando inmaduro recubre el fruto hasta la mitad, cupulado-glandiforme, con la superficie llamativamente tuberculado-lenticelada (**Figuras 4C, F, 5F**); en la madurez, ensanchado-pateliforme, de margen uniforme y aspecto circuncisil, de (40-)45-50 mm de diámetro y cerca de 7-9 mm de grosor, ubicado en la base del fruto, con los márgenes ligeramente dislacerados. **Fruto** drupáceo (**Figuras 1L, 3F**), ovoide-elipsoide, apiculado-mamillado, de 60-70(-80) $\times$ 50-55 mm, el apículo truncado de 8-15(-20) $\times$ 10-15 mm; exocarpo marrón claro en la madurez (en vivo), fasciculado-lepidoto, muy fino; **pirenos** no vistos.

Etimología. El nombre hace referencia a la presencia de numerosas flores agrupadas en formaciones nodosas, con abundantes ramitas cortas en las zonas subterminales de las ramas o ramitas, lo que en cierto modo recuerda las especies de *Matisia* sect. *Matisia* (Fernández-Alonso, 2001).

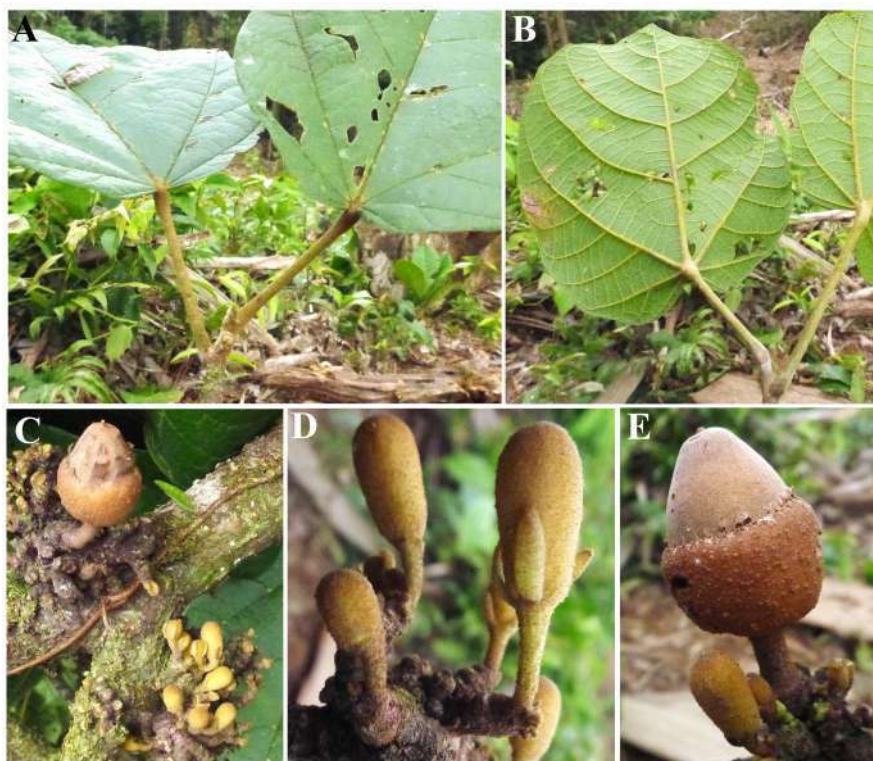


Figura 4. *Phragmotheke prolifera* Fern.Alonso. De la colección Flores 3476 (PMA). **A.** Ápice de rama con hojas vistas por el haz que muestra los notorios pulvínulos distales. **B.** Hojas vistas por el envés, con venación de 1°, 2°, 3° y 4° orden, amarillenta, claramente resaltada. **C.** Aspecto de las formaciones nodoso-ramosas de las inflorescencias caulinares ubicadas en las ramas, con numerosos botones florales y un fruto joven. **D.** Pedicelos florales con las notorias bractéolas distales y el botón floral desarrollado. **E.** Fruto incipientemente desarrollado, con el cáliz cupular rugoso-tuberculado, recubriéndolo parcialmente. Fotografías de Rodolfo Flores, tomadas en Colón, Distrito de Donoso.

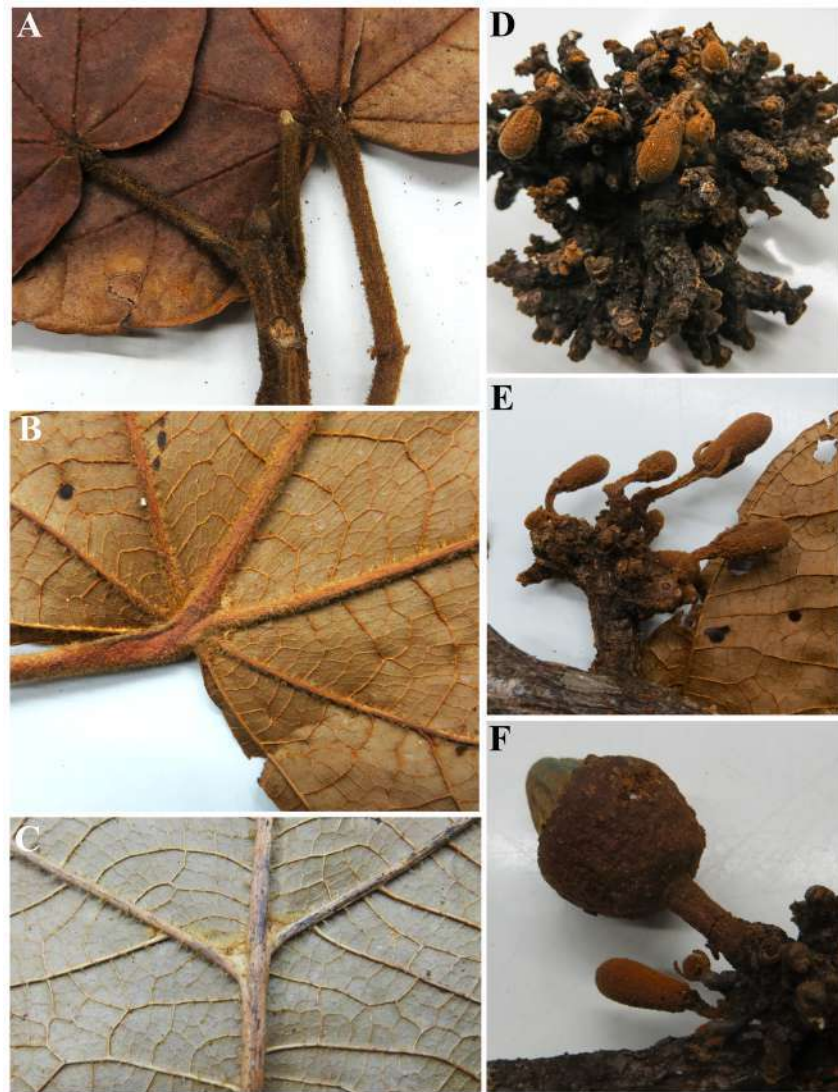


Figura 5. *Phragmothea prolifera* Fern.Alonso. Pliegos de herbario Flores 3476 (PMA 140431 y PMA 140432). **A.** Ápice de rama con yema terminal, peciolo y base de láminas vistas por el haz, que muestra los senos basales y la venación impresa. **B.** - **C.** Láminas vistas por el envés que muestran la venación resaltada, el indumento y un domacio membranoso muy notorio en la confluencia de las venas. **D.** - **E.** Detalle de las formaciones nodoso-ramosas de las inflorescencias caulinares y los pedicelos florales con las bractéolas aun presentes. **F.** Detalle de un fruto joven acompañado de botones florales jóvenes en la misma inflorescencia

Distribución, hábitat y estado de conservación (IUCN). Sólo conocida de cuatro localidades en las provincias de Colón y Panamá, donde crece en bosque húmedo de tierras bajas (por debajo de los 500 m), en ambientes de bosque primario. Según la información de campo, esta especie parece estar asociada a bosques de ladera, alledaños a quebradas y fuentes de agua (Martínez 1911, Donoso, Colón). Dado que solo se cuenta con información de campo incipiente sobre la abundancia y las posibles amenazas debidas a la transformación del hábitat, de forma preliminar se clasificó esta especie en la categoría DD (datos insuficientes) en el marco de los criterios de la IUCN (2022). En este sentido, se alerta sobre la urgencia de evaluar la especie en campo para su oportuna categorización de acuerdo con los criterios vigentes de la IUCN.

Fenología. La mayoría de los registros conocidos (de agosto, noviembre y enero) presentaban flores en distintos estados de desarrollo y, simultáneamente, frutos. Aunque en los otros dos registros se indica la presencia de flores (febrero) y frutos (marzo) -a veces recogidos del suelo-, interpretamos que el comportamiento fenológico de esta especie correspondería a un estado ininterrumpido de floración, con presencia de flores y frutos en diferentes estados de desarrollo, similar a lo que se observa en el zapote cultivado (*Matisia cordata*) y en muchas otras especies de la sección *Matisia* (Fernández-Alonso, 2001).

Nombres comunes y usos. Estos no son conocidos. En uno de los registros de la provincia de Panamá (Pérez y Condit, 2024 [CTFS]), por la morfología de sus frutos, el árbol se asoció erróneamente con la especie del zapote comestible (*Matisia cordata* Bonpl.) especie tipo del género *Matisia*, y con su nombre mas usual "zapote" (Alverson, 1989; Fernández-Alonso, 2001).

Notas taxonómicas. Dentro del género *Phragmotheca*, *P. prolifera* presenta una combinación de caracteres muy peculiar: hojas con láminas membranosas-cartáceas, ligeramente bulladas, con 3 venas basales y 2-4 submarginales menos importantes, 3-4 venas secundarias a cada lado de la vena media; domacios membranosos y a su vez barbados, ubicados en la confluencia de la vena media, o de las tres basales, con varias de las venas secundarias; pedicelos florales de 6-10(-12) mm de longitud, con tres bractéolas conspicuas en la base del cáliz, lineares, de 8-10 × 2 mm; cáliz floral acampanado en la antesis, de 14-17 de largo y 13-15 mm de ancho en la zona distal; columna estaminal de 15-18 mm de longitud, ramas estaminales de (6-)7-9 mm de longitud, con solo 10-12 tecas en total (generalmente 2 por rama); cáliz fructífero pateliforme, lenticular, de (40-)45-50 mm de diámetro; fruto de 6-7,7 × 5-5,5 cm, anchamente elipsoide-fusiforme, mamillado, con apículo de 8-15(20) × 10-15 mm. Entre las especies descritas muestra mayor afinidad con *P. hydra* en cuanto a la morfología general de la hoja y del androceo de escasas tecas, pero se diferencia bien por sus hojas membranosas-cartáceas y ligeramente bulladas, sus bractéolas lineares de mayor tamaño, sus cálices acampanados y sus frutos elipsoides marcadamente apiculados-mamillados.

Especímenes adicionales examinados. PANAMÁ. Provincia de Colón. Distrito de Donoso, área de la zona minera Chicheme, cerca del campamento principal, 8° 51'N 80°38'O, 102 m, árbol de ca. 20 m, talado, flores en botón, (fl,fr), 1 nov 2013, R. Flores & al. 3476 (MA, MO BC:2907865/A:6642183; PMA 140432, PMA 140431); ibídem, área de la Reserva Natural Río Caimito, bosque primario, 8°57'N 80°41'O, 71 m, árbol de 15 m, botones florales (fl), 19 feb 2020, K. Flores 187 & B. Fuentes (PMA 130805); ibídem, Reserva Natural Río Caimito, en laderas a orillas de quebrada, 8°56'N 80°42'O, 91 m, árbol de 20 m, flores amarillas y fruto color chocolate (fl,fr), L. Martínez & al. 1911 (PMA 134585). Provincia de Panamá. Punto de unión entre el río Chagres y el Chagrecito, 400 m, árbol, (fr), mar 2002, R. Pérez & al. s.n.; Colección ForestGEO [CTFS]. [sub. *Matisia cordata* Bonpl.]. Vistas en imágenes digitales R. Pérez 3578, 3579, 3580, 3581!.

Notas taxonómicas y corológicas sobre otras especies de *Phragmotheca*

1-- *Phragmotheca fuchsii* Cuatrec., Phytologia 20: 472, fig. 3 1971 (Figuras 6A, B). Especie endémica de la región de Baudó, en la zona central del departamento del Chocó, conocida hasta la fecha por la colección tipo *Fuchs & Zanella 21944* (holotipo US 00007845, US 00007846; isotipos COL 000002485, COL 000002486, U 0046330), provista solo de frutos. Reconocible por sus hojas membranosas estrechamente obovadas a elípticas, con pedúnculos fructíferos medianamente largos (de 30-35 mm) y frutos grandes, depreso-globosos de 9-10 cm de anchura. Se incluyen aquí dos nuevos registros, ambos de la región de Tutunendó en el Chocó, que asignamos a esta especie. Dado que una de estas colecciones presenta información sobre sus flores en antesis no descrita antes para esta especie, incluimos a continuación la nueva información descriptiva recabada en las colecciones mencionadas, la cual complementa la hasta ahora conocida, basada solo en plantas fructificadas (Cuatrecasas, 1971; Alverson, 1991).



Figura 6. *Phragmothecha fuchsii* Cuatrec., pliego Palacios 329, (COL). **A.** Rama joven con botones florales opuestos a las hojas. **B.** Detalle de una flor incompleta que muestra el cáliz sigmoide, los pétalos recurvados y la columna estaminal ya desprovista de ramas. **C.** - **D.** *Phragmothecha hydra* Fern.Alonso, pliego *Acero 184* (holotipo UDBC 215), **C.**, flor que muestra el cáliz tubular, la columna estaminal rasgada con las ramas estaminales orientadas hacia un lado (abajo) y el estilo con denso indumento estrellado-tomentoso y **D.**, fruto maduro achatado depresso distalmente. **E.** - **F.** *Phragmothecha siderosa* Cuatrec. subsp. *siderosa*, fotografías en vivo de la colección B. Villanueva 3891 (TOLI). **E.** Rama con hojas (envés) y fruto maduro globoso, mamiforme, en vista lateral, que muestra la prominencia distal y **F.**, corte sagital del fruto que muestra el mesocarpio blanco, fibroso-pulposo recubriendo los pirenos. Fotografías E y F: Boris Villanueva (JBB), tomadas en Bajo Calima, Valle.

Árboles de 8-10 m; **ramitas** de 3-4 mm de grosor, con estrías longitudinales (en seco); **yema** terminal más o menos conspicua, estrechamente ovoide, que solo muestra 2-3 primordios foliares y estipulares, o bien abierta y divergente, con 5-6 primordios y denso indumento marrón rojizo, finamente estrellado-tomentoso. **Hojas** con **estípulas** prontamente caducas, lanceoladas, de ca. 10×3 mm en su base; rastros estipulares, transversales en las ramitas, muy conspicuos; **peciolos** de 5-10 cm, con ambos pulvinulos poco marcados y estriados (en seco); **láminas** marrón oscuro y ligeramente lustroso por el haz; con tinte marrón pálido en el envés; membranosas, estrechamente elípticas a obovadas; subcordadas en la base, con senos hasta de 5-8 mm de alto; ápice atenuado o más frecuentemente cuspidado, pico hasta de 15×10 mm; 5 **venas** basales palmeadas, 3 de ellas muy notorias y

2 de escaso recorrido; con 2 venas marginales adicionales inconspicuas, paralelas a los senos basales; venas secundarias, pinnadas, 4-5 a cada lado de la vena media, erecto-patentes y broquidódromas; haz con venación de primero, segundo y tercer orden, marcada e impresa; envés con la misma venación muy resaltada, y la de cuarto y quinto orden, poligonal, también visible; haz glabrescente con pelos lepidotos dispersos y envés con indumento lepidoto denso de tricomas estrellado-peltados. **Flores** opuestas a las hojas en las partes distales de las ramas jóvenes (**Figura 6A**); **pedicelos** florales de 30-33 mm de longitud y 2 mm de grosor, con 2 cicatrices de abscisión de las bractéolas en su zona media; **bractéolas** prontamente caducas, no vistas; **botones** florales estrechamente fusiformes, agudos apicalmente, de 22-28 mm de longitud y 5-6 mm de ancho en su zona media, con denso y fino indumento lepidoto marrón (en seco); **cáliz** floral tubular, ligeramente sigmoide, zigomorfo (**Figura 6B**), adelgazado gradualmente en la base e irregularmente rasgado-lobado distalmente, de 28-30 mm de largo y 6-8 mm de ancho en su zona distal; externamente estriado-reticulado, rugoso, finamente lepidoto; **corola** con pétalos blanco crema, membranosos, recurvados en la antesis, estrechamente espatulados, de 36-42 mm × 4-6 mm en su zona distal, obtusos, glabrescentes en su cara adaxial y uniformemente estrellado-tomentosos en su cara externa; **androceo** con **columna estaminal** corta, 23-25 × 1,5 mm, glabra; ramas estaminales de ca. 7-9 × 1-1,5 mm, retorcidas al final de la antesis; **estilo** delgado de ca. 33 x 1 mm, estriado longitudinalmente, uniformemente cubierto de indumento blanquecino estrellado; estigma de anchura similar al estilo, ubicado de forma oblicua, papiloso.

Especímenes revisados. COLOMBIA. **Chocó.** Municipio de Quibdó, vereda Tutunendó, 5°45'N 76°31'O, árbol de 3 m y 1,5 cm dap, infértil, 11 dic 2009, *S.Y. Castro & al.* 2156 (UDBC 024291); ibídem, corregimiento de La Troje, en cercanías de Tutunendó; bosque pluvial tropical, 50-65 m, árbol 8-10 m, (fl), 18 ago 2003, *L. Palacios* 329 (COL 491993, COL 492218, COL 492221).

Nombres comunes. Los conocidos para esta especie son: “hojiancho”, en la región de Tutunendó, municipio de Quibdó (*Castro & al.* 2156) y “margarita” en la región del Baudó (*Fuchs & al.* 21944).

Notas taxonómicas. Para salirle al paso a algunas identificaciones erróneas recogidas en las bases de datos de colecciones (*Bijmoer et al.*, 2024; *Ramírez et al.* 2024), lo que afecta el conocimiento de la distribución de esta especie endémica, se hace a continuación referencia a ellas. Una, proveniente también del Chocó central, fue localizada en algunos herbarios asociada con *Phragmothea fuchsii*, *Gentry* 24313 & *Renteria* (COL197452, HUA11302 y U1377115). Esta colección corresponde a *Matisia victoriana* Fern.Alonso, especie adscrita a la sección *Longipedes* y como tal citada en el protólogo de la especie mencionada, endémica del occidente de Colombia (*Fernández-Alonso*, 2001). Por otra parte, los registros de zonas bajas de la provincia de Esmeraldas, Ecuador, *Ortiz* 75 (NY 00088780) y *Ortiz* 101 (NY 00088779), identificadas con *P. fuchsii*, corresponden a *Matisia castano* Planch. & Triana, especie ampliamente distribuida en el litoral pacífico de Colombia y Ecuador, a diferencia de *P. fuchsii*, hasta ahora solo conocida en el departamento del Chocó, Colombia (*Fernández-Alonso*, 2016).

2-- *Phragmothea hydra* Fern.Alonso, *Caldasia* 18(3): 270, fig 8, 1996 (**Figuras 6C, D**). Se trata de un árbol grande muy poco conocido, el “aguacatón”, que fue documentado y descrito solo a partir de la colección tipo (*Acero* 184, holotipo UDBC 215, isotipo COL 375114) proveniente de la región de Bahía Solano en la costa pacífica chocoana y de los datos dendrológicos complementarios recogidos en dicha localidad (*Acero*, 1977; *Fernández-Alonso*, 1996). Actualmente se cuenta con una nueva colección de esta misma región que coincide con *P. hydra* en los caracteres vegetativos de brotes jóvenes, morfología y venación de hojas e indumento. Se trata de un individuo joven (10 m), aún infértil, ubicado en una parcela conservada, al que sería importante hacer seguimiento para documentar su posible floración.

Especímenes revisados. COLOMBIA. **Chocó.** Municipio de Bahía Solano, Jardín Botánico del Pacífico, nivel del mar, árbol de 10 m, infértil, 18 ene 2019, *W. López* 2716 (TOLI 23619).

Notas taxonómicas. Un par de colecciones infértiles de la región de Portobelo, Colón, Panamá (Alverson 1928, PMA; Alverson 1929, PMA), que corresponden a arbolitos de 5-6 m de alto, con crecimiento monopodial y escaso indumento, han sido referidas tentativamente a *Phragmothea hydra* en la etiqueta de herbario. A juzgar por el tipo de crecimiento, la morfología de las hojas y las grandes estípulas, muy diferentes a las de *P. prolifera*, estas muestras corresponderían a *Matisia arteagensis* Cuatrec., especie ampliamente distribuida en Panamá y el norte de Sudamérica (Fernández-Alonso, 2016). En algunos sectores del norte de Colombia es frecuente la variante o forma que presenta indumento muy corto y poco conspicuo, lo que coincidiría con el de las muestras infértiles mencionadas de Panamá.

3-- *Phragmothea rubriflora* Fern.Alonso, Caldasia 18: 272, fig 9, 1996. Tipo. Rentería & al. 1730 (holotipo COL 236538, isotipos HUA, JAUM 1082, MO MO2196999/A:2726631). Especie descrita a partir de una colección proveniente del municipio de Segovia, en el Magdalena Medio antioqueño, refrendada posteriormente en los catálogos publicados de la Flora de Antioquia y de Colombia (Fernández-Alonso, 2011a, 2016). La segunda localidad conocida de esta rara especie, que hasta donde se conoce es endémica del departamento de Antioquia (Bajo Cauca y Magdalena Medio), corresponde a plantas con fruto, se detalla a continuación.

Especímenes revisados: COLOMBIA. **Antioquia.** Municipio de Remedios, 14-17 Km al NO de Remedios, en la vía a Zaragoza, región de Cerro Cabeza, margen del río Tucupé, 250-300 m, 74°30'O 7°20'N, árbol de 10 m (fr), 15 sep 1987, R. Callejas & al. 5165 (HUA 48735, L 3736123).

4-- *Phragmothea siderosa* Cuatrec. subsp. *siderosa*, Revista Acad. Colomb. Ci. Exact. 7:49, fig. 2, 1946. Tipo: Cuatrecasas 16558 (holotipo COL 79364, COL 79365; isotipos BR 0000006961039, COL 38530, 55733, F 1250194, G 00177532, K 000687882, MO 2289205, US 00588838, US 00901723, VALLE 4165) (Figuras 6E, F). La subespecie típica es endémica del bosque pluvial tropical de zonas bajas del Pacífico colombiano en el departamento del Valle, de la que se dan a conocer algunas colecciones no referidas con anterioridad (Alverson, 1991; Fernández-Alonso, 1996) e imágenes de la planta fructificada.

Nombres comunes. Se recoge el nombre vernáculo “sapotillo” de la zona de Bahía Málaga, (P. Silverstone & al. 11589, CUV), que se suma a los cuatro nombres ya señalados para esta especie “bacaño”, “baltrán”, “sapotón” y “vejiga” (Fernández-Alonso, 1996).

Especímenes revisados: COLOMBIA. **Valle.** Municipio de Buenaventura, corregimiento de Bajo Calima, vereda San Isidro, Km 39 en la vía a Bahía Málaga, zona de explotación de Cartón de Colombia, 30-50 m, bosque pluvial perturbado, en relieve disectado, árbol 10 (fr), 18 may 1989, D. Daly & al. 6027 (CUVC 18418, HUA 66431); ibídem, Bajo Calima, al norte de Buenaventura, 50 m, (fl), 27 abr 1987, D. Faber-Langerdoen 380 (CUVC, MO), ibídem (fl.) 30 abr 1987, D. Faber-Langerdoen 460 (CUVC, MO); ibídem, (fl.), 17 ago 1988, D. Faber-Langerdoen 2044 (CUVC 22678); ibídem, 15 Km al norte de Buenaventura, transición BmhT a BpT, 50 m, arbolito estéril, 15 feb 1983, A. Gentry & al. 40329 (COL 258955); Bajo Calima, Juanchaco-Palmeras, (fr), 12 jul 1984, A. Gentry & al. 53305 (CUVC); ibídem, Bahía Málaga, 0-20 m, (fr), 16 dic 1985, Gentry & al. 53355 (CUVC, MO, US 3640435); ibídem, Bahía Málaga, Comunidad de La Plata, bosque secundario, parcela permanente de CONIF, 70 m, árbol de 12 m, infértil, 8 jul 2014, R. González & al. 2584 (FMB 107319); ibídem, concesión Pulpapel, Buenaventura, suelos ricos en aluminio, 100 m, BpT, árbol de 6 m (fr), 4 sep 1984, M.B. Monsalve 340 (COL 366200, COL 477685; JAUM 7431, JAUM 34200); ibídem, Playa Chucheros, ensenada El Tigre, Bahía Málaga, bosque primario, 3°55'N 77°18'O, n.v. “sapotillo”, árbol de 18 m (fr), 15 oct 2012, P. Silverstone & al. 11589 (CUVC, HUA); ibídem, Buenaventura, Bajo Calima, bosque estero San Joaquín 3°58'N 76°00'O, 34m, árbol de 12 m (fr), 11 may 2017, B. Villanueva 3891 (TOLI 19679, + fotografías).

Clave actualizada para las especies conocidas de *Phragmotheca* (basada en Fernández-Alonso, 1996)

- 1-- Pedicelo floral mayor de 5,5 cm de longitud, flores rojas.....**10. *P. rubriflora***
Fern.Alonso
- 1'-- Pedicelo floral menor de 4 cm de longitud, flores rojas o de otro color..... 2
- 2-- Base de la hoja notoriamente cordada, senos o lóbulos basales de más de 10 mm de alto.....3
- 2'-- Base de la hoja truncada, redondeada o subcordada, con senos o lóbulos (cuando los presenta) de hasta 10 mm de alto.....5
- 3-- Láminas ovadas o elípticas, androceo de ca. 30 tecas/flor, cáliz fructífero cupular que sobrepasa la zona media del fruto, plantas de la Amazonia.....**6. *P. leucoflora***
D. Simpson
- 3'-- Láminas anchamente ovadas, suborbiculares o cordiformes, androceo de ca. 15 tecas/flor, cáliz fructífero pateliforme o cupular que no rebasa el tercio basal del fruto, plantas del Pacífico de Colombia y Centroamérica.....4
- 4-- Láminas cordiformes, coriáceas, no bulladas por el haz; bractéolas ovadas diminutas, de ca. 2 mm de longitud, distribuidas una en la base del cáliz y las otras dos en la zona media del pedicelo; cáliz floral cilíndrico en la antesis, de 6-7 mm de ancho en la zona distal; cáliz fructífero de ca. 40 mm diámetro; fruto anchamente obovoide, depreso achatado en el ápice, de 50-60 × 60-62 mm, plantas del litoral Pacífico de Colombia.....**4. *P. hydra*** Fern.Alonso
- 4'-- Láminas anchamente ovadas a suborbiculares, membranoso-cartáceas, ligeramente bulladas en el haz; bractéolas lineares o linear-lanceoladas de (6-)8-10 mm de longitud, las tres incurvo-ascendentes, ubicadas en la base del cáliz; cáliz floral acampanado en la antesis, de 12-15 mm de ancho en la zona distal, (40-)45-50 mm de diámetro; fruto ovoide-elipsoide, apiculado-mamillado, de 60-70 × 50-55 mm y apículo de 8-15(-20) × 10-15 mm, plantas de Panamá.....**9. *P. prolifera*** Fern.Alonso
- 5-- Envés foliar con indumento típicamente lepidoto, frutos globosos, esféricos o depresos en el ápice6
- 5'-- Envés foliar con indumento estrellado o fasciculado, frutos en mayor o menor grado alargados..... 9
- 6-- Hojas membranosas, estrechamente obovadas o elípticas, pedúnculo fructífero de 3,0- 3,5 cm.....**3. *P. fuchsii*** Cuatrec.
- 6'-- Hojas coriáceas, anchamente oblongas u ovadas, pedúnculo fructífero de menos de 2,5 cm..... 7
- 7-- Hojas anchamente oblongas, con pelos lepidotos dentados de radios muy cortos, fruto globoso, depreso en el ápice.....**5. *P. lemniscata*** Fern.Alonso
- 7'--Hojas ovadas a elípticas, con pelos lepidotos de radios largos, frutos anchamente elipsoides, mamillados en el ápice.....**12. *P. siderosa***. Cuatrec.(8)
- 8-- Envés foliar con indumento lepidoto de 16-22 radios, fruto anchamente elipsoide u obovoide, de 6,0-8,0(-9) × 6,3-6,8 cm de diámetro, prominentemente mamillado en el ápice.....**12a. *P. siderosa*** subsp. *siderosa*
- 8'-- Envés foliar con indumento lepidoto de 25-33 radios, fruto esférico de 11,0-15,0 cm de diámetro, ligeramente apiculado-mamillado en la parte distal.....**12b. *P. siderosa*** subsp. *megacarpa* Fern.Alonso
- 9-- Hojas ovadas, oblongo-lanceoladas o anchamente elípticas, peciolos de 5,0-7,5 cm de longitud.....10
- 9'-- Hojas estrechamente elípticas, elípticas o lanceoladas, peciolos de hasta 4 cm de longitud.....11

- 10-- Láminas oblongo-lanceoladas a oblongo-elípticas, de 20-30 × 12-17 cm, con indumento estrellado-fasciculado largo (radios 0,6-1 mm); cáliz fructífero cupuliforme, de 40-55 mm de ancho, y fruto obovoide de 66-70 x 58-65 mm.....**7. *P. mambitana*** Fern.Alonso
- 10'-- Láminas ovadas a anchamente elípticas, de 13-19 x 8-16 cm, con indumento equinado-estrellado corto (radios de menos de 0,4 mm); cáliz fructífero cupular, de 23-35 mm de ancho y fruto anchamente ovoide a anchamente elipsoide de 30-40 x 20-40 mm cm.....**2. *P. ecuadoriensis*** Alverson.
- 11-- Pedicelo floral de 10-20 mm de longitud, delgado, cáliz fructífero pateliforme de 15-20(25) mm de diámetro.....**11. *P. sidereotricha*** Fern.Alonso
- 11'-- Pedicelo floral generalmente más corto, de 6-12 mm, cáliz fructífero, típicamente cupular de 35-45 mm de diámetro.....12
- 12-- Frutos de elipsoides a estrechamente elipsoides, de 6,2-9,0 cm de longitud, láminas generalmente más estrechas, de 5-16 × 3-11 cm.....**8. *P. mammosa*** Alverson
- 12'-- Frutos elipsoides a subobovoides, cortos, de 4,0-6,0 cm de longitud, láminas generalmente más anchas de 7-23 × 5-15 cm.....**1. *P. amazonica*** (Alverson) Fern.Alonso (13)
- 13-- Hojas de semilimbos iguales o subiguales, con indumento estrellado largo (con radios de más de 400 micras).....**1a. *P. amazonica* var. *amazonica***
- 13'-- Hojas generalmente asimétricas, con indumento estrellado-lepidoto (con radios de menos de 250 micras).....**1b. *P. amazonica* var. *leticiana*** Fern.Alonso

Agradecimientos

La revisión de las colecciones del género *Phragmothea* llevada a cabo en las últimas dos décadas en herbarios de Colombia, Costa Rica y Panamá principalmente (BR, COL, HUA, FMB, JAUM, K, MEDEL, MO, PMA, SCZ, TOLI, UDBC, USJ, VALLE), fue facilitada por el proyecto “Revisión de la familia Bombacaceae tribu Matisieae para Colombia y otros avances en Bombacaceae del Neotrópico”, desarrollado en el Instituto de Ciencias Naturales de la Universidad Nacional de Colombia en el periodo de 1991 a 2008. En el Real Jardín Botánico del Consejo Superior de Investigaciones Científicas de España se continuaron los trabajos de revisión con cargo al proyecto PIE del CSIC: 200930I071, “Taxonomía del género neotropical *Matisia* Bonpl. (Malvaceae-Bombacoideae). I- Las Secciones *Calyculatae* Fern. Alonso y *Longipedes* Fern. Alonso y su diversificación en el N. de Suramérica”. Se agradece el apoyo y colaboración de Mireya Correa, María Sánchez de Stapf, Carmen Galdames, Lucila Guillén y Rodolfo Flores durante las visitas efectuadas al herbario PMA de la Universidad de Panamá y SCZ del Instituto Smithsonian de Investigaciones Tropicales (STRI) en los años 1998, 2001 y 2014. Las fotografías que se presentan de plantas vivas de *Phragmothea prolifera* fueron amablemente facilitadas por Rodolfo Flores (Universidad de Panamá, PMA), Los Naturalistas-Chiriquí). Las fotografías de *Phragmothea siderosa* del Bajo Calima, Colombia, fueron facilitadas por el colega Boris Villanueva, del Jardín Botánico de Bogotá (JBB), y las de herbario por Nicolás Parra (TOLI). Dejo constancia aquí de mi sincero agradecimiento a todos ellos. Por último, un reconocimiento especial al colega Ernesto Campos (SCZ) por su gran ayuda en la edición de las figuras que acompañan este trabajo y con la colección institucional de ForestGeo-STRI en Panamá.

Conflicto de intereses

El autor declara que no tiene conflicto de intereses.

Referencias

- Acero, E.** (1977). *Estudio dendrológico de algunas especies del Chocó, Colombia*. [Tesis de grado, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Facultad de Ingeniería Forestal. Bogotá].

- Alverson, W.S.** (1989). *Matisia* and *Quararibea* (Bombacaceae) should be retained as separate genera. *Taxon*, 38(3), 377-388. <https://doi.org/10.2307/1222268>
- Alverson, W.S.** (1991). A synopsis of *Phragmothea* (Bombacaceae), with two new species and a new subspecies. *Brittonia*, 43(2), 73-87. <https://doi.org/10.2307/2807297>
- APG IV.** (2016). An update of the Angiosperm Phylogeny Group classification for the orders and families of flowering plants: APG IV. *Botanical Journal of the Linnean Society*, 181(1), 1-20. <https://doi.org/10.1111/boj.12385>
- Baum, D., Smith, S., Yen, A., Alverson, W., Nyffeler, R., Whitlock, B., Oldham, R.** (2004). Phylogenetic relationships of Malvaceae (Bombacoideae and Malvoideae; Malvaceae sensu lato) as inferred from plastid DNA sequences. *American Journal of Botany*, 91(11), 1863-1871. <https://doi.org/10.3732/ajb.91.11.1863>
- Bayer, C., Fay, M., Brujin, A., Savolainen, V., Morton, C., Kubitzki, K., Alverson, W., Chase, M.** (1999). Support for an expanded family concept of Malvaceae within a circumscribed order Malvales: a combined analysis of plastid *atpB* and *rbcL* DNA sequences. *Botanical Journal of the Linnean Society*, 129(4), 267-303. <https://doi.org/10.1111/j.1095-8339.1999.tb00505.x>
- Bijmoer R., Arias S., Creuwels J.** (24 de noviembre de 2024). Naturalis Biodiversity Center (NL) - Botany. Naturalis Biodiversity Center. Occurrence dataset <https://doi.org/10.15468/ib5ypt> accessed via <https://www.gbif.org/occurrence/2517015276>.
- Carvalho-Sobrinho, J., Alverson, W., Alcantara, S., Queiroz, L., Mota, A., Baum, D.** (2016). Revisiting the phylogeny of Bombacoideae (Malvaceae): Novel relationships, morphologically cohesive clades, and a new tribal classification based on multilocus phylogenetic analyses. *Molecular Phylogenetics and Evolution*, 101, 56-74. <https://doi.org/10.1016/j.ympev.2016.05.006>
- Cuatrecasas, J.** (1971). Miscellaneous notes on neotropical flora. *Phytologia*, 20, 465-481.
- Fernández-Alonso, J.L.** (1996). Contribuciones al conocimiento del género *Phragmothea* Cuatrec. (Bombacaceae-Quararibea). *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, 18(3), 253-284.
- Fernández-Alonso, J.L.** (2001). *Bombacaceae neotropicae novae vel minus cognitae I*. Novedades taxonómicas y corológicas en *Matisia*, *Quararibea* y *Spirothea*. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, 25(95), 183-206.
- Fernández-Alonso, J.L.** (2011). *Bombacaceae neotropicae novae vel minus cognitae IX*. Una nueva especie de *Matisia* Bonpl. del Chocó biogeográfico. *Caldasia*, 33(2), 393-406.
- Fernández-Alonso, J.L.** (2011a). Malvaceae (Bombacoideae). Pp. 577-594, en: A. Idárraga, R. Ortiz, R. Callejas, M. Merello (eds.) *Flora de Antioquia. Catálogo de las Plantas vasculares Vol 2*. Universidad de Antioquia, Missouri Botanical Garden. Editorial D'Vinni, Bogotá, Colombia.
- Fernández-Alonso J.L.** (2016). *Matisia* y *Phragmothea* (Malvaceae). p. 1547-1559 En Bernal R., Gradstein S.R., Celis M. (eds.). *Catálogo de plantas y líquenes de Colombia*, vol 2. Instituto de Ciencias Naturales, Universidad Nacional Colombia.
- Fernández-Alonso, J.L. y Campos-Pineda, E.** (2024). *Malvaceae neotropicae novae vel minus cognitae XII*. Nuevas especies de *Matisia* de Colombia y Panamá. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y naturales*, 48(189), 000-000.
- Fernández-Alonso, J.L., R. Fernández-Hilario, C. Reynel-Rodríguez.** (2017). Redescrición del zapotillo rosado del Perú, *Phragmothea sidereotricha* Fern. Alonso (Malvaceae) y notas sobre su hábitat y distribución. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y naturales*, 41(160), 319-325. <https://doi.org/10.18257/raccefyn.498>
- Nyffeler, R., Bayer, C., Alverson, W., Yen, A., Whitlock, B., Chase, M., Baum, D.** (2005). Phylogenetic analysis of the Malvadendrina clade (Malvaceae s.l.) based on plastid DNA sequences. *Organisms, Diversity & Evolution*, 5, 109-123. <https://doi.org/10.1016/j.ode.2004.08.001>
- Pérez, R. & Condit R.** (24 de agosto de 2024). Tree Atlas of Panama. Center for Tropical Forest Science, Smithsonian Tropical Research Institute, CTFS Internat.[ForestGeo], <https://ctfs.si.edu/PanamaAtlas/maintreeatlas.php>
- Ramírez J., Watson, K., Feder L., Gjeli E., Sessa E.** (24 de noviembre de 2024). The Herbarium (NY). Version 1.76. The New York Botanical Garden. Occurrence dataset <https://doi.org/10.15468/6e8nje>. <https://www.gbif.org/occurrence/1929080016>
- Richardson, J.E., Whitlock, B.A., Meerow, A.W., & Madriñán, S.** (2015). The age of chocolate: A diversification history of *Theobroma* and Malvaceae. *Frontiers in Ecology and Evolution*, 3, 120. <https://doi.org/10.3389/fevo.2015.00120>
- Thiers, B.** (2024). *Index Herbariorum: A global directory of public herbaria and associated staff*. New York Botanical Garden's Virtual Herbarium. <http://sweetgum.nybg.org/science/ih/>
- IUCN** (2022). *Guidelines for using the IUCN Red List categories and criteria*. Version 15.1. Standards and Petitions Committee. IUCN. <https://www.iucnredlist.org/documents/RedListGuidelines.pdf>

Artículo original

Efecto del nematodo foliar (*Aphelenchoides pseudobesseyi*) en el crecimiento y producción del fríjol (*Phaseolus vulgaris*) en Colombia

Effect of the foliar nematode (*Aphelenchoides pseudobesseyi*) on the growth and production of beans (*Phaseolus vulgaris*) in Colombia

Óscar Adrián Guzmán-Piedrahita*, Carolina Zamorano-Montañez

Programa de Ingeniería Agronómica, Departamento de Producción - Agropecuarias, Universidad de Caldas, Manizales, Colombia

Resumen

En Colombia el fríjol es un alimento básico por su alto contenido de proteínas, fibra y minerales; su cultivo ocupa 76.276 hectáreas que produjeron 104.919 toneladas en 2024. En este estudio nos propusimos investigar el efecto de *Aphelenchoides pseudobesseyi* en el crecimiento y producción del fríjol. En la granja Montelindo, en Palestina, Caldas, se hicieron en condiciones semicontroladas dos experimentos en camas de asbesto donde se sembraron plántulas de fríjol de las variedades Citará y Quimbaya. En uno de los experimentos se inocularon las plántulas con 200 individuos de *A. pseudobesseyi* y en el otro no hubo inoculación (testigo). La diferencia entre los datos obtenidos se evaluó mediante una prueba *t* ($p < 0,05$). En los dos experimentos, se observó a los 8 días de la inoculación con *A. pseudobesseyi* que los nematodos ocasionaron lesiones de color amarillo claro en el 100 % del primer par de hojas unifoliadas de las plántulas y a los 18 días, lesiones necróticas de forma angular. A los 20 días, en el experimento I se encontraron en la variedad Citará 218 (Rf: 1,09) individuos de *A. pseudobesseyi* por planta y en el experimento II, 527 (Rf: 2,63). En la variedad Quimbaya se registraron 234 (Rf: 1,17) por planta en el experimento I y 290 (Rf: 1,45) en el experimento II. En el experimento I la variedad Citará infectada con *A. pseudobesseyi* tuvo una reducción significativa de 52,7% ($p < 0,05$) en el peso seco aéreo y de 26,7% en el de las semillas. En el experimento I, la variedad Quimbaya infectada con el nematodo registró una reducción significativa de 34,6 % ($p < 0,05$) en el peso seco de las semillas, y en el experimento II, de 26,2 % en el peso aéreo. Este es el primer reporte en Colombia de *A. pseudobesseyi* como agente causante de manchas foliares en el fríjol y de la disminución de la producción.

Palabras clave: Etiología; Lesiones foliares; Relación parásito-hospedante.

Abstract

Kidney beans are a staple food due to their high protein, fiber, and mineral content. Colombia has 76,276 ha of crop and produced 104,919 t in 2024. In this study, we aimed to determine the effect of *Aphelenchoides pseudobesseyi* on the growth and production of kidney beans. Under semi-controlled conditions at the Montelindo Farm in Palestina, Caldas, two experiments were conducted in asbestos beds, where part of the kidney bean seedlings of the Citará and Quimbaya varieties were inoculated with 200 *A. pseudobesseyi* and other left uninoculated (control). The difference between the data obtained was evaluated using a *t*-test, with $p < 0.05$. In both experiments, 8 and 18 days after the inoculation of *A. pseudobesseyi* in the bean seedlings, the nematodes caused light yellow lesions on 100% of the first pair of unifoliate leaves and angular necrotic lesions, respectively. At 20 days, in the Citará variety, 218 (Rf: 1.09) and 527 (Rf: 2.63) *A. pseudobesseyi*/plant were found in experiments I and II, respectively. In the Quimbaya variety, 234 (Rf: 1.17) and 290 (Rf: 1.45) *A. pseudobesseyi*/plant were recorded in experiments I and II, respectively. The Citará variety

Citación: Guzmán-Piedrahita ÓA & Zamorano-Montañez C. Efecto del nematodo foliar (*Aphelenchoides pseudobesseyi*) en el crecimiento y producción del fríjol (*Phaseolus vulgaris*) en Colombia. Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. 49(190):59-69, enero-marzo de 2025. doi: <https://doi.org/10.18257/raccefyn.3066>

Editor: Jairo Castaño-Zapata

***Correspondencia:**

Óscar Adrián Guzmán-Piedrahita;
oscar.guzman@ucaldas.edu.co

Recibido: 30 de agosto de 2024

Aceptado: 10 de febrero de 2025

Publicado en línea: 10 de marzo de 2025



Este artículo está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-Compartir Igual 4.0 Internacional

infected with *A. pseudobesseyi* showed a significant reduction ($p<0.05$) in aerial dry weight and seed weight by 52.7% and 26.7%, respectively, in experiment I. In the Quimbaya variety infected with the nematode, there was a significant reduction ($p<0.05$) in seed dry weight by 34.6% in experiment I and in aerial dry weight by 26.2% in experiment II. This is the first report in Colombia of *A. pseudobesseyi* as a causative agent of leaf spots in kidney beans and reduced production.

Keywords: Etiology; leaf spot; host-parasitic relationship.

Introducción

En Colombia el frijol (*Phaseolus vulgaris* L.) es un alimento básico por su alto contenido de proteínas, fibra y minerales, al igual que por su fácil adquisición. El cultivo ocupa 76.276 ha y la producción fue de 104.919 t en 2024 (**Federación Nacional de Cultivadores de Cereales, Leguminosas y Soya-Fenalce**, 2024). La planta de frijol se ve afectada por nematodos fitoparásitos que infectan el sistema radical, principalmente nematodos formadores de nudos como *Meloidogyne arenaria*, *M. incognita*, *M. graminicola* y *M. javanica*, y el falso nematodo del nudo radical, *Nacobbus aberrans*, los cuales ocasionan pérdidas en rendimiento entre el 35 y el 53 % en países de América del Norte y del Sur (**Sikora et al.**, 2018). Asimismo, sufre el ataque de nematodos como *Pratylenchus scribneri* y *P. penetrans* que producen lesiones en el sistema radical y reducen el rendimiento entre el 43 y el 76 % en diferentes cultivares de frijol (**Elliot y Bird**, 1985). Además, la especie es infectada por el nematodo foliar *Aphelenchoides besseyi*, el cual causa lesiones necróticas de forma angular y deformación de la lámina foliar, síntomas de la enfermedad conocida como “falsa mancha angular” (**Salas y Vargas**, 1984); este nematodo destruye los primordios florales y ha causado pérdidas de rendimiento entre el 29 y el 85 % en las regiones de Brunca y Huetar Norte de Costa Rica (**Chaves y Araya**, 2012; **Chaves et al.**, 2013).

Debido a sus múltiples especies crípticas, *A. besseyi* fue reclasificado como una nueva especie, *A. pseudobesseyi*, que parasita el frijol (*Phaseolus vulgaris*) en Costa Rica y la soya (*Glycine max*) y el algodón (*Gossypium hirsutum*) en Brasil (**Subbotin et al.**, 2020). Recientemente, **Guzmán-Piedrahita et al.** (2024) reportaron por primera vez en Colombia al nematodo foliar *A. pseudobesseyi* parasitando plantas de soya (*G. max*); sin embargo, se desconoce el efecto que este podría tener en el crecimiento y el rendimiento de las principales variedades de frijol en la zona cafetera central.

Dada la importancia del frijol en Colombia y el hecho de que no se han realizado estudios sobre el comportamiento de las variedades de frijol frente a *A. pseudobesseyi*, conocimiento fundamental para establecer medidas de manejo integrado, el objetivo de este estudio fue evaluar el efecto de dicho nematodo en el crecimiento y el rendimiento de plantas de frijol (*P. vulgaris*) en condiciones semicontroladas.

Materiales y métodos

Sitio de estudio

La investigación se realizó en la granja Montelindo de la Universidad de Caldas, ubicada en la vereda Santágueda, municipio de Palestina, Caldas, Colombia, a 5° 05'N y 75° 40'O, con una altitud de 1.050 m, una temperatura promedio anual de 23 °C, una humedad relativa de 74 % y una precipitación anual de 2.100 mm. Las muestras recolectadas se procesaron en el Laboratorio de Nematología de la Universidad de Caldas en el municipio de Manizales.

Esterilización del suelo

Se prepararon cuatro camas de asbesto de 4,35 m de largo, 0,8 de ancho y 0,16 m de altura, levantadas del suelo a 0,76 m, con suelo de las siguientes características: franco arenoso (arena 57 %, limo 32 % y arcilla 11 %); pH de 5,6 y contenido de bases de Ca 6,56; Mg 0,93 y K 0,23 cmol(+)/kg; P, 8; Fe, 176; Mn, 20,54; Zn, 16,71; Cu, 7,93; S, 27,8, y Bo, 0,52 mg/kg. El suelo se humedeció con agua del grifo y se esterilizó con 50g/m² de dazomet (Basamid®) y se cubrió con plástico (polipropileno) durante 45 días. Pasado este tiempo,

se recolectaron aleatoriamente cinco submuestras para analizarlas en el Laboratorio de Nematología siguiendo la metodología de **Jenkins** (1964), con el fin de garantizar la ausencia de nematodos fitoparásitos.

Producción de plántulas de frijol

Se utilizaron semillas de frijol (*P. vulgaris* L.) de las variedades Citará y Quimbaya, las cuales son de crecimiento arbustivo y se siembran ampliamente en la zona cafetera central de Colombia. Las semillas de cada variedad se sembraron a 2 cm de profundidad y a una distancia de 5 x 45 cm entre semillas y surco. En la etapa experimental las plantas de frijol recibieron riego automático por microaspersión programada para encenderse 10 minutos, dos veces al día, a las 7:00 am y a las 5:00 pm. Las plantas de frijol se fertilizaron dos veces con 20 g de fertilizante (NH₄: 10%, P₂O₅: 20% y K₂O: 20%) por metro lineal a los 20 y 40 días de la siembra. Los datos climáticos de temperatura, humedad relativa y precipitación se obtuvieron de la estación meteorológica de la granja Montelindo.

Aislamiento y multiplicación de *A. pseudobesseyi*

El incremento de los nematodos para las pruebas de parasitismo se logró transfiriendo diez *A. pseudobesseyi* (relación 7: 3 de hembras y machos) a cajas de Petri con discos de zanahoria (0,5 cm de espesor). Esta especie de nematodo ya había sido aislada y caracterizada por **Guzmán-Piedrahita et al.** (2024). Las cajas de Petri se colocaron en una incubadora (Hera Therm IGS60) a 27 °C en el Laboratorio de Nematología siguiendo la metodología descrita por **Speijer y De Waele** (1997) con algunas modificaciones. A los 30 días de la inoculación del nematodo en los discos de zanahoria, se seleccionaron las crías puras para realizar las pruebas de patogenicidad.

Inoculación de *A. pseudobesseyi* en las plántulas de frijol

Experimento I: a los 12 días de sembradas en una cama de asbesto se les inocularon a 45 plántulas de frijol de la variedad Citará en la etapa V2 (**Fernández et al.**, 1986) 200 individuos de *A. pseudobesseyi* en cuatro gotas de 50 µL de agua (50 nematodos en cada gota) por planta en el centro de cada cotiledón y en el haz de las hojas unifoliadas en el punto de unión al pecíolo. En otra cama de asbesto se agregaron cuatro gotas de 50 µL de agua a cada cotiledón y hoja unifoliada de 38 plántulas de frijol de la misma variedad en el mismo estado de desarrollo y edad, las cuales se establecieron como plántulas testigo (sin inocular).

El mismo procedimiento de inoculación de *A. pseudobesseyi* se utilizó en 45 plántulas de la variedad Quimbaya plantadas en cama de asbesto. Otras 45 plántulas de la misma variedad sembradas en otra cama recibieron cuatro gotas de 50 µL de agua en cada cotiledón y hoja unifoliada y se establecieron como plántulas testigo (sin inocular).

Las plántulas inoculadas y sin inocular se cubrieron con plástico transparente a 60 cm por encima de su altura durante 72 horas para favorecer el proceso infectivo del nematodo; se mantuvieron a una temperatura promedio entre los 19,5 °C (6:00 am - 12:00 m) y los 28,5 °C (1:00 - 6:00 pm) y una humedad relativa entre el 97,6 % y el 66,5 % (6:00 am - 6:00 pm). Las condiciones descritas se registraron con un termohigrómetro HOBO MX2301 (Onset).

Experimento II: se sometieron plántulas de frijol de las variedades Citará y Quimbaya al mismo procedimiento descrito en el experimento I. A los 10 días de la siembra se les inoculó *A. pseudobesseyi* a 56 plántulas de la variedad Citará y se adicionó agua a otras 60, las cuales se consideraron como las plántulas testigo (sin inocular). Asimismo, a 57 plántulas de la variedad Quimbaya se les inoculó *A. pseudobesseyi* y se les adicionó solamente agua a otras 53, las cuales se consideraron como las plántulas testigo (sin inocular). El experimento I se inició el 31 de agosto de 2022 y el experimento II el 21 de marzo de 2023.

Para evaluar el efecto de *A. pseudobesseyi* en las dos variedades de frijol, la asignación de las plantas en las bandejas de asbesto (con y sin nematodos), se hizo de manera independiente, pues en ensayos preliminares se encontró que cuando las unidades experimentales se

asignaban aleatoriamente a una misma bandeja, los nematodos se desplazaban de las plantas infectadas a las no infectadas (testigo), lo cual afectaba los resultados. Una (1) planta de frijol constituyó la unidad experimental (unidad de evaluación).

Después de la inoculación de *A. pseudobesseyi* en las plántulas de frijol, estas se evaluaron diariamente hasta que aparecieron los primeros síntomas de la enfermedad (período de incubación) en los dos experimentos; también se registró el número de plantas infectadas por el nematodo (incidencia en porcentaje) y se tomaron fotografías de las hojas con y sin inoculación de *A. pseudobesseyi*. A los 20 días de la inoculación, se hizo un muestreo destructivo de 30 plantas de cada variedad y en ellas se evaluó la cantidad total (#) de *A. pseudobesseyi*, los nematodos en nudos y yemas axilares, los nematodos en hojas y los nematodos en raíces. También se evaluó el factor de reproducción del nematodo así: $R_f = \text{población final [A. pseudobesseyi (hembras, machos + J2) en tallos y hojas]} / \text{población inicial}$.

En el momento de la cosecha, a los 99 días en el experimento I y a los 105 en el experimento II, se cuantificaron las siguientes variables de respuesta: peso seco de tallos y hojas por planta (g) y peso seco de semillas por planta (g), así como las variables complementarias de cantidad (#) de vainas y cantidad (#) de semillas por planta; se evaluó, asimismo, la altura de las plantas y la cantidad (#) de *A. pseudobesseyi* por planta en nudos y yemas axilares, entrenudos, hojas, peciolo y raíces.

Análisis estadístico

Se estimó el promedio y la desviación estándar de los datos de cada variable. Los datos se sometieron a un ANOVA y las diferencias se compararon mediante una prueba *t* con $p < 0,05$. En todos los análisis estadísticos se utilizó el programa R, versión 4.1.2 (R Core Team, 2021).

Resultados

Síntomas foliares ocasionados por *A. pseudobesseyi* en frijol

En los dos experimentos, a los ocho días de la inoculación de *A. pseudobesseyi* en las plántulas de frijol de las variedades Citará y Quimbaya, los nematodos ocasionaron una lesión pequeña (3 a 5 mm) de color amarillo claro en el 100 % del primer par de hojas unifoliadas, allí donde los nematodos fueron inoculados (período de incubación, etapa V3) (Fernández *et al.*, 1986) (Figura 1A); cinco días después, la lesión incrementó de tamaño (mayor a 5 mm) y apareció en uno o en los dos lados de la nervadura central, con decoloración del tejido foliar (Figura 1B, C). A los 18 días de la inoculación (etapa V4), se presentaron lesiones de forma angular delimitadas por las nervaduras, con necrosis de la lámina foliar, y aparición de nuevas lesiones cloróticas (Figura 1D, E); posteriormente se registró el desprendimiento del tejido necrosado (Figura 1E) y, al cabo de cinco días, los nematodos invadieron el tejido foliar ocasionando coalescencia de las lesiones necrosadas (Figura 1F), amarillamiento generalizado (Figura 1G) y defoliación (Figura 1H), principalmente en las hojas ubicadas en la parte inferior de las plantas. Entre los 7 y 10 días de la inoculación del nematodo, las hojas unifoliadas de la primera hoja trifoliada (estado V3) presentaron síntomas de malformación, como arrugas en la lámina foliar y desviación de la nervadura central con forma de zigzag (Figura 1I, J), que fueron comunes en las demás etapas de desarrollo de la planta. Además, en los tejidos de las hojas trifoliadas jóvenes se presentaron lesiones pequeñas amarillentas (Figura 1K); cuando estas hojas llegaron a la etapa adulta se observaron las típicas lesiones necróticas con forma angular (Figura 1L, M, N), cuyo tamaño fue incrementándose, en tanto las hojas presentaban coalescencia y amarillamiento (Figura 1O, P). En los ataques graves de *A. pseudobesseyi*, ocurría desprendimiento del tejido foliar en las lesiones necróticas (Figura 1Q-S). En las hojas de las plantas de frijol sin inocular (testigo), donde se depositaron gotas de agua, no se presentaron síntomas de la enfermedad. En las plantas infectadas por el nematodo, los síntomas descritos se presentaron en las etapas vegetativas V4 a Vn y en la fase reproductiva (etapa R9) (Figura 1T, U).

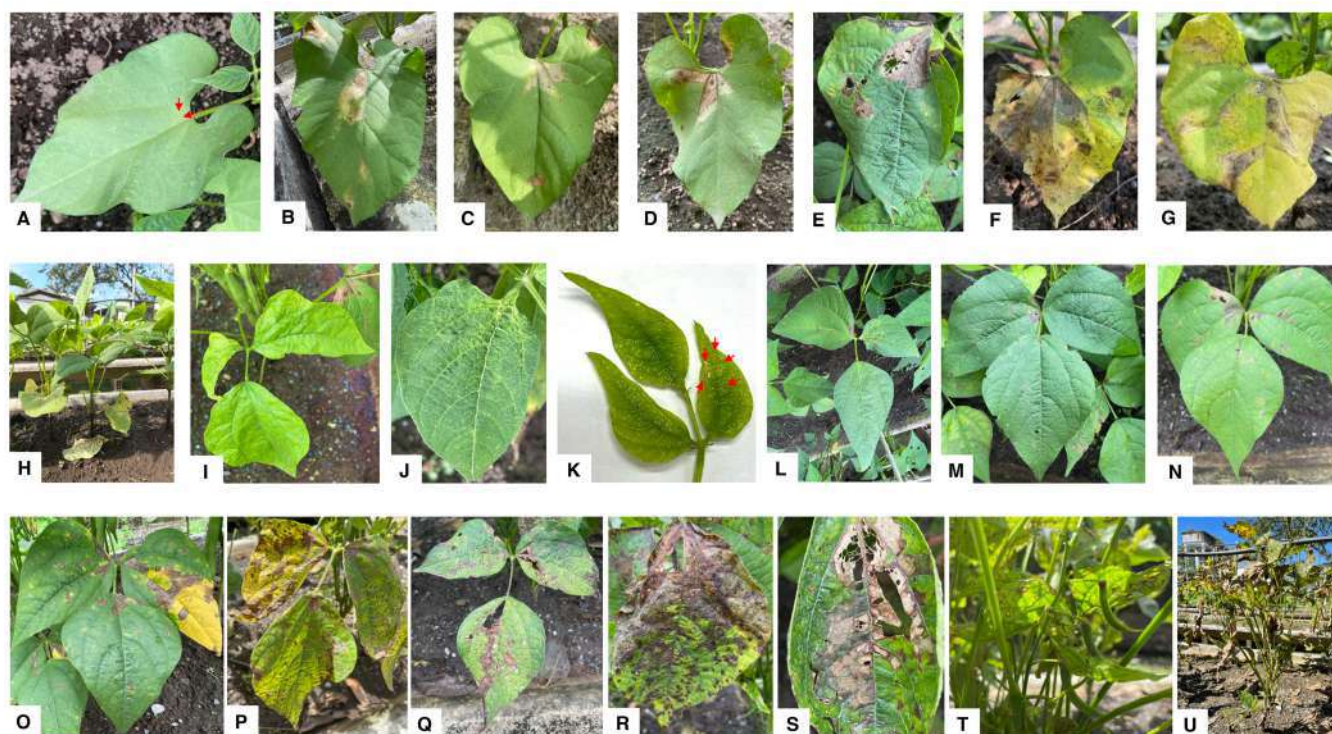


Figura 1. Síntomas foliares ocasionados por *Aphelenchoides pseudobesseyi* en plantas de frijol, variedades Citará y Quimbaya. **A.** Hoja unifoliada infectada por los nematodos mostrando lesión pequeña de color amarillo claro (ver flechas), 8 días después de inoculada. **B, C.** Hoja con síntoma inicial de decoloración y amarillamiento, en el sitio donde fueron inoculados los nematodos, 13 días después de inoculación. **D, E.** Lesiones necróticas características de forma angular delimitadas por las nervaduras en las hojas enfermas. **F, G.** Coalescencia de lesiones necrosadas con amarillamiento generalizado de la hoja. **H.** Planta con defoliación causada por la infección del nematodo. **I.** Hoja trifoliada con síntomas de malformación como arrugas y desviación de la nervadura central con forma de zigzag. **J.** Detalle de arrugas en las nervaduras y la lámina foliar. **K.** Hoja trifoliada joven con lesiones pequeñas amarillentas (ver flechas). **L, M, N.** Hojas trifoliadas adultas con lesiones necróticas típicas con forma angular. **O, P.** Hojas trifoliadas enfermas con coalescencia de lesiones y amarillamiento. **Q-S.** Hojas trifoliadas severamente atacadas por el nematodo con lesiones necróticas y desprendimiento del tejido foliar. **T, U.** Plantas de frijol en etapa vegetativa (V4) y en la fase reproductiva (etapa R9) con hojas enfermas, respectivamente.

Población de nematodos y daños en la variedad Citará

En el muestreo destructivo de las plantas de frijol de esta variedad, a los 20 días de la inoculación con *A. pseudobesseyi* se encontraron 218 nematodos por planta (Rf: 1,09) en el experimento I, y 527 nematodos por planta (446 individuos en hojas y 81 en tallos) (Rf: 2,63) en el experimento II. El peso seco total de las plantas infectadas con el nematodo y libres de él no presentó una disminución significativa ($p>0,05$), con valores de 2,8 y 4,96 g, respectivamente, en el experimento I, y de 3,86 y 3,19 g, respectivamente, en el experimento II (**Figura 2A, B**). Al inicio de la fase reproductiva (etapa R5), se observó malformación de los racimos florales con menor cantidad de vainas en las plantas infectadas por el nematodo, comparadas con las plantas testigo, las cuales tuvieron un desarrollo normal (**Figura 2C, D**). En la etapa de llenado de las vainas (etapa R8), las plantas testigo tuvieron abundantes vainas con hojas sanas (**Figura 2E**) en comparación con las plantas enfermas, las cuales presentaron aborto de flores, menor cantidad de vainas y hojas con lesiones necróticas de forma angular (**Figura 2F**). En la maduración (etapa R8), todos los órganos de las plantas sanas se secaron, las hojas cayeron, y hubo mayor cantidad de vainas y de granos en comparación con las plantas enfermas, cuyos órganos permanecieron verdes, sin que se registrara la caída de las hojas, las cuales estaban mal formadas y con lesiones angulares, y con una menor cantidad de vainas (**Figura 2G, H**). En la etapa R5 en las plantas enfermas predominó el síntoma de

malformación foliar en la parte superior de las plantas (**Figura 2I, J**), en tanto que en la etapa R8 las hojas presentaron lesiones necróticas de forma angular y amarillamiento (**Figura 2K**). Asimismo, desde la etapa V3 hasta la etapa R9 de las plantas enfermas, los entrenudos de los tallos presentaron engrosamientos, así como abultamiento de los peciolo de las hojas donde se unen al tallo y malformación de los primordios foliares (**Figura 2L, M**). En las plantas enfermas las vainas estaban malformadas, con curvaturas que afectaban su desarrollo, en comparación con las vainas de las plantas sanas, las cuales eran normales y rectas (**Figura 2N**). También las vainas enfermas recolectadas del suelo eran de color negro-amarillento (**Figura 2O**) y contenían entre dos y cinco *A. pseudobesseyi*/vaina (datos no mostrados).

En la cosecha de las plantas de frijol de la variedad Citará infectadas con *A. pseudobesseyi*, a los 99 días de la siembra en el experimento I y a los 105 en el experimento II, se redujo significativamente ($p < 0,05$) el peso seco aéreo y el peso de las semillas por planta (**Tabla 1**). En el experimento I las plantas infectadas con *A. pseudobesseyi* tuvieron una reducción significativa ($p < 0,05$) de 52,7 % en el peso seco aéreo en comparación con el testigo, en tanto que no hubo efecto en el experimento II. Asimismo, en las plantas de la variedad Citará enfermas el peso seco de las semillas disminuyó

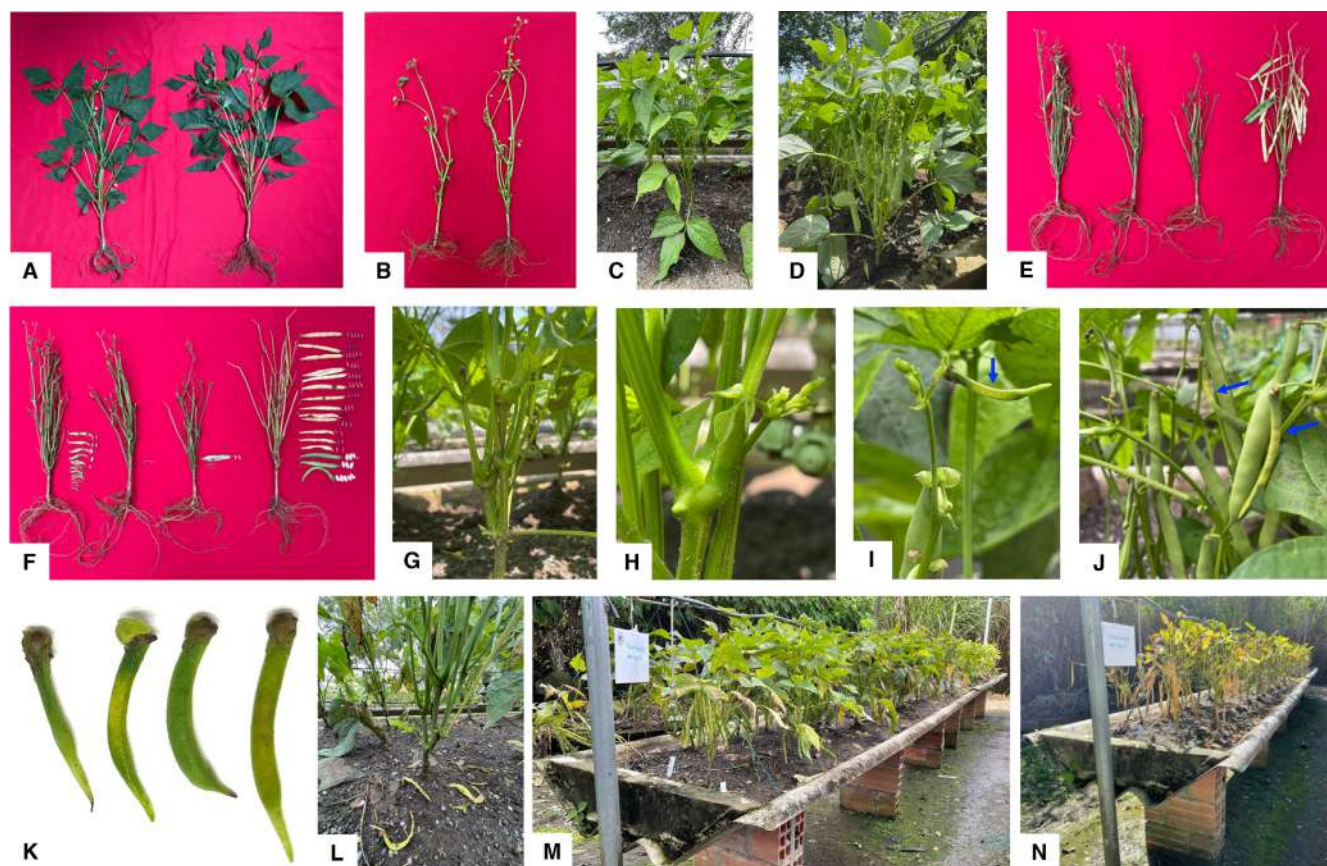


Figura 2. Plantas de frijol, variedad Quimbaya, parasitadas con *Aphelenchoides pseudobesseyi*. **A, B.** Comparación entre el desarrollo foliar y el tallo de una planta sana, respectivamente (derecha) y una planta enferma por el nematodo (izquierda), a los 20 días después de la inoculación. **C, D.** Contraste entre una planta enferma con lesiones foliares y menor producción de vainas, y una planta sana con hojas sanas y abundante producción de vainas, respectivamente. **E, F.** Diferencia entre una planta sana con el tallo seco y abundante producción de vainas y granos (derecha) y tres plantas enfermas con tallos verdes y menor cantidad de vainas y granos (izquierda). **G, H.** Planta enferma con entrenudos de tallos con engrosamientos y abultamientos de la base de los peciolo de las hojas. **I, J.** Planta infectada por el nematodo con vainas curvadas y amarillentas (ver flecha). **K.** Detalle de vainas enfermas amarillentas. **L.** Planta parasitada por el nematodo con aborto de vainas de color amarillo. **M, N.** Panorámica de plantas enfermas en llenado de vainas, etapa R8, y en maduración, etapa R9, respectivamente.

Tabla 1. Efecto de *Aphelenchoides pseudobesseyi* en el crecimiento y producción de plantas de frijol (*Phaseolus vulgaris*), variedades Citará y Quimbaya en condiciones semicontroladas a los 99 y 105 días la siembra en los experimentos I y II

Experimento	Variedad	Tratamiento	N	Peso seco aéreo (g)			Peso seco semillas (g)			Cantidad de semillas (#)			Cantidad de vainas (#)		
				Media	DE**		Media	DE		Media	DE		Media	DE	
I	Citará	Plantas inoculadas con <i>A. pseudobesseyi</i>	26	5,17	B*	2,77	8,43	B	3,81	25,00	B	13,32	9,54	B	3,62
		Plantas sin inocular (testigo)	14	10,94	A	5,45	11,51	A	4,78	39,79	A	20,51	13,64	A	4,50
	Quimbaya	Plantas inoculadas con <i>A. pseudobesseyi</i>	25	17,07	A	8,55	7,17	B	5,36	19,72	A	16,36	6,84	A	4,73
		Plantas sin inocular (testigo)	16	19,11	A	6,28	10,98	A	5,07	33,44	A	11,50	10,00	A	2,85
II	Citará	Plantas inoculadas con <i>A. pseudobesseyi</i>	34	16,50	A	7,47	8,48	B	4,56	23,97	B	9,68	7,79	B	2,87
		Plantas sin inocular (testigo)	44	18,36	A	7,08	10,93	A	5,42	33,50	A	10,99	9,77	A	3,03
	Quimbaya	Plantas inoculadas con <i>A. pseudobesseyi</i>	31	19,06	B	6,43	11,97	A	5,92	32,10	B	10,24	9,26	B	8,08
		Plantas sin inocular (testigo)	30	25,84	A	9,34	13,95	A	3,89	46,10	A	10,01	11,63	A	2,75

*Las diferentes letras en las columnas indican diferencias estadísticas significativas de medias de mínimos cuadrados según la prueba de *t* al 5 %.

**DE: desviación estándar

significativamente ($p < 0,05$), en 26,7 % y 22,3 % (en promedio 24,5 %) en los experimentos I y II, respectivamente, en comparación con las plantas testigo (Tabla 1; Figura 2G, H). También se registró una reducción de 37,1 % en la cantidad de semillas y de 30,0 % en las vainas de las plantas enfermas en experimento I; y en las mismas variables la reducción fue de 41 y 31 %, respectivamente, en el experimento II (Tabla 1). En la cosecha de las plantas de la variedad Citará se extrajeron en promedio 95 *A. pseudobesseyi* por planta (53 individuos en hojas, 29 en vainas y 13 en tallos) y 600 por cada 100 cm³ en las hojas de la misma variedad recolectadas del suelo en el experimento I, y 13 nematodos por planta (6 individuos en tallos y 6 individuos en vainas) y 750 por cada 100 cm³ en las hojas de la misma variedad recolectadas del suelo en el experimento II.

Población de nematodos y daños en la variedad Quimbaya

A los 20 días de inocular *A. pseudobesseyi* se registraron 234 nematodos por planta (Rf: 1,17) en el experimento I y 290 (275 individuos en hojas y 15 en tallos) (Rf: 1,45) en el experimento II, en tanto que en las plantas de frijol sin inocular no se encontraron nematodos. Tampoco se presentó una reducción significativa ($p > 0,05$) en el peso seco total de las plantas de esta variedad, con valores de 2,6 en las plantas inoculadas y de 5,0 g en las plantas testigo en el experimento I y de 2,74 g y 2,64 g, respectivamente, en el experimento II (Figura 3A, B). En la fase reproductiva (etapa R5), las plantas infectadas con el nematodo presentaron lesiones foliares y una menor producción de vainas (Figura 3C), en comparación con las plantas testigo, las cuales tuvieron hojas sanas y una mayor cantidad de vainas (Figura 3D). Posteriormente, en la fase de llenado de vainas (etapa R8), las plantas enfermas por el nematodo conservaron el tallo verde y tuvieron menor producción de vainas en comparación con las plantas sanas, que presentaron el tallo seco y una mayor producción de vainas y granos (Figura 3E, F). También se observó que las plantas enfermas tenían los entrenudos engrosados (Figura 3G, H) y las vainas abortadas (Figura 3L), con curvatura y color amarillo (Figura 3I, J, K).



Figura 3. Plantas de frijol, variedad Citará, infectadas con *Aphelenchoides pseudobesseyi*. **A, B.** Contraste entre el desarrollo foliar y el tallo, respectivamente, de una planta sana (izquierda) y una planta enferma por el nematodo (derecha), a los 20 días después de la inoculación. **C, D.** Comparación entre el desarrollo normal de los racimos florales (etapa R5), de una planta sana (izquierda) y una planta enferma por el nematodo con malformación de los racimos florales y con menor cantidad de vainas (derecha). **E, F.** Diferencia entre una planta testigo con hojas sanas y abundante producción de vainas y una planta enferma que presentó hojas con lesiones necróticas de forma angular, aborto de flores y menor cantidad de vainas, respectivamente. **G, H.** Comparación entre los órganos de una planta sana, los cuales se secaron, con caída de hojas, y mayor cantidad de vainas y de granos (derecha), y plantas enfermas donde los órganos permanecieron verdes, sin caída de hojas y menor cantidad de vainas (izquierda). **I.** Panorámica de las plantas enfermas, etapa R5. **J.** Detalle de síntoma de malformación foliar en la parte superior de las plantas enfermas. **K.** Panorámica de plantas enfermas, etapa R8, con hojas con lesiones necróticas de forma angular y amarillamientos. **L, M.** Entrenudos de tallos con engrosamientos y abultamientos de la base de los peciolo. **N.** Contraste entre vainas con curvaturas producidas en una planta enferma (izquierda), y vainas normales y rectas producidas en una planta sana. **O.** Detalle de vainas enfermas recolectadas del suelo, de color negro-amarillento.

En la cosecha de las plantas de la variedad Quimbaya infectadas con el nematodo se registró una reducción significativa de 26,2% ($p < 0,05$) en el peso seco aéreo solamente en el experimento II. El peso seco de las semillas disminuyó significativamente ($p < 0,05$) en 34,6 % en el experimento I, en tanto que en esta última variable la reducción fue de 14,2, pero no significativa ($p > 0,05$) en el experimento II (**Tabla 1; Figura 3M, N**). En cuanto a las poblaciones de nematodos, se extrajeron 1.218 *A. pseudobesseyi* por planta (Rf: 6,09) (763 individuos en hojas, 16 en vainas y 439 en tallos) y 984 por cada 100 cm³ en las hojas recolectadas del suelo en el experimento I. En el experimento II, por otra parte, se obtuvieron 81 nematodos por planta (61 individuos en tallos y 20 en vainas), y 600 por cada 100 cm³ en las hojas recolectadas del suelo.

Discusión

Nuestros resultados muestran cómo *A. pseudobesseyi* ocasionó lesiones de color amarillo en las hojas de las plantas de frijol de las variedades Citará y Quimbaya a los 8 días de la inoculación, tiempo similar al reportado por **Salas y Vargas (1984)** y **Chaves et al. (2013)** en plantas de frijol común (*P. vulgaris* L.) de las variedades México-80 y Cabécar,

respectivamente, infectadas con *A. besseyi*. **Franc et al.** (1996) también reportaron que en plantas de frijol de la variedad Othello inoculadas con *A. ritzemabosi*, las hojas unifoliadas y trifoliadas desarrollaron lesiones angulares a los 11 días.

Es importante mencionar que con base en la reclasificación del estado taxonómico de *A. besseyi* realizada por **Subbotin et al.** (2020), la especie de nematodo que infecta las plantas de frijol y soya se identificó como una nueva especie, denominada *A. pseudobesseyi*, igual a la reportada por **Guzmán-Piedrahita et al.** (2024) en plantas de soya en Colombia.

En las plantas de frijol infectadas por *A. pseudobesseyi*, los síntomas característicos fueron lesiones necróticas de forma angular y malformación de los primordios foliares, que, al desarrollarse, presentaron arrugas en la lámina foliar y desviación de la nervadura central con forma de zigzag; estos síntomas también fueron reportados en plantas de frijol de las variedades México-80, Cabécar y Jalo Precoco por **Salas y Vargas** (1984), **Chaves et al.** (2013) y **Favoreto et al.** (2021), respectivamente. En este estudio los síntomas típicos ocasionados por el nematodo, es decir, manchas necróticas de forma angular, aparecieron a los 18 días de la inoculación del nematodo, tiempo similar (14 a 20 días) de aparición de los síntomas en frijol de las variedades México-80 y Othello inoculadas con *A. besseyi* y *A. ritzemabosi*, respectivamente (**Salas y Vargas**, 1984; **Franc et al.**, 1996).

Se encontró, asimismo, que las lesiones necróticas ocasionadas por *A. pseudobesseyi* fueron limitadas por las nervaduras de la hoja, que impidieron el aumento de su tamaño y de la infección, resultado también reportado en frijol de las variedades México-80 y Cabécar por **Salas y Vargas** (1984) y **Chaves et al.** (2013), respectivamente. Estas lesiones necróticas de forma angular explican que la enfermedad se denomine “falsa mancha angular” debido a su semejanza con la mancha angular del frijol ocasionada por el hongo *Phaeoisariopsis griseola* (**Salas y Vargas**, 1984; **Araya y Hernández**, 2006; **Barrantes et al.**, 2006). La similitud de los síntomas causados por ambos patógenos puede dificultar su identificación en condiciones de campo, lo que puede desembocar en pérdidas de rendimiento, con el consecuente impacto económico. Ello hace indispensable que las muestras de las plantas afectadas deban enviarse a un laboratorio especializado para su diagnóstico correcto.

En nuestro estudio otros síntomas típicos ocasionados por *A. pseudobesseyi* en las plantas de frijol fueron los entrenudos engrosados; los peciolo con abultamientos en su unión al tallo, y el aborto de vainas, síntomas también ocasionados por *A. besseyi* en plantas de frijol de las variedades Cabécar y Jalo Precoco, según los reportes de **Chaves et al.** (2013) y **Favoreto et al.** (2021), respectivamente. Los síntomas descritos también fueron reportados en plantas de soya de la variedad BRSGO 8160 RR inoculadas con *A. besseyi* (**Meyer et al.**, 2017) y en la variedad Flor Blanca infectada con *A. pseudobesseyi* (**Guzmán et al.**, 2024). Otro síntoma característico que registramos aquí fueron las vainas con curvatura y amarillamiento, lo que aún no se ha reportado en la literatura. La infección por *A. pseudobesseyi* en los tejidos de las plantas de frijol se debe a que el nematodo se alimenta con su estilete de las células de la epidermis en los primordios foliares y florales por vía ectoparasítica y endoparasítica, ocasionándoles daño y dando origen a lesiones angulares necróticas, síntomas ya reportados por otros autores (**Franc et al.**, 1996; **Araya y Hernández**, 2003; **Barrantes**, 2006; **Chávez et al.**, 2013; **Duncan & Moens**, 2013). Este último síntoma ocasiona menor formación de vainas y su caída, dando origen a lo que se conoce como “amachamiento” del frijol según lo reportado por **Chávez et al.** (2013).

Nuestros resultados mostraron que las lesiones angulares ocasionadas por *A. pseudobesseyi* pueden verse expuestas a la coalescencia, lo que conllevó la formación de mayores áreas necróticas, también reportadas previamente en el frijol como causadas por *A. besseyi* (**Salas y Vargas**, 1984). Esto ocasiona una disminución del área foliar funcional y, consecuentemente, de la producción de fotosintatos, que son necesarios para el crecimiento de las plantas de frijol y del peso de sus semillas.

En el presente estudio, en las plantas de frijol infectadas por *A. pseudobesseyi*, el nematodo ocasionó atrofia de los racimos florales y aborto floral, provocando una menor producción de vainas y de semillas, un menor peso seco de tallos y hojas y un menor rendimiento en comparación con las plantas sin inocular, resultados similares a los reportados en frijol inoculado con *A. besseyi* (Araya y Hernández, 2006; Chaves *et al.*, 2013). Asimismo, en plantas de *P. vulgaris* de la variedad Cabécar inoculadas con *A. besseyi*, el rendimiento disminuyó entre 28,5 y 67,1 % (Chaves *et al.*, 2013), resultados similares a los obtenidos en este estudio con las variedades Citará y Quimbaya. En otros estudios con diferentes variedades de frijol común infectados por *A. besseyi*, se han reportado pérdidas de entre 50 y 85 % en el rendimiento (Araya y Hernández, 2003; Barrantes *et al.*, 2006; Chaves & Araya, 2012); en cultivos de soya las pérdidas en el rendimiento han llegado hasta el 100 % (Meyer *et al.*, 2009), y en cultivos de arroz se han reportado pérdidas en el rendimiento entre 4,9 y 46,7 % (Tsai *et al.*, 1998; Bridge *et al.*, 2005 Fortuner y Orton, 1975).

En la época de cosecha, en nuestros experimentos se encontró que en las plantas de frijol de ambas variedades inoculadas con *A. pseudobesseyi* se retrasó la senescencia natural, pues los órganos de las plantas enfermas permanecieron de color verde y tenían menor cantidad de vainas y semillas en comparación con los órganos de las plantas testigo (sin inocular). Este retraso de la senescencia natural en las plantas de frijol también fue reportado en plantas de soya (*G. max*) cuando se eliminaron sus flores de forma artificial, lo que ocasionó una reducción de la competencia entre los órganos reproductivos y vegetativos de la planta, por lo que las sales minerales, los azúcares y los aminoácidos no se transferían a las vainas, permaneciendo en el follaje y dándole el característico color verde oscuro a las plantas (Salisbury & Ross, 1994; Taiz & Zeiger, 2006). Los resultados obtenidos por estos investigadores coinciden con los nuestros, ya que las plantas inoculadas con el nematodo también presentaron aborto floral y disminución en la cantidad de vainas, lo cual retardó la senescencia en las plantas enfermas, y coincide con los resultados obtenidos en soya por Meyer *et al.* (2017) y en frijol por Chaves *et al.* (2013).

Conclusiones

Se demostró que *Aphelenchoides pseudobesseyi* ocasiona lesiones necróticas angulares y malformación de la lámina en las variedades de frijol Citará y Quimbaya, así como un menor peso seco de semillas y tejidos aéreos. Este es el primer reporte en Colombia de *A. pseudobesseyi* como causante de manchas foliares en el frijol y la consecuente disminución de la producción. La etiología de esta nueva enfermedad podría servir de base para investigaciones futuras en epidemiología y para la evaluación del comportamiento de otras variedades de frijol, aspectos esenciales para establecer estrategias de manejo integrado orientadas a reducir las pérdidas que causan en la producción del cultivo.

Agradecimientos

Los autores agradecemos a los señores Wilson Puerta y Carlos Arturo Cifuentes por su ayuda en las actividades de campo en la investigación, así como al profesional Luis Carlos Imbachi Quinchua, por el apoyo en el diseño y el análisis estadístico.

Contribución de los autores

OG fue responsable de todo el experimento, contribuyó en las actividades de campo y laboratorio, y en el análisis, la interpretación y la elaboración de artículo científico. CZ contribuyó en la recolección de los datos de campo y laboratorio y ayudó en edición del texto final.

Conflicto de intereses

Los autores declaran no tener conflictos de intereses ni relaciones con el empleador que puedan influir en la transparencia u objetividad durante la revisión del artículo por pares y la publicación.

Referencias

- Araya, C., & Hernández, J. (2003). Distribución agroecológica de enfermedades del frijol en Costa Rica. *Manejo Integrado de Plagas y Agroecología*, 68, 26-33.
- Araya, C., & Hernández, J. (2006). *Guía para la identificación de las enfermedades del frijol más comunes en Costa Rica*. Ministerio de Agricultura y Ganadería. San José, Costa Rica.
- Barrantes, W., Araya, C., Esquivel, A. (2006). Falsa mancha angular del frijol: una enfermedad que avanza en Costa Rica. *Manejo Integrado de Plagas y Agroecología*, 78, 91-93.
- Chaves, N. & Araya, C. (2012). Pérdidas causadas por el amachamiento del frijol (*Aphelenchoides besseyi* Christie) y reacción del germoplasma comercial al patógeno. *Agronomía Mesoamericana*, 23, 1-12.
- Chaves, N., Cervantes, E., Zabalgoeazcoa, I., Araya, C. M. (2013). *Aphelenchoides besseyi* Christie (Nematoda: Aphelenchoididae), agente causal del amachamiento del frijol común. *Tropical Plant Pathology*, 38 (3), 243-252.
- Duncan, L.W., & Moens, M. (2006). Migratory endoparasitic nematodes. In R.N. Perry and M. Moens (Eds). *Plant Nematology* (pp. 124-152). CAB International.
- Favoreto, L., Meyer, M. C., Calandrelli, A., da Silva, M.C., da Silva, S. A., Zambolini, A. C. (2021). *Aphelenchoides besseyi* parasitizing common bean in Brazil. *Plant Disease*, 105 (4), 748-751.
- Federación Nacional de Cultivadores de Cereales, Leguminosas y Soya- Fenalce. (2025). Histórico de área, producción y rendimiento, cereales, leguminosas y soya. <https://app.powerbi.com/view?r=eyJrIjoiM2FiYzMSZTAtNjFmNi00MGQyLWFiYzYtNGI0YTJiZTcwZWQwIiwidCI6IjU2MmQ1YjJLTBmMzEtNDdmOC1iZTk4LTNmMjI4Nzc4MDBhOCJ9>.
- Fernández, F., Gepts, P., López, M. (1986). *Etapas de desarrollo de la planta de frijol común* (*Phaseolus vulgaris* L.). Centro Internacional de Agricultura Tropical, CIAT, Cali, Colombia.
- Fortuner, R., & Orton W. K. J. (1975). Review of the literature on *Aphelenchoides besseyi* Christie, 1942, the nematode causing “white tip” disease in rice. *Helminthological Abstracts - Series B*, 44, 1. 40p.
- Franc, G.D., Beaupré, M. S., Gray, F. A., Hall, R.D. (1996). Nematode angular leaf spot of dry bean Wyoming. *Plant Disease*, 80, 476-477.
- Guzmán-Piedrahita, O.A., Zamorano-Montañez, C., Aguilar-Marín, S.B., López-Nicora, H. (2024). First report of foliar nematode (*Aphelenchoides pseudobesseyi*) on soybean in Colombia. *Plant Disease*, 108, 535.
- Jenkins, W.R. (1964). A rapid centrifugal flotation technique for separating nematodes from soil. *Plant Disease Reporter*, 48 (9), 692.
- Meyer, M. C., Henning A. A., Almeida A. M. R., Godoy, C. V., Seixas, C. D. S., Yorinori, J. T., Ferreira, L. P., Soares, R. M., Dias, W. P. (2009). Manejo integrado de doenças da soja em regiões tropicais. In: 1º Simpósio Sobre Manejo de Pragas. Belém, PA. Anais. Belém: Embrapa Amazônia Oriental.
- Meyer, M., Favoreto, L., Klepker, D., Marcelino-Guimarães, F. (2017). Soybean green stem and foliar retention syndrome caused by *Aphelenchoides besseyi*. *Tropical Plant Pathology*, 42, 403-409.
- Sikora, R. A., Claudius-Cole, B., Sikora, E. J. (2018). Nematodes parasites of food legumes. Chapter 9. In: R. Sikora, D. Coyne, J. Hallmann & P. Timper (Eds.). *Plant Parasitic Nematodes in Subtropical and Tropical Agriculture* (pp. 290-345). CABI Publishing.
- Salas, L. A., & Vargas, G. E. (1984). El nematodo foliar *Aphelenchoides besseyi* Christie (Nematoda: Aphelenchidae) como causante de la falsa mancha angular del frijol en Costa Rica. *Agronomía Costarricense*, 8 (1), 65-68.
- Salisbury, F. B., & Ross, C. W. (1994). *Fisiología Vegetal*. México, Grupo Editorial Iberoamericana.
- Taiz, L., & Zeiger, E. (2006). *Plant Physiology*. 4ª ed. Sunderland (Massachusetts), Sinauer Associates, Inc., Publishers.
- Tsay, T. T., Cheng, Y. H., Teng, Y. C., Lee, M. D., Wu, W. S., Lin, Y. Y. (1998). Bionomic and control of rice white tip disease nematode, *Aphelenchoides besseyi*. *Plant Protection Bulletin Taipei*, 40, 277-285.

Artículo original

Diatomeas del registro sedimentario del sistema lagunar Yahuaraca, Amazonas, Colombia

Diatoms from the sedimentary record of the Yahuaraca lagoon system, Amazonas, Colombia

🌱 Liliana Palma-Silva^{1,*}, 🌱 Carlos A. Rivera-Rondón¹, 🌱 Santiago R. Duque², 🌱 Laura Pérez³,
🌱 Felipe García-Rodríguez^{3,4}

¹Laboratorio de Limnología, Unidad de Ecología y Sistemática (UNESIS), Departamento de Biología, Pontificia Universidad Javeriana, Bogotá, Colombia

²Laboratorio de Manejo y Gestión de Humedales, Universidad Nacional de Colombia, Sede Amazonia, Leticia, Colombia

³Departamento de Geociencias, Centro Universitario Regional del Este (CURE), Universidad de La República, Rocha, Uruguay

⁴Instituto de Oceanografía – Universidade Federal do Rio Grande (FURG), Rio Grande, Brasil

Resumen

Los estudios sobre diatomeas en la Amazonia son relativamente escasos, a pesar del interés por la gran diversidad de esta región. El análisis taxonómico de diatomeas amazónicas amplía la comprensión de la diversidad de los ecosistemas acuáticos y constituye una referencia para el desarrollo de estudios paleoecológicos. En este trabajo nos propusimos caracterizar la composición de diatomeas del registro sedimentario del sistema lagunar Yahuaraca. Este lago es de especial interés para las comunidades locales, pues tiene diferentes grados de conexión con el río Amazonas. Analizamos dos núcleos de sedimentos en Lago Largo (YAH-1) y Boa Anaconda (YAH-4) y se obtuvieron 241 muestras en las que se analizó la composición de diatomeas. Los resultados indicaron que los dos núcleos tenían una composición taxonómica similar. Se identificaron 167 morfotipos de diatomeas distribuidos en tres clases, 12 órdenes, 26 familias y 41 géneros. Las diatomeas más diversas fueron las birrafídeas simétricas, cuyo género más dominante fue *Pinnularia*. La especie de mayor abundancia en ambos núcleos fue *Aulacoseira veralucidae* Tremarin, Ludwig y Torgan, del grupo morfológico céntrico. Nuestro estudio amplía el inventario y el conocimiento sobre las diatomeas en ambientes acuáticos de la región amazónica colombiana y presenta una iconografía que podrá usarse en trabajos futuros sobre la ecología de las especies amazónicas, así como en reconstrucciones paleoambientales en la región.

Palabras clave: Cuenca amazónica; Lagos de inundación; Diatomeas; Sedimentología

Abstract

Studies on diatoms in the Amazon are relatively scarce despite the interest in the great diversity of this region. The taxonomic analysis of Amazonian diatoms improves our understanding of the diversity of aquatic ecosystems and serves as a reference for paleoecological studies. Here, we aimed to characterize the diatom composition of the sedimentary record of the Yahuaraca lagoon system. This lake is of special interest to local communities, given its different degrees of connection with the Amazon River. We studied two sediment cores in Lago Largo (YAH-1) and Boa Anaconda (YAH-4) and divided them by centimeters to obtain 120 and 121 samples, respectively. We analyzed the diatom composition and counted the diatoms in each core. Our results indicated that both cores had a similar taxonomic composition with 167 diatom morphotypes distributed in three classes, 12 orders, 26 families, and 41 taxonomic genera. The most diverse diatoms were the symmetrical biraphideans, *Pinnularia* being the richest genus. As for the relative abundance, the most representative species in both cores was *Aulacoseira veralucidae* Tremarin, Ludwig y

Citación: Palma-Silva L, *et al.*
Diatomeas del registro sedimentario del sistema lagunar Yahuaraca, Amazonas, Colombia. Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. 49(190):70-89, enero-marzo de 2025. doi: <https://doi.org/10.18257/raccefyn.3106>

Editor: Elizabeth Castañeda

***Correspondencia:**

Liliana Palma;
lilianapalmas@javeriana.edu.co

Recibido: 7 de noviembre de 2024

Aceptado: 13 de febrero de 2025

Publicado en línea: 28 de febrero de 2025



Este artículo está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-Compartir Igual 4.0 Internacional

Torgan from the centric functional group. Our study expands the inventory and knowledge about diatoms in aquatic environments in the Colombian Amazon region; it also presents an iconography that can be used in future works on the ecology of Amazonian species and paleoenvironmental reconstructions in the area.

Keywords: Amazon basin; Floodplain lakes; Diatoms; Sedimentology.

Introducción

La región amazónica colombiana es gran interés por la diversidad biológica que alberga. Sin embargo, los estudios sobre las diatomeas son escasos en la región (Sala *et al.*, 1999; Sala *et al.*, 2002 a,b; Vouilloud *et al.*, 2013, Troudet *et al.*, 2017). En estudios previos de la ficoflora en sistemas acuáticos de la Amazonia colombiana se analizan principalmente la taxonomía y la distribución de las especies (Duque y Núñez, 2000), lo que permite apreciar la gran biodiversidad de algas de los grupos de euglenoides (Conforti y Nudelman, 1994; Duque, 1995a), desmidias (Duque y Donato, 1993, 1994, 1995, 1996 a,b; Duque y Núñez-Avellaneda, 1997; Núñez-Avellaneda y Duque, 2000), clorococales (Núñez-Avellaneda y Duque, 1997; Echenique *et al.*, 2004, 2013), y crisófitos (Vigna y Duque, 1999; Vigna *et al.*, 2005).

En cuanto a las diatomeas, hay pocos estudios de revisión de algunos de los géneros de las centrales y las pennales (Sala *et al.*, 1999, 2002 a,b, 2008 a, 2015, 2021; Vouilloud *et al.*, 2010, 2013; Simonato *et al.*, 2020). En estudios en diferentes ecorregiones del país se ha visto que más de la mitad de los taxones de diatomeas no puede asignarse a las especies descritas y hay poca similitud florística entre las diferentes regiones geográficas (Sala *et al.*, 2008b; Montoya-Moreno y Aguirre, 2013; Simonato *et al.*, 2020). En la región de la Amazonia, Brasil cuenta con muchos más estudios que los otros países de la cuenca (Díaz-Castro *et al.*, 2003; Ferrari *et al.*, 2007; Melo *et al.*, 2010; Wetzel *et al.*, 2010, 2011, 2013, 2014; Pereira *et al.*, 2013, 2014, 2015; Canani *et al.*, 2018; Silva-Azevedo *et al.*, 2018).

Las diatomeas se utilizan ampliamente como indicadores de las condiciones ambientales pasadas, ya que sus frústulas de sílice se conservan bien en los sedimentos, lo que permite la reconstrucción paleoecológica de los ecosistemas (Moreira *et al.*, 2013; Thacker y Karthick, 2023). Además, responden rápidamente a los cambios ambientales, por lo que son valiosas para comprender los cambios en el clima y la calidad del agua a lo largo del tiempo (Vélez *et al.*, 2006; Fritz *et al.*, 2019).

Las investigaciones sobre diatomeas en los ecosistemas acuáticos de la Amazonia demuestran su potencial como indicadores de las condiciones históricas de los cursos y cuerpos de agua y de la diversidad ecológica, lo cual es esencial para una planificación eficaz de la restauración (Almeida *et al.*, 2020). Al analizar los conjuntos de diatomeas, se pueden deducir las condiciones de los lagos en el pasado, lo que ayuda a determinar estados de referencia para estudios de restauración (Zhang *et al.*, 2020), cambios en el estado trófico (Makri *et al.*, 2019), la acidificación (Taucher *et al.*, 2022) y la influencia hidráulica (Li *et al.*, 2024), entre otras. Si bien los estudios sobre las diatomeas proporcionan información importante, sigue siendo difícil comprender plenamente sus funciones y respuestas ecológicas en entornos complejos como el Amazonas, por lo que es necesario seguir investigando para mejorar las estrategias de restauración. En este sentido, nuestro trabajo analiza la composición y la diversidad de las diatomeas en núcleos de sedimento del lago Yahuaraca de la Amazonia colombiana.

Materiales y métodos

Área de estudio

El sistema lagunar Yahuaraca (4°11.790' S y 69°57.840' W) está compuesto por lagos de várzea influenciados por el río Amazonas, con aguas blancas de tipo I y, en la quebrada Yahuaraca, con aguas negras de tipo I, por lo que según el momento del año puede presentar diferentes tipos de agua (Duque *et al.*, 1997). Por su cercanía, algunos lagos del

sistema tienen semejanzas con la quebrada en diferentes períodos. En aguas en ascenso y altas, el río afecta todo el sistema, en tanto que en aguas bajas, los lagos se desconectan del río Amazonas (**Salcedo-Hernández *et al.*, 2012**).

De acuerdo a los tipos de conexión definidos por **Drago (2007)**, el sistema lagunar presenta dos tipos de conexión con el río Amazonas: 1) una conexión directa permanente y de doble flujo a través del canal de la Milagrosa que conecta con el lago IV (Pozo Hondo), en donde el río Amazonas entra al sistema entre noviembre y abril y drena al río entre junio y agosto; también hay una conexión directa permanente con la quebrada Yahuaracaca, especialmente en aguas bajas, y 2) una conexión de desborde cuando las aguas del río Amazonas sobrepasan la barrera que separa a los lagos entre los meses de abril y junio (**Figura 1**).

Recolección, preparación e identificación del material

El material se recolectó en núcleos de sedimento ubicados en dos estaciones en el sistema lagunar Yahuaracaca, el lago I (Largo) y el lago IV (Pozo Hondo 1), utilizando un nucleador de pistones (*piston corer*). Se seccionaron los núcleos por centímetros hasta obtener 120 y 121 muestras, respectivamente.

Las muestras se procesaron mediante un proceso oxidativo utilizando 20 a 50 mg de sedimento. Para la eliminación de la materia orgánica se hizo una digestión con H_2O_2 al 33 %. A las muestras se les adicionó una gota de HCl 1N para eliminar los carbonatos y mantener la digestión en condiciones ácidas. La oxidación se llevó a cabo en baño maría a 70-75 °C. Después de la digestión, los productos químicos disueltos residuales se eliminaron mediante lavados sucesivos con agua destilada hasta alcanzar un pH de 6. A cada una de las muestras se le añadió un volumen conocido de solución de microesferas de poliestireno de 5 μm de diámetro (Sigma-Aldrich®) para calcular así la densidad de las valvas. Posteriormente, las muestras se sometieron a un baño de ultrasonido durante cinco minutos para dispersar las diatomeas y hacer preparados permanentes con medio Naphrax® (índice de refracción 1,7). La identificación y conteo se hizo con un microscopio Zeiss Axio Imager A2 con 1000x y contraste interferencial. Se contaron hasta 400 valvas por preparado; sin embargo, algunas muestras presentaron concentraciones bajas de diatomeas, por lo que fue necesario revisar hasta tres láminas para contar por lo menos

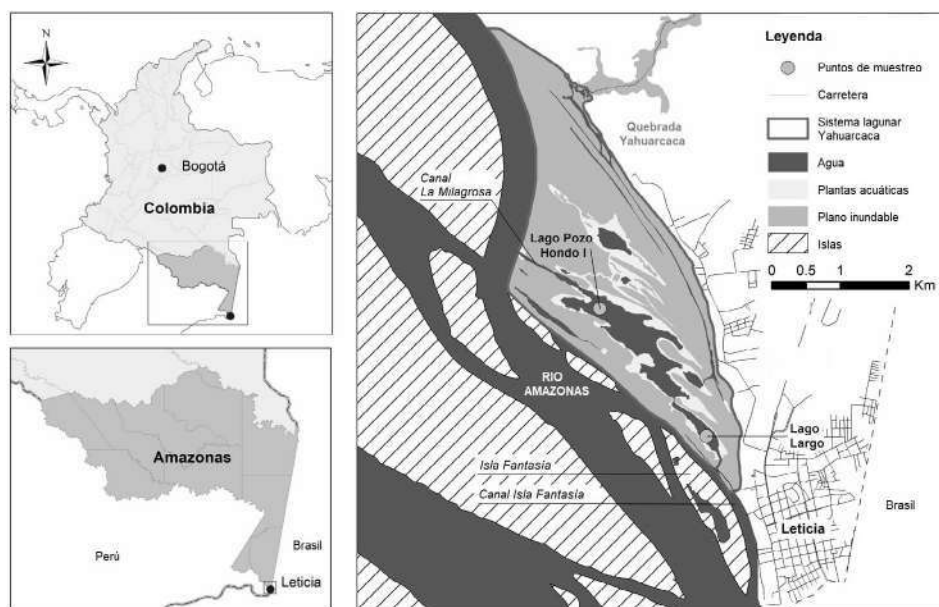


Figura 1. Sitios de extracción de los núcleos en el sistema lagunar Yahuaracaca: lago Largo (YAH-1) 4°11,790'' S 69°57,345'' W y Pozo Hondo 1 (YAH-4) 4°11,247'' S 69°57,650'' W

100 valvas. Se contaron en promedio 130 y 135 valvas en el lago Yahuaraca 1 (YAH1) y lago Yahuaraca 4 (YAH4) respectivamente. Puesto que el estudio se basó en el registro sedimentario de los lagos, no se tomaron datos *in situ* de la física y la química del agua del sistema lagunar en el momento de la toma de los núcleos.

En la identificación taxonómica se usaron claves taxonómicas de Metzeltin y Lange-Bertalot (1998, 2007), Simonsen (1979), Krammer (2000), Rumrich *et al.* (2000), Tremarin *et al.* (2012, 2013), Hofmann *et al.* (2013), Rivera-Rondón y Catalán (2017), Kulikovskiy *et al.* (2020), Spaulding *et al.* (2022) y Guiry y Guiry (2024), entre otras. La asignación taxonómica de “sp” se le dio a diatomeas cuyas valvas no lograron identificarse a nivel de especie, pero sí a nivel de género. Se utilizó “aff.” para morfotipos afines a otras especies, pero que no correspondían a la identidad de las ya descritas. Por último, se usó “cf.” para morfotipos similares a una especie conocida, pero sin confirmación total por la imposibilidad de ver todos sus caracteres (Bengtson, 1988; Stearn, 1992).

Resultados

Composición de diatomeas

En el sistema lagunar Yahuaraca se encontraron 167 morfoespecies de diatomeas: 157 en YAH-1 y 145 en YAH-4, distribuidas en tres clases, 12 órdenes, 26 familias y 41 géneros (Tabla S1, <https://www.raccefyn.co/index.php/raccefyn/article/view/3106/4512>) (Figuras 2-8). Los morfotipos se agruparon en nueve grupos funcionales según su morfología. En YAH-1 se encontrando que las diatomeas más representativas fueron las birrafideas simétricas, con el 46,5 %, siendo *Pinnularia* el género más dominante (28 taxones), seguido de las birrafideas asimétricas y las Eunotioideas, con el 15,1 %, respectivamente, cuyo género más representativo en el primer caso fue *Gomphonema* (16 taxones) y en el segundo *Eunotia* (23 géneros). En YAH-4, las diatomeas birrafideas simétricas fueron las más dominantes, con el 47,6 %, seguidas de las birrafideas asimétricas, con el 14,9 % y las del morfotipo Eunotioide, con el 14,3 % (Figura 9 a,b).

En los 167 morfotipos encontrados en los dos núcleos de sedimentos, se identificaron 106 especies. En cuanto a la frecuencia de los morfotipos, en YAH-1 únicamente 12 morfotipos se hallaron más comúnmente. *Aulacoseira veralucidae* Tremarin, Ludwig y Torgan estuvo presente en todas las muestras del núcleo y *Diademsis confervaceae* Kützing en 117 de 120 muestras, *Ulnaria ulna* (Nitzsch) Compère en 114 muestras, *Pinnularia* sp. en 105 muestras, *Encyonema aff. silesiacum* (Bleisch) D.G.Mann en 94 muestras, *Aulacoseira herzogii* (Lemmermann) Simonsen en 91 muestras, *Gomphonema* sp. en 90 muestras, y *Aulacoseira brasiliensis* Tremarin, Ludwig y Torgan en 84 muestras, entre otras.

En el caso de YAH-4 se analizaron 121 muestras, siendo *A. veralucidae* de nuevo la especie más frecuente (118 muestras a lo largo del núcleo), seguida de *D. confervaceae* (113 muestras), *Pinnularia* sp. (102 muestras), *E. aff. silesiacum* (80 muestras), y *A. herzogii*, (97 muestras), entre otras (Figura 10 a,b). Cabe mencionar que la determinación únicamente hasta el nivel “sp”, como en el caso de morfotipos del género *Pinnularia*, se debió a que los morfotipos estaban muy fragmentados y aunque se logró reconocer su género, no fue posible clasificarlas a nivel de especie.

Abundancia de diatomeas

En YAH-1 el género más frecuente de mayor abundancia fue *Aulacoseira*, con 48,5 %, seguido de *Diademsis*, con 12,0 % y *Pinnularia*, con 11,8 %. El 5,8 % de la abundancia relativa correspondió a la sumatoria de 28 géneros de diatomeas. En YAH-4 los mayores valores se registraron en los géneros *Aulacoseira*, con el 62,7 %, *Pinnularia*, con el 12,8 % y *Diademsis*, con el 5,5 %. El 8,3 % de la abundancia correspondió a la suma de 35 géneros presentes en el núcleo (Figura 9c).

Entre las morfoespecies más abundantes en los dos núcleos estuvo *A. veraluciae*, la más abundante con un 35,6 % de la abundancia total relativa en YAH-1 y con 34,3 % en YAH-4. Otra morfoespecie de importancia fue *D. confervaceae*, aunque su abundancia fue menor, con 12,0 % en YAH-1 y 5,5 % en YAH-4 (Figura 10c).

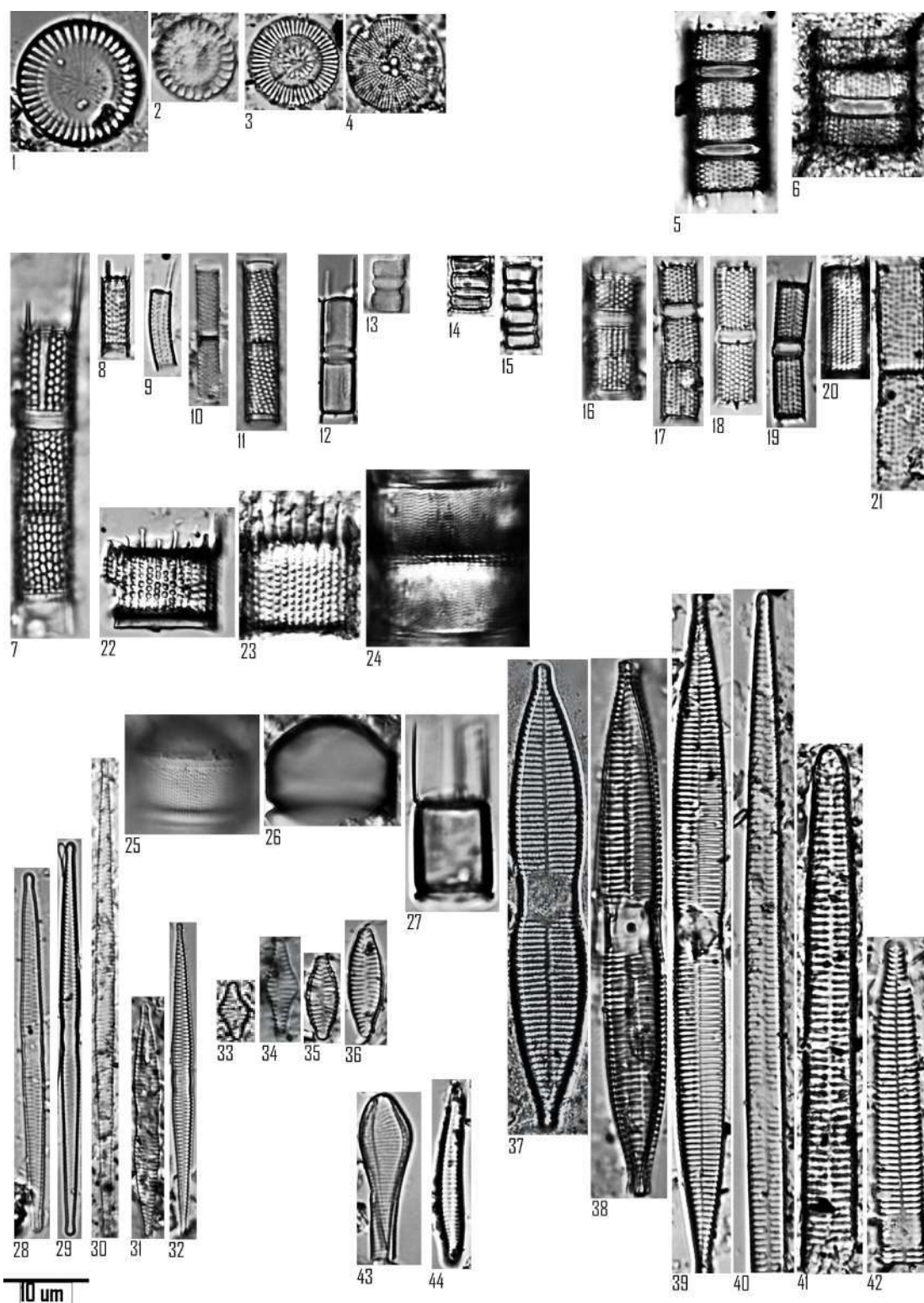


Figura 2. Especies encontradas en el lago Yahuaraca: 1-2 *Cyclotella meneghiniana*, 3 *Discostella stelligera*, 4 *Orthoseira roseana*, 5-6 *Aulacoseira brasiliensis*, 7 *Aulacoseira granulata*, 8-11 *Aulacoseira granulata* var. *angustissima*, 12-13 *Aulacoseira herzogii*, 14-15 *Aulacoseira tenella*, 16-21 *Aulacoseira veraluciae*, 22-23 *Aulacoseira* sp₁, 24-26 *Aulacoseira* sp₂, 27 *Melosira varians*, 28-30 *Fragilaria* cf. *fusa*, 31 *Fragilaria* sp₁, 32 *Fragilaria* sp₂, 33-34 *Staurosira* sp₁, 35-36 *Staurosira* sp₂, 37-39 *Ulnaria goulardi*, 40-42 *Ulnaria ulna*, 43 *Actinella* cf. *brasiliensis*, 44 *Actinella* sp.

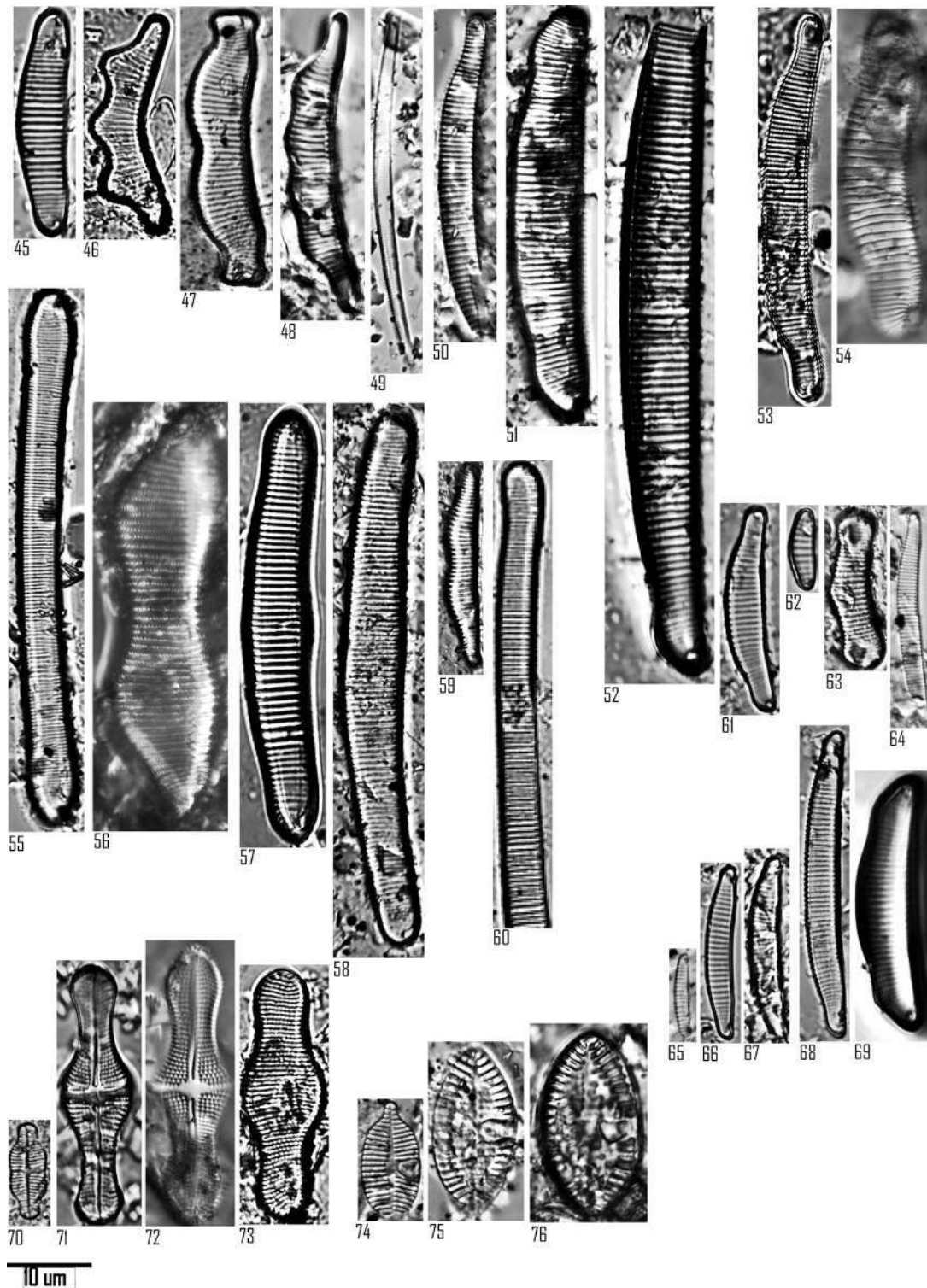


Figura 3. Especies encontradas en el lago Yahuaraca: 45 *Eunotia* aff. *formica*, 46 *Eunotia* aff. *trigibba*, 47 *Eunotia* *bidens*, 48 *Eunotia* *camelus*, 49 *Eunotia* cf. *bilunaris*, 50 *Eunotia* cf. *denticulata*, 51 *Eunotia* *indica*, 52 *Eunotia* cf. *indica*, 53 *Eunotia* cf. *inspectabilis*, 54 *Eunotia* cf. *praerupta*, 55 *Eunotia* cf. *rabenhorstiana*, 56 *Eunotia* *didyma*, 57-58 *Eunotia* *formica*, 59 *Eunotia* *implicata*, 60 *Eunotia* *karenae*, 61 *Eunotia* *minor*, 62 *Eunotia* *parasiolii*, 63 *Eunotia* *rabenhorstii*, 64 *Eunotia* sp₁, 65 *Eunotia* sp₂, 66 *Eunotia* sp₃, 67 *Eunotia* sp₄, 68 *Eunotia* sp₅, 69 *Eunotia* sp₆, 70 *Gogorevia* *exigua*, 71-72 *Achnanthes* *inflata*, 73 *Achnanthes* sp, 74 *Planothidium* cf. *boudoui*, 75-76 *Planothidium* *salvadorianum*

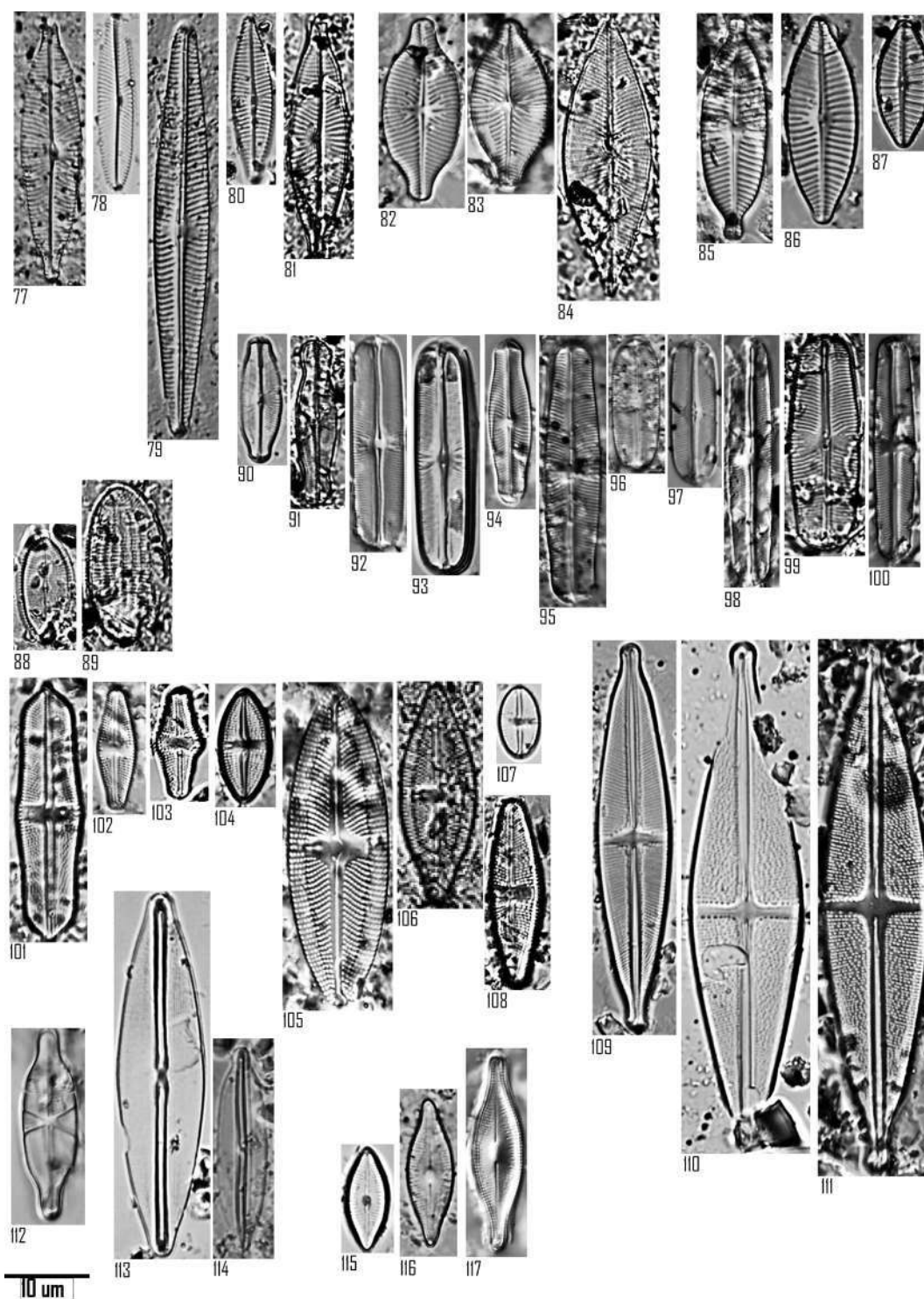


Figura 4. Especies encontradas en el lago Yahuaraca: 77 *Navicula amphiceropsis*, 78 *Navicula* cf. *symmetrica*, 79 *Navicula lohmannii*, 80 *Navicula* sp₁, 81 *Navicula* sp₂, 82-83 *Placoneis* cf. *santaremensis*, 84 *Placoneis jatobensis*, 85 *Geissleria decussis*, 86-87 *Geissleria neotropica*, 88-89 *Cocconeis placentula*, 90 *Sellaphora* aff. *pupula*, 91 *Sellaphora* cf. *guayanensis*, 92-93 *Sellaphora* cf. *rectangularis*, 94 *Sellaphora disjuncta*, 95 *Sellaphora pseudopupula*, 96-97 *Sellaphora* sp₁, 98 *Sellaphora* sp₂, 99 *Sellaphora* sp₃, 100 *Sellaphora* sp₄, 101 *Luticola argutula*, 102-103 *Luticola* cf. *hustedtii*, 104 *Luticola* cf. *permuticoides*, 105 *Luticola frenguelli*, 106 *Luticola* sp₁, 107 *Luticola* sp₂, 108 *Luticola* sp₃, 109 *Stauroneis anceps*, 110-111 *Stauroneis gracilior*, 112 *Capartogramma crucicola*, 113 *Frustulia* cf. *crassinervia*, 114 *Frustulia* cf. *zizkae*, 115-117 *Diadesmis confervaceae*

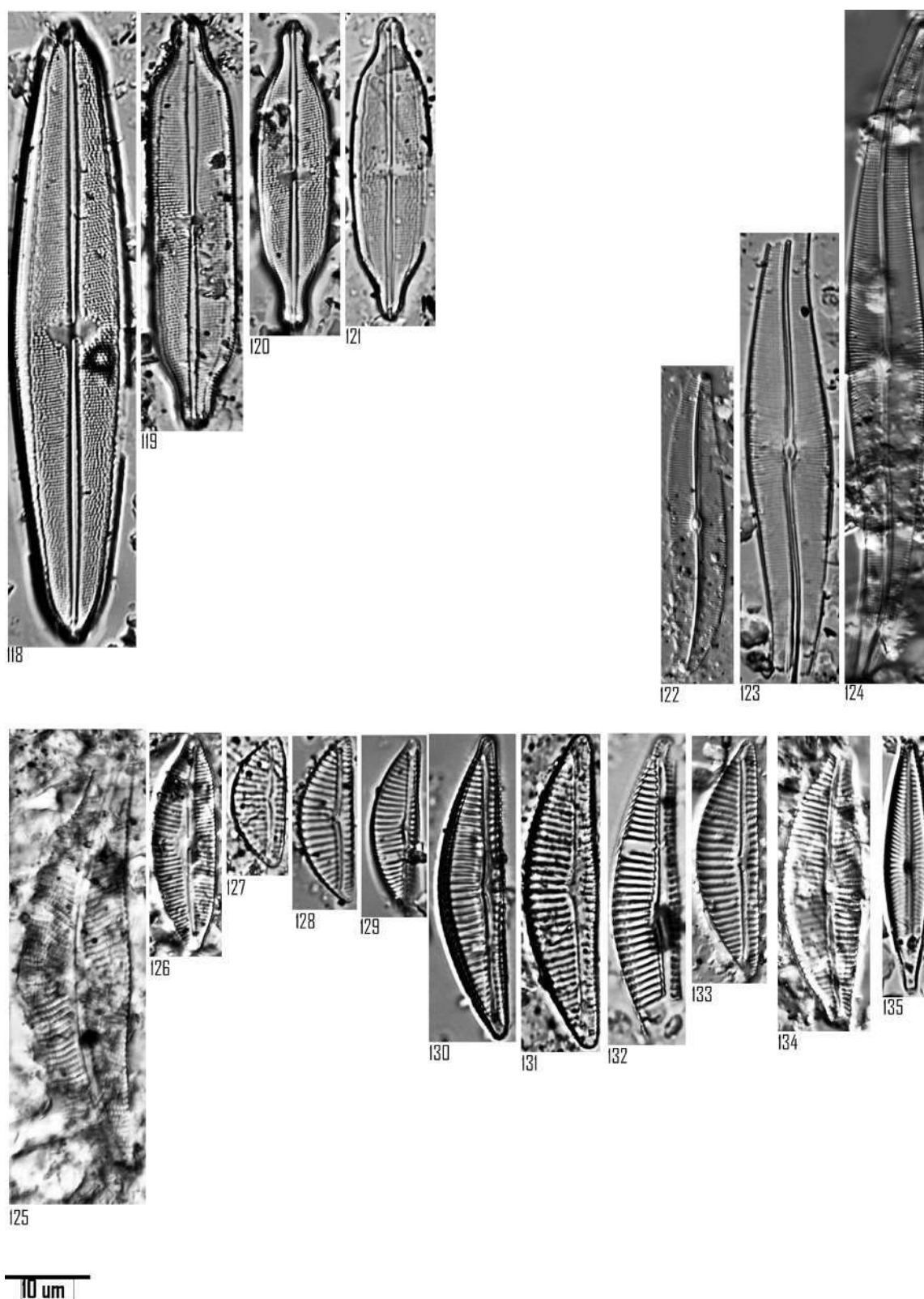


Figura 5. Especies encontradas en el lago Yahuaraca: 118 *Neidium* cf. *iridis*, 119 *Neidium* cf. *siveri*, 120 *Neidium* cf. *subamphigomphus*, 121 *Neidium* sp, 122 *Gyrosigma* sp₁, 123-124 *Gyrosigma* sp₂, 125 *Cymbella* cf. *Cymbiformis*, 126 *Cymbopleura* cf. *acuta*, 127-229 *Encyonema* aff. *silesiacum*, 130-133 *Encyonema amazonianum*, 134 *Encyonema* sp, 135 *Encyonopsis* sp.

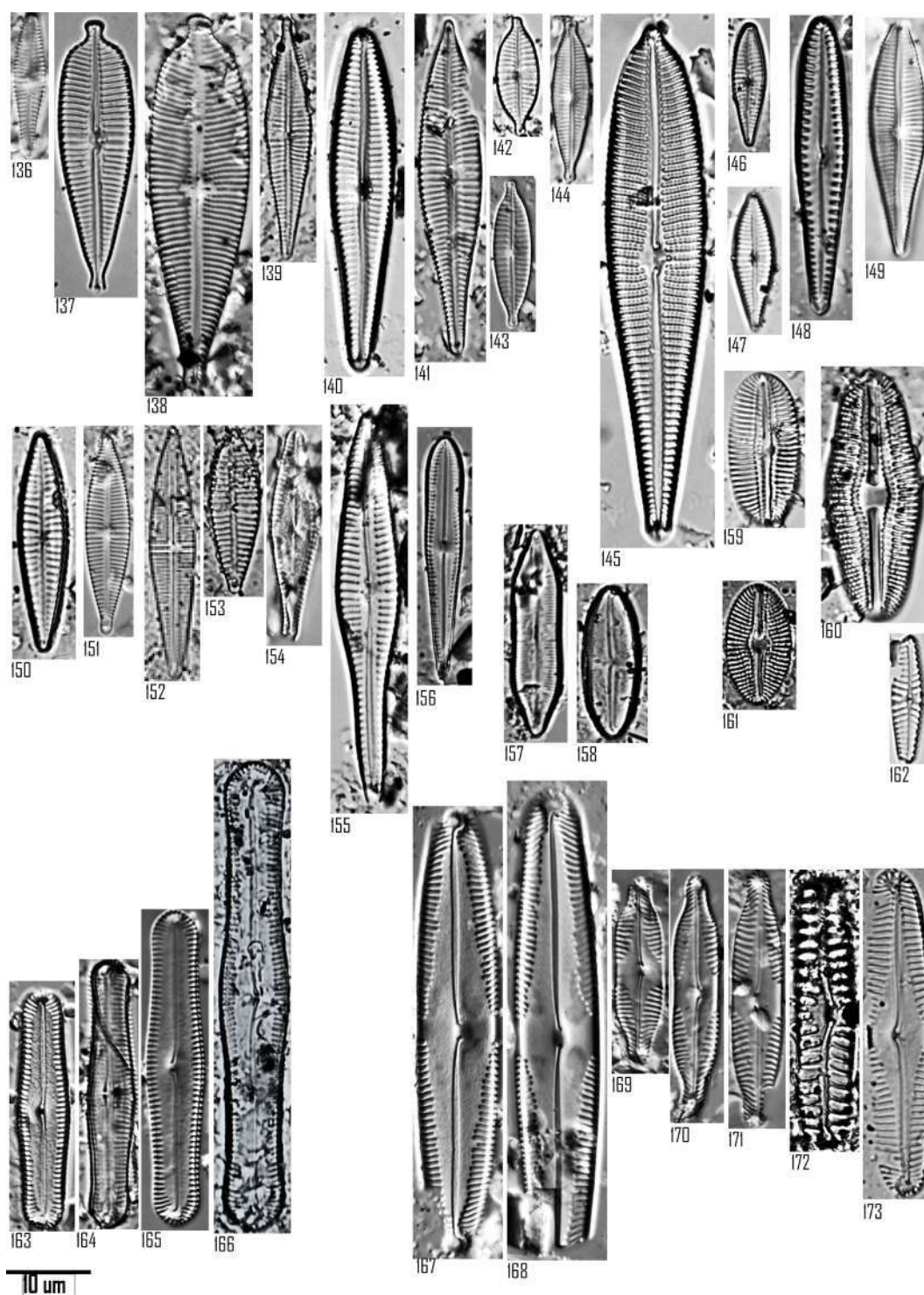


Figura 6. Especies encontradas en el lago Yahuaraca: 136 *Gomphonema* aff. *exilissimum*, 137-138 *Gomphonema* *augur*, 139. *Gomphonema* cf. *aequirostrum*, 140. *Gomphonema* cf. *alfinitoanum*, 141. *Gomphonema* *graciloides*, 142-144 *Gomphonema* *lagenula*, 145 *Gomphonema* *neonasutum*, 146-147 *Gomphonema* *parvulum*, 148 *Gomphonema* sp₁, 149 *Gomphonema* sp₂, 150 *Gomphonema* sp₃, 151 *Gomphonema* sp₄, 152 *Gomphonema* sp₅, 153 *Gomphonema* sp₆, 154 *Gomphonema* sp₇, 155 *Gomphonema* *vibrioides*, 156 *Gomphosphenia* cf. *lingulatiformis*, 157 *Caloneis* cf. *inflata*, 158 *Caloneis* sp, 159 *Diploneis* cf. *subovalis*, 160 *Diploneis* sp₁, 161 *Diploneis* sp₂, 162 *Hippodonta* *hungarica*, 163-166 *Pinnularia* *acrosphaeria*, 167-168 *Pinnularia* aff. *angustistriata*, 169-171 *Pinnularia* aff. *microstauron*, 172 *Pinnularia* *borealis*, 173 *Pinnularia* *brebissonii* var. *minuta*.

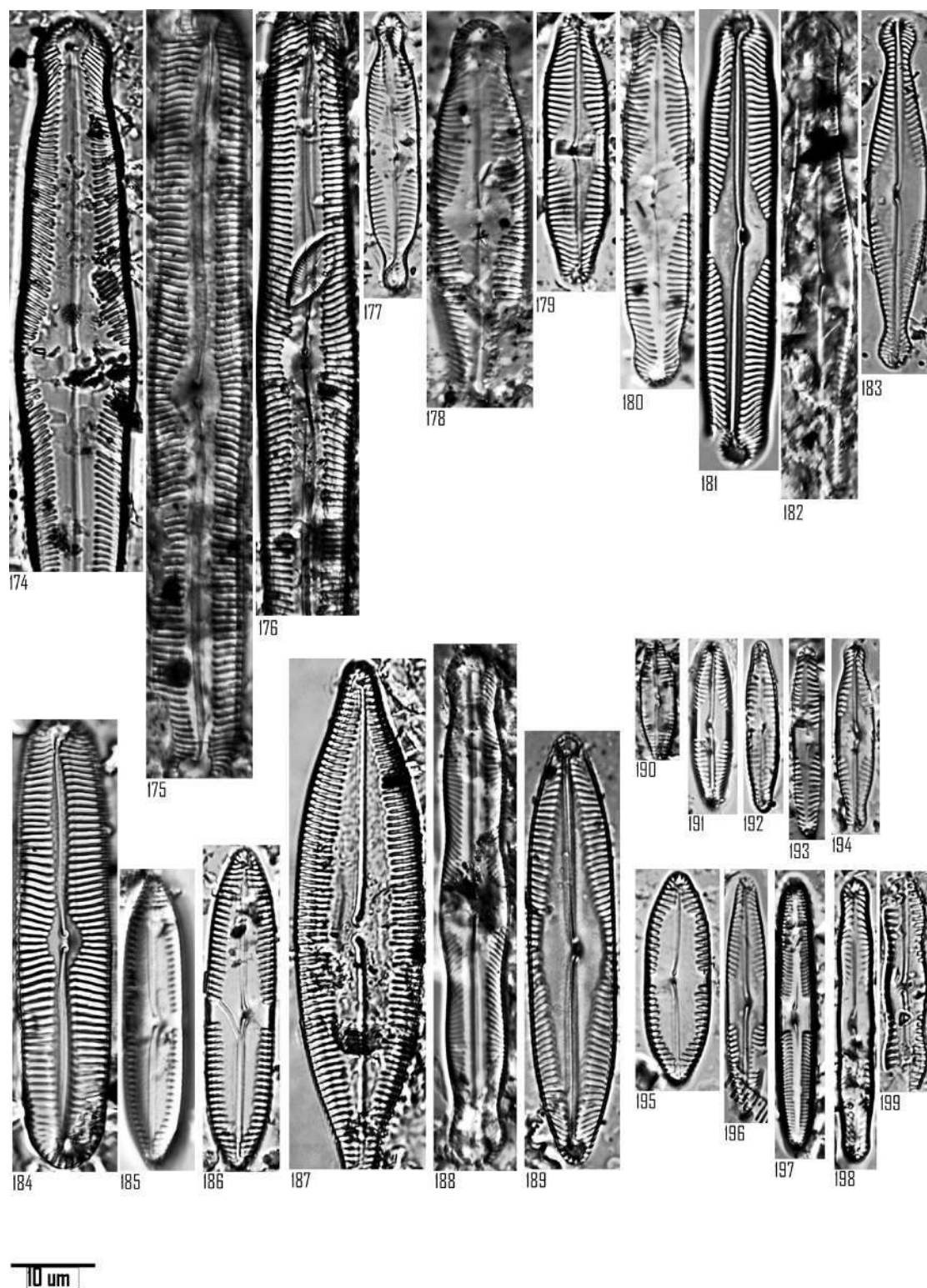


Figura 7. Especies encontradas en el lago Yahuaraca: 174 *Pinnularia* cf. *divergens* var. *mesoleptiformis*, 175-176 *Pinnularia* cf. *latevittata*, 177 *Pinnularia* cf. *Mesoleptia*, 178 *Pinnularia* cf. *microstauron*, 179 *Pinnularia* *microstauron* var. *brasiliensis*, 180-181 *Pinnularia* cf. *rhombofasciata*, 182 *Pinnularia* *rostratissima*, 183 *Pinnularia* cf. *rostratissima*, 184 *Pinnularia* cf. *subflamma*, 185-186 *Pinnularia* *instabiliformis*, 187 *Pinnularia* *instabilis*, 188 *Pinnularia* *subumbrosa*, 189 *Pinnularia* *variarea*, 190-191 *Pinnularia* sp₁, 192 *Pinnularia* sp₂, 193 *Pinnularia* sp₃, 194 *Pinnularia* sp₄, 195 *Pinnularia* sp₅, 196 *Pinnularia* sp₆, 197 *Pinnularia* sp₇, 198 *Pinnularia* sp₈, 199 *Pinnularia* sp₉.

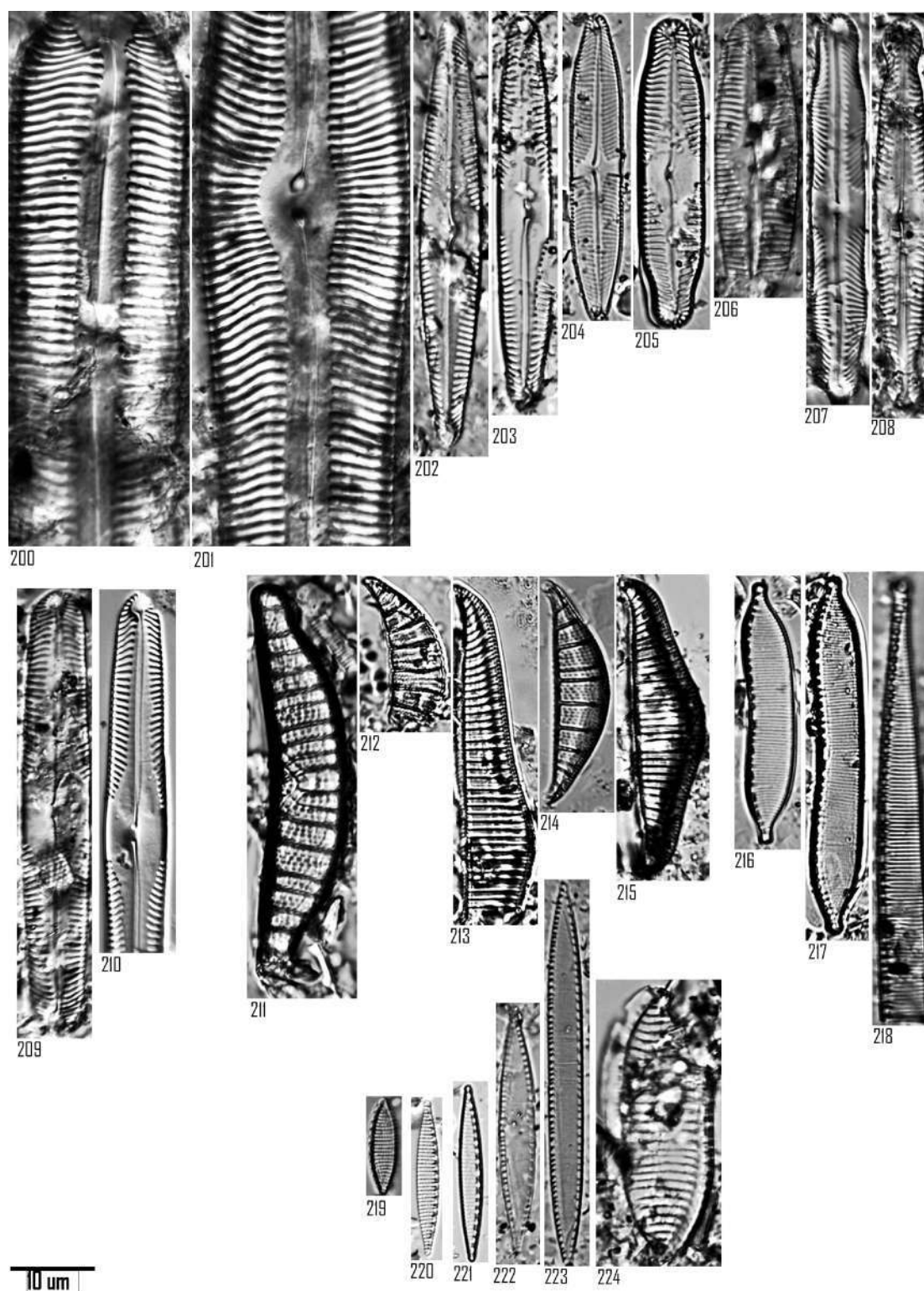


Figura 8. Especies encontradas en el lago Yahuaraca: 200-201 *Pinnularia* sp₁₀, 202 *Pinnularia* sp₁₁, 203 *Pinnularia* sp₁₂, 204 *Pinnularia* sp₁₃, 205 *Pinnularia* sp₁₄, 206 *Pinnularia* sp₁₅, 207 *Pinnularia* sp₁₆, 208 *Pinnularia* sp₁₇, 209 *Pinnularia* sp₁₈, 210 *Pinnularia* sp₁₉, 211 *Epithemia adnata*, 212 *Rhopalodia brebissonii*, 213-214 *Rhopalodia gibba*, 215 *Rhopalodia gibberula*, 216-217 *Hantzschia amphioxys*, 218 *Hantzschia nitzschoides*, 219 *Nitzschia* cf. *amphibia*, 220 *Nitzschia levidensis*, 221 *Nitzschia* sp₁, 222 *Nitzschia* sp₂, 223 *Nitzschia* sp₃, 224 *Nitzschia* sp₄.

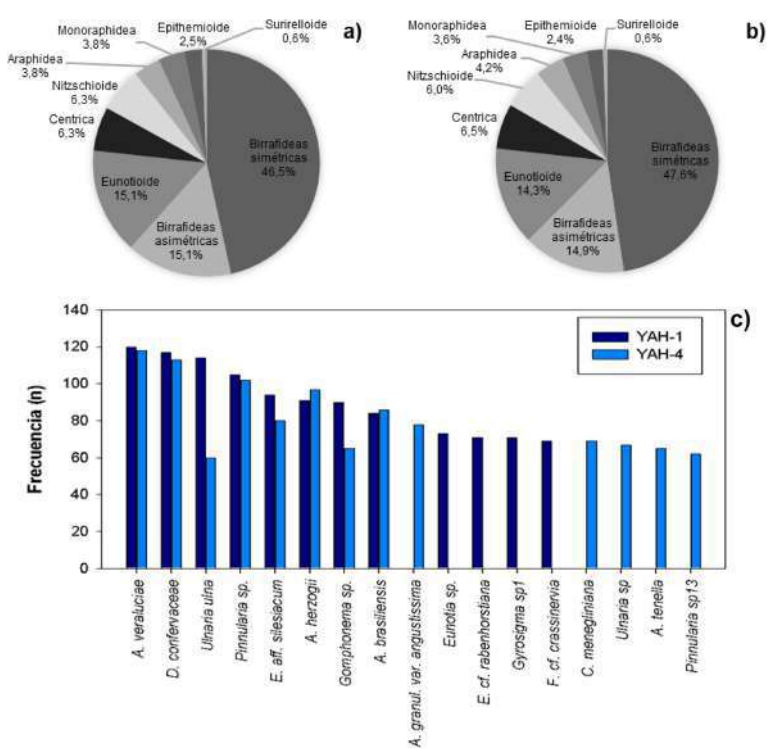


Figura 9. a. Grupos morfológicos en YAH1. **b.** Grupos morfológicos en YAH-4. **c.** Frecuencia de las morfoespecies de diatomeas más representativas en los núcleos

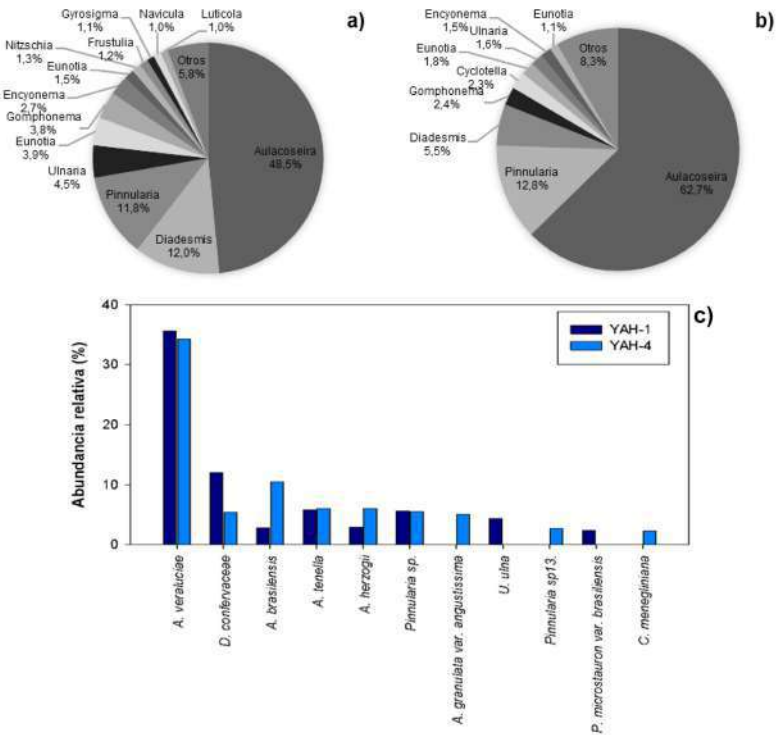


Figura 10. a. Grupos morfológicos en YAH1. **b.** Grupos morfológicos en YAH-4. **c.** Abundancia relativa de las morfoespecies de diatomeas más representativas en los núcleos

Discusión

El género *Pinnularia* fue el de mayor riqueza de morfotipos en los dos núcleos del sistema lagunar Yahuaraca. Este género prospera en aguas ácidas y pobres en nutrientes, típicas de los sistemas de aguas negras con bajos valores de pH y conductividad (Metzeltin y Lange-Bertalot, 1998; Pereira *et al.*, 2012; 2017), características similares a las que presenta el sistema Yahuaraca, principalmente en el periodo hidrológico de aguas bajas, debido a la mayor influencia de la quebrada Yahuaraca, cuyas aguas son del tipo de negras (Tabla S2, <https://www.raccefyn.co/index.php/raccefyn/article/view/3106/4512>).

Además, en sistemas acuáticos de la región amazónica *Pinnularia* es un género bentónico (Round *et al.*, 1990; Pereira *et al.*, 2012), de ahí su gran riqueza en los sedimentos de Yahuaraca, ecosistema con un gran desarrollo de vegetación en la zona litoral, principalmente por la presencia de *Paspalum* spp (Castillo, 2006).

Otros géneros representativos fueron *Gomphonema* y *Eunotia*. Las especie del primero se adaptan bien a diversas condiciones hidrológicas, como lo demuestran los estudios realizados durante las estaciones secas y lluviosas en la Amazonia, en los que se identificaron múltiples taxones como *G. parvulum* var. *lagenula* y *G. pantropicum* (Silva-Azevedo *et al.*, 2018). También la capacidad de colonizar sustratos de forma eficaz se ve reforzada por la secreción de mucílagos, lo que facilita la adhesión de las células a los macrófitos acuáticos (Medeiros *et al.*, 2018).

El género *Eunotia* suele prosperar en los ecosistemas acuáticos amazónicos debido a sus adaptaciones únicas a las condiciones ambientales específicas de la región, incluidos los bajos niveles de nutrientes y el pH ácido. Esta adaptabilidad se refleja en la diversidad de especies y sus funciones ecológicas (de Almeida *et al.*, 2018). También muchos arroyos amazónicos presentan condiciones ácidas que promueven el predominio de las especies de *Eunotia*, particularmente en los igarapés (arroyos pequeños) (Ferrari *et al.*, 2007).

En general, el sistema lagunar Yahuaraca presentó una elevada riqueza de diatomeas si se compara nuestro estudio con otros en la región amazónica. Específicamente en Brasil, en la playa de Itupanema, en la ciudad de Barcarena, estado de Pará, Amazonas, Ribeiro *et al.* (2010) encontraron 58 especies de diatomeas en cinco núcleos sedimentarios de hábito bentónico y plantónico.

Por otro lado, el género *Aulacoseira*, de mayor abundancia, está presente en aguas moderadamente eutróficas, oligotróficas, mezcladas y turbias (Sala *et al.*, 1999, 2002a), condición presente en el sistema lagunar Yahuaraca a lo largo de sus cambios hidrológicos anuales (aguas en ascenso, altas, en descenso y bajas). Su distribución es cosmopolita, común en ríos y lagos de aguas claras, negras y blancas de la Amazonia (Kilham y Kilham, 1975; Zalocar y Maidana, 1997; Sala *et al.*, 1999, 2002b).

Aulacoseira veraluciae fue la central de mayor abundancia a lo largo de los núcleos en ambos lagos. Esta especie es de amplia distribución, desde los Andes a la Amazonia, y ocupa un extenso rango de elevaciones asociado a amplios rangos de conductividad (Fritz *et al.*, 2019); también es una especie presente en una gran variedad de ambientes que van desde los oligotróficos hasta los eutróficos (Tremarin *et al.*, 2014).

Otras diatomeas abundantes fueron *A. herzogii*, una especie de distribución cosmopolita que generalmente no forma colonias (Hickel y Håkansson, 1991). También se han reportado sus hábitos reofilicos (Nardelli *et al.*, 2014) en ambientes lénticos y embalses (Marra *et al.*, 2016). En embalses de Brasil *A. herzogii* se registra en un amplio rango de ambientes, pero con una preferencia por aguas con bajo contenido de fósforo y nitrógeno y en aguas débilmente ácidas (Bicudo *et al.*, 2016). *Aulacoseira brasiliensis* tiene una ecología semejante, pero solo ha sido reportada en ambientes tropicales y subtropicales de Suramérica (Bicudo *et al.*, 2016). *Aulacoseira tenella* tiene una ecología parecida, pero es cosmopolita (Potapova, 2010) y *Aulacoseira granulata* var. *angustissima* es una especie también cosmopolita, de aguas con bajo contenido de sales y pH débilmente ácido, pero reportada en ambientes eutrofizados (Bicudo *et al.*, 2016).

Otras especies muy frecuentes fueron *Diademes confervacea*, *Cyclotella meneghiniana*, *Ulnaria ulna* y *Frustulia* cf. *crassinervia*, todas con una distribución cosmopolita. *D. confervacea* se reporta en ambientes que van desde débilmente ácidos a circumneutrales, tanto en el bentos como en el plancton (Torgan y dos Santos, 2008), así como en ríos (Montoya-Moreno *et al.*, 2013). Esta especie suele ser más frecuente en ambientes poco profundos y ricos en materia orgánica (Ruwer y Rodrigues, 2018). *C. meneghiniana*, recientemente transferida al género *Stephanocyclus* (Kulikovskiy *et al.*, 2022), es común en ambientes poco profundos y ricos en nutrientes (Lowe y Kheiri, 2015). *U. ulna* es una especie bentónica con una distribución ecológica muy amplia y *F.* cf. *crassinervia* es una especie acidofílica, generalmente en aguas con un pH por debajo de 6,5 (Rivera-Rondón, 2014). Una descripción ecológica más detallada de las especies más representativas se encuentra en la **tabla S3**, <https://www.raccefyn.co/index.php/raccefyn/article/view/3106/4512>.

Por otro lado, es importante mencionar que en este estudio se encontró un alto grado de fragmentación de las diatomeas, lo cual se debe a que la acumulación de las comunidades de diatomeas actuales en el sedimento está controlada por un complejo conjunto de procesos físicos, químicos y biológicos que operan tanto en la columna de agua como en el sedimento, promoviendo la mezcla, rotura y disolución de los frústulos (Leira, 1998). También puede explicarse por los grandes tamaños (>10 µm) de las diatomeas encontradas en los sedimentos, donde la dinámica del río Amazonas las hace vulnerables a la fragmentación. La poca abundancia de las diatomeas encontradas en algunas secciones del núcleo también puede atribuirse al gran contenido de partículas sedimentarias, probablemente asociadas a los momentos de mayor influencia del río Amazonas.

Estudios ficológicos realizados en la Amazonia (Huszar y Reynolds, 1997; Putz y Junk, 1997; Donado y Duque, 2023) han demostrado que son dos los factores que determinan la estructura y dinámica de las comunidades de algas: el pulso de inundación, según definición de Junk *et al.* (1989), y el color de las aguas clasificado por Sioli (1984), siendo el proceso de inundación el de mayor importancia por influir fuertemente sobre la diversidad y la dinámica de los organismos y responsable de la presencia de especies en los ecosistemas (Junk, 1997).

La composición de diatomeas del lago Yahuaraca evidenció que *Pinnularia* y *Aulacoseira* fueron los géneros más comunes, al igual que en otros ambientes de las Amazonia colombiana. Sin embargo, especies como *A. veraluciae*, *A. herzogii*, *A. brasiliensis* y *A. tenella* se reportan por primera vez en Colombia. Por último, el grado de fragmentación afectó la identificación y alrededor de un 37,5 % de morfotipos no se pudieron identificar, lo que sugiere que existe aún una gran cantidad de especies por identificar. Nuestro estudio es un aporte al conocimiento regional y constituye una herramienta para la armonización de futuros estudios de paleoecología que se realicen en el trapecio amazónico de Colombia.

Conclusiones

El estudio reveló que el género *Pinnularia* registró el mayor número de morfotipos en el sistema lagunar Yahuaraca, siendo el más diverso, lo que destaca su adaptación a aguas ácidas y pobres en nutrientes, en tanto que *Aulacoseira* registró la mayor abundancia en los dos núcleos sedimentarios, con especies de una amplia variación morfológica que tienden a presentarse en ambientes oligotróficos a eutróficos.

La iconografía presentada es de gran importancia, pues este es el primer estudio paleolimnológico que incluye el análisis de diatomeas de un registro sedimentario en la Amazonia colombiana, así como la ecología de las especies más representativas, información que permite establecer cambios en las aguas de esta región, hacer reconstrucciones ambientales e inferir aspectos de la física y la química de los lagos, contribuyendo así al conocimiento regional y a futuros estudios.

Agradecimientos

Al proyecto “Evaluación del Cambio Global en un Humedal del Medio Amazonas: Sistema Yahuaraca (fase 1). Leticia-Amazonas” (BPIN 2012000100057), a la Universidad Nacional de Colombia, Sede Amazonia, al Centro Universitario Regional del Este-CURE de la Universidad de La República Uruguay, al proyecto PPTA 6549 “Estudio de la diversidad de diatomeas del norte de Suramérica y de Centroamérica a diferentes escalas espaciales”, financiado por la vicerrectoría de investigación de la Universidad Javeriana (PUJ).

L. Palma-Silva recibió una beca de la gobernación de Amazonas en el marco del programa “Implementación del talento humano, programa de maestría y doctorado para el departamento de Amazonas-AMACIENCIAS” para realizar su doctorado en Ciencias Biológicas en la PUJ.

Información suplementaria

Ver la información suplementaria en <https://www.raccefyn.co/index.php/raccefyn/article/view/3106/4512>

Contribución de los autores

L. P-S, C. R-R, S.R.D y F.G-R: concepción y diseño del estudio; L. P-S, F. G-R, S.R. D, C. R-R: adquisición de datos; L. P-S, C. R-R, F. G-R: análisis e interpretación de los datos; L. P-S, C. R-R, F.G-R, S.R. D, L.P: redacción del manuscrito; L. P-S, C. R-R, F. G-R, L. P: revisión crítica al manuscrito; L. P-S, C. R-R, L. P: identificación taxonómica; todos los autores: aprobación de la versión del manuscrito a publicar.

Conflicto de intereses

Los autores declaran no tener ningún conflicto de intereses.

Referencias

- Almeida, P.D., Machado, S.M., Barros, B., Morales, E.A., Canto, P., Gaspar, M.D., Ruivo, M.L.P., Berrêdo, J.F. (2020). Registros arqueobotánicos em um sambaqui amazônico: utilização de microalgas (Diatomáceas, Bacillariophyta) como indicadoras de alterações ambientais. *Boletim do Museu Paraense Emílio Goeldi. Ciências Humanas*, 15, e20190036. <https://doi.org/10.1590/2178-2547-BGOELDI-2019-0036>
- Avendaño-Villeda D., & Caballero, M. (2020). Especie *Cyclotella meneghiniana*. En: Diatomeas: Subclase Thalassiosirophyceidae, Laboratorio de Paleolimnología, Instituto de Geofísica, UNAM. http://www.geofisica.unam.mx/iframes/laboratorios/institucionales/paleolimnologia/sitio_web/diatomeas.html
- Bengtson, P. (1988). Open nomenclature. *Palaeontology*, 31, 223-227.
- Bicudo, D.C., Tremarin, P.I., Almeida, P.D., Zorzal-Almeida, S., Wengrat, S., Faustino, S.B., Morales, E.A. (2016). Ecology and distribution of *Aulacoseira* species (Bacillariophyta) in tropical reservoirs from Brazil. *Diatom Research*, 31, 199-215. <https://doi.org/10.1080/0269249X.2016.1227376>
- Canani, L.G.C., Fraia, R.S., Melo, S. (2018). Periphytic *Actinella* Lewis (Ochrophyta, Bacillariophyceae) species from an environmental protection area in the Brazilian Amazon. *Acta Limnologica Brasiliensia*, 30, e209.
- Castillo C.T. (2006). Productivity and biomass fitoperifítica in the lakes Yahuaraca y Tarapoto (Amazonas-Colombia). *Revista ambiental agua, aire y suelo*, 1, 59-68.
- Conforti V., & Nudelman, A. (1994). Ultrastructure of the lorica of *Trachelomonas* Ehr. from the Colombian Amazonia. *Revista Hydrobiología tropical*, 2, 301-314.
- de Almeida, F.F., Santos-Silva, E.N. Ector, L. Wetzel, C.E. (2018). *Eunotia amazonica* sp. nov. (Bacillariophyta), a common stalk-forming species from the Rio Negro basin (Brazilian Amazon). *European Journal of Phycology*, 53, 166-179. <https://doi.org/10.1080/09670262.2017.1402372>.
- Díaz-Castro, J.G., Souza-Mosimann, R.M., Laudares-Silva, R., Forsberg, B.R. (2003). 1. Composição da comunidade de diatomáceas periféricas do rio Jaú, Amazonas, Brasil. *Acta Amazonica*, 33, 583-606. <https://doi.org/10.1590/S0044-9672003000400005>

- Donato-R, J.CH., & Duque. S.R.** (2023). Littoral areas of Amazonian floodplain lakes: a biological reserve to biodiversity loss. *Limnology*, 42, 19-36. <https://doi.org/10.23818/limn.42.03>
- Duque, S.R.** (1995). Euglenofitas pigmentadas de la Amazonia colombiana. *Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Física y Naturales*, 19, 651-659.
- Duque, S.R., & Donato, J.CH.** (1996a). Desmidióflora de lagos marginales del río Amazonas en Colombia. *Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Física y Naturales*, 20, 57-61.
- Duque, S.R., & Donato, J.CH.** (1996b). Primeros registros de Actinotaenium y Cosmarium (Zygophyceae) en lagos de la orilla colombiana del río Amazonas. *Caldasia*, 18, 203-210.
- Duque, S.R., & Donato, J.CH.** (1995b). Primeros registros de desmicias filamentosas (Zygophyceae) en lagos de la orilla colombiana del río Amazonas. *Boletín Ecotrópica*, 29, 1-10.
- Duque, S.R., & Donato, J.CH.** (1994). Primeros registros de Closterium (Desmidiaceae) en lagos de la orilla colombiana del río Amazonas. *Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Física y Naturales*, 19, 259-264.
- Duque, S.R., & Donato, J.CH.** (1993). Primeros registros de Micrasterias (Desmidiaceae) en lagos del río Amazonas de Colombia. *Caldasia*, 17, 354-355.
- Duque, S.R., & Núñez-Avellaneda, M.** (2000). Microalgas Acuáticas de la Amazonía Colombiana. *Biota colombiana*, 1, 208-216.
- Duque, S.R., & Núñez-Avellaneda, M.** (1997). Ficoflora de algunos ambientes acuáticos de la amazonia colombiana. *Caldasia*, 19, 279-284.
- Duque, S.R., Ruiz, J.E., Gómez, J., Roessler, E.** (1997). Limnología. pp 69-134. en: IGAC (Ed.). 1997. *Zonificación ambiental para el plan modelo colombo-brasilero (Eje Apaporis - Tabatinga: PAT)*. Editorial Linotipia.
- Drago, E.** (2007). Chapter 4. The Physical Dynamics of the River - Lake Floodplain System. 83-122 pp. In: Drago, E. M.H. Iriondo, J.C. Paggi, M.J. Parma (Eds.). *The Middle Paraná River: Limnology of a Subtropical Wetland*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Echenique R.O., Núñez-Avellaneda, M., Duque, S.R.** (2013). Chlorococcales de la Amazonia Colombiana II. *Boletín de la Sociedad Argentina de Botánica*, 48, 407-420.
- Echenique R.O., Núñez-Avellaneda, M., Duque, S.R.** (2004). Chlorococcales de la Amazonia Colombiana I: Chlorellaceae y Scenedesmeceae. *Caldasia*, 26, 37-51.
- Ferrari, F., Procopiak, L.K., Alenkar, Y.B., Ludwin, T.A.V.** (2007). Eunotiaceae (Bacillariophyceae) em igarapés da Amazônia Central, Manaus e Presidente Figueiredo, Brasil. *Acta Amazonica*, 37, 1-16.
- Fritz, S.C., Benito, X., Steinitz-Kannan, M.** (2019). Long-term and regional perspectives on recent change in lacustrine diatom communities in the tropical Andes. *Journal Paleolimnology*, 61, 51-262. <https://doi.org/10.1007/s10933-018-0056-6>.
- Guiry, M.D., & Guiry, G.M.** (2 de diciembre de 2024). AlgaeBase. World-wide electronic publication, National University of Ireland, Galway. <https://www.algaebase.org>
- Hickel, B., & Håkansson, H.** (1991). The freshwater diatom *Aulacoseira herzogii*. *Diatom Research*, 6, 299-305.
- Hofmann, G., Lange-Bertalot, H., Werum, M.** (2013). *Diatomeen im Süßwasser-Benthos von Mitteleuropa*: 2. (908 pp.) Corrected Edition Koeltz Scientific Books.
- Hofmann, G., Werum, M. and Lange-Bertalot, H.** (2011). *Diatomeen im Süßwasser-Benthos von Mitteleuropa*. (908 pp.). Koeltz Scientific Books.
- Houk, V., Klee, R., Tanaka, H.** (2010). Atlas of freshwater centric diatoms with a brief key and descriptions, Part III. Stephanodiscaceae A. *Cyclotella*, *Tertiarius*, *Discostella* *Fottea*, 10, 1-498.
- Huszar, V.L.M., & Reynolds, C.S.** (1997). Phytoplankton periodicity and sequences of dominance in an Amazonian flood-plain lake (Lago Batata, Pará, Brasil): Responses to gradual environmental change. *Hidrobiologia*, 346, 169-181.
- Junk, W.J.** (1997). *The central amazon floodplain. Ecology of a pulsing system*. Springer.
- Junk, W.J., Bayley, P.B., Sparks, R.E.** (1989). The flood pulse concept in river-floodplain systems. In D.P. Dodge (Ed.), *Proceedings of the International Large River Symposium (LARS)* (pp 110-127). Canadian Special Publication of Fisheries and Aquatic Sciences 106. <https://www.researchgate.net/publication/256981220>
- Kilham, S.S., & Kilham, P.** (1975). *Melosira granulata* (EHR.) RALFS: morphology and ecology of a cosmopolitan freshwater diatom. *Verhandlungen der Internationalen Vereinigung für Theoretische und Angewandte Limnologie*, 19, 2716-2721. <https://doi.org/10.1080/03680770.1974.11896368>.

- Krammer, K.** (2000). The genus *Pinnularia* the Diatoms of Europe. *Diatoms of Inland Waters and Comparable Habitats*, 1, 1-703.
- Krammer, K., & Lange-Bertalot, H.** (1991). Bacillariophyceae. 3. Teil: Centrales, Fragilariaceae, Eunotiaceae In Ettl, H., Gerloff, J., Heynig, H. & Mollenhauer, D. (Eds.). *Süßwasserflora von Mitteleuropa*, 2, 1-576. Gustav Fisher Verlag.
- Kulikovskiy, M., Genkal, S., Maltsev, Y., Glushchenko, A., Kuznetsova, I., Kapsutin, D., Gusev, E., Martynenko, N., Kociolek, J.P.** (2022). Resurrection of the diatom genus *Stephanocyclus* (Coscinodiscophyceae: Stephanodiscaceae) on the basis of an integrated molecular and morphological approach. *Fottea*, 22 (1), 181-191.
- Kulikovskiy, M.S., Glushchenko, A.M., Genkal, S.I., Kuznetsova, I.V., Kociolek, J.P.** (2020). *Platebaikalia* - a new monoraphid diatom genus from ancient Lake Baikal with comments on the genus *Platessa*. *Fottea*, 20, 58-67.
- Lange-Bertalot, H., Bak, M., Witkowski, A., Tagliaventi, N.** (2011). Eunotia and some related genera. In: Lange Bertalot H (Ed.), *Diatoms of Europe - diatoms of the European inland waters and comparable habitats* (P 747). A.R.G. Gantner Verlag.
- Leira, M.** (1998). Preservación de diatomeas en sedimentos turbosos. *Cadernos do Laboratorio Xeolóxico de Laxe*, 23, 225-236.
- Levkov, Z., Krstic, S., Metzeltin, D. and Nakov, T.** (2007). Diatoms of Lakes Prespa and Ohrid: about 500 taxa from ancient lake system, *Iconographia Diatomologica*, 16, 1-613.
- Li, Y., Zhang, C., Hu, Z.** (2024). Hydraulic retention time governed the micro/nanostructures of titanium-incorporated diatoms and their photocatalytic activity. *Environmental Pollution*, 345, 123398. <https://doi.org/10.1016/j.envpol.2024.123398>
- Lowe, R., & Kheiri, S.** (12 de enero de 2015). *Stephanocyclus meneghinianus*. In Diatoms of North America. https://diatoms.org/species/48640/stephanocyclus_meneghinianus.
- Makri, S., Lami, A., Lods-Crozet, B., Loizeau, J.C.** (2019). Reconstruction of trophic state shifts over the past 90 years in a eutrophicated lake in western Switzerland, inferred from the sedimentary record of photosynthetic pigments. *Journal of Paleolimnology*, 61, 129-145. <https://doi.org/10.1007/s10933-018-0049-5>
- Marra, R.C., Tremarin, P.I., Algarte, V.M., Ludwig, T.V.** (2016). Epiphytic diatoms (Diatomeae) from Piraquara II. Urban reservoir, Paraná state. *Biota Neotropica*, 16, e20160200. <https://doi.org/10.1590/1676-0611-BN-2016-0200>
- Medeiros, G., Amaral, M.W.W., Ferreira, P.C., Ludwig, T.V., Bueno, N.C.** (2018). Gomphonema Ehrenberg (Bacillariophyceae, Gomphonemataceae) of the São Francisco Falso River, Paraná, Brazil. *Biota Neotropica*, 18, e20170495. <https://doi.org/10.1590/1676-0611-BN-2017-0495>.
- Melo, S., Torgan, L.C., Raupp, S.V.** (2010). *Actinella* species (Bacillariophyta) from an Amazon black water floodplain lake (Amazonas – Brazil). *Acta Amazonica*, 40, 269-274.
- Metzeltin, D., & Lange-Bertalot, H.** (2007). Tropical diatoms of South America II. En: Lange-Bertalot, H. (Ed.), *Iconographia Diatomologica. Annotated Diatom Micrographs. Vol. 18. Taxonomy Diversity Biogeography* (p. 879). Koeltz Scientific Books.
- Metzeltin, D., & Lange-Bertalot, H.** (1998). *Tropical Diatoms of South America I. About 70 predominantly rarely known or new taxa representative of the Neotropical flora. Iconographia Diatomologica 5*. Koeltz.
- Montoya-Moreno, Y., & Aguirre, N.** (2013). Estado del arte del conocimiento sobre perifiton en Colombia. *Revista Gestión y Ambiente*, 16, 91-117.
- Montoya-Moreno, Y., Sala, S., Vouilloud, A., Aguirre, N., Plata-Díaz, Y.** (2013). Lista de las diatomeas de ambientes continentales de Colombia. *Biota colombiana*, 14, 13:78.
- Moreira, L.S., Moreira-Turcq, P., Cordeiro, R.C., Turcq, B., Caquineau, S., Viana, J.C.C., Brandini, N.** (2013). Holocene paleoenvironmental reconstruction in the Eastern Amazonian Basin: Comprido Lake. *Journal of South American Earth Sciences*, 44, 55-62. <https://doi.org/10.1016/j.jsames.2012.12.012>
- Nardelli, M., Bueno, N., Ludwig, T., Tremarin, P., Bartozek, E.** (2014). Coscinodiscophyceae and Fragilariophyceae (Diatomeae) in the Iguaçu River, Paraná, Brazil. *Acta Botanica Brasilica*, 28, 127-140. <https://doi.org/10.1590/S0102-33062014000100013>.
- Núñez-Avellaneda, M., & Duque, S.R.** (2000). Desmidiás (Zygnemaphyceae) de un pequeño tributario del Río Amazonas en Colombia. *Revista Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, 24, 493-498.
- Núñez-Avellaneda, M., & Duque, S.R.** (1997). Chlorococcales (Alga, Chlorophyceae) found in aquatic environments of the Colombian Amazon basin. *Caldasia*, 20, 7-13.

- Pereira, A.C., Torgan, L.C., Melo, S. (2017). *Pinnularia* (Bacillariophyta, Pinnulariaceae) dos cursos superior e médio do rio Negro e de tributários, Amazonas, Brasil. *Boletim do Museu Paraense Emílio Goeldi. Ciências Naturais*, 12, 49-74.
- Pereira, A.C., Torgan, L.C., Burliga, A.L., Kocielek, J.P., Wetzet, C.E., Ector, L., Melo, S. (2015). *Pinnularia caprichosa* sp. nov.: a diatom from a black water Brazilian Amazon system. *Phytotaxa*, 239, 280-286. <https://doi.org/10.11646/phytotaxa.239.3.9>
- Pereira, A.C., Torgan, L.C., Melo, S. (2014). Four new *Pinnularia* Ehrenberg (Bacillariophyta, Pinnulariaceae) species from Amazonian black water (Tupé Lake, Amazonas State, Brazil). *Phytotaxa*, 158, 154-168.
- Pereira, A.C., Torgan, L.C., Melo, S. (2013). *Pinnularia* Ehrenberg (Bacillariophyceae) de um lago de inundação amazônico (lago Tupé, Amazonas, Brasil). *Iheringia, Série Botânica*, 68, 91-101.
- Pereira, A.C., Torgan, L.C., Melo, S. (2012). *Pinnularia* (Bacillariophyta) do curso inferior do rio Negro, Amazonas, Brasil: taxonomia e distribuição temporal. *Acta Amazonica*, 42, 305-314. <https://doi.org/10.1590/S0044-59672012000300001>
- Potapova, M. (2010). *Aulacoseira tenella* [online]. Diatoms of the United States. https://diatoms.org/species/45276/aulacoseira_tenella.
- Putz, R., & Junk, W.J. (1997). Phytoplankton and periphyton. In: Junk, W. J. (Ed.). *The central Amazon floodplain. Ecology of a pulsing system* (pp 207-2019). Springer.
- Round, F.E., Crawford, D.R.M., Mann, D.G. (1990). *The diatoms: biology and morphology of the genera: 1-747*. Cambridge University Press.
- Rivera-Rondón, C., & Catalán, J. (2017). Diatom diversity in the lakes of the Pyrenees: An iconographic reference. *Limnetica*, 36: 127-395. <https://doi.org/10.23818/limn.36.10>.
- Rivera-Rondón, C. A. (2014). Diatom-based reconstruction of Late Glacial and Early Holocene environment in the Pyrenees. [Tesis doctoral] Universitat de Barcelona.
- Rumrich, U., Lange-Bertalot, H., Rumrich, M. (2000). Diatoms of the Andes. From Venezuela to Patagonia/Tierra del Fuego and two additional contributions. Lange-Bertalot, H. (Ed.), *Iconographia Diatomologica. Annotated Diatom Micrographs*. Vol. 9. Phytogeography-Diversity-Taxonomy. Koeltz Scientific Books.
- Ruwer, D.T., & Rodrigues, L. (2018). Abundance of *Diademes confervacea* Kützting and *Eunotia camelus* Ehrenberg indicates the historical water level variation in a marsh. *Brazilian Journal of Botany*, 41, 241-246. <https://doi.org/10.1007/s40415-017-0438-4>
- Sala, S.E., Guerrero, J.M., Núñez-Avellaneda, M., Kocielek, J.P. (2021). Newspecies of *Stenopterobia* (Bacillariophyta) from Colombia and Peru, and new nomenclatural transfers in *Iconella*. *Phytotaxa*, 514, 061-076. <https://doi.org/10.11646/phytotaxa.514.1.4>
- Sala, S.E., Plata-Díaz, Y., Pimienta, A. (2015). Taxonomía y distribución de diatomeas epilíticas registradas por primera vez en Colombia. I. *Caldasia*, 37, 125-141. <https://doi.org/10.15446/caldasia.v37n1.50814>
- Sala, S.E., Núñez-Avellaneda, M., Vouilloud, A.A. (2008a). Ultrastructure of the frustule of *Urosolenia* species from the Colombian and Peruvian Amazon: *U. delicatissima* spec. nov., *U. amazonica* spec. nov. and *U. braunii* (hustedt) rott y kling. *Diatom Research*, 23, 159-169.
- Sala, S.E., Ramírez, J.J., Plata, Y. (2008b). Diatoms from lentic and lotic systems in Antioquia, Chocó and Santander Departments in Colombia. *Revista de Biología Tropical*, 56, 1159-1178.
- Sala, S.E., Duque, S.R., Núñez-Avellaneda, M., Lamaro, A.A. (2002a). Diatoms from the Colombian Amazonia. *Cryptogamie, Algologie*, 23, 75-99.
- Sala, S.E., Duque, S.R., Núñez-Avellaneda, M., Lamaro, A.A. (2002b). Diatoms from the Colombian Amazon: some species of the genus *Eunotia* (Bacillariophyceae). *Acta Amazónica*, 32, 589-603.
- Sala, S.E., Duque, S.R., Núñez-Avellaneda, M., Lamaro, A.A. (1999). Nuevos registros de diatomeas (Bacillariophyceae) de la amazonia colombiana. *Caldasia*, 21, 26-37.
- Salcedo-Hernández, M.J., Duque, S.R., Palma, L., Torres- Bejarano, A., Montenegro, D., Bahamón, N., Lagos, L., Alvarado, L.F., Gómez, M., Alba, A. P. (2012). Ecología del fitoplancton y dinámica hidrológica del sistema lagunar de Yahuaracaca, Amazonas, Colombia: análisis integrado de 16 años de estudio. *Mundo Amazónico*, 3, 17-42.
- Simonato, J., Kocielek, J.P., Sala, S.E., Plata-Díaz, Y., Núñez-Avellaneda, M. (2020). Three new *Luticola* species from the Andean-Amazonian transition in Colombia: taxonomy, morphology and preliminary considerations of the biogeography of the genus. *Diatom Research*, 35, 377-393. <https://doi.org/10.1080/0269249X.2020.1813205>

- Silva-Azevedo, J., Talgatti, D.C. Carvalho-Torgan, L. Pereira, A.C. Melo, S. (2018). O gênero *Gomphonema* (Bacillariophyta) na comunidade perifítica do rio e reservatório de Curuá-Una (Santarém, Pará, Brasil). *Rodriguésia*, 69, 765-776.
- Simonsen, R. (1979). The diatom system: ideas on phylogeny. *Bacillaria*, 2, 9-71.
- Sioli, H. (1984). *The Amazon. Limnology and landscape ecology of a mighty tropical river and its basin*. Monographiae Biologicae Dordrecht.
- Spaulding, S., Potapova, M., Bishop, I., Lee, S., Gasperak, T., Jovanoska, E., Furey, P., Edlund, M. (2022). Diatoms.org: supporting taxonomists, connecting communities. *Diatom Research*, 36, 291-304. <https://doi.org/10.1080/0269249X.2021.2006790>
- Stearn, W.T. (1992). *Botanical Latin. History, grammar, syntax, terminology and vocabulary*. 4a Ed. Timber Press.
- Taucher, J., Bach, L.T., Prowe, A.E.F., Boxhammer, T., Kvale, K., Riebesell, U. (2022). Enhanced silica export in a future ocean triggers global diatom decline. *Nature*, 605, 696-700. <https://doi.org/10.1038/s41586-022-04687-0>.
- Thacker, M., & Karthick, B. (2023). Chapter 14 - A catalogue of Quaternary diatoms from the Asian tropics with their environmental indication potential for paleolimnological applications. In N. Khare (Ed.), *The Role of Tropics in Climate Change* (pp 311-391). <https://doi.org/10.1016/B978-0-323-99519-1.00012-0>.
- Torgan, L.C., & dos Santos, C.B. (2008). *Diadismis confervacea* (Diadismiaceae-Bacillariophyta): morfología externa, distribución e aspectos ecológicos. *IHERINGIA, Série Botânica, Porto Alegre*, 63, 171-176.
- Tremarin, P.I., Ludwig, T.A.V., Torgan, L.C. (2014). *Aulacoseira veraluciae* sp. nov. (Coscinodiscophyceae, Aulacoseiraceae): a common freshwater diatom from Brazil. *Phytotaxa*, 184, 208-222. <https://doi.org/10.11646/PHYTOTAXA.184.4.2>
- Tremarin, P.I., Paiva, R.S., Ludwig, T.A.V., Torgan, L.C. (2013). *Aulacoseira calypso* sp. nov. (Coscinodiscophyceae) from an Amazonian Lake, northern Brazil. *Phycological Research*, 61, 292-298. <https://doi.org/10.1111/pre.12031>
- Tremarin, P.I., Ludwig, T.A.V., Torgan, L.C. (2012) Ultrastructure of *Aulacoseira brasiliensis* sp. nov. (Coscinodiscophyceae) and comparison with related species. *Fottea*, 12, 171-188.
- Troutet, J., Grandcolas, P., Blin, A., Vignes-Lebbe, R., Legendre, F. (2017). Taxonomic bias in biodiversity data and societal preferences. *Scientific Reports*, 7, 9132. <https://doi.org/10.1038/s41598-017-09084-6>
- Rumrich, U., Lange-Bertalot, H., Rumrich, M. (2000). Diatoms of the Andes. From Venezuela to Patagonia/Tierra del Fuego and two additional contributions. In: Lange-Bertalot, H. (ed.), *Iconographia Diatomologica. Annotated Diatom Micrographs. Vol. 9. Phytogeography-Diversity-Taxonomy*. Koeltz Scientific Books.
- Vélez, M.I., Hooghiemstra, H., Metcalfe, S., Wille, M., Berrío, J.C. (2006). Late Glacial and Holocene environmental and climatic changes from a limnological transect through Colombia, northern South America. *Palaeogeography, Palaeoclimatology, Palaeoecology*, 234, 81-96.
- Vigna M.S., & Duque, S.R. (1999). Silica-scaled chrysophytes from Amazonian region in Colombia. *Nova Hedwigia*, 69, 151-162. <https://doi.org/10.1127/nova.hedwigia/69/1999/151>
- Vigna, M.S., Duque S.R., Núñez-Avellaneda, M. (2005). Tropical silica-scaled chrysophyte flora (Chrysophyceae and Synurophyceae) from Colombia. *Nova Hedwigia*, 128, 151-166.
- Vouilloud, A.A., Sala, S.E., Núñez-Avellaneda, M., Montoya-Moreno, Y., Duque, S.R. (2013). *Brachysira* (Naviculales, Bacillariophyceae) in lowland waters from Colombia. *Diatom Research*, 29, 147-63. <https://doi.org/10.1080/0269249X.2013.866909>
- Vouilloud, A.A., Sala, S.E., Núñez-Avellaneda, M., Duque, S.R. (2010). Diatoms from the Colombian and Peruvian Amazon: the Genera *Encyonema*, *Encyonopsis* and *Gomphonema* (Cymbellales: Bacillariophyceae). *International Journal of Tropical Biology and Conservation*, 58, 45-62.
- Wengrat, S., Morales, E.A., Wetzel, C.E., Bicudo, D.C. (2016). Taxonomy and ecology of *Fragilaria billingsii* sp. Nov. and analysis of type material of *Synedra rumpens* var. *fusa* (Fragilariaceae, Bacillariophyta) from Brazil. *Phytotaxa*, 270, 191-202.
- Wetzel, C.E., Ector, L., Bicudo, D.C. (2014). Type analysis of *Aulacoseira gessneri* (Hustedt) Simonsen (Bacillariophyceae) from South America. *Nova Hedwigia, Beiheft*, 143, 381-390.
- Wetzel, C.E., Morales, E.A., HinZ, F., Bicudo, D.C., Ector, L. (2013). *Fragilariforma javanica* comb. nov.: analysis of type material of a widely reported species with a tropical distribution. *Diatom Research*, 28, 373-379. <https://doi.org/10.1080/0269249X.2013.809668>

- Wetzel, C.E., Ector, L., Hoffmann, L., Lange-Bertalot, H., Bicudo, D.C.** (2011). Two new periphytic *Eunotia* species from the Neotropical Amazonian 'black waters', with a type analysis of *E. braunii*. *Diatom Research*, 26, 135-146.
- Wetzel, C.E., Ector, L., Hoffmann, L., Bicudo, D.C.** (2010). Colonial planktonic *Eunotia* (Bacillariophyceae) from Brazilian Amazon: Taxonomy and biogeographical considerations on the *E. asterionelloides* species complex. *Nova Hedwigia*, 91, 49-86.
- Williams, D.M.** (1986). Comparative morphology of some species of *Synedra* Ehrenb. with a new definition of the genus. *Diatom Research*, 1, 131-152.
- Zalocar de Domitrovic, Y., & Maidana, N. I.** (1997). *Taxonomic and ecological studies of the Paraná River diatom flora (Argentina)*. J. Cramer.
- Zhang, X., Xu, X., Reed, J.M.** (2020). Sedimentary diatom and pigment-inferred recent anthropogenic accelerated eutrophication of a Mediterranean lake (Lake Dojran, Republic of North Macedonia/Greece). *Journal of Oceanology and Limnology*, 38, 1787-1798. <https://doi.org/10.1007/s00343-020-9320-5>

Natural Sciences

Original article

Hemato-immunological responses of juvenile tambaqui (*Colossoma macropomum*) after commercial clay dietary supplementation

Respuestas hematoimmunológicas de juveniles de tambaqui (*Colossoma macropomum*) después de la suplementación dietética con arcilla comercial

Yuri Ian Carvalho Furtado^{1,*}, Fernanda Layza Souza de Souza², Mosa Valdina Ferreira Moreira¹, Amanda Mendes Pacheco², Clara Brito Salomão², Eliane Tie Oba Yoshioka^{1,3}

¹ Programa de Pós-Graduação em Biodiversidade Tropical, Universidade Federal do Amapá – UNIFAP, Brasil

² Universidade do Estado do Amapá – UEAP, Colegiado de Engenharia de Pesca, Brasil

³ Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária, Embrapa Amapá, Brasil

Abstract

The present study evaluated the physiological and biochemical responses of tambaqui (*Colossoma macropomum*) to different dietary supplementation levels of bentonite. We evaluated four treatments with three replicates (10 fish per tank). The sodium bentonite adsorbent (Buntech) was incorporated into the commercial feed at three levels in addition to the control group (0%, 0.5%, 1.0%, and 2%). After 10 and 20 days of feeding, we collected blood samples from five fish in each replicate for analysis. We observed the changes in hematocrit, hemoglobin, erythrocytes, and hematimetric indices of the tambaqui. Their glucose concentration, total proteins, total cholesterol, triglycerides, and albumin differed significantly due to the bentonite inclusion. We also recorded reductions in *C. macropomum* defense cells due to physiological damage caused by the adsorbent agent, resulting in thrombocytopenia, leukopenia, lymphocytopenia, and monocytopenia. Such reductions indicated a reaction and migration to inflammatory foci; the addition of this product did not reflect any improvement in the hematological-biochemical profile of this fish species. Our results suggest that sodium bentonite dietary supplementation has deleterious effects on *C. macropomum* and is not indicated as a food additive.

Keywords: *Colossoma macropomum*; Hematology; Immunostimulant; Freshwater fish.

Resumen

El presente estudio evaluó las respuestas fisiológicas y bioquímicas del tambaqui (*Colossoma macropomum*) a diferentes niveles de suplementación dietética con bentonita. Se evaluaron cuatro tratamientos con tres réplicas (10 peces por tanque). El adsorbente de bentonita sódica (Buntech) se incorporó al alimento comercial en tres niveles además del grupo control (0 %, 0,5 %, 1,0 % y 2 %). A los 10 y los 20 días de alimentación, se recolectaron muestras de sangre de cinco peces de cada réplica para su análisis. Se observaron cambios en el hematocrito, la hemoglobina, los eritrocitos y los índices hematimétricos del tambaqui. La concentración de glucosa, las proteínas totales, el colesterol total, los triglicéridos y la albúmina difirió significativamente debido a la inclusión de la bentonita. Hubo reducciones en el número de las células de defensa de *C. macropomum* debido al daño fisiológico causado por el agente adsorbente, lo que resultó en trombocitopenia, leucopenia, linfocitopenia y monocitopenia. Dichas reducciones sugerían una reacción y la migración a focos inflamatorios; la adición del producto no reflejó una mejoría en el perfil hematológico-bioquímico de esta especie de pez. Nuestros resultados indican que la suplementación dietética con bentonita sódica tiene efectos nocivos sobre *C. macropomum*, por lo cual no está indicada como aditivo alimentario.

Palabras clave: *Colossoma macropomum*; Hematología; Inmunoestimulante; Peces de agua dulce.

Citación: Furtado, YIC, et al.
Hemato-immunological responses of juvenile tambaqui (*Colossoma macropomum*) after commercial clay dietary supplementation. Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. 49(190):90-101, enero-marzo de 2025. doi: <https://doi.org/10.18257/raccefyn.3077>

Editor: Martha Patricia Ramírez Pinilla

*Correspondencia:

Yuri Ian Carvalho Furtado;
yuri_furtado@hotmail.com

Recibido: September 21, 2024

Aceptado: February 18, 2025

Publicado en línea: March 12, 2025



This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License.

Introduction

Colossoma macropomum, commonly known as tambaqui, belongs to the Serrasalminae subfamily and is native to the Amazon and Orinoco rivers and their tributaries (Goulding & Carvalho, 1982; Hilsdorf *et al.*, 2022; Mirande, 2010). The tambaqui has several desirable traits for aquaculture, including hardiness, ease of adaptation to captive management, excellent meat, and high commercial value (Garcez *et al.*, 2021). The global demand for high-quality and economically sustainable aquaculture feeds is increasing, driven by the rapid development of the aquaculture sector (Prabhu *et al.*, 2019). More than 70% of Brazil's fish production comes from intensive farming (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE, 2014).

Although there is much uncertainty about the complex interplay between immune function and resistance to disease in fish, it is widely recognized that adequate nutrition plays a crucial role in strengthening the immune system (Hadiuzzaman *et al.*, 2022; Ucar *et al.*, 2019; Martín and Król, 2017). In fish, the immune system is composed of innate and adaptive components, including leukocytes such as the lymphocytes, neutrophils, and macrophages, which act against pathogens (Ranzani-Paiva *et al.*, 2013).

The innate immune response, acting as the first line of defense, is mediated by physical and chemical barriers, in addition to cells such as neutrophils and macrophages (Uribe *et al.*, 2011), whereas the adaptive response, which is more specific, involves lymphocytes that recognize specific antigens and have a complex interaction between the two systems to protect efficiently the organism (Secombes *et al.*, 2012). Efforts to modulate the immune response through dietary supplements have increased significantly (Ribeiro *et al.*, 2016; Dias *et al.*, 2019; Hoshino *et al.*, 2020).

Bentonite, a type of clay with sorption/absorption properties that also acts as a mycotoxin adsorbent, has the potential to modulate the immune response in fish through different mechanisms. One of the hypotheses proposes that, by adsorbing toxins and other harmful compounds in the digestive tract, bentonite reduces the burden on the immune system and allows it to function more efficiently, for which there have been studies to demonstrate its potential as immunomodulatory agent in aquaculture (Kiron, 2012; Fazio, 2019). Another proposal is that it interacts directly with immune cells, influencing the production of immunoglobulins, kidney function, and liver enzymes, and improving immunological and antioxidant parameters. Besides, bentonite may affect the intestinal microbiota, which plays a key role in modulating the immune response (El-Dahhar *et al.*, 2024; Abdel-Rahim *et al.*, 2023).

Previous studies have demonstrated the positive effects of bentonite in the diet of hybrid groupers (*Epinephelus fuscoguttatus* x *Epinephelus lanceolatus*) (Arshad *et al.*, 2021), the European seabass (*Dicentrarchus labrax*), the rainbow trout (*Oncorhynchus mykiss*) (Ucar *et al.*, 2019), the gilthead seabream (*Sparus aurata*) (Kanyilmaz & Tekelioğlu, 2016), and the Nile tilapia (*Oreochromis niloticus*) (Farrag *et al.*, 2009), leading to improvements in innate immunity, growth performance, and feed intake, as well as reducing the toxic effects of lead oxide. However, the beneficial effects of bentonite as a feed additive for captive-raised tambaqui have not yet been explored. In this context, we studied the potential use of natural bentonite clay on the hematological and biochemical responses of *C. macropomum*.

Materials and methods

The present study was authorized by the Embrapa Amapá Ethics Committee for the Use of Animals in Experiments (CEUA) (Number 019-CEUA/CPAFAP) and registered in the National System for Management of Genetic Heritage and Associated Traditional Knowledge (SisGen) under the identification number A0D6DC0.

Experimental design and diets

The experiments were conducted at the Embrapa Amapá, Aquaculture and Fisheries Laboratory, Macapá, Amapá State, Brazil. Tambaqui (*C. macropomum*) specimens (n = 120)

with an initial mean weight of 125.82 ± 21.67 g were randomly assigned to 12 experimental tanks (100 L polypropylene water containers). The sodium bentonite adsorbent (Buntech Tecnologia em Insumos, Indaiatuba, SP, Brazil) was incorporated into the commercial feed at three levels. The experimental groups were run in triplicate as follows: a) control (0%, with no bentonite); b) 5 g of bentonite/kg of feed (0.5%); c) 10 g of bentonite/kg of feed (1%), and d) 20 g of bentonite/kg of feed (2%). We collected 100 g of feed from each to analyze the centesimal composition of the experimental diets in triplicate. **Table 1** shows the chemical composition of the experimental diets.

Fish were fed with commercial rations (grain size 3.00 mm) containing 32% crude protein (Acqua Line, Rações Supra, Alisul Alimentos S.A., São Leopoldo, RS, Brazil) four times a day (at 08:00, 11:00, 14:00, and 17:00) during the acclimatization and all the experiment periods. The feed offered per day was equivalent to 5% of the total biomass of each experimental tank. During the experiment period, oxygen levels, temperature, and pH of the water were monitored using a multiparametric probe (Horiba, model AK88) and we obtained the following means and standard deviations: dissolved oxygen, 6.01 ± 0.38 mg/L; temperature, $29.47 \pm 0.12^\circ\text{C}$, and pH, 5.12 ± 0.68 , showing that water quality in experimental tanks was adequate for tambaqui (Aride *et al.*, 2007).

Growth parameters

After the feeding period (10 and 20 days), five tambaqui specimens from each replicate ($n=120$) were captured for blood collection, and then the total length and total weight of the specimens were registered.

Hematological analysis

We collected a blood sample (1,0 mL) per specimen by puncturing the caudal vein with a 3 mL syringe containing anticoagulant (EDTA 5%). We determined the following hematological parameters: hematocrit (Ht), i.e., the percentage of erythrocytes in the blood obtained through centrifugation of capillary tubes in a microhematocrit centrifuge for 5 minutes (Micro Spin, model CE120, Hangzhou, China) and read the results using a reading card (Goldenfarb *et al.*, 1971); we determined the hemoglobin concentration (Hb) using the cyanomethemoglobin method expressing the values in g dL^{-1} (Collier, 1944); finally, red blood cell count (RBC) was done by diluting blood samples in a formol-citrate solution and counting in erythrocytes $\times 10^6 \mu\text{L}^{-1}$ in a Neubauer chamber under an optical microscope (Boeco, model BOE-01, Hamburg, Germany). We calculated the following hematimetric indices based on these results: mean corpuscular volume (MCV, in fL), mean corpuscular hemoglobin (MCH, in g dL^{-1}), and mean corpuscular hemoglobin concentration (MCHC, in g dL^{-1}) (Ranzani-Paiva *et al.*, 2013). The leukocyte respiratory activity (respiratory burst) was determined as described by Sahoo *et al.* (2005) and Biller-Takahashi *et al.* (2013) with absorbance readings at

Table 1. Proximate chemical composition (%) of the experimental diets: a) Control (0%, with no bentonite); b) 5 g of bentonite/kg of feed (0.5%); c) 10 g of bentonite/kg of feed (1%); d) 20 g of bentonite/kg of feed (2%)

Parameters	0%	0.5%	1%	2%
Dry matter (%)	90.78 ± 0.11^a	91.11 ± 0.01^a	92.08 ± 1.62^a	90.09 ± 1.32^a
Crude protein (%)	32.67 ± 0.17^a	31.83 ± 0.78^a	32.50 ± 0.85^a	31.62 ± 1.09^a
Ether extract (%)	5.31 ± 0.33^a	4.64 ± 0.54^a	4.27 ± 0.19^b	4.45 ± 0.23^a
Ash (%)	11.93 ± 0.03^a	13.64 ± 1.6^a	12.62 ± 0.18^a	12.37 ± 1.64^a
Calcium (%)	1.62 ± 0.37^a	0.99 ± 0.12^b	1.02 ± 0.15^b	1.18 ± 0.10^a
Phosphorous (%)	1.61 ± 0.11^a	1.60 ± 0.10^a	1.50 ± 0.04^a	1.70 ± 0.14^a

Data expressed as mean $\pm$ standard deviation. Letters indicate significant differences ($p < 0.05$).

540 nm in a spectrophotometer (Biospectro, SP-220, Curitiba, Paraná, Brazil). Blood smears were prepared in duplicate and stained with the May-Grünwald-Giemsa-Wright staining to obtain total leukocytes, total thrombocytes, and differential leukocytes counts by the indirect method (Ishikawa *et al.*, 2008). After centrifugation of the blood (at 75 G, for 10 minutes) (Centrifuge 5424, Eppendorf, Hamburg, Germany), the plasma obtained was used to determine the total proteins, albumin, glucose, total cholesterol, and triglyceride concentrations (Labtest Diagnóstica S.A., Lagoa Santa, Minas Gerais, Brazil). The samples were read using a spectrophotometer (Biospectro SP-220, Curitiba, Paraná, Brazil) at specific wavelengths for each metabolite.

Statistical analysis

The data were subjected to normality and homoscedasticity tests using the Shapiro-Wilk and Levene methods, respectively, and, when necessary, they were transformed (total erythrocyte count). We used one-way and two-way variance analyses (ANOVA) and Tukey’s *a posteriori* tests to compare the means. Diet and time were used as the main factors. Differences were considered significant at 5% probability (Zar, 2010). Tests were performed using the statistical software Sigmaplot 12.0.

Results and discussion

Adsorbents in aquaculture are increasingly used to prevent and mitigate animal health issues (Palm *et al.*, 2022; Ucar *et al.*, 2019). Prevention can be achieved by enhancing immunity and suppressing pathogens (El-Dahhar *et al.*, 2024). Table 2 shows the growth performance and survival rates of animals fed with different concentrations of the adsorbent for 20 days. Bentonite in the diet of *C. macropomum* did not significantly increase the total length or weight gain. Growth is a multifactorial process, and bentonite, although important, does not by itself explain growth performance. However, the species showed adequate development at this stage compared to the control group, and no mortality was recorded.

Hematological parameters provide valuable information about the health status of fish and are fundamental indicators for assessing animal well-being and optimal farming conditions (Ranzani-Paiva *et al.*, 2013; Fazio, 2019; Hoshino *et al.*, 2020). The innate immune system of fish is the primary line of defense against a wide range of pathogens, and it has a more significant role in fish than mammals (Saurabh & Sahoo, 2008). In our study, hematocrit (Ht) in animals fed with 1% and 2% bentonite for 10 days significantly increased compared to the 0% and 0.5% groups (Table 3), but these values remained within the expected range for the species and were consistent with specimens’ health (Aride *et al.*, 2017; Tavares-Dias *et al.*, 2009).

Tambaqui receiving a diet including 0.5% bentonite adsorbent for 10 days showed a decrease in hemoglobin (Hb) concentration compared to the other groups. However, after 20 days of 0.5%, 1%, and 2% bentonite feeding, Hb and red blood cell count (RBC)

Table 2. Initial and final weight of juvenile tambaqui (*Colossoma macropomum*) fed with the following experimental diets: Control (0%, no bentonite); b) 5 g of bentonite/kg of feed (0.5%); c) 10 g of bentonite/kg of feed (1%); d) 20 g of bentonite/kg of feed (2%)

Parameters	0%	0.5%	1%	2%
Initial weight (g)	128.23±21.71 ^a	123.40±21.22 ^a	123.06±22.87 ^a	128.60± 21.31 ^a
Final weight (g)	247.66±18.64 ^a	234.66±26.36 ^a	255.50± 44.23 ^a	263.07± 32.96 ^a
Initial length (cm)	15.39±1.21 ^a	15.69 ± 0.94 ^a	15.76 ± 1.08 ^a	15.70 ± 0.96 ^a
Final length (cm)	19.11 ± 1.15 ^a	19.08 ± 0.85 ^a	19.40± 1.53 ^a	19.98 ± 1.14 ^a
Fish survival (%)	100	100	100	100

Data expressed as mean±standard deviation. Letters indicate significant differences (p<0.05).

Table 3. Hematological variables and hematimetric indices (mean $\pm$ standard deviation) of *Colossoma macropomum* fed with these experimental diets: Control (0%, no bentonite); b) 5 g of bentonite/kg of feed (0.5%); c) 10 g of bentonite/kg of feed (1%); d) 20 g of bentonite/kg of feed (2%) for 10 and 20 days, respectively

Parameters	Factors			
	0%	0.5%	1%	2%
10 days				
Ht (%)	27.00 $\pm$ 2.61 ^b	26.76 $\pm$ 3.58 ^b	28.70 $\pm$ 2.96 ^a	30.40 $\pm$ 3.85 ^a
Hb (g dL ⁻¹)	7.60 $\pm$ 0.95 ^a	6.88 $\pm$ 1.37 ^b	8.06 $\pm$ 0.76 ^a	7.52 $\pm$ 0.91 ^a
RBC (x 10 ⁶ μ L ⁻¹)	1.57 $\pm$ 0.30 ^a	1.47 $\pm$ 0.22 ^a	1.65 $\pm$ 0.40 ^a	1.34 $\pm$ 0.18 ^a
VCM (fL)	185.65 $\pm$ 45.82 ^a	178.30 $\pm$ 26.62 ^b	184.21 $\pm$ 46.88 ^b	220.35 $\pm$ 31.01 ^a
HCM (g dL ⁻¹)	46.92 $\pm$ 14.95 ^a	47.63 $\pm$ 11.69 ^a	52.35 $\pm$ 16.09 ^a	56.88 $\pm$ 10.47 ^a
CHCM (g dL ⁻¹)	28.18 $\pm$ 2.97 ^a	25.85 $\pm$ 4.12 ^a	28.07 $\pm$ 1.34 ^a	25.10 $\pm$ 3.47 ^a
Parameters	Factors			
	0%	0.5%	1%	2%
20 days				
Ht (%)	27.39 $\pm$ 3.13 ^a	27.50 $\pm$ 2.46 ^a	27.85 $\pm$ 1.02 ^a	28.66 $\pm$ 1.15 ^a
Hb (g dL ⁻¹)	8.16 $\pm$ 0.98 ^a	6.61 $\pm$ 0.97 ^b	6.87 $\pm$ 0.82 ^b	7.10 $\pm$ 0.60 ^b
RBC (x 10 ⁶ μ L ⁻¹)	1.46 $\pm$ 0.34 ^a	1.08 $\pm$ 0.20 ^b	1.01 $\pm$ 0.12 ^{b*}	1.11 $\pm$ 0.17 ^{b*}
VCM (fL)	177.27 $\pm$ 21.93 ^b	249.65 $\pm$ 40.35 ^{a*}	276.30 $\pm$ 28.37 ^{a*}	268.86 $\pm$ 39.74 ^{a*}
HCM (g dL ⁻¹)	56.03 $\pm$ 11.18 ^a	58.15 $\pm$ 12.99 ^a	64.37 $\pm$ 13.76 ^a	64.05 $\pm$ 11.15 ^a
CHCM (g dL ⁻¹)	30.70 $\pm$ 4.89 ^{a*}	23.97 $\pm$ 2.00 ^b	24.42 $\pm$ 3.25 ^{b*}	24.69 $\pm$ 2.15 ^b

Letters indicate significant differences in two-way ANOVA followed by post-hoc Tukey ($p < 0.05$); *: significant difference ($p < 0.05$) when comparing 10- and 20-day-period groups using the same treatment and for the same parameter. Ht: Hematocrit; Hb: Hemoglobin concentration; RBC: Red blood cells count; MCV: Mean corpuscular volume; MCH: Mean corpuscular hemoglobin; MCHC: Mean corpuscular hemoglobin concentration

reduced significantly compared to the control group, which indicates an interaction between the diet and the feeding period, particularly in the 1% group, and suggests normochromic anemia due to the extended period of adsorbent consumption (Ranzani-Paiva *et al.*, 2013; Kanyilmaz & Tekelioğlu, 2016), despite that, according to Tavares-Dias *et al.* (2009), Hb concentration of *C. macropomum* ranged from 6.3 to 13.7 g dL⁻¹, showing similar values to those reported in the present study. This was also the case in the study by Costa *et al.* (2022) for tambaqui diets containing silage made from fish and vegetable residues. Hb, Ht, and RBC are the main hematological parameters reflecting the initial response of the erythrocytic series, which indicates blood oxygen transport capacity and its subsequent utilization by the body. The RBC, Hb, and Ht values found in the tambaqui in the present study were similar to those described by Tavares-Dias *et al.* (2009). However, RBC reduced after 20 days of feeding, particularly in the groups receiving bentonite, suggesting decreased oxygen transport capacity possibly leading to viral, bacterial, and parasitic infections, exposure to toxins, nutritional deficiencies, and blood loss (Currie *et al.*, 2022; Witeska *et al.*, 2015).

The mean corpuscular volume (MCV) was higher at 10 days in the 0% and 2% groups compared to the 0.5% and 1% groups (Table 3). At 20 days, MCV was similar in the groups with bentonite supplementation and statistically higher than the control group (0%). Besides the additive, there was a strong positive interaction with time, with an MCV significant increase in the 0.5%, 1%, and 2% groups. The mean RBC, MCV, and MCHC values in fish fed with bentonite indicated morphological adjustments where RBC reduction was compensated by the increase in the volume of this cell, which resulted in

more space for hemoglobin. Consequently, it did not harm the exchange of respiratory gases, a basic function of erythrocytes in the blood (Tavares-Dias & Moraes, 2010; Ranzani-Paiva *et al.*, 2013). However, erythrocyte indices (MCV, MCH, MCHC) help in the differential diagnosis of anemia and indicated here a hypochromic macrocytic anemic process (Ranzani-Paiva *et al.*, 2013). This also suggests cellular impairment as a result of RBC reduction after 20 days with bentonite in *C. macropomum* diets. No differences in MCH were observed ($p>0.05$) among the groups or between different feeding times. After 20 days of testing, the groups with bentonite inclusion in the diet showed the lowest MCHC values ($p<0.05$), resulting from the lower Hb concentration in these groups. This supports the findings for rainbow trout (*O. mykiss*) using bentonite and copper (Cu) in experimental diets (Ucar *et al.*, 2019).

The addition of 1% and 2% bentonite in diets for tambaqui significantly increased the respiratory burst activity of leukocytes after 20 days (Table 4), which has been used as a marker of innate immunity in fish (Biller-Takahashi *et al.*, 2013) and might be a mechanism for restoring homeostasis. During burst, pathogens are destroyed through phagocytosis, increasing intracellular oxygen consumption by leukocytes and producing reactive oxygen species (ROS), which result in free radicals and cellular metabolism byproducts (Biller & Takahashi, 2018; Biller-Takahashi *et al.*, 2015; Dong *et al.*, 2017). These byproducts play a crucial role in destroying invading agents. Thus, burst can act as defense against pathogens, but it also has a reactive effect on the animal's immune system, triggered in tambaqui by the higher bentonite levels in the diet.

Additionally, *C. macropomum* fed for 20 days with diets containing different levels of adsorbents showed a decrease in the total number of leukocytes, thrombocytes, lymphocytes, monocytes, and neutrophils in circulation, alongside an increase in respiratory burst activity (Table 4). These leukocyte count alterations may be related to stress or physiological damage caused by the use of clay supplementation in the diets compared to the control. It is important to note that leukocytes are essential for evaluating the fish immune system (Witeska *et al.*, 2023; Fazio, 2019; Tavares-Dias *et al.*, 2007), as they work together to maintain tissue integrity against infectious agents and are responsible for the fish immune balance migrating through the bloodstream to sites of injury or tissue infection during adverse inflammatory processes (Ranzani-Paiva *et al.*, 2013; Kiron, 2012; Fazio, 2019).

The stress response in fish can be assessed through indicators such as serum or plasma glucose and cortisol and lysozyme activity, which change in response to stressful stimuli (Urbinati *et al.*, 2020). Our results showed a significant decrease in plasma glucose levels in the fish after 20 days of cultivation compared to 10 days (Table 5). Such reduction is

Table 4. Total thrombocytes and total and differential leukocytes count in juvenile tambaqui (*Colossoma macropomum*) fed with experimental diets: Control (0%, no bentonite); b) 5 g of bentonite/kg of feed (0.5%); c) 10 g of bentonite/kg of feed (1%); d) 20 g of bentonite/kg of feed (2%) after 20 days

Parameters	0%	0.5%	1%	2%
Burst (OD)	0.25±0.03 ^b	0.26±0.03 ^b	0.29±0.04 ^a	0.29±0.03 ^a
Thrombocytes (x10 ³ µL)	28.55±12.80 ^a	19.02±19.02 ^b	20.76±6.56 ^b	20.61±5.91 ^b
Leukocytes (x10 ³ µL)	143.43±41.55 ^a	108.14±24.14 ^b	99.35±14.11 ^b	112.95±23.30 ^b
Lymphocytes (x10 ³ µL)	63.68±21.02 ^a	51.66±14.69 ^a	53.64±22.10 ^a	55.77±13.34 ^a
Monocytes (x10 ³ µL)	55.47±16.23 ^a	39.73±8.96 ^b	34.40±9.31 ^b	42.215±9.90 ^b
Neutrophils (x10 ³ µL)	20.73±7.74 ^a	13.57±4.99 ^b	13.44±3.11 ^b	13.25±6.12 ^b
Eosinophils (x10 ³ µL)	0.53±1.17 ^a	0.07±0.01 ^a	0.17±0.25 ^a	0.21±0.32 ^a
LG-PAS (x10 ³ µL)	3.05±1.81 ^a	3.13±1.41 ^a	2.35±1.57 ^a	1.69±1.32 ^a

Data expressed as mean±standard deviation. Letters mean significant differences ($p<0.05$). LG-PAS: Leukocyte granular-PAS positive

Table 5. Plasma metabolite profile (n=15) of *Colossoma macropomum* fed with experimental diets: Control (0%, no bentonite); b) 5 g of bentonite/kg of feed (0.5%); c) 10 g of bentonite/kg of feed (1%); d) 20 g of bentonite/kg of feed (2%) for 10 and 20 days

Parameters	Factors			
	0%	0.5%	1%	2%
10 days				
Glucose (mg dL ⁻¹)	71.48±15.48 ^a	82.55±14.53 ^a	77.25±17.63 ^a	78.00±19.76 ^a
Total protein (g dL ⁻¹)	3.10±0.37 ^a	3.26±0.21 ^a	3.29±0.23 ^a	3.24±0.26 ^a
Total Cholesterol (mg dL ⁻¹)	96.63±9.73 ^b	118.93±23.26 ^a	88.60±14.28 ^b	78.31±16.26 ^b
Triglycerides (mg dL ⁻¹)	147.52±24.59 ^a	151.57±16.36 ^a	136.63±22.05 ^{ab}	126.01±15.85 ^b
Albumin (g dL ⁻¹)	0.82±0.07 ^{cd}	0.44±0.13 ^b	1.04±0.11 ^a	0.93±0.10 ^{ad}
Globulin (g dL ⁻¹)	2.16 ± 0.36 ^a	2.38 ± 0.34 ^a	2.18 ± 0.34 ^a	2.30 ± 0.22 ^a
Parameters	Factors			
	0%	0.5%	1%	2%
20 days				
Glucose (mg dL ⁻¹)	44.15 ± 11.34 ^{a*}	56.34 ± 7.57 ^{a*}	62.27 ± 7.80 ^{a*}	63.13 ± 10.88 ^{a*}
Total protein (g dL ⁻¹)	3.69 ± 0.30 ^{a*}	3.27 ± 0.25 ^b	3.40 ± 0.29 ^b	3.55 ± 0.41 ^{a*}
Total Cholesterol (mg dL ⁻¹)	85.65 ± 7.21 ^b	116.39 ± 18.06 ^a	128.13 ± 17.00 ^{a*}	100.29 ± 15.07 ^{b*}
Triglycerides (mg dL ⁻¹)	132.18 ± 19.81 ^b	158.88 ± 22.61 ^a	176.29 ± 17.64 ^{a*}	163.71 ± 32.68 ^{a*}
Albumin (g dL ⁻¹)	0.66 ± 0.06 ^{c*}	0.96 ± 0.20 ^{d*}	0.49 ± 0.08 ^{b*}	1.51 ± 0.18 ^{a*}
Globulin (g dL ⁻¹)	3.03 ± 0.30 ^{a*}	2.06 ± 0.61 ^{b*}	2.91 ± 0.33 ^{a*}	2.08 ± 0.40 ^b

Data expressed as mean±standard deviation. Letters mean significant differences in the ANOVA two-way test followed by post-hoc Tukey ($p<0.05$). *: significant difference ($p<0.05$) when comparing 10- and 20-day groups with the same treatment and parameter

often observed with immunostimulatory diets due to the reduction in stress effects (Hoshino *et al.*, 2017; Dias *et al.*, 2019). A likely explanation is that the diet may have stimulated insulin activity, which serves as a secondary stress (Brandão *et al.*, 2006) indicator and results in reduced glucose levels. Furthermore, it may be related to energy metabolism regulation under the influence of clay (Schell *et al.*, 1993; Shannon *et al.*, 2017), which is known for its adsorbent and stabilizing properties (Fazio, 2019; Kiron, 2012).

Total protein concentration in fish reflects aspects of their physiology, including nutritional status, general health, stress level, humoral defense capacity, and well-being (Abdel-Rahim *et al.*, 2023). After 20 days of feeding, the 0.5% and 1% bentonite groups presented lower total protein levels compared to the other treatments. According to Chagas *et al.* (2007), tambaqui specimens are considered well-nourished when plasma total protein levels are above 2.0 g dL⁻¹, which aligns with the present study and the findings of Costa *et al.* (2022) and Silva *et al.* (2020).

Interactions between diet and time were observed with 1% and 2% bentonite, resulting in a significant increase in plasma lipid profile levels ($p<0.05$), which could be a crucial benefit in membrane structure; besides, lipids are precursors to all steroid hormones. Such interactions may be triggered by liver and kidney dysfunction, leading to elevated cholesterol levels in the bloodstream (Öner *et al.*, 2008) due to the stress induced by bentonite in their diet. Another possible explanation for the increase in total cholesterol and triglycerides levels is related to the increase in feed viscosity, endogenous feed losses, and fermentation in fish intestines, among other causes (Rosas *et al.*, 2008). Jiang *et al.* (2010) presented similar results with the inclusion of clays in piglets' diets with and without the mycotoxin zearalenone, which significantly increased plasma cholesterol levels.

Stress in fish triggers an increase in energy demand and mobilization of plasma proteins used to meet energy needs, maintain osmotic balance, and improve the immune response, besides reflecting liver and kidney health (Javed & Usmani, 2015; Costa *et al.*, 2019). At 10 days, there was a variation in albumin levels between groups, with the 1% group presenting the highest value and the 0.5% group the lowest. At 20 days, the variation was even more evident. The 2% group had the highest albumin value, while the 1% group had the lowest. Regarding globulin, significant differences were observed only at 20 days. The 0% and 1% groups exhibited the highest globulin values, while the 0.5% and 2% groups had the lowest. Albumin and globulin are important proteins in the blood of fish: the first contributes to osmotic pressure and the transport of substances (Mobarhan, 1988), while globulin is related to the immune response (De Souza *et al.*, 2020). The relationship between albumin and globulin can be a health indicator. In our study, there appeared to be a change in this relationship over time, especially in the groups treated with bentonite, suggesting a possible negative influence of bentonite on the fish protein metabolism. The albumin increase in the 1% (10 days) and 2% (20 days) groups can be attributed to the synthesis of proteins needed to meet the high energy demand since the synthesis occurs in the liver, besides indicating an increase in the tambaqui immune response (Morante *et al.*, 2021).

Conclusion

Our study is the first to provide hemato-immunological analyses of tambaqui fed with sodium bentonite-supplemented diets. The findings highlight that the adsorbent supplementation did not improve the hematological-biochemical profile of this fish species. Physiological damage caused by the adsorbent, such as thrombocytopenia, leukopenia, lymphocytopenia, and monocytopenia, pointed to the response and migration of the cells to inflammatory sites. In conclusion, our results indicate that dietary supplementation with sodium bentonite had deleterious effects on the organism of the *C. macropomum* evaluated and, therefore, it is not recommended as a food additive for this fish species.

Acknowledgments

The authors thank Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (Embrapa Amapá) and the Amapá State Research Support Foundation (FAPEAP) for their financial support and the scholarship granted to F.L.S. Souza. We also thank Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) for Y.I.C. Furtado's scholarship (grant 88887.636974/2021-00).

Author contributions

Conceptualization, E.T.O.Y. and Y.I.C.F.; methodology, E.T.O.Y., Y.I.C.F., F.L.S.S., M.V.F.M., A.M.P., C.B.S.; software Y.I.C.F; validation Y.I.C.F. and E.T.O.Y; investigation Y.I.C.F., F.L.S.S. and E.T.O.Y.; resources Y.I.C.F., F.L.S.S., M.V.F.M., A.M.P., C.B.S., and E.T.O.Y.; original draft preparation Y.I.C.F. and E.T.O.Y.; manuscript review and editing Y.I.C.F., F.L.S.S., M.V.F.M., A.M.P., C.B.S., and E.T.O.Y. All authors read and agreed on the final version of the manuscript.

Conflicts of interest

The authors declare no conflict of interest.

Funding

This research was funded by Embrapa, UNIFAP, and FAPEAP.

References

Abdel-Rahim, M. M., Elhetawy, A. I., Refaey, W. M., Lotfy, A. M., El-Zaeem, S. Y., Elebiary, E. H., El-Dahhar, A. A. (2023). Potential benefits of natural bentonite as a water clarifier

- on ammonia removal, performance, immunity, antioxidant, and histology of *Dicentrarchus labrax*. *The Egyptian Journal of Aquatic Research*, 49(2), 253-260. <https://doi.org/10.1016/j.ejar.2023.04.002>
- Aride, P. H. R., Oliveira, A. M., Batista, R. B., Ferreira, M. S., Pantoja-Lima, J., Ladislau, D. S., Castro, P. D. S., Oliveira, A. T.** (2017). Changes on physiological parameters of tambaqui (*Colossoma macropomum*) fed with diets supplemented with Amazonian fruit Camu camu (*Myrciaria dubia*). *Brazilian Journal of Biology*, 78, 360-367. <https://doi.org/10.1590/1519-6984.169442>
- Aride, P. H. R., Roubach, R., Val, A. L.** (2007). Tolerance response of tambaqui *Colossoma macropomum* (Cuvier) to water pH. *Aquaculture Research*, 38(6), 588-594. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2109.2007.01693.x>
- Arshad, S. E., Jeffrey, F. N. M., Amin, Z., Shapawi, R.** (2021). Effects of sodium bentonite clay as a feed additive on the growth and haematology parameters of hybrid grouper, *Epinephelus fuscoguttatus* x *Epinephelus lanceolatus*. *Songklanakarin Journal of Science and Technology*, 43(2), 505-511. <https://sjst.psu.ac.th/journal/43-2/27.pdf>
- Biller, J. D., & Takahashi, L. S.** (2018). Oxidative stress and fish immune system: phagocytosis and leukocyte respiratory burst activity. *Anais da Academia Brasileira de Ciências*. 90, 3403-3414. <https://doi.org/10.1590/0001-3765201820170730>
- Biller-Takahashi, J. D., Takahashi, L. S., Mingatto, F. E., Urbinati, E. C.** (2015). The immune system is limited by oxidative stress: dietary selenium promotes optimal antioxidative status and greatest immune defense in pacu *Piaractus mesopotamicus*. *Fish & Shellfish Immunology*, 47(1), 360-367. <https://doi.org/10.1016/j.fsi.2015.09.022>
- Biller-Takahashi, J. D., Takahashi, L. S., Saita, M. V., Gimbo, R. Y., Urbinati, E. C.** (2013). Leukocytes respiratory burst activity as indicator of innate immunity of pacu *Piaractus mesopotamicus*. *Brazilian Journal of Biology*. 73(2) 425-429. <https://doi.org/10.1590/S1519-69842013000200026>
- Brandão, F. R., Gomes, L. D. C., Chagas, E. C.** (2006). Respostas de estresse em pirarucu (*Arapaima gigas*) durante práticas de rotina em piscicultura. *Acta Amazonica*, 36, 349-356, 2006. <https://doi.org/10.1590/S0044-59672006000300010>
- Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).** August 10, 2023. Produção da aquicultura, por tipo de produto. 2014. <http://www.sidra.ibge.gov.br/bda/tabela/listabl.asp?c=3940andz=tando=21>
- Centeno, L., Silva-Acuña, R., Barrios, R., Salazar Lugo, R., Matute, C., L Pérez, J.** (2007). Características hematológicas de la cachama (*Colossoma macropomum*) en tres etapas de crecimiento cultivadas en el estado Delta Amacuro, Venezuela. *Zootecnia tropical*, 25(4), 237-243. <https://ve.scielo.org/pdf/zt/v25n4/art01.pdf>
- Chagas, E.C., Gomes, L. D.C., Martins Júnior, H., Roubach, R.** (2007). Produtividade de tambaqui criado em tanque-rede com diferentes taxas de alimentação. *Ciência Rural*, 37, 1109-1115. <https://doi.org/10.1590/S0103-84782007000400031>
- Costa, O. T. F., Dias, L. C., Malmann, C. S. Y., de Lima Ferreira, C. A., do Carmo, I. B., Wischneski, A. G., Sousa, R. L., Caverro, B. A. S., Lameiras, J. L. V., Dos-Santos, M. C.** (2019). The effects of stocking density on the hematology, plasma protein profile and immunoglobulin production of juvenile tambaqui (*Colossoma macropomum*) farmed in Brazil. *Aquaculture*, 499, 260-268. <https://doi.org/10.1016/j.aquaculture.2018.09.040>
- Costa, M. N. F., Furtado, Y. I. C., Monteiro, C. C., Brasiliense, A. R. P., Yoshioka, E. T.** (2022). Physiological responses of tambaqui (*Colossoma macropomum*) fed diets supplemented with silage from fish and vegetables residues. *Brazilian Journal of Biology*, 84, e255493. <https://doi.org/10.1590/1519-6984.255493>
- Currie, A. R., Cockerill, D., Diez-Padrisa, M., Haining, H., Henriquez, F. L., Quinn, B.** (2022). Anemia in salmon aquaculture: Scotland as a case study. *Aquaculture*. 546, 737313. <https://doi.org/10.1016/j.aquaculture.2021.737313>
- De Souza, R. C., Baldissotto, B., Melo, J. F. B., da Costa, M. M., de Souza, E. M., Copatti, C. E.** (2020). Dietary *Aloysia triphylla* essential oil on growth performance and biochemical and haematological variables in Nile tilapia. *Aquaculture*, 519, 734913. <https://doi.org/10.1016/j.aquaculture.2019.734913>
- Dias, M. K. R., Yoshioka, E. T. O., Rodriguez, A. F. R., Ribeiro, R. A., Faria, F. S. E. D. V., Ozório, R. O. A., Tavares-Dias, M.** (2019). Growth, physiological and immune responses of *Arapaima gigas* (Arapaimidae) to *Aeromonas hydrophila* challenge and handling stress following feeding with immunostimulant supplemented diets. *Fish & shellfish immunology*, 84, 843-847. <https://doi.org/10.1016/j.fsi.2018.10.045>

- Dong, M., Liang, Y., Ramalingam, R., Tang, S. W., Shen, W., Ye, R., Gopalakrishnan, S., Au, D. W. T., Lam, Y. W.** (2017). Proteomic characterization of the interactions between fish serum proteins and waterborne bacteria reveals the suppression of anti-oxidative defense as a serum-mediated antimicrobial mechanism. *Fish & shellfish immunology*, 62, 96-106. <https://doi.org/10.1016/j.fsi.2017.01.013>
- El-Dahhar, A. A., Elhetawy, A. I., Refaey, W. M., El-Zaeem, S. Y., Elebiary, E. H., Lotfy, A. M., Abdel-Rahim, M. M.** (2024). Bentonite-supplemented diets improved fish performance ammonia excretion haemato-biochemical analyses immunity antioxidants and histological characteristics of European seabass *Dicentrarchus labrax*. *Scientific Reports*, 14(1), 13868. <https://doi.org/10.1038/s41598-024-63936-6>
- Farrag, F. H., Khalil, F. F., Mehrim, A. I.** (2009). Reduction of lead oxide toxicity by using bentonite in mono-sex nile tilapia *Oreochromis niloticus* diets. *Abbassa Int. J. Aqua*, 429-451. <https://kenanaonline.com/files/0027/27570/05%20Pb%20and%20Bentonite%202009.pdf>
- Fazio, F.** (2019). Fish hematology analysis as an important tool of aquaculture: a review. *Aquaculture*, 500, 237-242. <https://doi.org/10.1016/j.aquaculture.2018.10.030>
- Garcez, J. R., da Nóbrega, V. S. L., Torres, T. P., Signor, A. A.** (2021). Cultivo de tambaqui (*Colossoma macropomum*) em tanques-rede: Aspectos técnicos. *Research, Society and Development*, 10(8), e45810817560-e45810817560. <https://doi.org/10.33448/rsd-v10i8.17560>
- Goulding, M. & Carvalho, M. L.** (1982). Life history and management of the tambaqui (*Colossoma macropomum*, Characidae): an important Amazonian food fish. *Revista Brasileira de Zoologia*, 1, 107-133. <https://doi.org/10.1590/S0101-81751982000200001>
- Goldenfarb, P. B., Bowyer, F. P., Hall, E., Brosious, E.** (1971). Reproducibility in the hematology laboratory: the microhematocrit determination. *American Journal of Clinical Pathology*, 56(1), 35-39. <https://doi.org/10.1093/ajcp/56.1.35>
- Hadiuzzaman, M., Moniruzzaman, M., Shahjahan, M., Bai, S. C., Min, T., & Hossain, Z.** (2022). β -Glucan: Mode of action and its uses in fish immunomodulation. *Frontiers in Marine Science*, 9, 905986. <https://doi.org/10.3389/fmars.2022.905986>
- Hilsdorf, A. W. S., Hallerman, E., Valladão, G. M. R., Zaminhan-Hassemer, M., Hashimoto, D. T., Dairiki, J. K., Takahashi, L. S., Albergaria, F. C., Gomes, M. E. S., Venturieri, R. L. L., Moreira, R. G., Cyrino, J. E. P.** (2022). The farming and husbandry of *Colossoma macropomum*: From Amazonian waters to sustainable production. *Reviews in Aquaculture*, 14(2), 993-1027. <https://doi.org/10.1111/raq.12638>
- Hoshino, M. D. F. G., Marinho, R. D. G. B., Pereira, D. F., Yoshioka, E. T. O., Tavares-Dias, M., Ozorio, R. O. D. A., Rodriguez, A. F. R., Ribeiro, R. A., Faria, F. S. E. D. V. D.** (2017). Hematological and biochemical responses of pirarucu (*Arapaima gigas*, Arapaimidae) fed with diets containing a glucomannan product derived from yeast and algae. *Acta Amazonica*, 47(2), 87-94. <https://doi.org/10.1590/1809-4392201700781>
- Hoshino, M. D. F. G., da Silva Ramos, R., Lopes, J. R. T., Ribeiro, R. A., Rodriguez, A. F. R., da Silva, T. C., Faria, F. S. E. D. V. D., Tavares-Dias, M., Ozorio, R. O. D. A., Yoshioka, E. T. O.** (2020). Innate immune response of pirarucu improved with yeast-supplemented diets. *Aquaculture Reports*, 18, 100421. <https://doi.org/10.1016/j.aqrep.2020.100421>
- Ishikawa, N. M., Ranzani-Paiva, M. J. T., Lombardi, J. V.** (2008). Metodologia para quantificação de leucócitos totais em peixe, *Oreochromis niloticus*. *Archives of Veterinary Science*, 13, 54-63. <https://doi.org/10.5380/avs.v13i1.11560>
- Javed, M. & Usmani, N.** (2015). Stress response of biomolecules (carbohydrate, protein and lipid profiles) in fish *Channa punctatus* inhabiting river polluted by Thermal Power Plant effluent. *Saudi Journal of Biological Sciences*, 22(2), 237-242. <https://doi.org/10.1016/j.sjbs.2014.09.021>
- Jiang, S., Yang, Z., Yang, W., Gao, J., Liu, F., Chen, C. C., Chi, F.** (2010). Physiopathological effects of zearalenone in post-weaning female piglets with or without montmorillonite clay adsorbent. *Livestock Science*, 131(1), 130-136. <https://doi.org/10.1016/j.livsci.2010.02.022>
- Kanyılmaz, M. & Tekelioğlu, N.** (2016). Effects of dietary zeolite levels on some blood parameters of gilthead seabream (*Sparus aurata*) juveniles. *Journal of Aquaculture Engineering and Fisheries Research*, 2(3), 119-127. <https://doi.org/10.3153/JAEFR16014>
- Kiron, V.** (2012). Fish immune system and its nutritional modulation for preventive health care. *Animal feed science and technology*, 173(1-2), 111-133. <https://doi.org/10.1016/j.anifeedsci.2011.12.015>

- Martin, S. A. M. & Król, E.** (2017). Nutrigenomics and immune function in fish: new insights from omics technologies. *Developmental & Comparative Immunology*, 75, 86-98. <https://doi.org/10.1016/j.dci.2017.02.024>
- Mirande, J. M.** (2010). Phylogeny of the family Characidae (Teleostei: Characiformes): from characters to taxonomy. *Neotropical Ichthyology*, 8, 385-568. <https://doi.org/10.1590/S1679-62252010000300001>
- Mobarhan, S.** (1988). The role of albumin in nutritional support. *Journal of the American College of Nutrition*, 7(6), 445-452. <https://doi.org/10.1080/07315724.1988.10720260>
- Morante, V. H. P., Copatti, C. E., Souza, A. R. L., Costa, M. M., Braga, L. G. T., Souza, A. M., Melo, F. V. S. T., Camargo, A. C. S., Melo, J. F. B.** (2021). Assessment the crude grape extract as feed additive for tambaqui (*Colossoma macropomum*), an omnivorous fish. *Aquaculture*, 544(2021), 737068. <https://doi.org/10.1016/j.aquaculture.2021.737068>
- Öner, M., Atli, G., Canli, M.** (2008). Changes in serum biochemical parameters of freshwater fish *Oreochromis niloticus* following prolonged metal (Ag, Cd, Cr, Cu, Zn) exposures. *Environmental Toxicology and Chemistry: An International Journal*, 27(2), 360-366. <https://doi.org/10.1897/07-281R.1>
- Ranzani-Paiva, M. J. T. R., Pádua, S. B., Tavares-Dias, M., Egami, M. I.** (2013). *Métodos para análise hematológica em peixes*. Editora da Universidade Estadual de Maringá-EDUEM.
- Ribeiro, S. C., Malheiros, D. F., Guiloizki, I. C., Majolo, C., Chaves, F. C. M., Chagas, E. C., Assis, H. C. S., Tavares-Dias, M., Yoshioka, E. T. O.** (2018). Antioxidants effects and resistance against pathogens of *Colossoma macropomum* (Serassalmidae) fed *Mentha piperita* essential oil. *Aquaculture*, 490, 29-34. <https://doi.org/10.1016/j.aquaculture.2018.02.024>
- Rosas, C., Tut, J., Baeza, J., Sánchez, A., Sosa, V., Pascual, C., Arena, A., Domingues, P., Cuzon, G.** (2008). Effect of type of binder on growth, digestibility, and energetic balance of *Octopus maya*. *Aquaculture*, 275(1-4), 291-297. <https://doi.org/10.1016/j.aquaculture.2008.01.015>
- Sahoo, P. K., Kumari, J., Mishra, B. K.** (2005). Non-specific immune responses in juveniles of Indian major carps. *Journal of Applied Ichthyology*, 21, 151-155. <https://doi.org/10.1111/j.1439-0426.2004.00606.x>
- Secombes, C. J. & Wang, T.** (2012). *The innate and adaptive immune system of fish*. In *Infectious disease in aquaculture* (pp. 3-68). Woodhead Publishing. <https://doi.org/10.1533/9780857095732.1.3>
- Shannon, T. A., Ledoux, D. R., Rottinghaus, G. E., Shaw, D. P., Daković, A., Marković, M.** (2017). The efficacy of raw and concentrated bentonite clay in reducing the toxic effects of aflatoxin in broiler chicks. *Poultry science*, 96(6), 1651-1658.
- Palm, H. W., Berchtold, E., Gille, B., Knaus, U., Wenzel, L. C., Baßmann, B.** (2022). Growth and welfare of African catfish (*Clarias gariepinus* Burchell, 1822) under dietary supplementation with mixed-layer clay mineral montmorillonite-illite/muscovite in commercial aquaculture. *Aquaculture journal*, 2(3), 227-245. <https://doi.org/10.3390/aquacj2030013>
- Prabhu, P. A. J., Fountoulaki, E., Maas, R., Heinsbroek, L. T. N., Eding, E. H., Kaushik, S. J., Schrama, J. W.** (2019). Dietary ingredient composition alters faecal characteristics and waste production in common carp reared in recirculation system. *Aquaculture*, 512, 734357. <https://doi.org/10.1016/j.aquaculture.2019.734357>
- Saurabh, S. & Sahoo, P. K.** (2008) Lysozyme: an important defence molecule of fish innate immune system. *Aquaculture research*, 39(3), 223-239. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2109.2007.01883.x>
- Schell, T. C., Lindemann, M. D., Kornegay, E. T., Blodgett, D. J., Doerr, J. A.** (1993). Effectiveness of different types of clay for reducing the detrimental effects of aflatoxin-contaminated diets on performance and serum profiles of weanling pigs. *Journal of Animal Science*, 71(5), 1226-1231. <https://doi.org/10.2527/1993.7151226x>
- Silva, A. F., Copatti, C. E., de Oliveira, E. P., Bonfá, H. C., de Melo, F. V. S. T., de Silva Camargo, A. C., Melo, J. F. B.** (2020). Effects of whole banana meal inclusion as replacement for corn meal on digestibility, growth performance, haematological and biochemical variables in practical diets for tambaqui juveniles (*Colossoma macropomum*). *Aquaculture Reports*, 17, 100307. <https://doi.org/10.1016/j.aqrep.2020.100307>
- Tavares-Dias, M. & Moraes, F. R.** (2004) *Hematologia de peixes teleósteos*. Ribeirão Preto.
- Tavares-Dias, M. & Sandrim, E. F. S.** (1998). Características hematológicas de teleósteos brasileiros. I. Série vermelha e dosagens de cortisol e glicose do plasma sanguíneo de espécimes de *Colossoma macropomum* em condições de cultivo. *Acta Scientiarum*, 20(2), 157-160. <https://doi.org/10.4025/actasciobiolsci.v20i0.4466>

- Tavares-Dias, M., Barcellos, J. F. M., Marcon, J. L., Menezes, G. C., Ono, E. A., Affonso, E. G.** (2007). Hematological and biochemical parameters for the pirarucu *Arapaima gigas* Schinz, 1822 (Osteoglossiformes, Arapaimatidae) in net cage culture. *Electronic Journal of Ichthyology*, 2, 61-68. <https://citeserx.ist.psu.edu/document?repid=rep1&type=pdf&doi=57cb2fe77124e64b8f401aac1168d7d2ac5a7af>
- Tavares-Dias, M., Ishikawa, M. M., Martins, M. L., Satake, F., Hisano, H., de Pádua, S. B., Jerônimo, G. T., Sá, A. R. S.** (2009). *Hematologia: ferramenta para o monitoramento do estado de saúde de peixes em cultivo* (p. 43-80). In: Saran Net, A.; Mariano, W. Dos S.; Sória, SFP (Org.). Tópicos especiais em saúde e criação animal. São Carlos, SP: Pedro & João Editores.
- Tavares-Dias, M. & Moraes, F. R.** (2010). Biochemical parameters for *Piaractus mesopotamicus*, *Colossoma macropomum* (Characidae) and hybrid tambacu (*P. mesopotamicus* X *C. macropomum*). *Ciência Animal Brasileira*, 11(2), 361-368.
- Ucar, A., Atamanalp, M., Kocaman, E. M., Alak, G., Topal, A., Fakioglu, O., Parlak, V., Yanik, T.** (2019). Effects of dietary bentonite on improvements in hematology and enzyme in copper exposed rainbow trout (*Oncorhynchus mykiss*). *Journal of Applied and Physical Sciences*, 5(2), 67-72. https://www.tafpublications.com/gip_content/paper/Japs-5.2.4.pdf
- Urbinati, E.C., Zanuzzo, F., Biller, J.D.** (2020). Stress and immune system in fish. In: Baldisserotto, B.; Urbinati, E.C.; Cyrino, J.E.P (Ed.). *Biology and Physiology of Freshwater Neotropical Fish* (p.93-114). Academic Press.
- Uribe, C., Folch, H., Enríquez, R., Moran, G. J. V. M.** (2011). Innate and adaptive immunity in teleost fish: a review. *Veterinárni medicína*, 56(10), 486-503. <https://vetmed.agriculturejournals.cz/pdfs/vet/2011/10/02.pdf>
- Witeska, M.** (2015). Anemia in teleost fishes. *Bulletin of the European Association of Fish Pathologists*, 35, 4.
- Witeska, M., Kondera, E., Bojarski, B.** (2023). Hematological and hematopoietic analysis in fish toxicology—a review. *Animals*, 13(16), 2625. <https://doi.org/10.3390/ani13162625>
- Zar, J. H.** (2010). *Biostatistical analysis. 5th Edition*. Prentice Hall.

Original article

Prediction of the duration of phenological stages in two varieties of standard carnation (*Dianthus caryophyllus* L.) in terms of thermal time

Predicción de la duración de las etapas fenológicas en dos variedades de clavel estándar (*Dianthus caryophyllus* L.) en términos de tiempo térmico

🔗 Lorena Buitrago-Rueda¹, 🔗 Alfonso Parra-Coronado², 🔗 Gerhard Fischer^{3,*}

¹Programa de Maestría en Ciencias Agrarias, Facultad de Ciencias Agrarias, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia

²Departamento de Ingeniería Civil y Agrícola, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia

³Departamento de Agronomía, Facultad de Ciencias Agrarias, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia

Abstract

Although carnation is one of the world's most widely used cut flowers, several basic aspects of its growth and development have yet to be studied. Here, we aimed to determine the phenological behavior and development of a commercial carnation crop relating temperature in terms of thermal time for Mizuky and Zafiro cultivars. The study was conducted in a commercial production farm greenhouse in Tocancipá, Cundinamarca (Colombia). Sampling was done from the plants' pinching to the end of the harvest in four plantings on different dates. We estimated the base temperature (T_b) for the vegetative and reproductive stages using the minimum coefficient of variation method for growing degree-days (GDD or thermal time). Our results showed that T_b and thermal time varied depending on the developmental stage of the crop. The life cycle was 242 days for the Mizuky cultivar and 240 days for the Zafiro. The Mizuky cultivar required T_bs of 0.66°C for the vegetative stage and 0.84°C for the reproductive stage, while the Zafiro required higher T_bs of 1.81 and 2.64°C, respectively. The GDD accumulations from the vegetative stage to cutting were 2606° for the Mizuky and 2624° for the Zafiro; the times from pinching to harvest were 187 days for the Mizuky and 185 days for the Zafiro. We concluded that the Zafiro needs a higher T_b than the Mizuky, but given their close thermal times, we recommend similar crop management for both.

Keywords: Phenology; Phenological model; Base temperature; Growing degree-days.

Resumen

Aunque el clavel es una de las flores de corte más utilizadas en el mundo, varios aspectos básicos de su crecimiento y desarrollo aún están por estudiarse. Nuestro objetivo fue determinar el comportamiento fenológico y el desarrollo de un cultivo comercial de clavel, relacionando la temperatura en términos de tiempo térmico para los cultivares Mizuky y Zafiro. El estudio se hizo en el invernadero de una finca de producción comercial en Tocancipá, Cundinamarca (Colombia). El muestreo se hizo desde el despunte de la planta hasta el final de la cosecha. Se estimó la temperatura base (T_b) para las etapas vegetativa y reproductiva mediante el método de mínimo coeficiente de variación de los grados día de desarrollo (GDD o tiempo térmico). Los resultados mostraron que la T_b y el tiempo térmico varían según el estado de desarrollo del cultivo. Se encontró que el ciclo de vida del cultivar Mizuky fue de 242 días y el de Zafiro de 240 días; el Mizuky requirió una T_b de 0,66 °C en la etapa vegetativa y de 0,84°C en la reproductiva, en tanto que el Zafiro necesitó una T_b mayor, de 1,81 °C y 2,64 °C, respectivamente. La acumulación de los GDD desde la fase vegetativa hasta el corte fue

Citation: Buitrago-Rueda L, *et al.* Prediction of the duration of phenological stages in two varieties of standard carnation (*Dianthus caryophyllus* L.) in terms of thermal time. Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. 49(190):102-112, enero-marzo de 2025. doi: <https://doi.org/10.18257/racefyn.3144>

Editor: Elizabeth Castañeda

***Corresponding author:**

Gerhard Fischer; gfischer@unal.edu.co

Received: December 20, 2024

Accepted: March 13, 2025

Published on line: March 21, 2025



This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License.

de 2606° y de 2624° para Mizuky y Zafiro, respectivamente, por lo que el tiempo transcurrido desde el despunte hasta el corte fue de 187 días para el Mizuky y 185 para el Zafiro. Se concluyó que el cultivar Zafiro exige una Tb mayor que el Mizuky, pero dada la proximidad del tiempo térmico en las dos variedades, se recomienda un manejo similar para las dos.

Palabras clave: Fenología; Modelo fenológico; Temperatura base; Grados día de desarrollo.

Introduction

The carnation (*Dianthus caryophyllus* L.) is one the five most important cut flower species in the world (Maitra & Roychowdhury, 2013; Pace *et al.*, 2022) and after the rose and the chrysanthemum, it is the third most important cut flower in the global market (Abeliotis *et al.*, 2016; Boxriker *et al.*, 2017). Colombia is the second largest exporter of flowers worldwide after the Netherlands (Leguizamo-Medina *et al.*, 2022) and the largest exporter of carnations (Minagricultura, 2021), and in the Bogotá savanna, where we conducted our study, carnation cultivation represents the second-largest cut flower export by Colombia (Baracaldo Argüello *et al.*, 2010), with standard carnations and minicarnations being, after roses, the most important cut flower crops (López *et al.*, 2014).

Regarding the environmental conditions that most affect carnation production, Gocan *et al.* (2022) highlight temperature stress due to its influence on plant growth and development processes, which involve a large number of temperature-dependent biochemical reactions (Hasanuzzaman *et al.*, 2013). Carnation cultivation does not thrive at extreme temperatures and it is well-adapted to temperatures ranging between 10 and 20°C (Gobade, 2024). Röber & Wohanka (2014) recommend optimal temperatures between 15 and 20°C in summer conditions. Temperature mainly affects carnations' bud development, which takes markedly longer at low temperatures (Bunt & Cockshull, 2017), but minimum temperatures are not known for their different phenological stages.

Passive plastic greenhouses with natural ventilation predominate in the ornamental sector in Colombia, so there may be spatial variations in temperature, vapor pressure deficit, and relative humidity during day and night hours, affecting not only the quality and uniformity of the carnations produced (Villagran & Bojacá, 2020) but also their ecophysiology.

Crops' development, behavior, and survival are fundamentally determined by the climatic characteristics of their location (Bordón & Blasco, 2018). Several studies have confirmed that temperature, solar radiation, plant age, source-sink relationships, and the response to photoperiod influence plant phenological development (Salazar-Gutiérrez *et al.*, 2013; Mayorga *et al.*, 2020).

Phenology plays a fundamental role in the life cycle of plants (Zapata *et al.*, 2015). As Salazar *et al.* (2008) indicate, phenology is the periodic study of biological or natural phenomena determined by stages that characterize the emergence, transformation, or rapid disappearance of plant organs, separated by two successive stages: the emergence of plants and the appearance of nodes, buds, flowers, and fruits. Organ development is controlled by the rate of emergence of nodes and the development of leaves, flowers, and fruits, which are temperature-dependent seasonal functions. The development of various organs responds to heat, cold, or day and night alternation (Salazar, 2006). Each species has specific temperature requirements to reach a particular phenological stage (Sikder, 2009). Thus, for each species, there is a range of maximum and minimum temperatures that indicate the thresholds of discernable growth (Hatfield & Prueger, 2015).

The combination of temperature and time has led to the concept of thermal time (TT), also known as heat summation, degree days, or growing degree days (GDD). This concept is defined as "the number of degree-days needed to finish a certain developmental process or phenological stage" (Parra-Coronado *et al.*, 2015; López *et al.*, 2010; Trudgill *et al.*, 2005). Models for calculating thermal time presume a linear relationship between temperature and plant development (Zapata *et al.*, 2015).

Salazar (2006) reiterates that the basic requirement for determining thermal time in degree-days is the critical or reference temperature, also known as base temperature (T_b), below which phenological development or metabolic processes in plants cease (**Parra-Coronado et al.**, 2015). This lower limit is important because it determines the effect of temperature on the development (including growth) of the organism. It is important to keep in mind that if the average daily temperature is one degree above the T_b during 24 hours, one degree-day accumulates (**Parra-Coronado et al.**, 2015; **Zapata et al.**, 2015).

Our study aimed to determine the base temperatures (T_b) for two standard carnation varieties by establishing the thermal time in growing degree-days (GDD) in all phenological stages from pinching (topping) to the end of harvest.

Materials and methods

Location and characterization of the study areas

The study was conducted in the plastic greenhouses of Flores La Mana SAS farm, located in the municipality of Tocancipá (Cundinamarca, Colombia), El Porvenir, at 4°59' N and 73°55' W. The area is 2,605 MASL, the mean annual rainfall is 857 mm, the mean annual external temperature is 14.1°C, and the external relative humidity is 80%. During the study, inside the greenhouses, the average maximum temperature was 26.5°C, and the minimum was 9.1°C, i.e., an average temperature of 15.4°C and an average relative humidity of 77%.

We planted and evaluated two carnation varieties, Mizuky and Zafiro, in four greenhouses and on four different planting dates. The Mizuky variety, whose hybridization is Breier, has a pink color, and the Zafiro variety, with SB Talee hybridization, has a purple color. They are characterized by having consistent stems, a stem length between 80 and 110 cm, a uniform opening, and a vase life between 12 and 15 days. On each planting date, we planted 20 30×1 m hydroponic beds with a planting density of 29.6 plants/m² and a 0.12 m distance between plants and 0.13 m between rows. We used a substrate based on burnt rice husk, the most frequent in hydroponics for cut flowers in Colombia (**Vélez-Carvajal et al.**, 2022), composed of 55% raw husk, 35% used substrate, and 10% compost for the two varieties studied. Fifty-five days after planting, the stem tip was removed above the eighth leaf node to stimulate the lateral sprouting of the plant.

During the research, conventional agronomic management of the plants was used with phytosanitary control products according to the monitoring. Routine cultural tasks, stem guiding, disbudding, and floral stem harvesting were done according to the phenological stages of the crop.

The climatic information inside the greenhouse was recorded every 15 minutes using the WIGA software, and the data corresponding to the minimum, maximum, and average daily temperatures during the different production periods (four sowings) were extracted. A sensor installed 2 m above the ground next to the experiment was used to monitor the greenhouse climate.

Determination of phenological stages duration in days

Three plant beds were selected for each variety after bud break. In each selected bed, 50 plants were taken randomly discarding those at the beginning and the end of the bed; a shoot from the fifth node was selected in each plant as the sampling unit. The observation unit was the individual plant, and we obtained 150 experimental units per variety. The selected stems were monitored every seven days during the vegetative and reproductive stages; when the floral stems began to be harvested, they were monitored every two days. Development data were recorded for each of the stages to determine the duration period in days for each of them.

Base temperature (T_b) estimation

Three different statistical methods were used to estimate T_b : the smallest variance in GDD, the smallest standard deviation in GDD, and the smallest coefficient of variation in GDD using a quadratic regression model (**Acero-Camelo et al.**, 2021; **Parra-Coronado**

et al., 2015). When applying these methods, we recorded the duration in days of each phenological stage and carnation variety and we added the mean daily temperatures registered during the study periods (four plantings). Starting from 0°C, which we increased by 0.1°C until reaching 12°C, we used equation 2 to estimate the thermal time (or GDD) for each of these temperatures per carnation variety and phenological stage, considering the four sowings made. The GDD matrix generated was used to apply the aforementioned methods to estimate base temperatures (Tb). The most logical Tb estimation method according to carnation physiology was the lowest coefficient of variation in GDD using a quadratic regression model that consisted in calculating the GDD coefficient of variation (CV) for each temperature from 0 to 12°C with the values generated in the GDD matrix. The Tb for each phenological stage and carnation variety corresponds to the temperature for which the minimum CV is obtained by applying a quadratic regression model or where the first derivative of the regression model is equal to zero.

The quadratic equation is in the form of equation 1: $CV = A(Tb)^2 + B(Tb) + C$ where CV is the coefficient of variation, Tb is the base temperature, and A, B, and C are parameters of the equation determined with the help of Excel® Solver. The Solver tool performs a non-linear iterative process, which makes a preliminary calculation using the values initially assigned to the coefficients of the quadratic equation and modifies these values until the minimum sum of the squared deviations presented between the CVs calculated by the equation and those calculated by statistics is found. Subsequently, by deriving the obtained equation and equating the derivative to zero, the value corresponding to Tb is obtained (Orjuela-Angulo *et al.*, 2022; Parra-Coronado *et al.*, 2015). To determine whether there were differences between the Tb of the different phenological phases, a Student's t-test was used for two samples assuming unequal variances and comparing between varieties.

Thermal time (TT) estimation

According to Parra-Coronado *et al.* (2015) methodology to determine the time of each phase in terms of growing degree-days (GDD), we used the pre-estimated Tb values for each of the two varieties at each developmental stage considered, which was calculated using the daily sum of the difference between the mean temperature of each phase and the reference temperature (Tb) (equation 2).

$$TT = GDD = \sum_{i=1}^n Ti - n * Tb, \quad (2)$$

where TT is the thermal time expressed in degree-days (GDD), n is the number of days, Ti is the mean daily temperature, and Tb is the base temperature. The GDDi for TT estimation are calculated following the following indications:

$$Ti = \frac{T_{max} + T_{min}}{2} \quad (3)$$

$$Si \ Ti > Tb, GDDi = Ti - Tb \quad (4)$$

$$Si \ Ti < Tb, GDDi = 0, \quad (5)$$

where Tmax and Tmin correspond to the maximum and minimum temperatures, respectively, expressed in °C for day i.

To monitor crop development, it is important to know the starting date of each phenological stage or phase for each variety and planting (Table 1).

Cross validation

We cross-validated the results obtained from the degree-day model to make sure they were independent using the K folds method where the data is randomly divided into five groups of similar size: four are used to train the model and the other one to validate it; finally, the process is repeated up to 36 times using a different group as validation in each iteration until reaching the ideal result at which point the test is adjusted to the maximum possible. At the end, a root mean square error (RMSE), which quantifies how different a set of values is, is obtained. The smaller the RMSE value, the closer the predicted and observed values are. The Python statistical program was used for this validation.

Table 1. Phenological, vegetative, and reproductive stages' onset dates, including the end of cycle for the two carnation varieties and each planting

Phase	Planting number	Variety	
		Mizuky	Zafiro
Vegetative	1	10/04/2018	10/04/2018
	2	28/05/2018	28/05/2018
	3	14/09/2018	14/09/2018
	4	23/11/2018	23/11/2018
Reproductive	1	20/06/2018	04/07/2018
	2	01/08/2018	16/08/2018
	3	26/11/2018	30/11/2018
	4	12/01/2019	01/02/2019
End of cycle	1	13/10/2018	11/10/2018
	2	11/12/2018	18/11/2018
	3	10/02/2019	01/03/2018
	4	31/03/2019	25/04/2019

Results and discussion

Duration of phenological stages in days

In each variety studied, the period between pinching and harvest was divided into two phenological stages (vegetative and reproductive), and the duration of each was determined. **Table 2** shows the general duration in days of each phenological stage by variety. By comparing the developmental behavior of the two varieties, we determined that Mizuky had a shorter vegetative stage but a longer reproductive stage than Zafiro, i.e., the life cycle of the two varieties (of approximately 34 weeks after planting) was very similar.

Additionally, differences were not only observed in the life cycle time (considered from planting to the beginning of harvest) but also in the time of each stage, despite that the varieties were pinched at the same time and began their vegetative development on the same day. The Mizuky variety had a shorter vegetative stage of 71 days (or approximately 18 weeks) from pinching to the end of the vegetative stage, while Zafiro took two more weeks (85 days). The Zafiro variety's reproductive stage was 100 days, while the Mizuky was longer, 116 days from the end of the vegetative stage to the beginning of the harvesting stage. For both varieties, the period from sowing to the end of the reproductive stage lasted approximately 34 weeks.

The results in terms of time in days for each of the stages of the two varieties are similar to those found by **Baracaldo *et al.*** (2010), who describe in detail the development of the carnation in five stages until the end of the first harvest. The authors mention a first stage consisting of root fixation after transplanting between weeks 0 and 6; the second stage is the development of lateral shoots after pinching between weeks 5 and 15,

Table 2. Duration of carnation phenological stages by variety from planting to the end of harvest

Variety	Duration of phenological stages (d)			
	To pinch	Vegetative	Reproductive	Life cycle
Mizuky	55	71	116	242
Zafiro	55	85	100	240

approximately, and the third is stem elongation between weeks 14 and 25. These three stages can be grouped into one and compared with the vegetative stage. Although the time of pinching differs from that found in this study by two weeks, the time that elapsed between planting and the end of the vegetative stage is consistent with ours, as this stage occurred between weeks 18 and 20. The fourth stage described by **Baracaldo et al.** (2010) is the development of the main floral bud and laterals between weeks 16 and 30, which matches the description and timing of the reproductive stage of the varieties in this study, where both reached this stage between weeks 29 and 30. The fifth and last stage is the first harvest, occurring between weeks 23 and 34, which matches the harvesting times of each of the varieties in our study and their respective end of first peak. The stages in the **Baracaldo et al.** (2010) study can be integrated into the two stages we defined by grouping the first three stages into one.

Base temperature (T_b) estimation

Thermal models require knowing the T_b at each phenological stage of the crop to estimate the corresponding growth degree-days (GDD) (**Acero-Camelo et al.**, 2021; **Hou et al.**, 2014). To estimate the T_b mean values in the two varieties, we considered the data from the plantings carried out on March 3, July 21, and September 29, 2018, as well as the values obtained in the first sowing on February 14, 2018, for result-validation purposes.

Among the methods used to estimate T_b , the most logical according to carnation physiology was the lowest coefficient of variation in GDD using a quadratic regression model. The results obtained using the lowest variance in GDD and the lowest standard deviation were not considered because the T_b presented values between 14 and 22.5°C, which does not correspond to a temperate climate crop such as carnation.

Figure 1 shows the coefficient of variation and the regression equation for the total accumulated heat used to estimate the reference temperatures (T_b) for the two cultivars considered in this study at various seasonal stages. A common trend can be observed.

Table 3 shows the T_b values obtained for the phenological stages of the two carnation cultivars studied. The results showed that T_b values depend on the variety and the developmental stage of the crop (**López et al.**, 2011; **Trudgill et al.**, 2005). The Mizuky variety registered the lowest T_b in the vegetative and reproductive stages at 0.66°C and 0.84°C, respectively. **Singh et al.** (2013) state that carnation varieties can vary according to the growth environment, the genotype, the region, and the season. However, considering the complete cycle (from the vegetative phase to the end of harvest), the two varieties had T_b values close to 0°C (**Table 3**).

The existence of differences between the two varieties' base temperatures in the vegetative and reproductive phenological stages was not determined by t-test because numerically the differences were not very large; therefore, it was not possible to confirm the statement of **López et al.** (2011), who indicated that it is not possible to use a single base temperature in all the phenological stages of each of the varieties.

Our results for T_b in the two varieties ranged from 0.29 to 2.64°C, depending on the variety and phenological stage (**Table 3**). This is consistent with the T_b data obtained by **López et al.** (2010), who estimated the T_b for Delphi carnation node elongation and found that it was statistically equal to 0°C with a value of 0.12°C, the same value determined for internode elongation in chrysanthemum (**Larsen & Gertsson**, 1992). However, this is lower than the temperatures reported for other phenological processes, for example, that for rose petal emergence is 5.2°C (**Mattson & Lieth**, 2007). This may be because the carnation is native to the temperate climates of southern Europe and western Asia (**Dona et al.**, 2017).

Filgueira (2011) describes the different types of carnations and how they can be successfully grown in the cooler parts of the plains and at medium to high elevations. Currently, three ecotypes of carnation are produced commercially, the first of Mediterranean origin and the other two developed in the United States. According to this author, "the

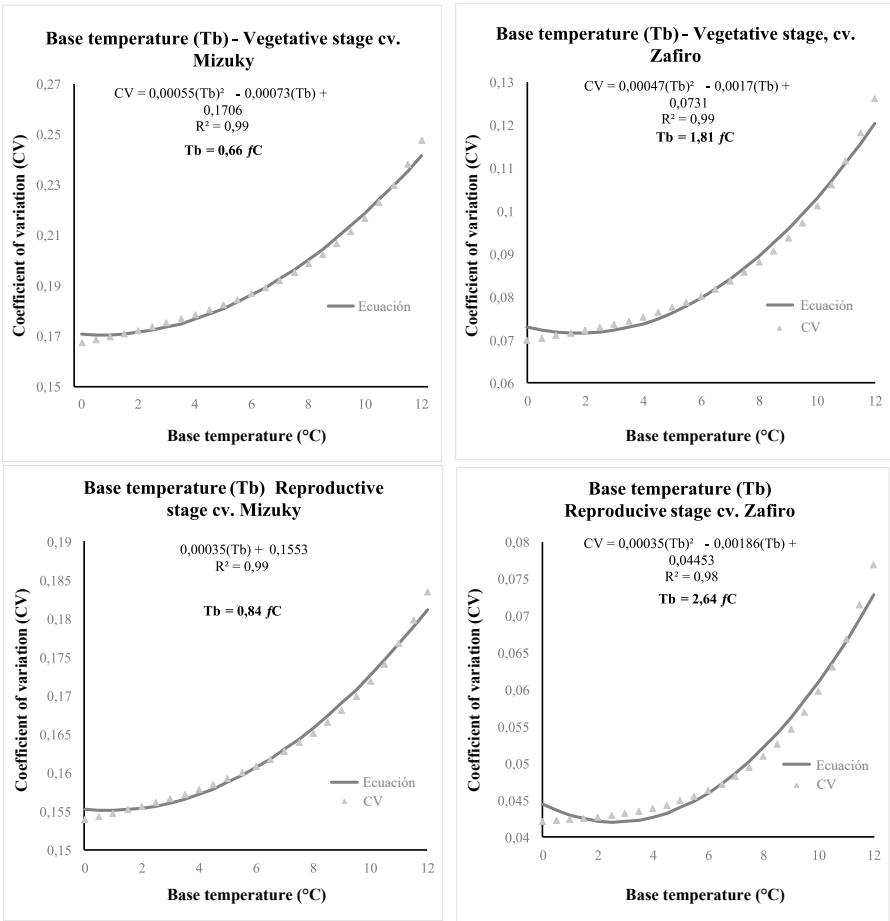


Figure 1. Base temperatures (Tb) for the phenological stages of the two carnation cultivars, estimated using the minimum coefficient of variation (CV) of the calculated thermal time (GDD) or where the slope (first derivative) of the regression model is equal to zero.

Table 3. Base temperature for the different phenological stages in the two carnation varieties

Phenological stage	Variety	
	Mizuky	Zafiro
Vegetative	0,66	1,81
Reproductive	0,84	2,64

genus *Dianthus* would be adapted to cold regions”. To obtain standard carnations of high quality, therefore, cooling of night temperatures in greenhouses to 21°C is applied during hot seasons in Japan (Higashiura et al., 2020).

Regarding cold climate crops other than carnation in Colombia, Mayorga et al. (2020) found that in the case of banana passion fruit (*Passiflora tripartita* var. *mollissima*), “the base temperatures for growth of primary branches, flower buds, and fruits were 4.3°C, 3.1°C, and 0.01°C, respectively.” As for the plum (*Prunus salicina* Lindl.) cultivar Horvin, Orjuela-Angulo et al. (2022) found a base temperature of 2.9°C for the stage between fruit set and harvest, which shows base temperatures for cold climate crops can vary between 0 and 5°C, as seen for carnations in our research.

Thermal time (GDD) estimation

Thermal time models have been used with many cultivated species to predict their development (Zapata *et al.*, 2015). Here, we determined the time of each stage in GDDs and in each of the plantings considered based on the estimated Tb values for each of the two phenological stages of the two cultivars under study (Table 4).

Table 4. Calendar days and mean values of thermal time (GDD) for the phenological stages of the Mizuky and Zafiro carnation cultivars (mean $\pm$ SD)

Phenological stage	Variety			
	Mizuky		Zafiro	
	# Days	GDD (°C)	# Days	GDD (°C)
Vegetative	71	1057.7 $\pm$ 178.5	85	1193.1 $\pm$ 85.9
Reproductive	116	1506.1 $\pm$ 232.9	100	1437.2 $\pm$ 61.8

The accumulated thermal time in GDDs for the two varieties (Table 4) behaved differently in terms of accumulated degree-days in each phenological stage, which coincides with Phadnawis & Saini (1992) and Qadir *et al.* (2006) results. Although the accumulation of GDDs in the different phenological stages is relatively stable and independent of sowing time, each hybrid, cultivar, or seed can have specific values in these parameters.

Table 4 shows the mean value of the total accumulated thermal time for each variety, with Mizuky having a lower thermal requirement of 2606 GDD. However, this variety needs more calendar days (187) to finish its life cycle. In any case, the two varieties showed similar behavior in terms of the total accumulated thermal time and the number of calendar days from the topping stage to the end of cutting.

According to our results, we concluded that these two carnation varieties require an average of 1125.4 GDD (°C d) from bud break to the end of the vegetative phase and 1471.7 GDD from the end of the vegetative phase to the end of flower bud formation. In general, the thermal time required to reach flower cutting from bud break is 2615.1 GDD, varying from 185 to 187 days (mean value, 186 days) depending on the variety (Table 4).

Our results are similar to those obtained by López *et al.* (2010) for Delphi carnations: 2,226.5 GDDs were accumulated for the peak harvest. However, the thermal time in the vegetative stage was higher, as the authors counted 1363.2 GDDs from the pinching to the visualization of the flower bud, which may be explained by the difference in the varieties studied (Qadir *et al.*, 2006; Leguizamo-Medina *et al.*, 2022).

Cross-validation

Cross-validation showed that the model developed and used in this study to obtain the GDD was fit for both carnation varieties, as we obtained low RMSE values (1.439 for Mizuky and 1.99 for Zafiro), indicating that the predicted values were very close to those observed.

Conclusions

Mizuky and Zafiro carnation varieties had similar phenological behavior in terms of the time required from planting to harvest, with 242 and 240 days of life cycle, respectively. We recommend, therefore, similar crop management for the two varieties.

The Tb depends on the variety and the development stage of the crop. In general, in our study, it varied between 0.29 and 2.64°C, depending on the variety and the phenological stage, with the Mizuky variety presenting a lower Tb in the vegetative (0.66°C) and reproductive (0.84°C) stages. From the vegetative stage to the end of stem harvest, both

varieties' Tb values were close to 0°C, with the Zafiro variety showing a lower Tb (0.29°C), which means that a single base temperature should not be used in all the phenological stages of these varieties.

Mizuky and Zafiro varieties behaved slightly differently in terms of degree day accumulation for their respective phenological stages. Their thermal requirements were 2606.0 and 2624.2 GDDs, respectively. In general, the average thermal time required to reach flower cut from bud break was 2615.1 GDDs, varying between 185 and 187 days (average of 186 days) depending on the variety.

Author contributions

Study design and conceptualization: LB-R, AP-C, GF. Development of field work: LB-R, AP-C. Provision of data for the study: LB-R. Data analysis: AP-C, LB-R. Writing and correction of preliminary manuscripts: LB-R, AP-C, GF. Reading and editing of final manuscript: LB-R, AP-C, GF.

Conflicts of interest

The authors declare that there is no conflict of interest related to the publication of this article.

References

- Abeliotis, K., Barla, S.A., Detsis, V., Malindretos, G. (2016). Life cycle assessment of carnation production in Greece. *Journal of Cleaner Production*, 112, 32-38. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2015.06.018>
- Acero-Camelo, A., Molina, E., Parra-Coronado, A., Fischer, G., Carulla-Fornaguera, J.E. (2021). Base growth temperature and phyllochron for kikuyu grass (*Cenchrus clandestinus*; Poaceae). *Acta Biológica Colombiana*, 26(2), 160-169. <http://dx.doi.org/10.15446/abc.v26n2.83199>
- Baracaldo, A.P., Ibagué A., Flórez, V. (2010). Tasas e índices de crecimiento a segundo pico de cosecha en clavel estándar cv. Nelson cultivado en suelo y en sustratos. *Agronomía Colombiana*, 28(2), 209-217.
- Baracaldo-Argüello, A.P., Ibagué-Ovalle, A., Flórez-Roncancio, V.J., Chaves-Córdoba, B. (2010). Crecimiento en clavel estándar cv. Nelson, en suelo y en sustratos. *Bragantia*, 69(1), 1-8.
- Bordón, F. & Blasco, A.E. (2018). Planificación de cultivos. Editorial Síntesis S.A.
- Boxriker, M., Boehm, R., Krezdorn, N., Rotter, B., Piepho, H.P. (2017). Comparative transcriptome analysis of vase life and carnation type in *Dianthus caryophyllus* L. *Scientia Horticulturae*, 217, 61-72. <https://doi.org/10.1016/j.scienta.2017.01.015>
- Bunt, A.C. & Cockshull, K.E. (2017). *Dianthus caryophyllus*. In Halevy, A.H. (ed.), *Handbook of flowering. Vol. 1*. eBook. CRC Press. <https://doi.org/10.1201/9781351072533>
- Dona, A.J., Fatmi, M.U., Singh, D., Benny, J.C. (2017). Evaluation of carnation (*Dianthus caryophyllus* L.) varieties under naturally ventilated polyhouse. *Plant Archives*, 17(2), 1262-1266.
- Filgueira, J. (2011). Experiencias en mejoramiento del clavel (*Dianthus caryophyllus* L.). Universidad Militar Nueva Granada.
- Gobade, N. (2024). Production technology of carnation. In: Himmatbhai B.A., Jhade, R.K., Dawar, I.S., Chandrakar, O., Roy, T. (eds.). *Production technology of fruits and flowers*, p. 94-110. Elite Publication House.
- Gocan, T.-M., Andreica, I., Poșta, D.-S., Rozsa, M., Lazăr, V., Rózsa, S. (2022). Maintaining the quality of carnation cut flowers depending on temperature. *Current Trends in Natural Sciences*, 11(22), 247-254. <https://doi.org/10.47068/ctns.2022.v11i22.029>
- Hasanuzzaman, M., Nahar, K., Alam, M.M., Roychowdhury, R., Fujita, M. (2013). Physiological, biochemical, and molecular mechanisms of heat stress tolerance in plants. *International Journal of Molecular Sciences*, 4, 9643-9684. <https://doi.org/10.3390/ijms14059643>
- Hatfield, J.L. & Prueger, J.H. (2015). Temperature extremes: Effect on plant growth and development. *Weather and Climate Extremes*, 10, 4-10. <https://doi.org/10.1016/j.wace.2015.08.001>
- Higashiura, M., Kajihara, S., Uno, Y., Yamanaka, M. (2020). Effects of temperature and timing/duration of night cooling treatments on flowering time and quality of cut flowers of standard type carnation (*Dianthus caryophyllus*). *The Horticulture Journal*, 89(1), 61-68. <https://doi.org/10.2503/hortj.UTD-101>

- Hou, P., Liu, Y., Xie, R., Ming, B., Ma, D., Li, S., Mei, X. (2014). Temporal and spatial variation in accumulated temperature requirements of maize. *Field Crops Research*, 158, 55-64.
- Larsen, R. & Gertsson, U. (1992). Model analysis of shoot elongation in *Chrysanthemum × morifolium*. *Scientia Horticulturae*, 49(3-4), 277-289.
- Leguizamo-Medina, M.F., Pinzón-Sandoval, E.H., Balaguera-López, H.E. (2022). Phenology analysis growing and degree days of flower bud growth in three *Dianthus caryophyllus* L. varieties under greenhouse conditions. *Revista Colombiana de Ciencias Hortícolas*, 16(3), e15296. <https://doi.org/10.17584/rcch.2022v16i3.15296>
- López, M., Cháves, B., Flórez, V., Salazar, M. (2010). Modelo de aparición de nudos en clavel (*Dianthus caryophyllus* L.) cv. Delphi cultivado en sustratos. *Agronomía Colombiana*, 28(1), 47-54.
- López, M.A., Cháves, B., Flórez, V.J. (2011). Modelos de cultivos y modelos fenológicos. In: Flórez, V.J. (ed.). *Sustratos, manejo del clima, automatización y control en sistemas de cultivo sin suelo*, p. 153-177. Editorial Universidad Nacional de Colombia.
- López, M.A., Cháves, B., Flórez, V.J. (2014). Potential growing model for the standard carnation cv. Delphi. *Agronomía Colombiana*, 32(2), 196-204.
- Maitra, S. & Roychowdhury, N. (2013). Performance of different standard carnation (*Dianthus caryophyllus* L.) cultivars in the plains of West Bengal, India. *International Journal of Bio-resource and Stress Management* 4, 395-399.
- Mattson, N.S. & Lieth, J.H. (2007). The effect of temperature on year round development of rose shoots initiated using cutting or bending. *Acta Horticulturae*, 751, 121-129.
- Mayorga, M., Fischer, G., Melgarejo, L.M., Parra-Coronado, A. (2020). Growth, development and quality of *Passiflora tripartita* var. mollissima fruits under two environmental tropical conditions. *Journal of Applied Botany and Food Quality*, 93, 66-75. <https://doi.org/10.5073/JABFQ.2020.093.009>
- Minagricultura. (2021). *Cadena de Flores, Follaje y Ornamentales*. Dirección de Cadenas Agrícolas y Forestales. Ministerio de Agricultura y Desarrollo Rural. chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/<https://sioc.minagricultura.gov.co/Flores/Documentos/2021-03-31%20Cifras%20Sectoriales.pdf>
- Orjuela-Angulo, M., Parra-Coronado, A., Camacho-Tamayo, J.H. (2022). Base temperature for a phenological stage in plum cultivar Horvin (*Prunus salicina* Lindl.). *Revista Colombiana de Ciencias Hortícolas*, 16(3), 1-8. <https://doi.org/10.17584/rcch.2022v16i3.15179>
- Pace, A., Dunn, B.L., Fontanier, C., Goad, C., Singh, H. (2022). Cut-flower carnation photoluminescence: Potential new value-added product. *HortScience* 57(3), 491-496. <https://doi.org/10.21273/HORTSCI16402-21>
- Parra-Coronado, A., Fischer, G., Chaves-Córdoba, B. (2015). Tiempo térmico para estados fenológicos reproductivos de la feijoa (*Acca sellowiana* (O. Berg) Burret). *Acta Biológica Colombiana*, 20(1), 163-173. <http://dx.doi.org/10.15446/abc.v20n1.43390>
- Phadnawis, N.B. & Saini, A.D. (1992). Yield models in wheat based on sowing time and phenological development. *Annals of Plant Physiology*, 6, 52-59.
- Qadir, G., Ahmad, S., Hassan, F., Cheema, M.A. (2006). Oil and fatty acid accumulation in sunflower as influenced by temperature variation. *Pakistan Journal of Botany*, 38(4), 1137-1147.
- Röber, R. & Wohanka, W. (2014). *90 Hauptkulturen im Zierpflanzenbau*. Eugen Ulmer KG.
- Salazar, M.R. (2006). Un modelo simple de producción potencial de uchuva (*Physalis peruviana* L.). [Ph.D. tesis]. Facultad de Agronomía, Universidad Nacional de Colombia.
- Salazar, M.R., Jones, J.W., Chaves, B., Cooman, A., Fischer, G. (2008). Base temperature and simulation model for nodes appearance in cape gooseberry (*Physalis peruviana* L.). *Revista Brasileira de Fruticultura*, 30(4), 862-867. <https://doi.org/10.1590/S0100-29452008000400004>
- Salazar-Gutiérrez, M.R., Johnson, J., Chávez-Córdoba, B., Hoogenboom, G. (2013). Relationship of base temperature to development of winter wheat. *International Journal of Plant Production*, 7(4), 741-762. <https://doi.org/10.22069/ijpp.2013.1267>
- Singh, A.K., Singh, D.K., Singh, B., Punetha, S., Rai, D. (2013). Evaluation of carnation (*Dianthus caryophyllus* L.) varieties under naturally ventilated greenhouse in mid hills of Kumaon Himalaya. *African Journal of Agricultural Research*, 8(29), 4111-4114. <https://doi.org/10.5897/AJAR2013.7073>
- Sikder, S. (2009). Accumulated heat unit and phenology of wheat cultivars as influenced by late sowing heat stress condition. *Journal of Agriculture & Rural Development*, 7(1-2), 57-64.

- Trudgill, D.L., Honek, A., Li, D., Van Straalen, N.M.** (2005). Thermal time - Concepts and utility. *Annals of Applied Biology*, 146, 1-14.
- Vélez-Carvajal, N.A., Díaz-Ortíz, M.C., Flórez-Roncancio, V.J.** (2022). Behavior of NPK in carnation (*Dianthus caryophyllus* L.) cv. Delphi on a soilless crop system with recycling of drainage. *Journal of Plant Nutrition*, 46(9), 1856–1867. <https://doi.org/10.1080/01904167.2022.2155531>
- Villagran, E. & Bojacá, C.** (2020). Analysis of the microclimatic behavior of a greenhouse used to produce carnation *Dianthus caryophyllus* L.). *Ornamental Horticulture*, 26(2), 190-204. <https://doi.org/10.1590/2447-536X.v26i2.2150>
- Zapata, D., Salazar, M., Chaves, B., Keller, M., Hoogenboom, G.** (2015). Estimation of the base temperature and growth phase duration in terms of thermal time for four grapevine cultivars. *International Journal of Biometeorology*, 59, 1771-1781. <https://doi.org/10.1007/s00484-015-0985-y>
- Zavalloni, C., Andresen, J.A., Flore J.A.** (2006). Phenological models of flower bud stages and fruit growth of ‘Montmorency’ sour cherry based on growing degree-day accumulation. *Journal of the American Society for Horticultural Science*, 131, 601-607.

Artículo original

La exposición crónica al herbicida paraquat produce cambios en la sensibilidad y la demografía de *Scenedesmus quadricauda*.

Chronic exposure to paraquat affects *Scenedesmus quadricauda* sensibility and demography.

✉ María Elena Sáenz^{1,2,*}, Ricardo Santiago Martínez^{1,2}, José Luis Alberdi¹,
✉ Walter Darío Di Marzio^{1,2}

¹ Programa de Investigación en Ecotoxicología, Departamento de Ciencias Básicas, Universidad Nacional de Luján, Argentina

² Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas CONICET, Buenos Aires, Argentina

Resumen

Los herbicidas utilizados en las prácticas agrícolas constituyen un grupo de sustancias de especial interés en la evaluación de la fitotoxicidad de grupos de algas por la similitud de sus mecanismos de acción en plantas superiores, que son los organismos blanco de estas sustancias químicas, y son componente fundamental en la evaluación del riesgo ecológico. El objetivo de nuestro trabajo fue evaluar los cambios en el crecimiento, la sensibilidad y la demografía de *Scenedesmus quadricauda* luego de su exposición crónica a concentraciones subletales del herbicida paraquat. Para ello se incubaron poblaciones de algas en diferentes concentraciones subletales de paraquat durante cuatro meses. Se encontraron cambios en la sensibilidad al herbicida, según lo demostró el aumento de los índices de toxicidad en correspondencia con las concentraciones más altas antes de la exposición. Los experimentos con varias poblaciones antes de pre exposición y en ausencia del herbicida permitieron observar modificaciones en los modelos de crecimiento logístico que apuntan al carácter permanente de los cambios observados. Se discuten las implicaciones ambientales de este fenómeno de adaptación de las comunidades fitoplanctónicas de agua dulce en relación con el impacto del uso de herbicidas en las prácticas agrícolas.

Palabras clave: Paraquat; Algas; Subletal; Adaptación; Tolerancia.

Abstract

Herbicides used in agricultural practices are a group of substances of particular interest in evaluating phytotoxicity on algal groups due to the similarity of their action mechanisms on higher plants, which are the target organisms of these chemical substances. They are also a fundamental component in assessing ecological risk. In this study, we evaluated growth, sensitivity, and demographic changes of *Scenedesmus quadricauda* after chronic exposure to sublethal concentrations of the herbicide paraquat. To achieve this, algal populations were incubated at different sublethal concentrations of paraquat for four months. Subsequently, toxicity tests were conducted with each of these populations, revealing changes in sensitivity to the herbicide, as demonstrated by higher toxicity indices corresponding to higher pre-exposure concentrations. Experiments performed with the various pre-exposed populations in the absence of the herbicide allowed us to observe modifications in the logistic growth models suggesting a permanent nature of the changes observed. The environmental implications of this adaptation on freshwater phytoplankton communities are discussed in relation to the impact of herbicide use in agricultural practices.

Keywords: Paraquat; Algae; Sublethal; Adaptation; Tolerance.

Citación: Sáenz ME, *et al.* La exposición crónica al herbicida paraquat produce cambios en la sensibilidad y la demografía de *Scenedesmus quadricauda*. Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. 49(190):113-128, enero-marzo de 2025. doi: <https://doi.org/10.18257/raccefyn.3089>

Editor: Elizabeth Castañeda

***Correspondencia:**

María Elena Sáenz; mesaenz@aae.org.ar;
mesaenz@unlu.edu.ar

Recibido: 9 de octubre de 2024

Aceptado: 16 de marzo de 2025

Publicado en línea: 26 de marzo de 2025



Este artículo está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-Compartir Igual 4.0 Internacional

Introducción

Los ecosistemas acuáticos expresan la tensión que se origina en los ecosistemas terrestres de la cuenca que drenan, por lo que el estado de las aguas epicontinentales de una región refleja también el de dichos ecosistemas terrestres. Todos los ecosistemas contaminados y eutrofizados son ecosistemas forzados, que funcionan bajo tensión (**Margalef, 1983**). Los efectos de esta tensión pueden manifestarse en forma inmediata o presentarse con en el tiempo y están determinados por las propiedades de la sustancia, su modo de acción y la capacidad de los organismos de metabolizarlo o biotransformarlo. Estos efectos pueden ser reversibles o irreversibles según el grado de daño producido por el tóxico. Cuando un organismo se encuentra expuesto a bajas concentraciones de una sustancia tóxica, puede excretarlo, acumularlo o iniciar sus mecanismos de detoxificación para así continuar su ciclo de vida. Las concentraciones elevadas de un tóxico o la exposición prolongada a su acción, causan eventualmente una ruptura de los procesos normales de homeostasis que ocasiona daños. Si la concentración aumenta, tales daños pueden ser irreversibles y llevar a la muerte del organismo (**Machado & Soares, 2021**).

Los estudios de ecotoxicología acuática buscan conocer los efectos directos del tóxico en los organismos, lo que es de gran interés e importancia, ya que permite estimar los efectos indirectos o interpretar situaciones específicas. Los efectos indirectos incluyen la modificación de la viabilidad de los organismos, lo que tiene implicaciones en las relaciones tróficas, al originar una nutrición disminuida, o alteraciones en la composición específica de las comunidades (**Polazzo *et al.*, 2022**).

La evaluación de la fitotoxicidad, en especial la de los herbicidas utilizados en las prácticas agrícolas, es un componente fundamental de la evaluación del riesgo ecológico (**Polazzo *et al.*, 2022**). Los productores primarios constituyen un nivel trófico esencial de cualquier ecosistema, por cuanto proveen la energía básica para las redes alimentarias acuáticas (**Wetzel, 2001**). Incluso en los sistemas donde la entrada de energía alóctona es considerable, la productividad de las algas autóctonas puede contribuir significativamente al flujo de energía del sistema. Las algas tienen un importante papel en la incorporación de nutrientes al ciclo energético del sistema y mantienen la calidad de las aguas continentales (**Reynolds, 2006**). Debido a que los cuerpos de agua naturales son los recipientes últimos de la mayoría de las sustancias liberadas al ambiente por la actividad industrial, agrícola y doméstica, la evaluación de los efectos tóxicos en las algas es particularmente crítica. El concepto de estrés o tensión en el contexto de las microalgas, se define como una disrupción del estado de homeostasis debido a diferentes estresores que incluyen sustancias como los herbicidas, y que conllevan cambios en el metabolismo celular del organismo durante la aclimatación y la recuperación del estado de homeostasis. Esa recuperación puede incluir estados de alarma, regulación, aclimatación y adaptación (**Borowitzka, 2018**).

Además de su importancia ecológica, ciertos atributos de las algas las convierten en buenas indicadoras de los cambios ambientales generados por los distintos tóxicos que entran a los sistemas. Entre los más relevantes se pueden mencionar su representatividad, dada su amplia distribución geográfica y su sensibilidad, en algunos casos, frente a una amplia gama de tóxicos a los cuales son más sensibles que otros organismos acuáticos. Además, proveen una información única con respecto a la condición del sistema debido a sus cortos tiempos de generación y a sus rápidas respuestas ante cambios ambientales, lo que les confiere una capacidad anticipatoria de los cambios adversos (**Blaise & Ferard, 2005**).

La evaluación de los potenciales efectos tóxicos de las sustancias puede hacerse a través de exposiciones a corto plazo (exposiciones agudas) o a largo plazo (exposiciones crónicas). En las evaluaciones a corto plazo, los organismos se exponen a los agentes tóxicos por algunas horas o días, y a largo plazo, estos son expuestos a bajas concentraciones de las sustancias químicas por un largo período de tiempo (semanas, meses), dependiendo de su ciclo de vida (**Blaise & Ferard, 2005**). Los herbicidas utilizados en las prácticas agrícolas

son de especial interés en la evaluación de la fitotoxicidad en grupos de algas dada su similitud con los mecanismos de acción sobre plantas superiores, que son los organismos blanco de estas sustancias químicas.

Los herbicidas paraquat y diquat pertenecen al grupo de los bipyridilos y los dos se utilizan en el control de malezas acuáticas (**World Health Organization - WHO**, 1984). El mecanismo de acción del paraquat, específicamente, involucra las reacciones de la fotosíntesis, especialmente en los fotosistemas. La ferredoxina, uno de los transportadores de electrones del fotosistema I, puede reducirse y transferir electrones a distintas sustancias. La reducción de la nicotinamida adenina dinucleótido fosfato (NADP) es la reacción dependiente de la ferredoxina más importante. Cuando un dipiridilo está presente, sustituye a la ferredoxina y acepta electrones del fotosistema I y, por consiguiente, se produce una inhibición en la formación de NADPH₂. Su rápida acción se explica porque el herbicida sería reducido a radicales libres que, en un ambiente aeróbico, serían inmediatamente oxidados por acción del oxígeno molecular, generando radicales superóxidos. Así, el paraquat está en condiciones de volver a aceptar otro electrón y, de esa manera, continuar generando radicales superóxidos (**WHO**, 1984; **Huang et al.**, 2019).

La generación del anión superóxido lleva a las células al estrés oxidativo, produciendo formas más tóxicas de oxígeno reducido como el peróxido de hidrógeno y los grupos hidroxilos. Estos compuestos son responsables de la peroxidación de los lípidos en reacciones en cadena, de lo que lleva a la destrucción de las membranas celulares, la inactivación de proteínas y daños en el ADN. Por otra parte, la interrupción de la formación de NADPH, una de las más importantes reacciones dependientes de ferredoxina, inhibe todos los procesos bioquímicos que requieren NADPH (**Moreland**, 1980; **WHO**, 1984).

En este estudio nos propusimos evaluar los cambios en el crecimiento, la sensibilidad y la demografía de *Scenedesmus quadricauda* después de su exposición crónica a concentraciones subletales del herbicida paraquat. La hipótesis de trabajo supuso que la exposición crónica a concentraciones subletales de contaminantes produce cambios en las respuestas observadas, la sensibilidad y la demografía de microalgas de agua dulce.

Materiales y métodos

Organismo utilizado

Se utilizó la cepa 276/21 de la especie *Scenedesmus quadricauda* (división Chlorophyta, clase Chlorophyceae, orden Chlorococcales, familia Scenedesmaceae), proveniente de la Colección de Cultivos de Algas y Protozoos del Institute of Freshwater Ecology (CCAP) del Reino Unido. Esta cepa se mantiene en el cepario del Programa de Investigación en Ecotoxicología de la Universidad Nacional de Luján, Provincia de Buenos Aires, Argentina.

Sustancias utilizadas

Se utilizó una formulación comercial con 27,6 % del principio activo del paraquat. Este herbicida está clasificado como de Clase II según la categorización toxicológica de la Secretaría de Agricultura, Ganadería, Pesca y Alimentos (SAGPyA N 350/1999) y de la Organización Mundial de la Salud (OMS), las cuales lo definen como moderadamente peligroso (banda amarilla en la etiqueta), o como uno que normalmente no presenta peligro (banda verde en la etiqueta) (**CASAFE**, 2024). En el caso particular del paraquat, se indica que es “ligeramente tóxico para peces, moderadamente tóxico para abejas y aves y por ingestión tóxico para mamíferos”. A pesar de tratarse de un herbicida, no se mencionan riesgos ni toxicidad para organismos vegetales inferiores ni superiores. Las diferentes concentraciones utilizadas en los experimentos se expresaron en miligramos de ingrediente activo de paraquat por litro (mg Pq i.a/l).

Experimentos de exposición crónica a concentraciones subletales

Para estudiar el efecto de la exposición prolongada a concentraciones subletales del paraquat en el crecimiento poblacional, se incubaron poblaciones de algas *S. quadricauda* en medio nutritivo adicionado con concentraciones subletales del herbicida, determinadas

a partir de estudios de toxicidad anteriores. Las concentraciones utilizadas fueron 0,05, 0,1, 0,2 y 0,8 mg Pq i.a/l en cuatro poblaciones preexpuestas, etiquetadas como B, C, D y E. La incubación se hizo en medio de control exento de herbicida, serie a la que se denominó A.

El medio nutritivo utilizado se preparó adicionando las soluciones de macronutrientes y micronutrientes a agua Milli-Q®. La formulación del medio nutritivo, así como las concentraciones finales de cada elemento, se presenta en la **Tabla 1 (U.S. Environmental Protection Agency - US EPA, 2002)**. El pH del medio se ajustó a 7,5 (± 1) utilizando soluciones de 0,1 de N NaOH o HCl, como se describe en **US EPA (2002)**, **Sáenz & Di Marzio (2009)** y **Sáenz *et al.* (2012)**. La dureza media del medio resultante fue de 200 mg/l (as CaCO₃) y la alcalinidad media de 50 mg/l (as CaCO₃). El medio se filtró a través de una membrana de 0,45 μ m de poro y se esterilizó en autoclave a 120 °C por 15 minutos antes de emplearlo. El tiempo de incubación o preadaptación fue de cuatro meses, en condiciones controladas de 24 °C $\pm$ 1 °C y 86 $\pm$ 8,6 μ E/m²/s de iluminación y recambio mensual de las soluciones del herbicida y los controles (**US EPA 2002**).

Ensayos con las poblaciones preexpuestas a las concentraciones subletales

Al cabo de la preadaptación, los cultivos pre-expuestos a las diferentes concentraciones subletales del herbicida, así como los controles (sin herbicida), se centrifugaron y se utilizaron después en los ensayos, siguiendo las recomendaciones de **US EPA (2002)** y los métodos descritos en **Sáenz y Di Marzio (2009)** y **Sáenz *et al.* (2012)**. Los ensayos consistieron en exponer una densidad inicial conocida de células de algas provenientes de las poblaciones preexpuestas a un rango de concentraciones más amplio, el cual incluyó las mismas concentraciones subletales y otras superiores. Se utilizaron matraces Erlenmeyer de 250 ml de capacidad que contenían 100 ml del medio nutritivo esterilizado ya descrito

Tabla 1. Concentraciones finales de macronutrientes y micronutrientes en el medio de cultivo (US EPA 2002)

Macronutrientes	Concentración (mg/l)	Elemento	Concentración (mg/l)
NaNO ₃	25,5	N	4,20
MgCl ₂ ·6H ₂ O	12,2	Mg	2,90
CaCl ₂ ·2H ₂ O	4,41	Ca	1,20
MgSO ₄ ·7H ₂ O	14,7	S	1,91
K ₂ HPO ₄	1,04	P	0,186
NaHCO ₃	15,0	Na	11,0
		K	0,469
		C	2,14
Micronutrientes			
H ₃ BO ₃	185,0	B	32,5
MnCl ₂ ·4H ₂ O	416,0	Mn	115,0
ZnCl ₂	3,27	Zn	1,57
FeCl ₃ ·6H ₂ O	160,0	Fe	33,1
CoCl ₂ ·6H ₂ O	1,43	Co	0,354
Na ₂ MoO ₄ ·2H ₂ O	7,26	Mo	2,88
CuCl ₂ ·2H ₂ O	0,012	Cu	0,004
Na ₂ EDTA·2H ₂ O	300	--	--
Na ₂ SeO ₄	2,39	Se	0,91

suplementado con las distintas concentraciones del herbicida a las que se agregó el volumen apropiado a partir de una solución stock. El medio nutritivo sin herbicida se consideró como control. Los cultivos tratados y los controles se hicieron por triplicado. La exposición duró 11 días bajo las mismas condiciones ya mencionadas: $24\text{ }^{\circ}\text{C} \pm 1\text{ }^{\circ}\text{C}$ y $86 \pm 8,6\text{ }\mu\text{E}/\text{m}^2/\text{s}$ de iluminación continua, con una agitación de 100 rotaciones por minuto (rpm) en un agitador orbital (Forma®). Los matraces se ubicaron al azar en el agitador diariamente. A intervalos regulares se estimó la densidad celular mediante recuento de células utilizando un microscopio Nikon®, modelo Eclipse 600. El conteo celular se expresó como número de células/ml. A las 96 horas de exposición se estimaron las concentraciones inhibitorias (CI₅₀) de cada población preexpuesta y de los controles mediante el método de interpolación lineal para crecimiento de algas utilizando el *software* ICPIN Versión 2.0 (US EPA Duluth MN USA). Las comparaciones entre las CI₅₀ a las 96 horas en las distintas poblaciones tratadas y los controles se hicieron mediante análisis de la varianza (Sprague, 1990).

Para analizar las diferencias observadas entre el crecimiento de las poblaciones expuestas de forma crónica a las concentraciones subletales del herbicida y el de las de control, mantenidas en las mismas condiciones de experimentación, se recurrió a un análisis de varianza (ANOVA) combinado con la prueba de Dunnett ($\alpha < 0,05$) de las pendientes de las distintas curvas de crecimiento ajustadas al modelo exponencial (Sparks, 2000; Zar, 2010).

Experimentos con las poblaciones preexpuestas en ausencia de herbicida

Para determinar si las diferencias observadas en el crecimiento en los ensayos anteriores eran transitorias o permanentes, se analizó el crecimiento de las poblaciones preexpuestas a las concentraciones subletales en un medio nutritivo exento de paraquat por 21 días. Simultáneamente se estudió el crecimiento de poblaciones no preexpuestas, con el fin de comparar los modelos de crecimiento de las poblaciones tratadas con los de las poblaciones de control. Los resultados obtenidos se ajustaron al modelo logístico de crecimiento:

$$N = N_{\text{máx}} * \left(\frac{1}{1 + e^{-r(T-t_m)}} \right)$$

donde N máx es el número de células máximo, r es la tasa de crecimiento y t_m es el tiempo medio.

Para el análisis de las diferencias observadas entre los modelos de crecimiento de las poblaciones preexpuestas a las concentraciones subletales sin paraquat por 21 días y los controles, se hizo un análisis de varianza (ANOVA) combinado con las pruebas de Dunnett y de Tuckey ($\alpha < 0,05$) de las constantes r (tasas de crecimiento) y N máx (número de células máximo) de los modelos de crecimiento logístico. Todos los análisis de varianza (ANOVA) se hicieron con el programa TOXSTAT versión 3.5 (West Inc and Gulley, 1996).

Resultados y discusión

Ensayos de toxicidad con la población de control (A)

En los ensayos llevados a cabo con la población de control (A), se registró un incremento del crecimiento superior al observado en las poblaciones expuestas a las diferentes concentraciones del herbicida. Las tasas de crecimiento de las poblaciones expuestas a concentraciones entre 0,05 y 0,4 mg Pq i.a./l no difirieron significativamente de aquellas de las poblaciones de control. Sin embargo, las poblaciones expuestas a 0,8 y 1,6 mg Pq i.a./l presentaron tasas de crecimiento de 0,279 y 0,19, respectivamente, resultando significativamente menores a los controles (ANOVA + prueba de Dunnett con $\alpha < 0,05$). Las poblaciones expuestas a 3,2 y 6,4 mg Pq i.a./l presentaron una inhibición total del crecimiento (Figura 1, Tabla 2).

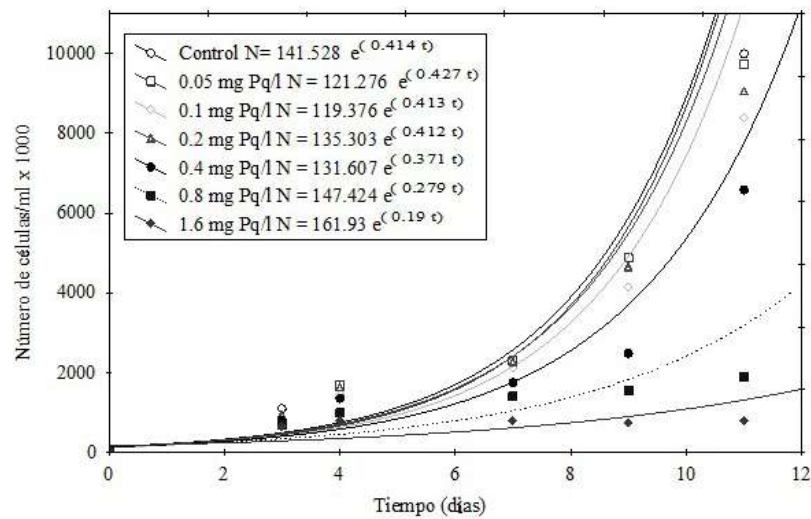


Figura 1. Curvas de crecimiento de *Scenedesmus quadricauda* en los ensayos de toxicidad de la serie A (población sin preexposición al herbicida)

Tabla 2. Tasas de crecimiento de las poblaciones de control y preexpuestas a las distintas concentraciones subletales (serie A: control sin preadaptación, serie B: 0,05, serie C: 0,1, serie D: 0,2 y serie E: 0,8 mg Pq i.a./l)

mg Pq i.a./l	A	B	C	D	E
0	0,414	0,448	0,399	0,442	0,406
0,05	0,427	0,460	0,440	ND	ND
0,1	0,413	0,449	0,434	0,444	ND
0,2	0,412	0,445	0,425	0,459	0,422
0,4	0,371	0,409	0,384	0,418*	0,423
0,8	0,279*	0,276*	0,251*	0,375*	0,414
1,6	0,190*	0,190*	0,237*	0,352*	0,364*
3,2	0	0	0	0,256*	0,258*
6,4	0	0	0	0,119*	0,191*

*Diferencias significativas en ANOVA y prueba de Dunnett ($p < 0,05$)
ND: no determinada

Ensayos de toxicidad con las poblaciones preexpuestas a 0,05 (B) y 0,1 (C) mg Pq i.a./l

En los ensayos de toxicidad llevados a cabo en las poblaciones preexpuestas a 0,05 (B) y 0,1 (C) mg Pq i.a./l, se obtuvieron resultados similares a los observados en la serie de ensayos A. Las poblaciones expuestas a 0,05 mg Pq i.a./l (serie B) registraron una tasa de crecimiento levemente mayor, pero esta diferencia no fue significativa comparada con la tasa de crecimiento de los controles. Las poblaciones de algas expuestas a 0,05 y 0,1 mg Pq i.a./l en la serie de ensayos C presentaron una tasa de crecimiento superior, de 11 % y 9 %, respectivamente, con respecto a la de los controles.

Las poblaciones expuestas a 0,8 y 1,6 mg Pq i.a./l presentaron tasas de crecimiento de 0,276 y 0,19, respectivamente, en los ensayos de la serie B (0,05 mg Pq i.a./l) y de 0,251 y 0,237, respectivamente, en la serie C (0,1 mg Pq i.a./l), resultando significativamente menores ($p < 0,05$) a las registradas en las poblaciones de control.

El crecimiento de las poblaciones expuestas a 3,2 y 6,4 mg Pq i.a./l fue inhibido de forma total (100 %) (Figura 2, Figura 3, Tabla 2).

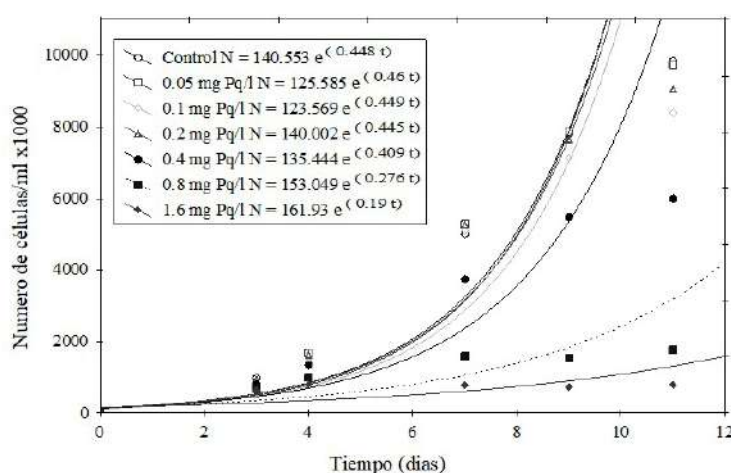


Figura 2. Curvas de crecimiento de *Scenedesmus quadricauda* en los ensayos de toxicidad de la serie B (población preexpuesta a 0,05 mg Pq i.a./l)

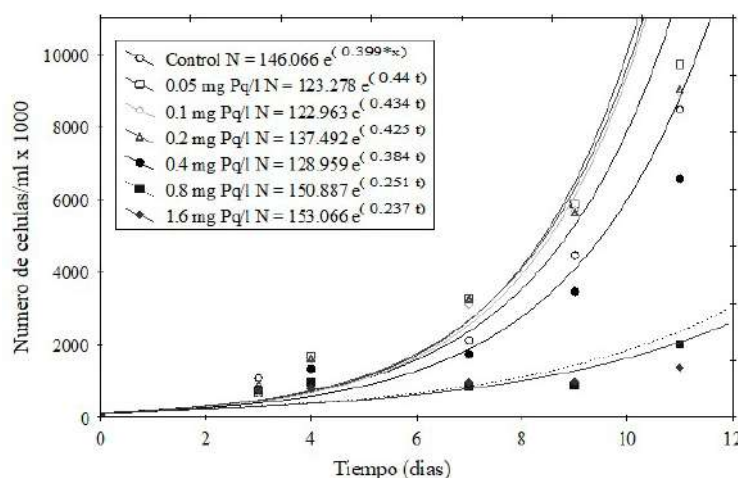


Figura 3. Curvas de crecimiento de *Scenedesmus quadricauda* en los ensayos de toxicidad de la serie C (población preexpuesta a 0,1 mg Pq i.a./l)

Ensayos de toxicidad con la población preexpuesta a 0,2 mg Pq i.a./l (D)

En los ensayos con la población de algas preexpuesta a 0,2 mg Pq i.a./l se observó que en esa concentración del herbicida el crecimiento fue un 3 % superior (tasa de crecimiento = 0,459) a la de la población de control (tasa de crecimiento = 0,442) (Tabla 2). A partir de concentraciones de exposición de 0,4 mg Pq i.a./l, se observó una reducción significativa de las tasas de crecimiento con respecto a la de la población de control.

En esta serie de ensayos se observaron notables diferencias en el crecimiento de las poblaciones de algas, ya que, al contrario de lo observado en las series de ensayos precedentes (A, B y C), las poblaciones expuestas a 3,2 y 6,4 mg Pq i.a./l tuvieron una tasa de crecimiento de 0,256 y 0,119, respectivamente (Figura 4, Tabla 2).

Ensayos de toxicidad con la población preexpuesta a 0,8 mg Pq i.a./l (E)

A lo largo de los ensayos de toxicidad en la población de algas preexpuesta a 0,8 mg Pq i.a./l se registró un aumento en la tasa de crecimiento de las poblaciones expuestas a 0,2 y 0,4 mg Pq i.a./l de un 3 % con respecto a este mismo parámetro en la población de control (Tabla 2).

La población expuesta a 0,8 mg Pq i.a./l presentó una tasa de crecimiento 1,9 % superior a la de la población de control (**Tabla 2**). Se observó un crecimiento de igual magnitud en las poblaciones expuestas a 3,2 mg Pq i.a./l comparado con el registrado en los ensayos de la serie D en el grupo de tratamiento expuesto a la misma concentración del tóxico (tasa de crecimiento de 0,258).

La población expuesta a 6,4 mg Pq i.a./l experimentó un mayor crecimiento en esta serie que el registrado en los ensayos de la serie D de exposición a la misma concentración (tasa de crecimiento en la serie E de 0,191; tasa de crecimiento en la serie D de 0,119) (**Figura 5, Tabla 2**).

Si bien las evaluaciones descritas se hicieron durante 11 días de exposición, al cabo de las primeras 96 horas se estimó la concentración inhibitoria 50 (CI_{50} 96 horas) para cada serie de ensayos. Los valores alcanzados por el índice estimado se observan en la **Tabla 3**.

Según los resultados obtenidos, los valores de las CI_{50} a las 96 horas significativamente superiores correspondieron a aquellas poblaciones de algas de *S. quadricauda* preexpuestas

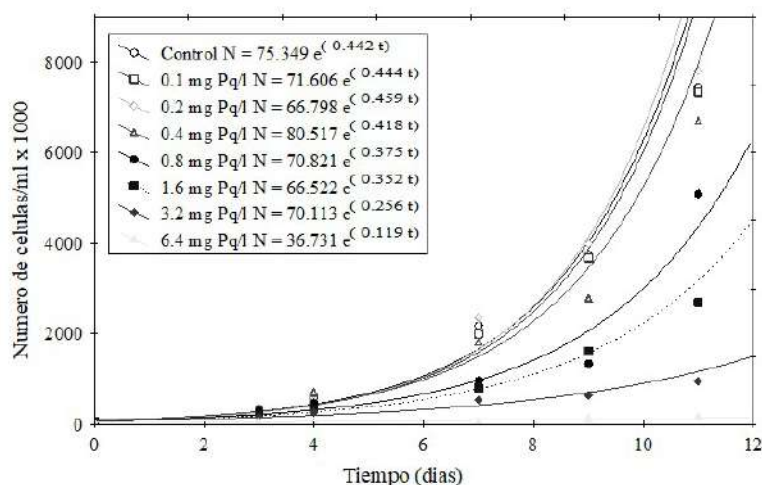


Figura 4. Curvas de crecimiento de *Scenedesmus quadricauda* en los ensayos de toxicidad de la serie D (población preexpuesta a 0,2 mg Pq i.a./l)

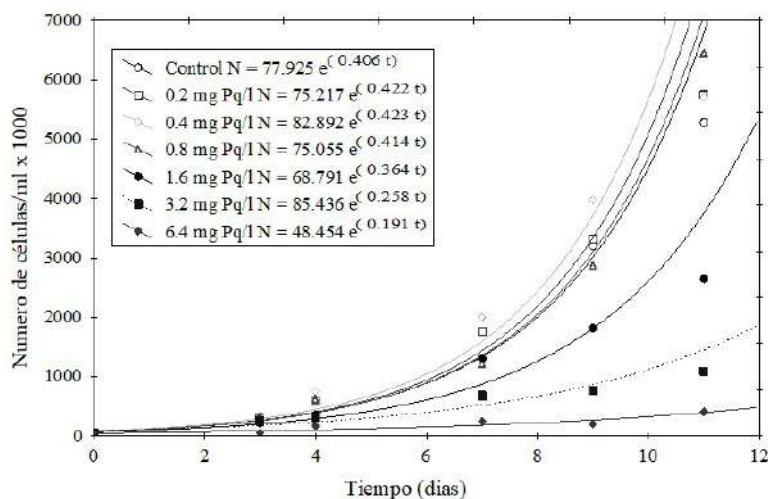


Figura 5. Curvas de crecimiento de *Scenedesmus quadricauda* en los ensayos de toxicidad de la serie E (población incubada con 0,8 mg Pq i.a./l)

Tabla 3. CI_{50} -96 horas (mg Pq i.a./l) estimadas en los ensayos de toxicidad utilizando las poblaciones preexpuestas a 0,05, 0,1, 0,2 y 0,8 mg Pq i.a./l y en ausencia de tóxico (0). Entre paréntesis se indican los intervalos de confianza del 95 %

0	0,05	0,1	0,2	0,8
1,10 (0,8 – 1,4)	1,01 (0,79 – 1,24)	0,98 (0,79 – 1,18)	1,88* (1,47 – 2,29)	3,13* (2,56 – 3,93)

*Diferencias significativas en ANOVA y prueba de Dunnett ($p < 0,05$)

que se expusieron a concentraciones subletales en el rango de 0,2 a 0,8 mg Pq i.a./l. Las diferencias entre los valores de las CI_{50} a las 96 horas de la población control y las preexpuestas a 0,05 y 0,1 mg Pq i.a./l no fueron significativas ($p > 0,05$).

Las poblaciones que presentaron una total inhibición del crecimiento en las series A, B y C (3,2 y 6,4 mg Pq i.a./l) registraron un crecimiento significativo comparado con el de los controles cuando se las sometió a las condiciones de exposición de las series D y E, aunque con tasas de crecimiento significativamente inferiores ($p < 0,05$) que las de las poblaciones de control (**Figura 4, Figura 5**).

Además, según lo observado en los experimentos con las series C, D y E, las poblaciones de algas registraron un crecimiento superior (9, 3 o 2 %) con la concentración de tóxico seleccionada para su preexposición que el observado en las otras poblaciones expuestas, incluidos los controles no expuestos a la adición de tóxico (**Figura 3, Figura 4**).

Evaluación del crecimiento de las poblaciones preexpuestas incubadas en ausencia de tóxico

Con el fin de estudiar si las modificaciones observadas en el crecimiento de las distintas poblaciones preexpuestas al herbicida comparadas con los controles eran transitorias o permanentes, se incubaron las distintas poblaciones preexpuestas en ausencia del herbicida paraquat por un período de 21 días para comprobar si las poblaciones preexpuestas se comportaban igual que los controles en ausencia del herbicida y establecer si las diferencias observadas en su crecimiento se trataban de un fenómeno transitorio (aclimatación) ocasionado por la presencia del herbicida. Si por el contrario se observaba una modificación en sus constantes de crecimiento, aún sin herbicida, las diferencias observadas responderían a un fenómeno permanente relacionado con su proceso de adaptación. Las poblaciones utilizadas en estos experimentos correspondieron a los controles de las series de ensayos B, C, D, y E. Simultáneamente, se estudió el crecimiento de poblaciones no preexpuestas (correspondientes a los controles en la serie de ensayos A), con el fin de compararlo con el de modelos de crecimiento en una población no tratada. Los resultados obtenidos se ajustaron al modelo de crecimiento logístico según lo mencionado en Materiales y métodos.

Las constantes de los modelos logísticos correspondientes a cada población preexpuesta y a las de control se presentan en la **Figura 6** y la **Tabla 4**.

Se observaron diferencias significativas entre las tasas de crecimiento de las poblaciones preexpuestas a 0,1 y 0,2 mg Pq i.a./l y las de las poblaciones de control. Las diferencias observadas entre las tasas de crecimiento de las poblaciones preexpuestas a 0,05 y 0,8 mg Pq i.a./l y las de control no fueron significativas (ANOVA + Dunnett, $p > 0,05$). Cuando se analizaron las diferencias observadas entre las diferentes concentraciones de preexposición, se observó que las tasas de crecimiento de las poblaciones preexpuestas a 0,2 y 0,8 difirieron significativamente entre sí (ANOVA + Tuckey, $p < 0,05$) (**Figura 6, Tabla 4**).

El análisis de los N máx indicó que las poblaciones preexpuestas a 0,2 y 0,8 mg Pq i.a./l presentaron constantes significativamente diferentes al control (ANOVA + Dunnett, $p < 0,05$). Por otra parte, los N máx de las poblaciones preexpuestas a 0,05 y 0,1 mg Pq i.a./l no difirieron de la constante correspondiente a la población de control (ANOVA + Dunnett, $p > 0,05$). Al analizar las diferencias encontradas entre las distintas poblaciones

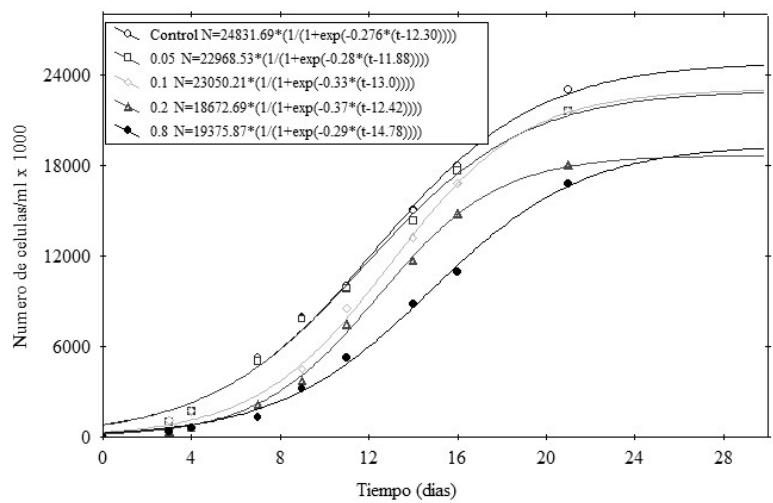


Figura 6. Curvas de crecimiento de poblaciones de *Scenedesmus quadricauda* de control y de las preexpuestas a concentraciones subletales de paraquat e incubadas por 21 días en medio nutritivo en ausencia del herbicida

Tabla 4. Constantes de los modelos logísticos de crecimiento de las poblaciones de control y las preexpuestas a las distintas concentraciones subletales incubadas en ausencia de paraquat

mg Pq i.a./l	N máx	r	tm
0	24831,69	0,27	12,30
0,05	22968,53	0,28	11,88
0,1	23050,21	0,33*	13,0
0,2	18672,69*	0,37*#	12,42
0,8	19375,87*	0,29*#	14,78

*Diferencias significativas en ANOVA y prueba de Dunnett (p<0,05)

#Diferencias significativas en ANOVA y prueba de Tuckey (p<0,05)

preexpuestas, los N máx de las poblaciones expuestas a 0,2 y 0,8 mg Pq i.a./l no difirieron entre sí, como tampoco los N máx estimados para las poblaciones preexpuestas a 0,05 y 0,1 mg Pq i.a./l (ANOVA + Tuckey, p>0,05) (**Figura 6, Tabla 4**).

Del análisis de estas experiencias podemos reconocer distintas combinaciones en los modelos de crecimiento. La población preexpuesta a 005 alcanzaría Nmáx similares al control, con tasas de crecimiento también similares. En este caso, la población preexpuesta incubada en medio exento de tóxico presentó un modelo de crecimiento similar al control, es decir, no habrían existido cambios originados por la acción de concentraciones subletales de paraquat de 0,05 mg Pq i.a./l.

Las poblaciones preexpuestas a 0,1 mg Pq i.a./l. alcanzarían N máx similares al control, pero a expensas de una tasa de crecimiento mayor. Las poblaciones preexpuestas a 0,2 y 0,8 mg Pq i.a./l. se verían imposibilitadas de alcanzar el N máx de la población de control. Al analizar las tasas de crecimiento de ambas poblaciones, se observa que la población preexpuesta a 0,2 mg Pq i.a./l. alcanza un Nmáx similar al alcanzado por la preexpuesta a 0,8 mg Pq i.a./l., pero con una mayor producción de células por unidad de tiempo. La concentración subletal de paraquat de 0,8 mg Pq i.a./l no habría originado cambios en la tasa de crecimiento de estas poblaciones, ya que la misma es similar a la hallada para la población de control.

Podemos concluir que la preexposición a concentraciones subletales entre 0,1 y 0,8 mg Pq i.a./l habría determinado cambios permanentes e irreversibles en las poblaciones de algas de la cepa de *S. quadricauda*, ya que al ser incubadas en ausencia de tóxico presentaron modificaciones en las constantes de los modelos de crecimiento significativamente diferentes a las observadas en las poblaciones de control no preexpuestas. Estas concentraciones subletales de preexposición al paraquat habrían afectado el modelo de crecimiento, no solo en lo relativo a la demografía de las algas sino también a la sensibilidad al herbicida, según lo demostraron los índices de toxicidad mayores en correspondencia con una mayor concentración de preexposición.

A partir de los resultados obtenidos es posible postular que las concentraciones subletales del herbicida paraquat en el rango entre 0,2 y 0,8 mg Pq i.a./l generarían poblaciones resistentes de *S. quadricauda*. Esta resistencia o tolerancia se incrementaría proporcionalmente al aumento de la concentración subletal a la que las poblaciones estuvieron preexpuestas.

Dicha resistencia o tolerancia puede deberse a mecanismos de aclimatación o de adaptación. En el primer caso, se trataría de la modificación de los niveles de expresión de genes ya presentes en el genoma de las algas, en tanto que en el segundo caso, se trataría de la selección de nuevas variantes genotípicas que aparecerían al azar debido a mutaciones espontáneas. Existen antecedentes bibliográficos sobre la inducción de la resistencia a herbicidas y contaminantes en grupos de algas y se han propuesto distintos mecanismos como los cambios en las secuencias de ADN, los efectos epigenéticos, los cambios en las tasas de crecimiento, interpretados como un costo fisiológico ante la acción del herbicida, o la existencia de mutaciones que afectarían la fisiología celular, entre otros (**Belfiore & Anderson**, 2001; **Funke et al.**, 2006; **Prado et al.**, 2009; **Vogwill et al.**, 2012; **Kronholm et al.**, 2017; **Borowitzka**, 2018; **Fugere et al.**, 2020; **Melero-Jiménez et al.**, 2021).

En cuanto a las implicaciones de este fenómeno en las comunidades naturales, **Bai et al.** (2019) estudiaron la sensibilidad diferencial de grupos de algas frente a este herbicida y concluyeron que los contaminantes ejercen una presión de selección sobre los componentes de la comunidad fitoplanctónica, modificando y moldeando su estructura. La resistencia a este herbicida ha sido registrada por **Jindakaraked et al.** (2023) para cepas microbianas, lo que ha resultado en su utilización en la remoción del paraquat de aguas contaminadas. También deben mencionarse estudios anteriores en ambientes naturales que ya mencionaban la evidencia de resistencia a herbicidas. En este sentido, **De Noyelles et al.** (1982) (en **Kosinski & Merkle**, 1984) observaron en una laguna tratada con 0,5 mg/kg de atrazina el desarrollo de una flora resistente al herbicida. **Valentine y Bingham** (1976) (en **Kosinski & Merkle**, 1984) hallaron una cepa natural de *Euglena* sp. resistente que se desarrollaba con éxito en presencia de 10 mg/kg de atrazina. **Kosinski y Merkle** (1984) realizaron estudios en comunidades de algas en arroyos, con el fin de determinar la magnitud de los efectos crónicos producidos por la exposición a herbicidas, entre ellos la atrazina y el paraquat, y establecer, así, si la exposición a bajas concentraciones de los herbicidas podía inducir resistencia. Los autores concluyeron que existirían evidencias de inducción de formas resistentes debido al estrés crónico asociado con la exposición al herbicida paraquat.

También hay antecedentes bibliográficos relacionados con la acción mutagénica y genotóxica del paraquat en organismos procariotas, algas y plantas vasculares. Así, se han hecho estudios sobre la acción genotóxica del paraquat en *Escherichia coli* (**Machigov et al.**, 2022) y *Chlamydomonas reinhardtii* (**Jamers & De Coen**, 2010), y sobre plantas vasculares como *Conyza*, *Erigeron philadelphicus*, *E. canadensis*, *Nicotiana tabacum*, *Lolium perenne* y *Arabidopsis thaliana* (**Miller & Hughes**, 1980; **Fuerst et al.**, 1985; **Tanaka et al.**, 1986; **Jansen et al.**, 1989; **Hawkes**, 2014; **Brunharo & Hanson**, 2017; **Nazish et al.**, 2022).

Diversos autores han postulado que el paraquat presenta actividad y capacidad mutagénica debido a su disponibilidad para la generación de radicales libres, ocasionando una cascada de eventos que incluyen la elevada expresión de las enzimas relacionadas con

el sistema de defensa antioxidante, alteraciones del metabolismo energético, daños en el ADN por acción genotóxica, y alteraciones subcelulares que resultan en citotoxicidad y apoptosis (Prado *et al.*, 2009; Jamers & De Coen, 2010; Brunharo & Hanson, 2017; Gravina *et al.*, 2017; Bai *et al.*, 2019; Chen *et al.*, 2021; Nazish *et al.*, 2022; Bai *et al.*, 2023; Rychel *et al.*, 2023). La preexposición a concentraciones subletales puede incrementar la resistencia mediante la activación de las enzimas encargadas de los mecanismos de detoxificación. Estos mecanismos incluyen el sistema de las enzimas oxidasas de función mixta (OFM) y las enzimas del mecanismo de defensa antioxidante, tal como la enzima superóxido dismutasa, las cuales aumentan su actividad en presencia de sustancias generadoras de radicales libres, como es el caso del paraquat (Jamers & De Coen, 2010; Bai *et al.*, 2019; Bai *et al.*, 2023).

Kao y Hassan (1985) realizaron estudios para establecer las bases bioquímicas de la tolerancia al paraquat de una cepa mutante de *E. coli*. Los autores estudiaron el incremento en la producción de la enzima superóxido dismutasa de la cepa mutante y la compararon con la de una cepa no tolerante al paraquat. Los resultados indicaron que no hubo diferencias en la inducción de la actividad enzimática de las cepas; se encontró que el mecanismo por el cual el mutante presentaba tolerancia al tóxico estaba asociado a alteraciones en las proteínas de la membrana celular, responsables del transporte activo que incorpora el Pq^{+2} extracelular. En estudios más recientes que combinan genómica, transcriptómica y metabolómica se ha demostrado que las deleciones, amplificaciones y duplicaciones del genoma pueden alterar directamente la expresión de los genes, afectando los mecanismos de transporte de las membranas, en tanto que las mutaciones pueden cambiar la expresión de los genes implicados, afectando la regulación de las respuestas frente al estrés, principalmente por dañar las enzimas que contienen hierro, así como el ADN, y provocar cambios en rutas metabólicas (Rychel *et al.*, 2023).

Según estos antecedentes, la tolerancia observada en las poblaciones de *S. quadricauda* preexpuestas sugeriría una mutación ocasionada por la exposición al paraquat. Sin embargo, si bien las modificaciones en los modelos de crecimiento logístico observadas en nuestros experimentos con las distintas poblaciones preexpuestas en ausencia del herbicida serían de carácter permanente, no se exploró esta hipótesis.

Habría que evaluar la posibilidad de que la tolerancia estuviera determinada por alteraciones generadas en la biosíntesis de las enzimas responsables de los mecanismos de detoxificación y del sistema de defensa antioxidante en cuanto a su actividad. La exploración de estas hipótesis será motivo de futuros estudios.

Con respecto a las consideraciones ambientales del uso de este herbicida y su impacto en las comunidades vegetales, es importante destacar que el paraquat causa efectos adversos en las *Clorofitas* de agua dulce con menores concentraciones de exposición que otros herbicidas usados frecuentemente en prácticas agrícolas, como el glifosato o el 2,4 D (ácido 2,4-diclorofenoxiacético) (Sáenz *et al.*, 1997a; Sáenz *et al.*, 1997b; Wong, 2000; Sáenz & Di Marzio, 2009). Este hecho revela el importante impacto de este herbicida sobre organismos que no son su blanco, ya que las algas *Clorofitas* constituyen los principales componentes de las comunidades fitoplactónicas de los sistemas acuáticos dulceacuícolas. En particular, los estudios realizados sobre la acción de este herbicida en distintos parámetros de *S. quadricauda* Berb 614 demuestran que las concentraciones de 0,02 y 0,2 mg Pq i.a./l produjeron una inhibición significativa de la tasa de crecimiento y del contenido de clorofila a, mientras que las concentraciones mayores a 2 mg Pq i.a./l causaron una inhibición total del crecimiento y de la síntesis de ese pigmento (Wong, 2000). Se determinó la acción de este herbicida sobre la tasa fotosintética, reportándose una inhibición del 60 % con concentraciones de exposición de 0,2 mg Pq i.a./l, en tanto que lo mismo no se detectó con concentraciones mayores a 2 mg Pq i.a./l (Wong, 2000). Sáenz *et al.* (1997a) en sus estudios sobre la acción de este herbicida en distintas cepas de la misma especie y otras especies de algas *Clorofitas* llegaron a conclusiones similares. Las concentraciones de 0,1 mg Pq l.a./l ejercieron una inhibición significativa del crecimiento

en una cepa de *S. quadricauda* aislada del río Luján (Provincia de Buenos Aires, Argentina), y el mismo efecto se observó con concentraciones de 0,8 mg Pq i.a./l en la cepa de *S. quadricauda* (CCAP 276-21). También se observó este efecto en *S. acutus* (SAG 276-3a) con concentraciones de 0,05 mg Pq i.a./l, lo que demostró una mayor sensibilidad de esta especie al herbicida paraquat (Sáenz *et al.*, 1997a). La inhibición significativa del crecimiento de *Chlorella vulgaris* y *Selenastrum capricornutum* se registró con concentraciones de 0,1 y 0,2 mg Pq i.a./l, respectivamente (Sáenz *et al.*, 1997a). Con respecto a las concentraciones ambientales esperables (CAE) de este herbicida, teniendo en cuenta su tasa de aplicación en prácticas agrícolas, Wong (2000) comparó los efectos registrados con las CAE reportadas por Peterson *et al.* (1994) para el paraquat de 0,8 mg Pq i.a./l. Debe mencionarse, en este sentido, que el paraquat se utiliza en la Provincia de Buenos Aires también para el control de malezas acuáticas de lagunas abiertas al público con fines recreativos en la dosis de aplicación recomendada por el Instituto Nacional de Tecnología Agropecuaria (INTA), es decir, entre 0,1 y 2 mg Pa i.a./l., por lo que es posible que las concentraciones de este herbicida en ambientes acuáticos superen ampliamente las CAE reportadas en ambos estudios.

Conclusiones

Con base en los resultados obtenidos podríamos postular que las concentraciones de paraquat inferiores a las consideradas letales producirían cambios irreversibles en la demografía de las poblaciones de algas, ocasionando la modificación de los modelos de crecimiento y provocando una menor sensibilidad a los tóxicos presentes en los ambientes acuáticos. El impacto de las concentraciones crecientes de herbicidas en los ecosistemas acuáticos continentales en áreas de actividad agrícola, además de su uso en el control de malezas acuáticas, involucraría cambios en la composición específica de las comunidades fitoplanctónicas debido a la selección de especies resistentes y la desaparición de otras más sensibles, lo que, además, afecta la demografía de las poblaciones de algas y la integridad de la comunidad en su conjunto.

Agradecimientos

A la Universidad Nacional de Luján y al Consejo de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET) por el apoyo que hizo posible el desarrollo de este estudio.

Contribución de los autores

Conceptualización, diseño, metodología, supervisión, redacción, revisión y edición: MES. Conceptualización, conservación y análisis de datos, manejo de *software*, adquisición de fondos: WDDM. Análisis, adquisición de datos y determinaciones de laboratorio: RSM y JLA.

Conflicto de intereses

Los autores declaran que no existe ningún conflicto de intereses relacionado con la publicación de este artículo.

Referencias

- Bai, F., Jia Y., Yang, C., Li, T., Wu, Z., Liu, J., Song, L. (2019). Multiple physiological response analyses aid the understanding of sensitivity variation between *Microcystis aeruginosa* and *Chlorella* sp. under paraquat exposures. *Environmental Sciences Europe*, 31, 83. <https://doi.org/10.1186/s12302-019-0255-4>
- Bai, F., Jia, Y., Li, J., Wu, Z., Li, L., Song, L. (2023). Paraquat induces different programmed cell death patterns in *Microcystis aeruginosa* and *Chlorella luteoviridis*, *Ecotoxicology and Environmental Safety*, 249, 114429. <https://doi.org/10.1016/j.ecoenv.2022.114429>
- Belfiore, N.M. & Anderson, S. L. (2001). Effects of contaminants on genetic patterns in aquatic organisms: a review. *Mutation Research/Reviews in Mutation Research*, 489 (2-3), 97-122. [https://doi.org/10.1016/S1383-5742\(01\)00065-5](https://doi.org/10.1016/S1383-5742(01)00065-5)

- Blaise, C. & Férard, J. (2005). *Small-scale freshwater toxicity investigations. Volume 1: Toxicity test methods*. Springer. <https://doi.org/10.1007/1-4020-3120-3>
- Borowitzka, M. A. (2018). The ‘stress’ concept in microalgal biology—homeostasis, acclimation and adaptation. *Journal of Apply Phycology*, 30, 2815-2825. <https://doi.org/10.1007/s10811-018-1399-0>
- Brunharo, C.A. & Hanson, B.D. (2017). Vacuolar sequestration of Paraquat is involved in the resistance mechanism in *Lolium perenne* L. spp. *multiflorum*. *Frontiers in plant science*, 8, 290157. <https://doi.org/10.3389/fpls.2017.01485>
- Cámara de Sanidad Agropecuaria y Fertilizantes (CASAFE). (2024). Uso responsable de fitosanitarios: lectura de etiqueta. <https://www.casafe.org/pdf/emerg.pdf>
- Chen, J., Su, Y., Lin, F., Iqbal, M., Mehmood, K., Zhang, H., Shi, D. (2021). Effect of paraquat on cytotoxicity involved in oxidative stress and inflammatory reaction: A review of mechanisms and ecological implications. *Ecotoxicology and Environmental Safety*, 224, 112711. <https://doi.org/10.1016/j.ecoenv.2021.112711>
- De Noyelles, F., Kettle, W.D., Sinn, D.E. (1982). The responses of plankton communities in experimental ponds to atrazine, the most heavily used pesticide in the United States. *Ecology*, 63, 1285-1293. <https://doi.org/10.2307/1938856>
- Fuerst, E.P., Nakatani, H.Y., Dodge, A.D., Penner, D., Arntzen, C.J. (1985). Paraquat resistance in *Conyza*. *Plant Physiology*, 77, 984-989
- Fugère, V., Hébert, M. P., da Costa, N. B., Xu, C.C.Y., Barret Rowan D. H., Beisner, B. E., Bell, G., Fussmann, G. F., Shapiro, B. J., Yargeau, V., Gonzalez, A. (2020). Community rescue in experimental phytoplankton communities facing severe herbicide pollution. *Nature Ecology & Evolution*, 4(4), 578-588. <https://doi.org/10.1038/s41559-020-1134-5>
- Funke, T., Han, H., Healy-Fried, M.L., Fischer, M., Schönbrunn, E. (2006). Molecular basis for the herbicide resistance of Roundup Ready crops. *Proceedings of the National Academy of Sciences (PNAS)*, 103 (35), 13010-13015. www.pnas.org/cgi/doi/10.1073/pnas.0603638103
- Gravina, F., Dobrzanski, T., Olchanheski, L. R., Galvão, C. W., Reche, P. M., Pileggi, S. A., Azevedo, R. A., Sadowsky, M. J., Pileggi, M. (2017). Metabolic Interference of sod gene mutations on catalase activity in *Escherichia coli* exposed to Gramoxone® (paraquat) herbicide. *Ecotoxicology and Environmental Safety*, 139, 89-96. <https://doi.org/10.1016/j.ecoenv.2017.01.027>
- Hawkes, T. R. (2014). Mechanisms of resistance to paraquat in plants. *Pesticide Management Science*, 70 (9), 1316-1323. <https://doi.org/10.1002/ps.3699>
- Huang, Y., Zhan, H., Bhatt, P. Chen, S. (2019). Paraquat degradation from contaminated environments: Current Achievements and Perspectives. *Frontiers in Microbiology*, 10, 1754. <https://doi.org/10.3389/fmicb.2019.01754>
- Jamers, A. N. / De Coen, W. (2010). Effect assessment of the herbicide paraquat on a green alga using differential gene expression and biochemical biomarkers. *Environmental Toxicology and Chemistry: An International Journal*, 29 (4), 893-901.
- Jansen, M.A.K., Shaaltiel, Y., Kazzes, D., Canaani, O., Malkin, S., Gressel. (1989). Increased *Conyza bonariensis* measured by photoacoustic spectroscopy and ¹⁴CO₂ fixation. *Plant Physiology*, 91, 1174-1178.
- Jindakaraked, M., Khan, E., Kajitvichyanukul, P. (2023). Biodegradation Capabilities of Paraquat-Degrading Bacteria Immobilized on Nanoceramics. *Toxics*, 11, 638. <https://doi.org/10.3390/toxics11070638>
- Kao, S.M. & Hassan, M. (1985). Biochemical characterization of a Paraquat-tolerant mutant of *Escherichia coli*. *Journal of Biological Chemistry*, 260 (19), 10478-10481.
- Kosinski, R. & Merkle, M.G. (1984). The effect of four terrestrial herbicides on the productivity of artificial stream algal communities. *Jornal of Environmental Quality*, 13 (1), 75-82.
- Kronholm, I., Bassett, A., Baulcombe, D., Collins, S. (2017). Epigenetic and Genetic Contributions to Adaptation in *Chlamydomonas*. *Molecular Biology and Evolution*, 34(9), 2285-2306. <https://doi.org/10.1093/molbev/msx166>
- Machado, M. D. & Soares, E. V. (2021). Exposure of the alga *Pseudokirchneriella subcapitata* to environmentally relevant concentrations of the herbicide metolachlor: Impact on the redox homeostasis. *Ecotoxicology and Environmental Safety*, 207, 111264. <https://doi.org/10.1016/j.ecoenv.2020.111264>

- Machigov, E.A., Igonina, E.V., Sviridova, D.A.** (2022). The genotoxic effect of the Paraquat radiomimetic on *Escherichia coli* bacteria. *Biological Bulletin Russian Academy of Sciences*, 49, 2486-2494. <https://doi.org/10.1134/S106235902212010X>
- Margalef, R.** (1983). *Limnología*. Omega.
- Melero-Jiménez, I.J., Bañares-España, E., Reul, A., Flores-Moya, A., García-Sánchez, M. J.** (2021). Detection of the maximum resistance to the herbicides diuron and glyphosate, and evaluation of its phenotypic cost, in freshwater phytoplankton. *Aquatic Toxicology*, 240, 105973. <https://doi.org/10.1016/j.aquatox.2021.105973>
- Miller, O.K., Hughes, K.W.** (1980). Selection of Paraquat-resistant variants of tobacco from cell cultures. *In vitro*, 16 (2), 1085-1091.
- Moreland, D.E.** (1980). Mechanisms of action of herbicides. *Annual Review of Plant Physiology*, 31, 597-638.
- Nazish, T., Huang, Y.J., Zhang, J., Jing, J., Jin-Qiu, X., Alfatih, A., Chao, L., Xiao-Teng, C., Jing, X., Ping, X., Cheng-Bin, X.** (2022). Understanding paraquat resistance mechanisms in *Arabidopsis thaliana* to facilitate the development of paraquat-resistant crops. *Plant Communications*, 3 (3). <https://doi.org/10.1016/j.xplc.2022.100321>
- Peterson, H.G., C. Boutin, P.A. Martin, K.E. Freemark, N.J. Ruecker., Moody, M.J.** (1994). Aquatic phyto-toxicity of 23 pesticides applied at expected environmental concentration. *Aquatic Toxicology*, 28, 275-292. [https://doi.org/10.1016/0166-445X\(94\)90038-8](https://doi.org/10.1016/0166-445X(94)90038-8)
- Polazzo, F., Oliveira dos Anjos, T. B., Arenas-Sánchez, A., Romo, S., Vighi, M., Rico, A.** (2022). Effect of multiple agricultural stressors on freshwater ecosystems: The role of community structure, trophic status, and biodiversity-functioning relationships on ecosystem responses. *Science of The Total Environment*, 807 (3), 151052. <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2021.151052>
- Prado, R., García, R., Rioboo, C., Herrero, C., Abalde, J., Cid, A.** (2009). Comparison of the sensitivity of different toxicity test endpoints in a microalga exposed to the herbicide paraquat. *Environment International*, 35 (2), 240-247. <https://doi.org/10.1016/j.envint.2008.06.012>
- Reynolds, C.S.** (2006). *The Ecology of Freshwater Phytoplankton*. Cambridge University Press.
- Rychel, K., Tan, J., Patel, A., Lamoureux, C., Hefner, Y., Szubin, R., Johnsen, J., Mohamed, E.T.T., Phaneuf, P. V., Anand, A., Olson, C. A., Park, J. H., Sastry, A. V., Yang, L., Feist, A. M., Palsson, B. O.** (2023). Laboratory evolution, transcriptomics, and modeling reveal mechanisms of paraquat tolerance. *Cell Reports*, 42 (9), 113105. <https://doi.org/10.1016/j.celrep.2023.113105>
- Sáenz, M.E., Alberdi, J.L., Di Marzio, W.D., Accorinti, J., Tortorelli, M.C.** (1997a). Paraquat Toxicity to different Green Algae. *Bulletin of Environmental Contamination and Toxicology*, 58 (6), 922-928. <https://doi.org/10.1007/s001289900422>
- Sáenz, M.E., Di Marzio, W.D., Alberdi, J.L., Accorinti, J., Tortorelli, M.C.** (1997b). Effects of technical grade and a commercial formulation of Glyphosate on algal population growth. *Bulletin of Environmental Contamination and Toxicology*, 59 (4), 638-644. <https://doi.org/10.1007/s001289900527>
- Sáenz, M.E. & Di Marzio, W.D.** (2009). Ecotoxicidad del herbicida glifosato sobre cuatro algas dulceacuicolas. *Limnética*, 28 (1), 1-10. <https://doi.org/10.23818/limn.28.11>
- Sáenz, M.E., Di Marzio, W.D., Alberdi, J.L.** (2012). Toxicity assessment of Cyfluthrin commercial formulation on growth, photosynthesis and catalase activity of green algae. *Pesticide Biochemistry and Physiology*, 104, 50-57. <https://doi.org/10.1016/j.pestbp.2012.07.001>
- Sparks, T.** (2000). *Statistics in ecotoxicology*. Wiley.
- Sprague, J.B.** (1990). Aquatic Toxicology. In: C. B. Schreck and P. B. Moyle (eds.) *Methods for fish biology*. (p. 491-527). American Fisheries Society.
- Tanaka, Y., Chisaka, H., Saka, H.** (1986). Movement of Paraquat in resistant and susceptible biotypes of *Erigeron philadelphicus* and *E. canadensis*. *Physiologia Plantarum*, 66, 605-608.
- U.S. Environmental Protection Agency (US EPA).** (2002). *Selenatrum capricornutum* growth test. In: *Short-term methods for estimating the chronic toxicity of effluents and receiving water to freshwater organisms*. EPA-821-R-02- 013. U.S. Environmental Monitoring and Support Laboratory Office of Research and Development.
- Valentine, K.P. & Bingham, S.W.** (1976). Influence of algae on amitrole and triazine residues in water. *Canadian Journal of Botany*, 54, 2100-2107.

-
- Vogwill, T., M., Lagator, Colegrave, N., Neve, P.** (2012). The experimental evolution of herbicide resistance in *Chlamydomonas reinhardtii* results in a positive correlation between fitness in the presence and absence of herbicides. *Journal of Evolutionary Biology*, 25 (10), 1955-1964. <https://doi.org/10.1111/j.1420-9101.2012.02558.x>
- West, Inc. & D. D, Gulley.** (1996). TOXSTAT® V 3.5. Western Ecosystems Technology Inc.
- Wetzel, R.G.** (2001). *Limnology: Lake and River Ecosystems*. Academic Press.
- Wong, P.K.** (2000). Effects of 2,4-D, glyphosate and paraquat on growth, photosynthesis and chlorophyll-a synthesis of *Scenedesmus quadricauda* Berb 614 Aug 2000. *Chemosphere*, 41(1-2), 177-82. [https://doi.org/10.1016/S0045-6535\(99\)00408-7](https://doi.org/10.1016/S0045-6535(99)00408-7)
- World Health Organization (WHO).** (1984). International Program on Chemical Safety. *Environmental Health Criteria N° 39: Paraquat and Diquat*, World Health Organization.
- Zar, J.H.** (2010). *Biostatistical analysis*. Pearson.

Artículo original

El efecto de la “isla seca” en el clima de las regiones altoandinas durante el Holoceno tardío

The “dry island” effect on the climate of the high Andean regions during the late Holocene

Jaime Escobar

Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental, Universidad del Norte, Barranquilla, Colombia; Center for Tropical Paleoeecology and Archaeology, Smithsonian Tropical Research Institute, Balboa, Panamá

Artículo de posesión como miembro correspondiente de la Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales

Resumen

El movimiento interhemisférico de la zona de convergencia intertropical (ZCIT) en diferentes escalas de tiempo tiene un papel fundamental en la distribución de la precipitación en los trópicos del continente americano. Esta transición latitudinal se registra en los archivos paleoclimáticos como una señal inversa en ambos hemisferios. Es decir, cuando la ZCIT se encuentra en una posición media más al norte, los registros sedimentarios indican condiciones de humedad en el trópico del hemisferio norte y sequía en el trópico del hemisferio sur. Condiciones opuestas se registran cuando la ZCIT se localiza sobre los trópicos del hemisferio sur. Estudios recientes en núcleos de sedimento lacustres del lago de Tota y la laguna de Siscunsi en las regiones altoandinas de Colombia han registrado condiciones de sequía durante la anomalía climática medieval, un periodo en el que, según la evidencia, la ZCIT se ubicó en el hemisferio norte y se dieron condiciones de elevada humedad relativa durante la Pequeña Edad de Hielo, cuando la ZCIT se localizaba sobre el trópico del hemisferio sur. Se discute aquí la posibilidad de que el efecto de la “isla seca” pudiera explicar estos resultados paleoclimáticos, los cuales difieren del paradigma que plantea que la ZCIT es uno de los mecanismos principales para explicar la variabilidad climática del Neotrópico en diferentes escalas de tiempo.

Palabras clave: Zona de convergencia intertropical; Efecto de la isla seca; Holoceno; Trópicos; Andes.

Abstract

The interhemispheric movement of the intertropical convergence zone (ITCZ) at different time scales plays a fundamental role in the distribution of precipitation in the tropics of the American continent. This latitudinal transition is recorded in paleoclimatic archives as an inverse signal in both hemispheres. When the ITCZ is located at a more northern mean position, sedimentary records indicate wet conditions in the tropics of the northern hemisphere and dry conditions in the tropics of the southern hemisphere. Opposite conditions are recorded when the ITCZ is located over the tropics of the southern hemisphere. Recent studies on lake sediment cores in Tota and Siscunsi Lakes in the high Andean regions of Colombia indicate dry conditions during the Medieval Climate Anomaly, a period for which there is evidence of an ITCZ positioning in the northern hemisphere, and high relative humidity conditions during the Little Ice Age when the ITCZ was located over the southern hemisphere tropics. This paper discusses the possibility of the “dry island” effect as a possible explanation of these paleoclimate results that differ from the paradigm that proposes ITCZ as one of the main mechanisms explaining Neotropical climate variability at different time scales.

Keywords: Intertropical Convergence Zone; Dry island effect; Holocene; Tropics; Andes.

Citación: Escobar J. El efecto de la “isla seca” en el clima de las regiones altoandinas durante el Holoceno tardío. Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. 49(190):129-145, enero-marzo de 2025. doi: <https://doi.org/10.18257/raccefyn.3140>

Editor: Carlos Alberto Jaramillo Muñoz

Correspondencia:

Jaime Escobar; amjaesc@gmail.com

Recibido: 16 de diciembre de 2024

Aceptado: 18 de febrero de 2025

Publicado en línea: 19 de marzo de 2025



Este artículo está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-Compartir Igual 4.0 Internacional

Introducción

Uno de los principales enfoques en la paleoclimatología, hace algunas décadas, sostenía que las regiones tropicales mantenían una estabilidad climática a lo largo de distintas escalas temporales (**Chiang, 2009**). Esta idea se consolidó aún más con los primeros registros de núcleos de hielo en Groenlandia y la Antártida, cuyos resultados mostraban fluctuaciones climáticas extremas en las zonas de altas latitudes durante los períodos glaciales y poca variabilidad en la última interglaciación (**Dansgaard et al., 1982; Barnola et al., 1987; Jouzel et al., 1987; Chappellaz et al., 1990; Fischer et al., 1999**). Durante mucho tiempo se desestimó bastante el estudio del clima del Holoceno al considerar que se caracterizaba por condiciones “modernas” estables y, por ende, de poco interés. Sin embargo, hoy sabemos que el clima del Holoceno (11,700 años antes del presente, AP) no ha sido constante sino dinámico, en escalas de tiempo significativas (intraanual/milenaria) tanto para los seres humanos como para los ecosistemas, y que su variabilidad se ve influenciada por múltiples factores (**Mayewski et al., 2004; Wanner et al., 2014; Baker & Fritz, 2015**).

Los forzadores climáticos operan a lo largo de diversas escalas temporales que van desde periodos muy largos, como los tectónicos y milenarios, hasta escalas más cortas, como las intraanuales. Se sabe que la variabilidad climática es el resultado de factores internos y externos, así como de la retroalimentación dentro del propio sistema (**Mayewski et al., 2004**). Por lo tanto, en cualquier región el clima es consecuencia de la variabilidad en todas esas escalas de tiempo y de las interacciones entre los distintos forzadores (**Wanner et al., 2014; Baker & Fritz, 2015**).

La variabilidad climática del Holoceno en los trópicos es el resultado de múltiples factores interconectados que operan en diferentes escalas temporales. A lo largo de milenios los cambios en las características orbitales de la Tierra, como la excentricidad, la inclinación axial y la precesión, han sido determinantes en la configuración de los patrones climáticos tropicales. Estas variaciones orbitales influyen en la cantidad y distribución de la energía solar que recibe la Tierra (**Kutzbach, 1981**). En escalas temporales interanuales y decenales, la Oscilación del Sur-El Niño (ENOS) ha sido un factor clave en la variabilidad climática de los trópicos (**Moy et al., 2002; Donders et al., 2008**). La evidencia paleoclimática obtenida de registros de corales (**Lawman et al., 2022**) y sedimentos lacustres (**Riedinger et al., 2002**) muestra que la actividad del ENOS ha cambiado a lo largo del Holoceno. En particular durante el Holoceno medio los eventos de El Niño fueron menos frecuentes y de menor intensidad que en el Holoceno tardío, lo que sugiere una supresión de la variabilidad del ENOS en ese período. Esta reducción ha sido vinculada a cambios en el forzamiento orbital y a modificaciones en el estado climático medio del Pacífico tropical. En escalas más cortas, de décadas a siglos, factores internos y externos (incluidas las erupciones volcánicas y las fluctuaciones en la radiación solar) han tenido un impacto significativo en el clima tropical. Las grandes erupciones volcánicas en los trópicos liberan aerosoles en la estratosfera, lo que provoca un enfriamiento de la superficie y altera la circulación atmosférica, debilitando los sistemas monzónicos y reduciendo las precipitaciones en ciertas regiones (**Soon et al., 2014**). Asimismo, las variaciones en la radiación solar, especialmente durante los mínimos solares prolongados, se han asociado con anomalías climáticas en los trópicos que han afectado la temperatura y los patrones de precipitación (**Mayewski et al., 2004**).

Uno de los principales forzadores climáticos en diferentes escalas temporales en las zonas tropicales se relaciona con la posición astronómica de la Tierra con respecto al Sol, la energía que este emite y su impacto sobre la ZCIT (**Hodell et al., 1991; Acosta et al., 2022; Steinman et al., 2022; Yuan et al., 2023**). La variabilidad en la radiación solar que llega al planeta modifica la intensidad del gradiente térmico desde el ecuador hasta los polos, lo que a su vez afecta la circulación atmosférica y oceánica. En términos energéticos, la Tierra absorbe energía radiante neta (combinación de onda corta y onda larga) en los trópicos (alrededor de los 23,5°N/S) y la libera al espacio en las latitudes medias y altas (**Chiang, 2009**). Para lograr un equilibrio energético, las corrientes

atmosféricas y oceánicas transportan energía desde los trópicos hacia las latitudes medias y altas (**Broecker**, 1997, 2000; **Chiang**, 2009). Los vientos alisios, que surgen en los subtropicos de ambos hemisferios, convergen en la zona de convergencia intertropical (ZCIT) cerca del ecuador, donde la atmósfera experimenta convección húmeda y el aire asciende hacia la tropósfera superior, generando una zona de precipitaciones. La ubicación de la ZCIT es altamente sensible a los gradientes térmicos de la temperatura superficial del mar. En las latitudes tropicales, la variación en las precipitaciones depende de los cambios en la latitud de la convección tropical y de la fuerza de los vientos alisios. A lo largo del ciclo anual (variación climática intraanual), conforme cambia la intensidad de la radiación solar sobre la Tierra entre enero y julio, la convección en los océanos (en la zona de la ZCIT) se desplaza del sur al norte, arrastrando consigo los vientos y las precipitaciones continentales. Las variaciones interanuales en el balance de radiación pueden modificar las posiciones estacionales medias de la ZCIT, así como la ubicación de los sistemas de alta presión subtropicales y la intensidad de los vientos que transportan humedad hacia las áreas continentales, lo que afecta la intensidad y distribución de las precipitaciones. La ZCIT tiende a desplazarse hacia el hemisferio más cálido (**Chiang & Bitz**, 2005; **Broccoli et al.**, 2006) afectando la precipitación en ambos hemisferios de manera opuesta. En ambos hemisferios, la mayor parte de las precipitaciones ocurre durante el verano, cuando el océano Atlántico está más caliente, con la ZCIT desplazándose hacia el hemisferio norte entre mayo y octubre y hacia el hemisferio sur de noviembre a marzo.

El forzamiento orbital durante el Holoceno resultó en una redistribución significativa de la energía, tanto en términos temporales (estacionales) como espaciales (latitudinales), lo que afectó la temperatura y la precipitación tanto en escalas intraanuales como milenarias y centenarias. El Holoceno abarca la mitad del ciclo de precesión de 22.000 años. Durante el Holoceno temprano, los cambios precesionales colocaron el perihelio (el punto más cercano del planeta al Sol) en el verano del hemisferio norte, mientras que actualmente se encuentra más cerca del solsticio de invierno (**Rind**, 1998, 2002). Esto provocó un aumento de la radiación solar de verano en todas las latitudes del hemisferio norte, con incrementos que variaron desde aproximadamente 40 W/m² más que en la actualidad a los 60°N hasta los 25 W/m² más que hoy en el ecuador (**Rind**, 1998, 2002). A lo largo de los últimos 12,000 años, la insolación de julio ha disminuido gradualmente. Estos cambios en la magnitud y la distribución espacial de la energía influyeron en la intensidad y la ubicación de la ZCIT a lo largo de escalas milenarias y centenarias durante el Holoceno (**Figuras 1, 2**) (**Hodell et al.**, 1991; **Haug et al.**, 2001; **Bird et al.**, 2011).

Una amplia variedad de datos paleoclimáticos respaldados por simulaciones de modelos climáticos muestra que las variaciones latitudinales de la ZCIT tuvieron un papel clave en la variabilidad hidroclimática del trópico americano durante el Holoceno tardío, especialmente en dos períodos climáticos bien documentados: la Anomalía Climática Medieval (ACM) (950-1150 de la era común, e.c.) y la Pequeña Edad de Hielo (PEH) (1300-1850 e.c.) (**Steinman et al.**, 2022). La ACM fue un periodo de condiciones climáticas relativamente más cálidas, con variaciones regionales en su inicio, así como en su terminación y duración. Esta anomalía climática es un cambio que se registra en el ultimo milenio y antes de revolución industrial, con un impacto importante en actividades humanas como la agricultura y la migración de culturas pasadas (p. ej., la expansión vikinga). Entre las posibles causas de esta anomalía climática se encuentran la mayor actividad solar relacionada con una menor cantidad de manchas solares (**Crowley**, 2000); una baja actividad volcánica que pudo reducir la presencia de aerosoles en la atmósfera (**Bradley et al.**, 2016); variaciones en las corrientes oceánicas (**Goosse et al.**, 2012), y un aumento en las concentraciones de gases de efecto invernadero, en especial el metano (**Moberg et al.**, 2005). La ACM no fue un fenómeno sincrónico a nivel global, y sus efectos se manifestaron de manera diferente en distintas partes del mundo. En el hemisferio norte se registró un calentamiento más notable, especialmente en la región del Atlántico Norte, lo que trajo como consecuencia un desplazamiento de la posición media de la ZCIT hacia el trópico de este hemisferio. La PEH, por el contrario, fue un período de temperaturas más frías. Se caracterizó por presentar inviernos más fríos



Figura 1. Mapa del norte de Suramérica con la ubicación geográfica de los registros paleoclimáticos del lago de Tota (estrella) y de las zonas bajas (cuadrado) y altas (círculos). La línea roja representa la posición de la zona de convergencia intertropical (ZCIT) durante el verano del hemisferio norte. La línea roja punteada es una representación del movimiento de la ZCIT hacia una posición más al norte durante la anomalía climática medieval.

y expansión de glaciares en diversas regiones del mundo. La intensidad y duración de otros fenómenos climáticos durante este periodo variaron según la región del planeta. Las posibles causas de la PEH también incluyen los cambios en la actividad solar, con un periodo de baja actividad solar, especialmente durante el mínimo de Maunder (1645–1715), cuando las manchas solares eran extremadamente escasas (Soon & Baulinas, 2003); también las grandes erupciones volcánicas (p. ej., el monte Tambora y el Krakatoa), con liberación de aerosoles como el dióxido de azufre a la estratosfera (Robock, 2000), y, por último, la posible alteración en los patrones de circulación oceánica, con la reducción de la intensidad de la circulación meridional de vuelco del Atlántico, lo que pudo contribuir al enfriamiento del Atlántico Norte y de algunas regiones de Europa. Las variaciones en las temperaturas de la superficie del mar, especialmente en el Atlántico Norte, podrían haber intensificado el

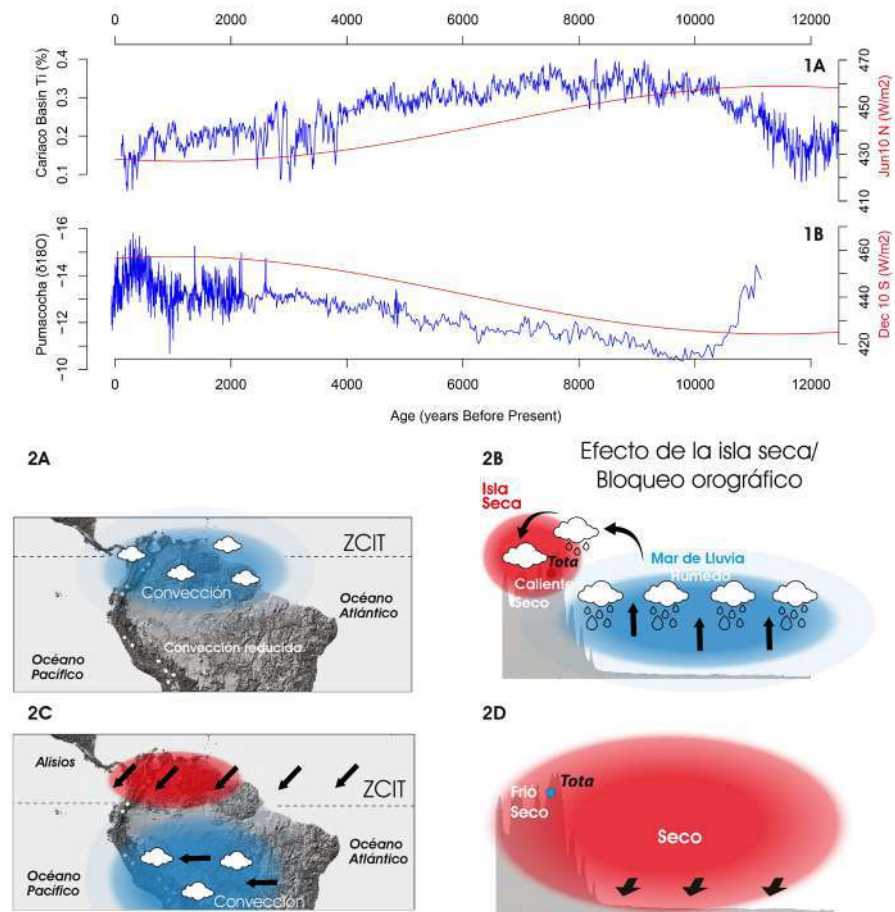


Figura 2. (1) Registro de la insolación para los trópicos de ambos hemisferios (línea roja) superpuesta a los registros indicadores de precipitación de Cariaco para el hemisferio norte y de la laguna Pumacocha para el hemisferio sur. **(2)** Funcionamiento de la isla seca en periodos de tiempo en que la ZCIT se encuentra localizada en el hemisferio norte (anomalía climática medieval) y en el hemisferio sur (Pequeña Edad de Hielo).

enfriamiento regional al disminuir el transporte de calor desde los trópicos hacia las latitudes del norte y desplazar la posición media de la ZCIT a latitudes del hemisferio sur (Jones & Mann, 2004).

La evidencia paleoclimática de condiciones más húmedas en el Neotrópico norte durante la ACM sugiere que en ese período la ZCIT se desplazó hacia el norte como respuesta a las altas temperaturas en el hemisferio norte y en la superficie del mar del Atlántico Norte. En contraste, las condiciones más secas durante la PEH indican que la ZCIT se desplazó hacia el sur durante este periodo, cuando las temperaturas del hemisferio norte y del Atlántico Norte eran más frías (Brown & Johnson, 2005; Lozano Garcia *et al.*, 2007; Russell & Johnson, 2007; Saenger *et al.*, 2009; Sachs *et al.*, 2009; Bird *et al.*, 2011; Thompson *et al.*, 2013; Campos *et al.*, 2019). Aunque estos patrones son consistentes a nivel regional, la respuesta de los Andes del hemisferio norte, incluidos los Andes colombianos, a la variabilidad de la temperatura y la posición de la ZCIT durante la ACM y la PEH no está completamente clara debido a la falta de registros paleoclimáticos en esta región.

Los registros paleoclimáticos de alta resolución que actualmente documentan las respuestas hidroclimáticas andinas durante el Holoceno tardío provienen, en su mayoría, de los Andes tropicales del hemisferio sur (0° a 23,5° S) y sus alrededores. Entre estos

registros destacan los sedimentos de lagos y pantanos (**Kock et al.**, 2020; **Arnold et al.**, 2021), los núcleos de hielo (**Thompson et al.**, 1998, 2013) y las espeleotemas (**Strikis et al.**, 2011; **Kanner et al.**, 2013; **Bernal et al.**, 2016). En general, estos estudios respaldan la hipótesis de un desplazamiento interhemisférico de la ZCIT y señalan una disminución de las precipitaciones y de la humedad efectiva (relación precipitación/evapotranspiración potencial, P/PET) durante la ACM, cuando la ZCIT estaba sobre el hemisferio norte, y un incremento de las precipitaciones y de la humedad efectiva durante la PEH, con la ZCIT desplazada hacia el hemisferio sur.

En el norte de Sudamérica esta hipótesis del desplazamiento interhemisférico de la ZCIT está sustentada por la variabilidad en la abundancia de titanio (%Ti) en la cuenca de Cariaco, frente a la costa de Venezuela (**Haug et al.**, 2001; **Peterson & Haug**, 2006), el porcentaje de limo en el lago Ubaque en Colombia (**Bird et al.**, 2018) y el porcentaje de CaCO_3 en el lago Valencia en Venezuela (**Curtis et al.**, 1999). Estos datos reflejan una mayor erosión terrestre, atribuida a un incremento en las precipitaciones y a una mayor humedad efectiva durante la ACM, cuando la ZCIT estaba sobre el trópico del hemisferio norte, y una erosión más limitada acompañada de menor humedad efectiva durante la PEH, cuando la ZCIT se desplazó hacia el trópico del hemisferio sur.

Los escasos registros paleoclimáticos provenientes de sitios situados a más de 2.500 metros sobre el nivel del mar en los Andes de Venezuela y Colombia muestran un comportamiento climático distinto durante la ACM y la PEH. A diferencia de las condiciones más húmedas previstas por el desplazamiento de la ZCIT documentadas en estudios paleoclimáticos de menor altitud, en estas áreas los niveles lacustres fueron bajos durante la ACM, como se observó en la laguna de La Cocha en Colombia (**Van Boxel et al.**, 2014), y en la laguna Blanca en Venezuela (**Polissar et al.**, 2013). Asimismo, los cambios en la composición florística en el lago Mucubají en Venezuela (**Polissar et al.**, 2006) y los registros glaciares de los Andes venezolanos (**Stansell et al.**, 2014, 2015) también evidencian condiciones más cálidas y secas durante la ACM, y condiciones más frías y húmedas durante la PEH.

La hipótesis de la isla seca en registros paleoclimáticos

El norte de Suramérica presenta un clima influenciado por múltiples factores. Su posición ecuatorial, junto con la presencia de la cordillera de los Andes genera marcados contrastes topográficos. Además, los patrones de circulación atmosférica en los océanos Pacífico y Atlántico tropicales, el mar Caribe, la influencia de las cuencas hidrográficas del Amazonas y el Orinoco, así como las interacciones entre la superficie terrestre y la atmósfera, contribuyen a la complejidad de su sistema climático. La topografía tiene un papel clave en la formación y evolución de los patrones climáticos. La intensa convección que ocurre sobre zonas con fuertes variaciones de altitud genera tormentas que pueden ser muy intensas y variables en el tiempo y el espacio. Como resultado, las precipitaciones en los Andes tropicales presentan una distribución altamente irregular, con diferencias significativas en los ciclos de lluvia en diferentes escalas de tiempo, incluso entre estaciones cercanas (**Poveda et al.**, 2005).

En términos estacionales, las regiones central y occidental de Colombia presentan un patrón de lluvias bimodal a lo largo del año. Las precipitaciones alcanzan sus picos en dos períodos principales: abril-mayo y septiembre-noviembre, mientras que los niveles más bajos de lluvia ocurren entre diciembre-febrero y junio-agosto. Este comportamiento se debe, en gran medida, al doble tránsito de la ZCIT (**Poveda et al.**, 2007). En la costa norte del Caribe colombiano y en la vertiente del Pacífico del sur del istmo, las lluvias siguen un patrón anual con un solo pico entre mayo y octubre. Este comportamiento está relacionado con la posición más septentrional de la ZCIT, tanto sobre el continente como en el Pacífico ecuatorial oriental (**Hastenrath**, 2002; **Poveda et al.**, 2006). La ladera oriental de los Andes orientales presenta un solo pico de precipitación entre junio y agosto, resultado del choque entre los vientos alisios húmedos procedentes del Amazonas y la cordillera andina (**Figura 3**).

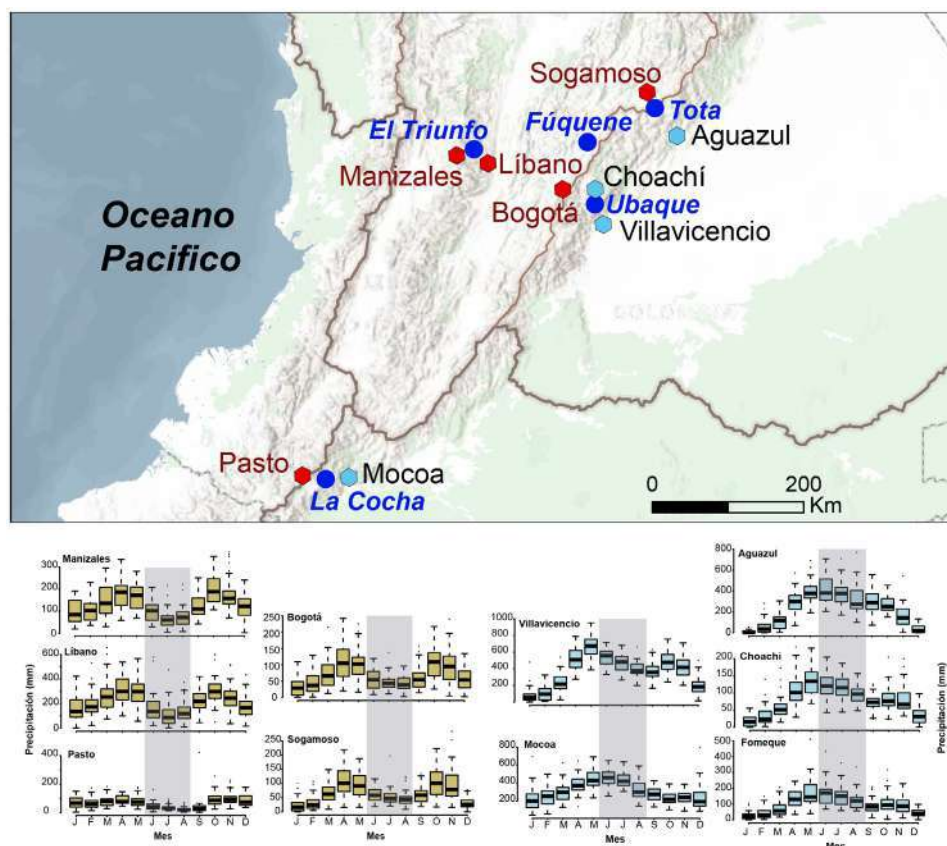


Figura 3. Precipitación de estaciones meteorológicas en ambos lados de la cordillera Oriental. Se puede observar la tendencia unimodal de la precipitación (azul) sobre el lado oriental de la cordillera Oriental (mar de lluvia) y un periodo seco (amarillo) durante los mismos meses del año en las estaciones que se encuentran al interior de la cordillera (isla seca).

¿Cómo pueden interpretarse las señales paleoclimáticas opuestas registradas en una misma región hemisférica? Específicamente, ¿cómo explicar que en ciertas áreas tropicales del hemisferio norte se detecten señales climáticas divergentes en un mismo periodo, pese a conocer la posición de la ZCIT? Las precipitaciones en zonas montañosas suelen exhibir patrones espaciales complejos, influenciados por los efectos orográficos sobre la circulación atmosférica a nivel local y regional (Roe, 2005; Garreaud *et al.*, 2009). Una posible explicación de este comportamiento es que el calentamiento de la superficie terrestre en los Andes altera la circulación atmosférica durante la temporada húmeda del verano boreal (mayo-agosto), generando lo que se describe como una isla seca en las tierras altas y en los Andes interiores, y un “mar de lluvia” en las laderas externas de la cordillera (Figura 2) (Snow, 1976).

En las escalas intraanuales la fuerte convección causada por la máxima insolación a mediados del verano incrementa las precipitaciones en las laderas externas de las cordilleras, reduciendo la humedad atmosférica y provocando subsidencia cerca de la superficie en altitudes elevadas y valles interiores, lo que produce un mínimo de precipitaciones en estas regiones durante este periodo. En contraste, durante los periodos fríos una convección más débil puede reducir las precipitaciones en zonas bajas y aumentar las precipitaciones en altitudes mayores, ya que las corrientes atmosféricas entregan directamente la humedad a estas elevaciones. Tales dinámicas atmosféricas son consistentes con los efectos de bloqueo orográfico que influyen en las precipitaciones a lo largo de los frentes montañosos (Hughes *et al.*, 2009; Houze Jr., 2012).

En términos paleoclimáticos y para escalas temporales más largas, se propone que las variaciones en la intensidad del llamado “efecto de isla seca” impactan la distribución altitudinal de las precipitaciones a lo largo del tiempo (Snow, 1976). Así, un calentamiento de los trópicos del hemisferio norte en la escala de décadas o milenios, junto con un desplazamiento de la ZCIT hacia esa región, daría lugar a un mar de lluvia en las zonas bajas de las laderas externas y a “islas secas” en las áreas de mayor altitud y en los Andes interiores (Figura 2).

Estudios de paleoclima en el lago de Tota

Investigaciones paleoclimáticas recientes realizadas en el lago de Tota (Figura 1) han permitido evaluar la hipótesis de la isla seca en escalas de tiempo que abarcan siglos (Gibson *et al.*, 2019; Correa-Metrio *et al.*, 2022; Bird *et al.*, 2024; Velez *et al.*, 2024). Este lago, ubicado en la cordillera Oriental de Colombia a 3015 metros sobre el nivel del mar (m s.n.m.) (N5.5508°, W72.9206), es el más grande del país y el segundo más grande de los Andes, con una superficie de 56 km² y una profundidad máxima aproximada de 65 metros (Fonseca & Reyes, 2016; Gibson *et al.*, 2019). La cuenca hidrográfica de Tota, aunque pequeña (aproximadamente 200 km²), se caracteriza por pendientes pronunciadas y elevaciones que alcanzan los 3.800 metros sobre el nivel del mar, lo que hace que el lago sea particularmente sensible a los cambios en la humedad efectiva (P/E), como lo demuestra la considerable variabilidad en su nivel durante el Cuaternario tardío (Gibson *et al.*, 2019).

El lago de Tota presenta una temperatura media anual de aproximadamente 11 °C y una precipitación media anual de 1.150 mm (Cañón & Valdés, 2011). La precipitación en Colombia es estacional y está estrechamente vinculada a la posición de la ZCIT (Garreaud *et al.*, 2009; Poveda *et al.*, 2004, 2011). Las lluvias más intensas ocurren durante la temporada cálida boreal (agosto a octubre), cuando la ZCIT se encuentra en el hemisferio norte, mientras que las precipitaciones disminuyen en la temporada fría boreal (diciembre a marzo), cuando la ZCIT migra hacia el hemisferio sur. En contraste, las variaciones de temperatura a lo largo del año son mínimas (Garreaud *et al.*, 2009; Poveda *et al.*, 2004, 2011).

La topografía pronunciada de la cuenca hidrográfica del lago de Tota y de la región circundante genera marcados gradientes ambientales. Dentro de un radio de 30 km alrededor del lago, la temperatura media anual (MAT) y la precipitación media anual (MAP) pueden variar hasta en 10 °C y 1.000 mm, respectivamente. Estos gradientes influyen en la distribución de la vegetación, creando cambios notables en los ecosistemas de la cuenca, los cuales responden a las variaciones climáticas. La vegetación natural en esta área está principalmente conformada por bosque andino (2500-3500 msnm, MAT de 8-15 °C), subpáramo (3500-3700 msnm, MAT de 6-8 °C) y páramo (3700-4200 msnm, MAT de 3-6 °C). Los límites entre estos ecosistemas están determinados en gran medida por restricciones fisiológicas causadas por las bajas temperaturas nocturnas (Cuatrecasas, 1958; Rangel-Ch *et al.*, 1997), las cuales, a su vez, están controladas principalmente por gradientes térmicos dependientes de la elevación (Cuatrecasas, 1958; Rangel-Ch *et al.*, 1997).

Los registros paleoclimáticos del lago de Tota aportan información clave para cubrir un vacío en la distribución de sitios de altura en los Andes del hemisferio norte. Estos datos permiten una evaluación más detallada de las respuestas hidroclimáticas durante la ACM y la PEH, además de facilitar comparaciones con registros paleoclimáticos de los Andes del hemisferio sur. Durante el periodo comprendido entre los años 950 y 1250 de la era común (e.c.), el bajo porcentaje de arcilla en los sedimentos del lago de Tota sugiere que las zonas litorales de mayor energía se encontraban más cerca del lugar de perforación durante el periodo de la ACM (Bird *et al.*, 2018; Bird *et al.*, 2024). Esta interpretación se refuerza con los altos valores de carbono/nitrógeno (C/N) registrados en ese mismo intervalo, los cuales indican una menor presencia de materia orgánica acuática rica en nitrógeno y un incremento en la materia orgánica terrestre (Figura 4). Esto como consecuencia de niveles

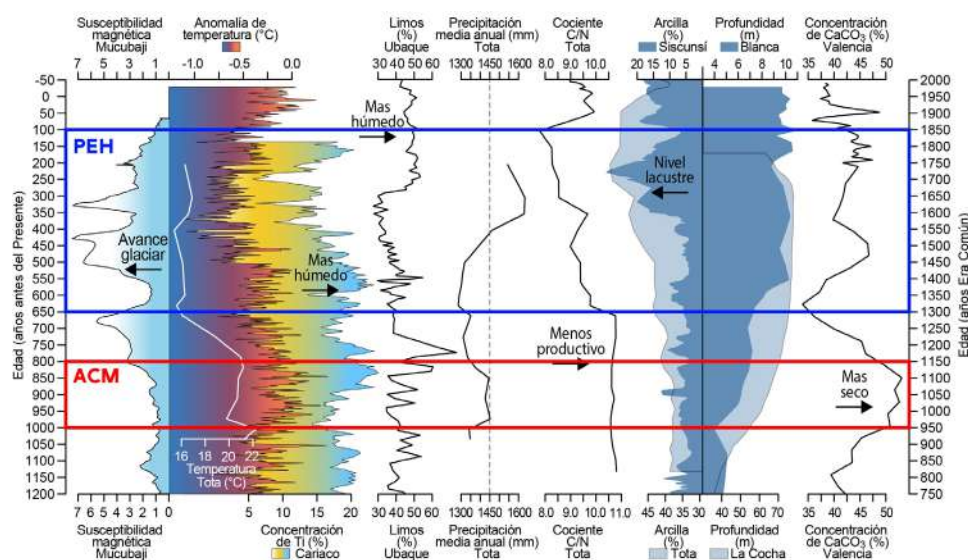


Figura 4. Indicadores paleoclimáticos de diferentes registros del norte de Suramérica durante la anomalía climática medieval y la Pequeña Edad de Hielo

más bajos del lago y la expansión del litoral (Meyers & Ishiwatari, 1993; Meyers & Lallier-Vergès, 1999). Estas tendencias en los indicadores sugieren un bajo cociente de precipitación sobre evapotranspiración potencial (P/EP), a pesar de la evidencia de un desplazamiento hacia el norte de la ZCIT durante este periodo (Haug *et al.*, 2001; Graham *et al.*, 2010; Bird *et al.*, 2011; Luning *et al.*, 2019; Steinman *et al.*, 2022).

El análisis palinológico de estos mismos núcleos sedimentarios muestra una elevada representación de taxones herbáceos, particularmente Poaceae y Amaranthaceae, lo que sugiere la presencia de una vegetación relativamente abierta en la cuenca del lago de Tota y sus alrededores (Correa-Metrio *et al.*, 2022). El predominio de estos taxones herbáceos, junto con la aparición de elementos termófilos como Fabaceae y Arecaceae, indica condiciones climáticas generalmente cálidas. En la actualidad solo unos pocos géneros de la familia Arecaceae, como *Ceroxylon*, *Parajubaea* y *Wettinia*, habitan en elevaciones andinas altas, llegando hasta los 3.500 m s.n.m. (Gentry, 1993; Borchsenius & Moraes, 2006). Las condiciones cálidas durante este periodo también se evidencian en los altos porcentajes de polen de *Cecropia*, *Borreria*, *Hedyosmum*, Melastomataceae y *Piper* (Correa-Metrio *et al.*, 2022), plantas que hoy en día se encuentran principalmente en bosques subandinos por debajo de los 2.500 m s.n.m. (Cuatrecasas, 1958, Rangel-Ch *et al.*, 1997). La coexistencia de abundantes taxones herbáceos, típicos de condiciones secas, y elementos arbóreos asociados a climas más cálidos sugiere una estacionalidad climática relativamente marcada.

La evidencia de un incremento en las precipitaciones en las regiones bajas del norte de Sudamérica tropical durante la ACM coincide con un aumento de la convección atmosférica terrestre en las zonas tropicales del Hemisferio Norte impulsado por el desplazamiento septentrional de la ZCIT, como lo respaldan algunos registros paleoclimáticos (Brown & Johnson, 2005; Fleitmann *et al.*, 2007; Graham *et al.*, 2010; Bird *et al.*, 2011; Luning *et al.*, 2019; Steinman *et al.*, 2022) y simulaciones de modelos climáticos (Chiang & Bitz, 2005; Cvijanovic & Chiang, 2013). Sin embargo, las condiciones secas registradas en zonas altas de los Andes del norte como el Lago de Tota no se ajustan al modelo convencional del desplazamiento interhemisférico de la ZCIT.

Los datos de los sedimentos del lago de Tota sugieren que las condiciones cálidas y secas en las regiones andinas de alta altitud durante la ACM fueron producto de un efecto de bloqueo topográfico, lo que generó un clima del tipo de isla seca (Snow, 1976;

Bird et al., 2018; **Pulwarty et al.**, 1998) (**Figura 4**). En este contexto el aumento de la convección atmosférica terrestre, impulsado por un mayor calentamiento de la superficie terrestre y la posición septentrional de la ZCIT en el Atlántico, habría intensificado las precipitaciones en las zonas bajas y a lo largo de las laderas frontales, como lo indican los registros del lago de Ubaque, el lago Valencia y la cuenca de Cariaco (**Curtis et al.**, 1999; **Haug et al.**, 2001; **Peterson & Haug**, 2006; **Bird et al.**, 2018) (**Figuras 1, 4**). Además, las temperaturas más altas, amplificadas en las altitudes elevadas (**Wang et al.**, 2014), habrían incrementado la evaporación y disminuido las precipitaciones, reduciendo así la humedad efectiva y los niveles de los lagos en los sitios de mayor elevación de los Andes tropicales del hemisferio norte.

La disminución de la relación C/N y el incremento en el porcentaje de arcilla observados durante la transición de la anomalía cálida medieval a la PEH (1150-1300 EC) (**Bird et al.**, 2024) reflejan un cambio hacia condiciones de menor energía deposicional y un aumento de la productividad acuática en el sitio de perforación, coincidiendo con un ascenso en los niveles del lago y en el cociente de P/EP durante y a lo largo de la PEH (1300-1850 e.c.) (**Figura 4**). A partir de 1850 e.c., la relación C/N aumentó nuevamente, mientras que el porcentaje de arcilla disminuyó, lo que indica un retorno a niveles ligeramente más bajos del lago, condición que ha persistido durante el período cálido actual (últimos ~150 años) (**Bird et al.**, 2024).

El registro palinológico durante la transición de la ACM a la PEH, aproximadamente entre 1250 y 1350 e.c., indica un cambio hacia condiciones más húmedas, evidenciado por una disminución de hierbas y un notable aumento de taxones arbóreos (**Correa-Metrio et al.**, 2022). Los taxones termófilos predominantes durante la ACM fueron sustituidos por especies montañosas y de alta montaña como *Myrsine*, *Podocarpus*, *Myrica*, *Alchornea* y *Prunus* (**Correa-Metrio et al.**, 2002). Esta transición estuvo marcada por un incremento en la disponibilidad de humedad debido al aumento de las precipitaciones y una clara reducción de la temperatura. Las asociaciones de polen entre ~1250 y ~1350 e.c. reflejan una vegetación diversa que incluye elementos de distintas altitudes y tipos de bosque (**Correa-Metrio et al.**, 2022). La disminución de elementos arbóreos y un ligero aumento de arbustos entre ~1400 y 1850 e.c. sugieren una mayor influencia de la vegetación de subpáramo (**Cuatrecasas**, 1958, **Rangel-Ch et al.**, 1997). Este patrón es coherente con un enfriamiento local en respuesta al enfriamiento general del hemisferio norte durante la PEH (**Mann et al.**, 2009). Los aumentos y la persistencia de especies como *Gaiadendron*, *Plantago*, *Quercus*, *Weinmannia* y *Acalypha* indican el establecimiento de un bosque andino bien estructurado, actualmente presente en altitudes de aproximadamente 2500 a 3500 m s.n.m. (**Hooghiemstra et al.**, 2006).

A medida que la ZCIT del Atlántico y la convección atmosférica continental asociada se desplazaron más al sur debido al enfriamiento persistente del hemisferio norte durante la PEH temprana y media, la precipitación en los trópicos del hemisferio norte disminuyó. Sin embargo, la alta humedad efectiva en los Andes del norte, como lo indican los niveles elevados del lago de Tota, pudo haberse mantenido a pesar de la reducción de la precipitación, siempre que la evaporación fuera suficientemente baja. Este fenómeno es consistente con una disminución significativa de la temperatura anual media de aproximadamente 6 °C en Tota (**Correa-Metrio et al.**, 2022), lo que habría incrementado la humedad efectiva, a pesar de la caída en las precipitaciones (**Figura 4**). El registro polínico en el lago Mucubají sugiere que los Andes venezolanos experimentaron un enfriamiento de alrededor de 3 °C durante la PEH, lo que representa aproximadamente la mitad del enfriamiento observado en Tota. Esta diferencia podría explicarse por el hecho de que el lago Mucubají está situado a 3.560 m s.n.m., en el ecotono de páramo, un ecosistema ya adaptado a un ambiente frío, lo que lo hace menos sensible al enfriamiento. Por su parte, la vegetación en torno al lago de Tota, propia de un ecotono alpino/montano, es más diversa y responde con mayor sensibilidad a los cambios de temperatura, pasando de un bosque subandino durante la ACM a un ecosistema de subpáramo durante la PEH (**Correa-Metrio et al.**, 2022). Las reducciones relativamente menores en la temperatura media anual en las elevaciones

bajas habrían mantenido tasas de evapotranspiración potencial relativamente altas, lo que combinado con la disminución de las precipitaciones habría resultado en una baja humedad efectiva en las zonas bajas, como se observa en los registros paleoclimáticos.

Sincronicidad y diacronicidad en el clima tropical interhemisférico

Los registros paleoclimáticos de los Andes tropicales del hemisferio norte se concentran principalmente en la región ecuatorial y el mar Caribe. En este contexto, el registro sedimentario del lago de Tota en los Andes orientales de Colombia representa un punto clave para el estudio del Holoceno tardío en los trópicos del norte de Suramérica. De manera similar, los lagos de los Andes venezolanos, como Mucubají, Blanca, Montos y Anteosojos (**Polissar et al.**, 2006, 2013; **Stansell et al.**, 2014), y el lago La Cocha en el sur de Colombia (**Van Boxel et al.**, 2014) evidencian cambios climáticos significativos (**Figuras 1, 4**). Durante la ACM estos registros indican niveles lacustres más bajos (La Cocha), disminución en la precipitación (Mucubají) y una menor extensión de los glaciares (Mucubají, Montos y Anteosojos) entre las latitudes 1°N y 9°N. Asimismo, durante la PEH los mismos registros paleolimnológicos revelan niveles de agua más elevados, un clima más frío y húmedo y avances glaciares. En conjunto, estos sitios reflejan una variabilidad hidroclimática consistente a gran altitud en los Andes tropicales del norte, con períodos más cálidos y secos durante la ACM, y más fríos y húmedos durante la PEH.

La comparación de registros paleoclimáticos de alta resolución en los Andes de ambos hemisferios (norte y sur) sugiere respuestas climáticas similares, lo cual contrasta con las expectativas basadas en un desplazamiento interhemisférico de la ZCIT. Durante la ACM varios indicadores respaldan una disminución de la precipitación y un aumento de la evaporación en los Andes del hemisferio sur, coincidiendo con condiciones de baja humedad efectiva en los Andes del hemisferio norte. Entre estos indicadores se encuentran los altos valores de isotopía de precipitación en diversos lagos (**Bird et al.**, 2011; **Arnold et al.**, 2021), los registros de núcleos de hielo (**Thompson et al.**, 1995, 1998; **Ramírez et al.**, 2003), la baja acumulación de hielo en Quelccaya (**Thompson et al.**, 1986), y los elevados valores de isótopos de oxígeno en el lago Orurillo, cerca del Titicaca (**Arnold et al.**, 2021). Por otro lado, durante la PEH estos mismos registros muestran un cambio hacia condiciones más húmedas en los Andes del hemisferio sur que ocurrieron de manera simultánea con un aumento de la humedad efectiva en los Andes del hemisferio norte. Estos hallazgos sugieren que las condiciones climáticas no siempre están alineadas con los desplazamientos interhemisféricos de la ZCIT, lo que evidencia desfases en diferentes escalas temporales.

En contraste, las condiciones climáticas observadas en los registros de gran altitud de los Andes del hemisferio norte durante la ACM y la PEH difieren notablemente de los registros de sitios de baja elevación en la cuenca de Cariaco y el lago Valencia en Venezuela (**Curtis et al.**, 1999; **Haug et al.**, 2001), así como del lago de Ubaque en Colombia (**Bird et al.**, 2018), todos ubicados en el mismo hemisferio (**Figura 4**). Durante la ACM los altos porcentajes de Ti y CaCO_3 en los registros de la cuenca de Cariaco y el lago Valencia, respectivamente, indican un aumento de la precipitación en zonas de baja altitud, mientras que en las regiones altas de los Andes las precipitaciones y los niveles lacustres eran bajos. De manera similar, en el lago de Ubaque (a 2.070 m s.n.m.) el incremento en el porcentaje de limo en los sedimentos, acompañado de evidencia de diatomeas que apuntan a niveles lacustres más altos, también sugiere un incremento en la precipitación a lo largo de las laderas frontales de los Andes orientales en Colombia (**Bird et al.**, 2018) (**Figura 4**).

Las relaciones contrarias entre los registros de alta y baja elevación en la región tropical de los Andes del norte durante la ACM y la PEH indican que la respuesta a los cambios climáticos no depende únicamente del desplazamiento y la posición de la ZCIT y sugiere que factores como la altitud y la orogenia podrían haber desempeñado un papel significativo en la configuración del clima tropical del pasado en distintas escalas temporales.

Conclusiones

La gran mayoría de los cambios importantes en las sociedades humanas que han marcado el camino desde la caza y la recolección pasando por la domesticación hasta la aparición y extinción de complejas civilizaciones han tenido lugar durante la época del Holoceno (Dalfes *et al.*, 1997; Weis *et al.*, 1993; Brenner *et al.*, 2001; Weiss & Bradley, 2001). Comprender el cambio climático del Holoceno tardío y su impacto en la sociedad humana es de fundamental interés e importancia. El Holoceno es una época de cambio continuo, cuyo estudio se vuelve cada vez más urgente a medida que aumentan nuestras preocupaciones por el cambio global (Steffen *et al.*, 2011, 2015).

Los Andes tropicales son una de las regiones con mayor biodiversidad del planeta (Myers *et al.*, 2000) donde más de 350 millones de personas en 11 países dependen del sistema hídrico y los servicios ecosistémicos andinos (Gutiérrez & Dracup, 2001). Aún existe una considerable incertidumbre sobre cómo respondió el clima tropical de Suramérica a los cambios graduales en la distribución hemisférica de la insolación de verano durante el Holoceno. Un paradigma principal es que el hemisferio norte y el hemisferio sur estaban en contrafase en respuesta a una migración interhemisférica de la ZCIT. Sin embargo, las reconstrucciones del nivel de los lagos de los Andes tropicales muestran una variabilidad que difiere notablemente de las tendencias de insolación, lo que indica que la humedad efectiva local en las zonas elevadas de los Andes respondió a otros forzadores climáticos ajenos a la ZCIT.

Las reconstrucciones climáticas del Holoceno Tardío en el lago de Tota y otros registros de los Andes en elevaciones altas y bajas indican que factores como la orografía podrían haber desempeñado un papel significativo en la configuración del clima tropical del pasado en distintas escalas temporales. Un calentamiento del hemisferio norte y el consecuente desplazamiento de la ZCIT a la zona tropical de este hemisferio genera un mar de lluvias en zonas bajas y de piedemonte y una isla seca en zonas altas y de interior. Estas reconstrucciones climáticas y la hipótesis de un nuevo forzador climático a escala regional e interhemisférica tienen implicaciones importantes para comprender el clima actual y del futuro a la luz del calentamiento global. Un aumento en las concentraciones de CO₂ y por consiguiente de la temperatura en las zonas tropicales produciría una más fuerte convección atmosférica y un mayor efecto de isla seca. Esto significaría menor precipitación en las zonas tropicales de altas altitudes, regiones que son fábricas y reservorios de agua para millones de personas que viven en los Andes del norte de Suramérica.

Agradecimientos

El trabajo aquí presentado es un resumen de los resultados de los últimos diez años de investigación en lagos altoandinos de Colombia publicados en diferentes revistas científicas internacionales. Las figuras incluidas fueron producidas con la ayuda de Natalia Hoyos, Alex Correa-Metrio, Ana María Saldarriaga y Alejandra Rodríguez. Este trabajo no habría sido posible sin la colaboración de Broxton Bird, Alex Correa-Metrio, María I. Vélez, Jason Curtis, Héctor Fonseca, Felipe Velasco, Byron Steinman, Dereck Gibson, y de la Universidad del Norte, la Indiana University, la Universidad Nacional Autónoma de México, la Universidad de Regina, la Universidad de Florida, la University of Minnesota, el Smithsonian Tropical Research Institute, la National Science Foundation, la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, la Corporación Autónoma Regional de Boyacá - CORPOBOYACA, y la Fundación Montecito. A todos muchas gracias.

Conflicto de intereses

El autor declara que no tiene intereses financieros ni relaciones personales que puedan haber influido en el trabajo presentado en este artículo.

Referencias

- Acosta, R.P., Ladant J.B., Zhu J., Poulsen, C.** (2022). Evolution of the Atlantic Intertropical Convergence Zone, and the South American and African Monsoons Over the Past 95-Myr and Their Impact on the Tropical Rainforests. *Paleoceanography and Paleoclimatology*, 37, e2021PA004383. <https://doi.org/10.1029/2021PA004383>
- Arnold, T. E., Hillman, A.L., Abbott, M.B., Werne, J.P., McGrath, S.J., Arkush, E.N.** (2021). Drought and the collapse of the Tiwanaku civilization: New evidence from Lake Orurillo, Peru. *Quaternary Science Reviews*, 251, 106693. <https://doi.org/10.1016/j.quascirev.2020.106693>
- Baker, P.A. & Fritz, S.** (2015). Nature and causes of Quaternary climate variation of tropical South América. *Quaternary Science Reviews*, 124, 31-47. <https://doi.org/10.1016/j.quascirev.2015.06.011>
- Barnola, J.M., Raynaud, D., Korotkevich, Y.S., Lorius, C.** (1987). Vostok ice core provides 160,000-year record of atmospheric CO₂. *Nature*, 329, 408-414. <https://doi.org/10.1038/329408a0>
- Bernal, J.P., Cruz, F.W., Strikis, N.M., Wang, X., Deininger, M., Catunda, M.C.A., Ortega-Obregon, C., Cheng, H., Lawrence-Edwards, R., Auler, A.S.** (2016). High-resolution Holocene South American monsoon history recorded by a speleothem from Botuverá Cave, Brazil. *Earth and Planetary Science Letters*, 450, 186-196. <https://doi.org/10.1016/j.epsl.2016.06.008>
- Bird, B.W., Steinman, B.A., Escobar, J., Correa-Metrio, A., Holper, K., Gibson, D.K., Mark, S., Fonseca, H.** (2024). Synchronous Tropical Andean Hydroclimate Variability During the Last Millennium. *Journal of Geophysical Research, Atmospheres*, 129, e2023JD040255. <https://doi.org/10.1029/2023JD040255>
- Bird, B.W., Rudloff, O., Escobar, J., Gilhooly, W.P., Correa-Metrio, A., Vélez, M.I., Polissar, P.J.** (2018). Paleoclimate support for a persistent dry Island effect in the Colombian Andes during the last 4700 years. *The Holocene*, 28, 217-228. <https://doi.org/10.1177/0959683617721324>
- Bird, B.W., Abbott, M.B., Vuille, M., Rodbell, D.T., Stansell, N.D., Rosenmeier, M.F.** (2011). A 2300-year-long annually resolved record of the South American summer monsoon from the Peruvian Andes. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 108, 8583-8588. <https://doi.org/10.1073/pnas.1003719108>
- Borchsenius, F. & Moraes, M.** (2006). Palmeras andinas. En M. Moraes, B. Øllgaard, P. Kvist, F. Borchsenius, H. Balslev (eds.). *Botánica económica de los Andes Centrales* (pp. 412-433). Instituto de Ecología, Universidad Mayor de San Andrés.
- Bradley, R., Wanner, H., Dias, H.F.** (2016). The Medieval Quiet Period. *The Holocene*, 26, 990-993. <https://doi.org/10.1177/0959683615622552>
- Brenner, M., Hodell, D.A., Curtis, J.H., Rosenmeier, M.F., Binford, M.W., Abbott, M.B.** (2001). Abrupt climate change and Pre-Columbian cultural collapse. En V. Markgraf (ed). *Interhemispheric climate linkages* (pp. 87-104). Academic Press.
- Broccoli, A.J., Dahl, K., Stouffer, R.J.** (2006). Response of the ITCZ to Northern Hemisphere cooling. *Geophysical Research Letters*, 33, L01702. <https://doi.org/10.1029/2005GL024546>
- Broecker, W.** (2000). Was a change in thermohaline circulation responsible for the Little Ice Age? *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 97, 1339-1342. <https://doi.org/10.1073/pnas.97.4.1339>
- Broecker, W.** (1997). Thermohaline Circulation, the Achilles Heel of Our Climate System: Will Man-Made CO₂ Upset the Current Balance? *Science*, 278, 1582-1588. <https://doi.org/10.1126/science.278.5343.1582>
- Brown, E.T. & Johnson, T.C.** (2005). Coherence between tropical East African and South American records of the little ice age. *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 6, 1-11. <https://doi.org/10.1029/2005GC000959>
- Campos, J., Cruz, F., Ambrizzi, T., Deininger, M., Vuille, M., Novello, V., Strikis, N.** (2019). Coherent South American Monsoon variability during the last millennium revealed through high resolution proxy records. *Geophysical Research Letters*, 46, 8261-8270. <https://doi.org/10.1029/2019GL082513>
- Cañón, J. & Valdes, J.** (2011). Assessing the influence of global climate and anthropogenic activities on the water balance of an Andean lake. *Journal of Water Resource and Protection*, 3, 883-891. <https://doi.org/10.4236/jwarp.2011.312098>
- Chappeallaz, J., Barnola, J.M., Raynaud, D., Korotkevich, Y.S., Lorius, C.** (1990). Ice-core record of atmospheric methane over the past 160,000 years. *Nature*, 345, 127-131. <https://doi.org/10.1038/345127a0>

- Chiang, J.C.H.** (2009). The Tropics in Paleoclimate. *Annual Review of Earth and Planetary Science*, 37, 263-297. <https://doi.org/10.1146/annurev.earth.031208.100217>
- Chiang, J.C.H., Bitz, C.M.** (2005). Influence of high latitude ice cover on the marine Intertropical Convergence Zone. *Climate Dynamics*, 25, 477-496. <https://doi.org/10.1007/s00382-005-0040-5>.
- Correa-Metrio, A., Escobar, J., Bird, B.W., Caballero-Rodriguez, D., Steinman, B.A., Rodriguez-Zorro, P.A.** (2022). A millennium of climatic and floristic dynamics in the Eastern Cordillera of the Colombian Andes. *Journal of Biogeography*, 49, 853-865. <https://doi.org/10.1111/jbi.14347>
- Crowley, T.J.** (2000). Causes of Climate Change Over the Past 1000 Years. *Science*, 289, 270-277. <https://doi.org/10.1126/science.289.5477.270>
- Cuatrecasas, J.** (1958). Aspectos de la vegetación natural de Colombia. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, 10, 221-268.
- Curtis, J.H., Brenner, M., Hodell, D.A.** (1999). Climate change in the Lake Valencia basin, Venezuela, ~12,600 yr BP to present. *The Holocene* 9, 609-619. <https://doi.org/10.1191/095968399669724431>
- Cvijanovic, I., Chiang, J.C.H.** (2013). Global energy budget changes to high latitude North Atlantic cooling and the tropical ITCZ response. *Climate Dynamics*, 40, 1435-1452. <https://doi.org/10.1007/s00382-012-1482-1>
- Dalfes, H.N., Kukla, G., Wiess, H.** (1997). Third millennium BC climate change and old world collapse. NATO ASI series, 1, 49. Springer-Verlag.
- Dansgaard, W., Clausen, H.B., Gundestrup, N., Hammer, C.U., Johnsen, S.F., Kristinsdottir, P.M., Reeh, N.** (1982). A New Greenland Deep Ice Core. *Science*, 218, 1273-1277. <https://doi.org/10.1126/science.218.4579.1273>
- Donders, T.H., Wagner-Cremer, F., Visscher, H.** (2008). Integration of proxy data and model scenarios for the mid-Holocene onset of modern ENSO variability. *Quaternary Science Reviews*, 27, 571-579. <https://doi.org/10.1016/j.quascirev.2007.11.010>
- Fischer, H., Wahlen, M., Smith, J., Mastroianni, D., Deck, B.** (1999). Ice Core Records of Atmospheric CO₂ Around the Last Three Glacial Terminations. *Science*, 283, 1712-1714. <https://doi.org/10.1126/science.283.5408.1712>
- Fleitmann, D., Burns, S.J., Mangini, A., Mudelsee, M., Kramers, J., Villa, I., Neff, U., Al-Subbary, A.A., Buettner, A., Hippler, D., Matter, A.** (2007). Holocene ITCZ and Indian monsoon dynamics recorded in stalagmites from Oman and Yemen (Socotra). *Quaternary Science Reviews*, 26, 170-188. <https://doi.org/10.1016/j.quascirev.2006.04.012>
- Fonseca, H. & Reyes, Í.** (2016). Tota Lake. En M. Hermelin (ed). *Landscapes and landforms of Colombia* (pp. 99-106). Springer.
- Garreaud, R.D., Vuille, M., Compagnucci, R., Marengo, J.** (2009). Present-day south American climate. *Palaeogeography, Palaeoclimatology, Palaeoecology*, 281, 180-195. <https://doi.org/10.1016/j.palaeo.2007.10.032>
- Gentry, A.H.** (1993). *A field guide to the families and genera of woody plants of Northwest South America (Colombia, Ecuador, Peru) with supplementary notes on herbaceous taxa*. Conservation International.
- Gibson, D.K., Bird, B.W., Wattrus, N.J., Escobar, J., Ahmed, M., Fonseca, H., Velasco, F., Fernandez, A., Polissar, P.J.** (2019). Characterizing late Quaternary lake-level variability in Lago de Tota, Colombian Andes, with CHIRP seismic stratigraphy. *Journal of Paleolimnology*, 62, 319-335. <https://doi.org/10.1007/s10933-019-00089-x>
- Goosse, H., Cresspin, E., Dubinkina, S., Loutre, M.F., Mann, M.E., Renssen, H., Sallaz-Damaz, Y., Shindell, D.** (2012). The role of forcing and internal dynamics in explaining the “Medieval Climate Anomaly”. *Climate Dynamics*, 39, 2847-2866. <https://doi.org/10.1007/s00382-012-1297-0>
- Graham, N.E., Ammann, C.M., Fleitmann, D., Cobb, K.M., Luterbacher, J.** (2010). Support for global climate reorganization during the “Medieval Climate Anomaly”. *Climate Dynamics*, 37, 1217-1245. <https://doi.org/10.1007/s00382-010-0914-z>
- Gutierrez, F. & Dracup, J.A.** (2001). An analysis of the feasibility of long-range streamflow forecasting for Colombia using El Niño–Southern Oscillation indicators. *Journal of Hydrology*, 246, 181-196. [https://doi.org/10.1016/S0022-1694\(01\)00373-0](https://doi.org/10.1016/S0022-1694(01)00373-0)
- Hastenrath, S.** (2002). The intertropical convergence zone of the eastern Pacific revisited. *International Journal of Climatology*, 22, 347-356. <https://doi.org/10.1002/joc.739>
- Haug, G.H., Hughen, K., Sigman, D.M., Peterson, L.C., Rohl, U.** (2001). Southward migration of the intertropical convergence zone through the Holocene. *Science*, 293, 1304-1308. <https://doi.org/10.1126/science.1059725>

- Hodell, D.A., Curtis, J.H., Jones, G.A., Higuera-Gundy, A., Brenner, M., Binford, M.W., Dorsey, K.T. (1991). Reconstruction of Caribbean climate change over the past 10,500 years. *Nature*, 352, 790-793. <https://doi.org/10.1038/352790a0>
- Hooghiemstra, H., Wijninga, V.M., Cleef, A.M. (2006). The paleobotanical record of Colombia: Implications for biogeography and biodiversity. *Annals of the Missouri Botanical Garden*, 93, 297-325. [https://doi.org/10.3417/0026-6493\(2006\)93\[297:TPROCI\]2.0.CO;2](https://doi.org/10.3417/0026-6493(2006)93[297:TPROCI]2.0.CO;2)
- Houze, R.A. Jr. (2012). Orographic effects on precipitating clouds. *Reviews of Geophysics*, 50, 1-47. <https://doi.org/10.1029/2011RG000365>
- Hughes, M., Hall, A., Fovell, R.G. (2009). Blocking in areas of complex topography, and its influence on rainfall distribution. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 66, 508-518. <https://doi.org/10.1175/2008JAS2689.1>
- Jones, P.D. & Mann, M.E. (2004). Climate over past millennia. *Reviews of Geophysics*, 42, 1-42. <https://doi.org/10.1029/2003RG000143>
- Jouzel, J., Lorius, C., Petit, J.R., Genthon, C., Barkov, N.I., Kotlyakov, V.M., Petrov, V.M. (1987). Vostok ice core: a continuous isotope temperature record over the last climatic cycle (160,000 years). *Nature*, 329, 403-408. <https://doi.org/10.1038/329403a0>
- Kanner, L.C., Burns, S.J., Cheng, H., Edwards, R.L., Vuille, M. (2013). High-resolution variability of the South American summer monsoon over the last seven millennia: Insights from a speleothem record from the central Peruvian Andes. *Quaternary Science Reviews*, 75, 1-10. <https://doi.org/10.1016/j.quascirev.2013.05.008>
- Kock, S.T., Schitteck, K., Mächtle, B., Maldonado, A., Vos, H., Lupo, L.C., Kulemeyer, J.J., Wissel, H., Schabitz, F., Lucke, A. (2020). Multi centennial-scale variations of South American summer monsoon intensity in the southern central Andes (24-27 S) during the late Holocene. *Geophysical Research Letters*, 47, e2019GL084157. <https://doi.org/10.1029/2019GL084157>
- Kutzbach, J.E. (1981). Monsoon climate of the early Holocene: Climate experiment with the Earth's orbital parameters for 9000 years ago. *Science*, 214, 59-61. <https://doi.org/10.1126/science.214.4516.59>
- Lawman, A.E., Di Nezio, P.N., Partin J.W., Dee, S.G., Thirumalai, K., Quinn, T.M. (2022). Unraveling forced responses of extreme El Niño variability over the Holocene. *Science Advances*, 8, 1-11. <https://doi.org/10.1126/sciadv.abm4313>
- Lozano-Garcia, M.S., Caballero, M., Ortega, B., Rodriguez, A., Sosa, S. (2007). Tracing the effects of the Little Ice Age in the tropical lowlands of eastern Mesoamerica. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 104, 16200-16203. <https://doi.org/10.1073/pnas.0707896104>
- Luning, S., Galka, M., Bamonte, F.P., Garcia-Rodriguez, F., Vahrenholt, F. (2019). The Medieval Climate Anomaly in South America. *Quaternary International*, 508, 70-87. <https://doi.org/10.1016/j.quaint.2018.10.041>
- Mann, M.E., Zhang, Z., Rutherford, S., Bradley, R.S., Hughes, M.K., Shindell, D., Ammann, C., Faluvegi, G., Ni, F. (2009). Global signatures and dynamical origins of the little ice age and medieval climate anomaly. *Science*, 326, 1256-1260. <https://doi.org/10.1016/j.quaint.2018.10.041>
- Mayewski, P.A., Rohling, E.E., Stager, J.C., Karlen, W., Maasch, K.A., Meeker, L.D., Meyerson, E.A., Gasse, F., van Kreveld, S., Holmgren, K., Lee-Thorp, J., Rosqvist, G., Rack, F., Staubwasser, M., Schneider, R.R., Steig, E.J. (2004). Holocene climate variability. *Quaternary Research*, 62, 243-255. <https://doi.org/10.1016/j.yqres.2004.07.001>
- Meyers, P.A., Lallier-Vergès, E. (1999). Lacustrine sedimentary organic matter records of late quaternary paleoclimates. *Journal of Paleolimnology*, 21, 345-372. <https://doi.org/10.1023/A:1008073732192>
- Meyers, P.A., Ishiwatari, R. (1993). Lacustrine organic geochemistry - An overview of indicators of organic matter sources and diagenesis in lake sediments. *Organic Geochemistry*, 20, 867-900. [https://doi.org/10.1016/0146-6380\(93\)90100-P](https://doi.org/10.1016/0146-6380(93)90100-P)
- Myers, N., Mittermeier, R.A., Mittermeier, C.G., da Fonseca, G.A.B., Kent, J. (2000). Biodiversity hotspots for conservation priorities. *Nature*, 403, 853-858. <https://doi.org/10.1038/35002501>
- Moberg, A., Sonechkin, D.M., Holmgren, K., Datsenko, N.M., Karlen, W. (2005). Highly variable Northern Hemisphere temperatures reconstructed from low-and high-resolution proxy data. *Nature*, 433, 613-617. <https://doi.org/10.1038/nature03265>
- Moy, C.M., Seltzer, G.O., Rodbell, D.T., Anderson, D.M. (2002). Variability of El Niño/Southern Oscillation activity at millennial timescales during the Holocene epoch. *Nature*, 420, 162-165. <https://doi.org/10.1038/nature01194>

- Peterson, L.C. & Haug, G.H. (2006). Variability in the mean latitude of the Atlantic intertropical convergence zone as recorded by riverine input of sediments to the Cariaco basin (Venezuela). *Palaeogeography, Palaeoclimatology, Palaeoecology*, 234, 97-113. <https://doi.org/10.1016/j.palaeo.2005.10.021>
- Polissar, P.J., Abbott, M.B., Wolfe, A.P., Vuille, M., Bezada, M. (2013). Synchronous inter-hemispheric Holocene climate trends in the tropical Andes. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 110, 14551-14556. <https://doi.org/10.1073/pnas.1219681110>
- Polissar, P.J., Abbott, M.B., Wolfe, A.P., Bezada, M., Rull, V., Bradley, R.S. (2006). Solar modulation of little ice age climate in the tropical Andes. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 103, 8937-8942. <https://doi.org/10.1073/pnas.0603118103>
- Poveda, G., Mesa, O.J., Salazar, L.F., Arias, P.A., Moreno, H.A., Vieira, S.C., Agudelo, P.A., Toro, V.G., Álvarez J.F. (2005). The Diurnal Cycle of Precipitation in the Tropical Andes of Colombia. *Monthly Weather Review*, 133, 228-240. <https://doi.org/10.1175/MWR-2853.1>
- Poveda, G., Waylen, P.R., Pulwarty, R. (2006). Annual and inter-annual variability of the present climate in northern South America and southern Mesoamerica. *Palaeogeography Palaeoclimatology Palaeoecology*, 234, 3-27. <https://doi.org/10.1016/j.palaeo.2005.10.031>
- Poveda, G., Vélez, J.I., Mesa, O.J., Cuartas, A., Barco, J., Mantilla, R.I., Mejía, J.F., Hoyos, C.D., Ramírez, J.M., Ceballos L.L., Zuluaga M.D., Arias, P.A., Botero, B.A., Montoya, M.I., Giraldo, J.D., Quevedo, D.I. (2007). Linking Long-Term Water Balances and Statistical Scaling to Estimate River Flows along the Drainage Network of Colombia. *Journal of Hydrological Engineering*, 12, 4-13. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1084-0699\(2007\)12:1\(4\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1084-0699(2007)12:1(4))
- Poveda, G., Álvarez, D.M., Rueda, O.A. (2011). Hydro-climatic variability over the Andes of Colombia associated with ENSO: A review of climatic processes and their impact on one of the Earth's most important biodiversity hotspots. *Climate Dynamics*, 36, 2233-2249. <https://doi.org/10.1007/s00382-010-0931-y>
- Poveda, G. (2004). La hidroclimatología de Colombia: una síntesis desde la escala inter-decadal hasta la escala diurna. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias*, 28, 201-222. [https://doi.org/10.18257/raccefyn.28\(107\).2004.1991](https://doi.org/10.18257/raccefyn.28(107).2004.1991)
- Pulwarty, R., Barry, R., Hurst, C., Sellinger, K., Mogollon, L. (1998). Precipitation in the Venezuelan Andes in the context of regional climate. *Meteorology and Atmospheric Physics*, 67(1-4), 217-237. <https://doi.org/10.1007/BF01277512>
- Ramírez, E., Hoffmann, G., Taupin, J., Francou, B., Ribstein, P., Caillon, N., Ferron, F.A., Landais, A., Petit, J.R., Pouyaud, B., Schotterer, U., Simoes, J.C., Stievenard, M. (2003). A new Andean deep ice core from Nevado Illimani (6350 m), Bolivia. *Earth and Planetary Science Letters*, 212, 337-350. [https://doi.org/10.1016/S0012-821X\(03\)00240-1](https://doi.org/10.1016/S0012-821X(03)00240-1)
- Rangel-Ch, J.O., Lowy, P., Aguilar, M. (1997). Distribución de los tipos de vegetación en las regiones naturales de Colombia Aproximación Inicial. En J.O. Rangel-Ch (ed). *Diversidad Biótica* (pp. 403-436). Universidad Nacional de Colombia.
- Riedinger, M.A., Steinitz-Kannan, M., Last, W.M., Brenner, M. (2002). A ~6100 14C yr record of El Niño activity from the Galápagos Islands. *Journal of Paleolimnology*, 27, 1-7. <https://doi.org/10.1023/A:1013514408468>
- Rind, D. (2002). The Sun's Role in Climate Variations. *Science*, 296, 673-677. <https://doi.org/10.1126/science.1069562>
- Rind, D. (1998). Latitudinal temperature gradients and climate change. *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*, 103, 5943-5971. <https://doi.org/10.1029/97JD03649>
- Robock, A. (2000). Volcanic eruptions and climate. *Reviews of Geophysics*, 38, 191-219. <https://doi.org/10.1029/1998RG000054>
- Roe, G.H. (2005). Orographic Precipitation. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 33, 645-671. <https://doi.org/10.1146/annurev.earth.33.092203.122541>
- Russell, J.M., Johnson, T.C. (2007). Little Ice Age drought in equatorial Africa: Intertropical Convergence Zone migrations and El Niño–Southern Oscillation variability. *Geology*, 35, 21-24. <https://doi.org/10.1130/G23125A.1>
- Sachs, J.P., Sachse, D., Smittenberg, R.H., Zhang, Z., Battisti, D.S., Golubic, S. (2009). Southward movement of the Pacific intertropical convergence zone AD 1400–1850. *Nature Geoscience*, 2, 519-525. <https://doi.org/10.1038/ngeo554>
- Saenger, C., Chang, P., Ji, L., Oppo, D.W., Cohen, A.L. (2009). Tropical Atlantic climate response to low-latitude and extratropical sea-surface temperature: A little ice age perspective. *Geophysical Research Letters*, 36, 3-5. <https://doi.org/10.1029/2009GL038677>
- Snow, J. (1976). *The climate of northern South America: Colombia, climates of south and Central America*. Elsevier Scientific Publishing Company.

- Soon, W., Baliunas, S. (2003). Proxy climatic and environmental changes of the past 1000 years. *Climate Research*, 23, 89–110. <https://doi.org/10.3354/cr023089>
- Soon, W., Velasco Herrera, V.M., Selvaraj, K., Traversi, R., Usokin, I., Chen, C.A., Lou, J., Kao, S., Carter, R.M., Pipin, V., Severi, M., Becagli, S. (2014). A review of Holocene solar-linked climatic variation on centennial to millennial timescales: Physical processes, interpretative frameworks and a new multiple cross-wavelet transform algorithm. *Earth-Science Reviews*, 134, 1-15. <https://doi.org/10.1016/j.earscirev.2014.03.003>
- Stansell, N.D., Rodbell, D.T., Licciardi, J.M., Sedlak, C.M., Schweinsberg, A.D., Huss, E.G., Delgado, G.M., Zimmerman, S.H., Finkel, R.C. (2015). Late glacial and Holocene glacier fluctuations at Nevado Huaguruncho in the eastern cordillera of the Peruvian Andes. *Geology*, 43, 747-750. <https://doi.org/10.1130/G36735.1>
- Stansell, N.D., Polissar, P.J., Abbott, M.B., Bezada, M., Steinman, B.A., Braun, C. (2014). Proglacial lake sediment records reveal Holocene climate changes in the Venezuelan Andes. *Quaternary Science Reviews*, 89, 44-55. <https://doi.org/10.1016/j.quascirev.2014.01.021>
- Steffen, W., Broadgate, W., Deutsch, L., Gaffney, O., Ludwig, C. (2015). The trajectory of the Anthropocene: The Great Acceleration. *The Anthropocene Review*, 2, 81-98. <https://doi.org/10.1177/2053019614564785>
- Steffen, W., Grinevald, J., Crutzen, P., McNeill, J. (2011). The Anthropocene: conceptual and historical perspectives. *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, 369, 842-867. <https://doi.org/10.1098/rsta.2010.0327>
- Steinman, B.A., Stansell, N.D., Mann, M.E., Cooke, C.A., Abbott, M.B., Vuille, M., Fernández, A. (2022). Interhemispheric antiphasing of neotropical precipitation during the past millennium. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 119, e2120015119. <https://doi.org/10.1073/pnas.2120015119>
- Strikis, N.M., Cruz, F.W., Cheng, H., Karmann, I., Edwards, L.R., Vuille, M., Wang, X., de Paula, M.S., Novello, V.F., Auler, A.S. (2011). Abrupt variations in South American monsoon rainfall during the Holocene based on a speleothem record from central-eastern Brazil. *Geology*, 39, 1075-1078. <https://doi.org/10.1130/G32098.1>
- Thompson, L.G., Mosley-Thompson, E., Davis, M., Zagorodnov, V., Howat, I., Mikhaleenko, V., Lin, P.-N. (2013). Annually resolved ice core records of tropical climate variability over the past ~ 1800 years. *Science*, 340, 945-950. <https://doi.org/10.1126/science.1234210>
- Thompson, L.G., Davis, M.E., Mosley-Thompson, E., Sowers, T.A., Henderson, K.A., Zagorodnov, V.S., Lin, P.N., Mikhaleenko, V.N., Campen R.K., Bolzan, J.F., Cole-Dai, J., Francou, B. (1998). A 25,000-year tropical climate history from Bolivian ice cores. *Science*, 282, 1858-1864.
- Thompson, L.G., Mosley-Thompson, E., Davies, M.E., Lin, P.-N., Henderson, K.A., Cole-Dai, J., Bolzan, J.F., Liu, K.-B. (1995). Late glacial stage and Holocene tropical ice core records from Huascaran, Peru. *Science*, 269, 46-50. <https://doi.org/10.1126/science.269.5220.4>
- Thompson, L.G., Mosley-Thompson, E., Dansgaard, W., Grootes, P.M. (1986). The Little Ice Age as recorded in the stratigraphy of the tropical Quelccaya ice cap. *Science*, 234, 361-364. <https://doi.org/10.1126/science.234.4774.361>
- Van Boxel, J., González-Carranza, Z., Hooghiemstra, H., Bierkens, M., Vélez, M. (2014). Reconstructing past precipitation from lake levels and inverse modelling for Andean Lake La Cocha. *Journal of Paleolimnology*, 51, 63-77. <https://doi.org/10.1007/s10933-013-9755-1>
- Vélez, M.I., Salgado, J., Delgado, M., Patiño, L.F., Bird, B., Escobar, J., Fajardo, S. (2024). Humans and climate in ritualized landscapes, the case of Lake Tota in the eastern highlands of Colombia. *The Holocene*, 34, 1587-1597. <https://doi.org/10.1177/09596836241266408>
- Wang, Q., Fan, X., Wang, M. (2014). Recent warming amplification over high elevation regions across the globe. *Climate Dynamics*, 43, 87-101. <https://doi.org/10.1007/s00382-013-1889-3>
- Wanner, H., Mercolli, L., Grosjean, M., Ritz, S.P. (2014). Holocene climate variability and change; a data-based review. *Journal of the Geological Society*, 172, 254-263. <https://doi.org/10.1144/jgs2013-101>
- Weiss, H. & Bradley, R.S. (2001). What Drives Societal Collapse? *Science*, 291, 609-610. <https://doi.org/10.1126/science.1058775>
- Weiss, H., Courty, M.A., Wetterstrom, W. Guichard, F., Senior, L., Meadow, R., Curnow, A. (1993). The Genesis and Collapse of Third Millenium North Mesopotamian Civilization. *Science*, 261, 995-1004. <https://doi.org/10.1126/science.261.5124.995>
- Yuan, S., Chiang, H.W., Liu, G., Bijaksana, S., He, S., Jiang, X., Imran, A.M., Wicaksono, S.A., Wang, X. (2023). The strength, position, and width changes of the intertropical convergence zone since the Last Glacial Maximum. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 120, e2217064120. <https://doi.org/10.1073/pnas.2217064120>

Earth Sciences

Review article

The Fúquene National Geomagnetic Observatory: A journey through its past, present, and future

El Observatorio Geomagnético Nacional de Fúquene: un recorrido por su pasado, su presente y su futuro

**María Rosa Alva Carmona¹, Santiago Vargas-Domínguez², Jean Villafañe¹,
Esteban Cortés-Rojas^{1,3}, Santiago Pinzón-Cortés^{4,5}, Natalia Gómez-Pérez⁶,
Enrique Torres Moya¹, Carlos Andrés Franco Prieto¹**

¹ Instituto Geográfico Agustín Codazzi, Bogotá, Colombia

² Observatorio Astronómico Nacional, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia

³ Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia

⁴ The Catholic University of America, Washington, US

⁵ NASA Goddard Space Flight Center, Washington, US

⁶ British Geological Survey, Edinburgh, UK

Abstract

This paper offers a comprehensive analysis of the Fúquene National Geomagnetic Observatory's pivotal role in the history of geomagnetic research and its renewed significance in the study of geomagnetism and space weather monitoring. Geomagnetism plays a crucial role in understanding Earth's magnetic field, its internal dynamics, and its interaction with solar activity, which can impact satellite operations, power grids, and communication systems. A key focus of the document is the recent upgrade of the observatory's equipment, which has significantly enhanced its ability to detect and analyze geomagnetic phenomena, especially as solar activity intensifies with the approach of Solar Cycle 25's peak. It also highlights the technical improvements to the observatory's measurement systems to increase accuracy and data collection frequency, as shown by the detection and monitoring of recent geomagnetic storms triggered by intense solar flares and coronal mass ejections, underscoring Fúquene's role in providing real-time data during major space weather events. With these upgrades, the observatory is poised to become an integral part of global networks like the International Real-time Magnetic Observatory Network-INTERMAGNET and a key reference for future research on solar-terrestrial interactions. Its enhanced capabilities will significantly advance geomagnetic modeling and space weather forecasting, particularly in regions near the magnetic equator, where the impact of solar activity is a source of increased interest.

Keywords: Geomagnetism; Space weather; Observatorio Geomagnético Nacional de Fúquene.

Resumen

Ofrecemos aquí un análisis detallado del papel crucial del Observatorio Geomagnético Nacional de Fúquene en la historia de la investigación geomagnética y su renovada importancia en el estudio del geomagnetismo y el monitoreo del clima espacial. El geomagnetismo desempeña un papel clave en la comprensión del campo magnético de la Tierra, sus dinámicas internas y su interacción con la actividad solar, la cual puede afectar las operaciones de los satélites, las redes eléctricas y los sistemas de comunicación. Un tema de especial interés es la reciente mejora en el equipamiento del observatorio, lo que ha incrementado significativamente su capacidad para detectar y analizar fenómenos geomagnéticos, especialmente a medida que la actividad solar se intensifica con el acercamiento al pico del Ciclo Solar 25. Se destacan, asimismo, las mejoras técnicas realizadas en los sistemas de medición del observatorio, lo que ha resultado en una mayor precisión y frecuencia en la recopilación de datos, lo que se evidencia en la detección y el monitoreo exitosos de recientes tormentas geomagnéticas provocadas por intensas erupciones solares y eyecciones de masa coronal, lo que resalta el papel del Observatorio de Fúquene en la provisión de datos en tiempo real durante

Citation: Alva Carmona MR, *et al.*
The Fúquene National Geomagnetic
Observatory: A journey through its
past, present, and future. Revista
de la Academia Colombiana de
Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.
49(190):146-162, enero-marzo de
2025. doi: <https://doi.org/10.18257/raccefyn.3166>

Editor: Elizabeth Castañeda

***Corresponding autor:**

Santiago Vargas Domínguez;
svargasd@unal.edu.co

Received: February 20, 2025

Accepted: March 17, 2025

Published on line: March 27, 2025



This is an open access article distributed
under the terms of the Creative Commons
Attribution License.

eventos significativos del clima espacial. Con estas actualizaciones, el observatorio está en una posición ideal para convertirse en una parte integral de redes globales como INTERMAGNET y una referencia clave para la investigación futura sobre las interacciones entre el Sol y la Tierra. Sus capacidades mejoradas servirán para avanzar en el modelado geomagnético y las predicciones del clima espacial, especialmente en las regiones cercanas al ecuador magnético, donde el impacto de la actividad solar es una fuente de creciente interés.

Palabras clave: Geomagnetismo; Clima espacial; Observatorio Geomagnético Nacional de Fúquene.

Introduction

The study of geomagnetism has deep roots in the history of science, tracing back to ancient civilizations that observed the magnetic properties of naturally occurring materials such as lodestone. However, it was not until the 16th century that systematic investigations into the Earth's magnetic field (EMF) began, largely thanks to the pioneering work of scientists such as William Gilbert. In 1600, Gilbert published *De Magnete* (Gilbert, 1958), a seminal work in which he proposed that the Earth itself acts as a giant magnet. This laid the foundation for centuries of research aimed at understanding EMF's origins, behavior, and variations. Over the centuries, numerous breakthroughs have expanded our understanding of geomagnetism. In the early 19th century, Carl Friedrich Gauss developed the mathematical framework necessary for analyzing geomagnetic data, allowing for the quantification of the EMF and its variation over time. His work led to the establishment of the first geomagnetic observatories, such as those in Göttingen and Munich, which began continuous monitoring of magnetic variations (Barraclough *et al.*, 1992).

In the mid-19th century, the discovery of geomagnetic secular variation (slow, long-term changes in the EMF) further advanced the field. Simultaneously, the connection between geomagnetic storms and solar activity, first identified by Richard Carrington during the 1859 solar storm, highlighted the dynamic relationship between the Sun and the Earth's magnetic environment. This event, known as the Carrington Event, demonstrated the potentially devastating effects of space weather on terrestrial technology, making it clear that understanding geomagnetic phenomena had practical as well as scientific significance (Tsuratani *et al.*, 2003). By the 20th century, geomagnetic research had become a global effort, with the establishment of a network of geomagnetic observatories worldwide. These observatories, including the Fúquene National Geomagnetic Observatory (FUQ), established in 1953, began to contribute invaluable data to international geomagnetic models. The introduction of satellite technology in the latter half of the century allowed for the mapping of the EMF from space, offering a global view of geomagnetic processes and enhancing the accuracy of geomagnetic models such as the International Geomagnetic Reference Field (IGRF) (Thébault *et al.*, 2015).

The importance of understanding the geomagnetic field

Geomagnetic observatories play a vital role in monitoring variations in the EMF caused by both internal sources (e.g., the Earth's core) and external sources (e.g., solar activity). The study of the EMF field is not only essential for understanding our planet's internal dynamics but also for investigating the complex interactions between the Earth and space. The geomagnetic field acts as a shield, protecting the Earth from harmful solar and cosmic radiation. It plays a crucial role in maintaining the habitability of the planet by preventing solar wind and charged particles from directly impacting the atmosphere. However, when this shield is disturbed, as during geomagnetic storms caused by solar flares or coronal mass ejections, the effects can be profound. The principles of space physics provide a framework for understanding the interactions between the geomagnetic field and solar wind (Kivelson & Russell, 1995).

Geomagnetic storms can disrupt communication systems, navigation satellites, and power grids, making geomagnetism a vital area of study for mitigating the risks posed by space weather. Additionally, understanding the geomagnetic field provides insight into

the Earth's interior, particularly the dynamics of the liquid outer core, which generates the magnetic field through the geodynamo process. The study of geomagnetic secular variation and pole reversals also helps geophysicists explore the history of the EMF and its evolution over geological time scales. Thus, geomagnetism serves as a crucial bridge between Earth sciences and space physics, offering essential knowledge for both planetary studies and the emerging field of space weather. **Figure 1** shows the global distribution of geomagnetic observatories, including those that are part of the International Real-time Magnetic Observatory Network (INTERMAGNET), a global network of magnetic observatories that monitor and share data on the EMF. The observatories are densely clustered in Europe, North America, and parts of Asia, as shown in the figure. This reflects the historical concentration of scientific infrastructure and observatories in developed regions, especially during the 20th and 21st centuries. These areas have long traditions in geomagnetic monitoring and scientific research. The latitudinal distribution of geomagnetic variations and their relationship with circumpolar currents has been well-documented (**Pogrebnoi *et al.*, 2009**). Near-Equatorial observatories are less common, although their placement is critical because the equatorial region is highly dynamic geomagnetically, where phenomena such as the Equatorial Electrojet (EEJ) occur (**MacDougall, 1978**). With its strategic location in the equatorial region, the FUQ has played an important role in this global effort to monitor and understand the Earth's magnetic environment and is due to contribute to both scientific advancement and practical applications in a world increasingly reliant on technology vulnerable to space weather phenomena.

Advancements in geomagnetic observatories in Latin America

During colonial times, geomagnetic research in Latin America was primarily limited to declination measurements used for cartography and defining territorial boundaries (**Barreto, 2007**). A notable early survey was conducted in 1700 by Edmond Halley, who produced a magnetic chart of the South Atlantic. However, significant geomagnetic exploration in the region did not resume until 1880, when Dutch scientist Van Rickjersvelde carried out an extensive field survey along Brazil's coastline, which culminated in the publication of the first Brazilian magnetic chart. Since no permanent geomagnetic observatories existed at the time, these early efforts can be considered the prehistory of geomagnetic studies in Latin America.

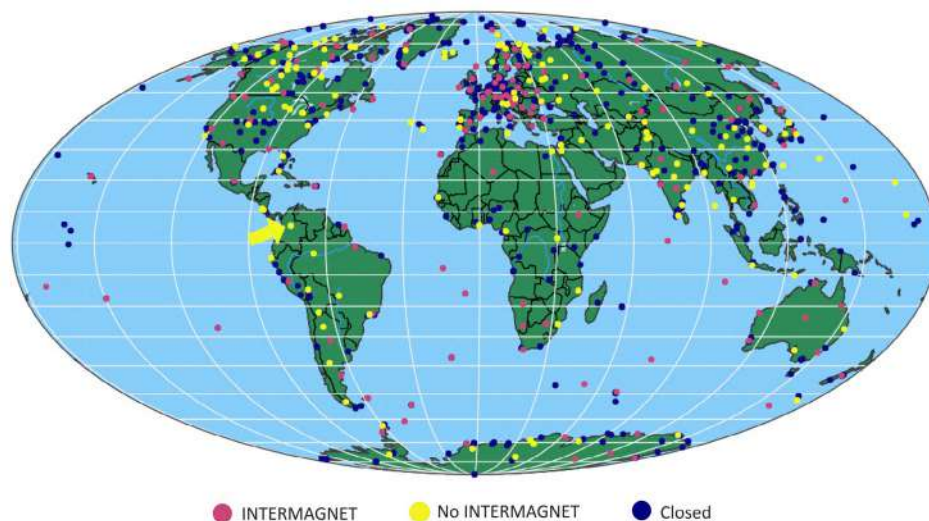


Figure 1. Global distribution of geomagnetic observatories, including those that are part of INTERMAGNET and those no longer operational, as labeled

In the first half of the 20th century, significant efforts were made by the Carnegie Institution of Washington, particularly through its Department of Terrestrial Magnetism, to advance the study of geomagnetism in South America. As part of this initiative, observatories were established in Perú and Argentina. Various countries also made local efforts, sometimes with the support of the Inter-American Geodetic Survey and the Pan-American Institute of Geography and History (PAIGH), to install additional observatories. This period of development spanned from 1920 to 1960, with the observatory in Costa Rica standing out as a prime example of international cooperation (**Randall, 1989**).

In recent decades, the Peruvian observatories at Huancayo and Ancón have benefited significantly from collaboration with Japanese institutions, particularly Tokyo University. Despite a promising start, however, some observatories eventually declined in quality, leading to the closure of several facilities. In 1980, the PAIGH launched a campaign, spearheaded by the National Observatory of Brazil, to reorganize and modernize geomagnetic observatories across Latin America. A key component of this campaign was the establishment of Latin American geomagnetic schools, which provided essential training for technicians and facilitated the installation of modern instruments. This initiative revitalized many previously inactive or underperforming observatories, transforming them into fully operational research centers (**Jankowski & Sucksdorff, 1996**).

International support played a crucial role in these advancements, notably through the efforts of two divisions of the International Association of Geomagnetism and Aeronomy (IAGA): Division V (focused on observatories, instruments, surveys, and analyses) and the Interdivision Commission on Developing Countries. Thanks to these collaborations, observatories such as those in Trelew, Argentina, and La Habana, Cuba, received state-of-the-art magnetic instruments, including digital fluxgate variometers and modern absolute instruments.

Besides the primary observatories mentioned, several variation stations (facilities where absolute observations are not conducted) operate for specific research projects. Some of the most important of these stations are located in Brazil, Perú, and México. The Latin American magnetic observatories play a critical role not only because of their broad latitudinal coverage, which spans a significant range of geomagnetic latitudes (from near the equator to the southern tip of the continent), but also because they monitor two significant geomagnetic phenomena: the EEJ and the South Atlantic magnetic anomaly. These observatories are vital for understanding geomagnetic variations and contributing to global geomagnetic research.

The evolution of geomagnetic research in Colombia

In the local context, geomagnetic research in Colombia has a long and evolving history, beginning with the early observations made during the expeditions of Alexander von Humboldt in the early 19th century. Von Humboldt, a renowned German naturalist and geographer, was one of the first scientists to systematically measure the EMF in the region during his travels through South America between 1799 and 1804. His measurements, taken with magnetic compasses and other instruments of the time, laid the foundation for the study of geomagnetism in the Colombian Andes and helped establish a global understanding of the EMF (**Jankowski & Sucksdorff, 1996**).

During his travels in the current Colombian territory, von Humboldt conducted some of the earliest geomagnetic measurements, particularly focusing on the Earth's magnetic declination, which is the angular difference between magnetic north and true north. His pioneering work included observations made in locations such as Bogotá and Popayán, contributing to early efforts to map the geomagnetic field across the continent. Von Humboldt's contributions were groundbreaking, as they provided data for what was then an emerging field of geomagnetic science, one that sought to understand the variations in the EMF and its global behavior. Linear magnetic anomalies in the Colombian Basin provide valuable insights into the region's tectonic and geomagnetic history (**Cristofferson, 1973**).

Overview of the Fúquene National Geomagnetic Observatory (FUQ)

The Fúquene National Geomagnetic Observatory, located in the department of Cundinamarca, Colombia, 130 kilometers north of Bogotá (**Figure 2**), is an institution of considerable scientific importance in the field of geomagnetic research. Established in 1953, the observatory was created as part of an international effort to better understand the EMF and its variations over time. Its establishment was driven by the need for a reliable station in the region to contribute to the global network of geomagnetic observatories. At the time, the increased interest in geomagnetic studies was largely influenced by the growing understanding of the connections between geomagnetic phenomena, solar activity, and their implications for technological systems such as telecommunications and navigation.

The observatory's location near Lake Fúquene was chosen strategically due to the area's relative geomagnetic stability and low interference from industrial activities. This location (**Figure 2**) also serves as a key reference point for the study and conservation of the Fúquene ecosystem. The construction of FUQ was part of a broader initiative of the IPGH (**Randall, 1989**), following the agreement of the Fourth Pan American Cartographic Consultation Meeting held in Buenos Aires in 1948, where the Instituto Geográfico Agustín Codazzi-IGAC was in charge of its creation.

Since its inception, the observatory has been equipped with highly specialized instruments to measure the EMF with great precision. This includes magnetometers, which record variations in the geomagnetic field, and other sensors designed to monitor magnetic anomalies and diurnal variations. Data from Fúquene has been used in a number of studies on geomagnetic storms, secular variations, and other space weather phenomena. The observatory's records have contributed to models of the EMF, such as the International Geomagnetic Reference Field (IGRF), which is used globally in various applications ranging from mineral exploration to satellite navigation.

The role of FUQ in monitoring equatorial geomagnetic variations

The FUQ has a very strategic geographic position since it is one of the few observatories located close to the dip equator ($5^{\circ}24'18''\text{N}$), and its data is a significant contribution to understanding the global magnetic field (**Medina *et al.*, 2012**). Fúquene's equatorial proximity allows it to capture key electromagnetic phenomena, making it valuable for the study of the EMF and its variations. Equatorial electromagnetic phenomena, such as the EEJ, the solar quiet variation (Sq), the ring current, and geomagnetic storms, are often analyzed by comparing data from pairs of observatories. Simultaneous eastward and westward flowing EEJ currents have been observed under specific conditions (**Rastogi & Kumar, 1975**). In the Americas, the pair Huancayo-Fúquene has been one of the most frequent pairs of observatories used for such studies, as Fúquene lies in a tropical latitude while Huancayo is near the dip equator. One key finding is that Sq in the horizontal



Figure 2. Location of the FUQ Geomagnetic Observatory on El Santuario Island. The left panel shows the map of Colombia with the departments of Cundinamarca and Boyacá highlighted in dark gray, bordering Lake Fúquene. The orange outline marks El Santuario Island, home to the observatory. The right panel provides a satellite image of the island

component (H) is abnormally large at the Huancayo Observatory compared to Fúquene. This is attributed to the influence of the EEJ, a strong eastward current that flows directly over the magnetic equator (**Chapman, 1951; Bhardwaj & Subba Rao, 2017**).

The FUQ has also played a crucial role in international geomagnetic monitoring. It was part of the initial set of five low-latitude observatories, alongside Honolulu (HON), M'Bour (MBO), Alibag (ABG), and Port Moresby (PMG), used for the Service of Rapid Magnetic Variations (SRMV) managed by the Ebro Observatory (**Curto et al., 2022**). The SRMV provides critical real-time geomagnetic data to study rapid changes in the EMF. While FUQ was initially part of this network, it was replaced by other observatories over time, such as San Juan (SJG), Guimar (GUI), Alibag (ABG), and Kanoya (KNY). Nevertheless, low-latitude observatories like FUQ remain essential because disturbances from the auroral and EEJ are largely eliminated, allowing for clearer observations of geomagnetic variations (**Curto et al., 2007**). The strength of the EEJ has been a focus of critical appraisal and methodological refinement (**Kane, 1973**).

Several studies using FUQ's geomagnetic data have been conducted, including those by **Ladino (2001)**, **Pinzón-Cortes et al. (2025)**, and **Cortés-Rojas (2024)**, focusing on the Sq and other geomagnetic phenomena. According to **Ladino (2001)**, the hourly mean values observed in the three components of the EMF (H, D, Z) are affected by local current variations, as seen in the differences between the 0-1 and 23-24 UTC intervals. These differences suggest the influence of local currents and the variation of the EMF. The author also noted (**Ladino, 2001**) that by using the correction for non-cyclic variation method (CVNC), the effect of the ring current on Sq, particularly in the H component, was minimized. Fúquene's geomagnetic data showed that the minimum Sq current range occurred in December and January, during both high and low solar activity periods, while the maximum value of the quiet solar variation occurred in the afternoon, reflecting the greatest impact of solar activity.

Fúquene's seasonal variation was found to peak during the equinox, with a maximum value of 38 gammas and a minimum of 2 gammas in the H and Z components, except for the Z component at low activity levels, where the maximum variation occurred during the winter solstice, with an amplitude of 2.7 gammas (**Ladino, 2001**). Fourier analysis was employed by **Ladino (2001)** to examine annual and semiannual Sq variations, revealing changes in amplitude and phase for each month. Graphical representations of the quiet solar variation (Sq) for the magnetic components H, D, and Z at high, medium, and low activity levels have provided key insights into the geomagnetic behavior of Fúquene, enhancing its contribution to global geomagnetic research. **Macdougall (1978)** carried out a study to determine why the electrojet current was not similar to the Sq current. He analyzed the magnetic variations that affect Sq and observed from FUQ observatory data that it does not present variations in the H component at midday associated with the EEJ. The horizontal daily variation of FUQ is generated by low-intensity ionospheric currents that will have an impact on the equatorial increase of the electrojet. **Richmond (1989)** compared H and D components under conditions of magnetic disturbance. Data from the FUQ were used to determine these changes through simulations with tide impacts, or not included they were able to find variations from the local magnetic time instead of those of each observatory. Likewise, the study determined important characteristics of the Sq current from models of the geodynamo using thermospheric winds. These simulations have been able to demonstrate patterns of the Sq current at the equinox and solstice represented in asymmetric winds.

According to **Siddiqui (2018)**, studies on EEJ variability in stratosphere high-heating events used data from the magnetometer located in the Fúquene and Huancayo observatories. Likewise, the calmest days in monthly periods were used to determine the magnetic effects that propagate in the primary field of the Earth. The variation of the horizontal fields is found from the residues of the daily values with the Sq current system and magnetospheric ring currents used to obtain the strength of the EEJ.

Shazana *et al.* (2014, 2015) conducted several studies to determine the correlation between the EEJ and SQ from geomagnetic observatory data, including Fúquene, based on criteria of geomagnetic quiet days. They found a weak correlation of negative character in South American observatories and concluded that the relationship is independent of the hemisphere and its change is slight due to periods of low geomagnetic activity. For this reason they recommend not to use the combined or total currents for future studies. **Pinzón-Cortés *et al.*** (2025) calculated local disturbance indices using data from the FUQ as a proxy of the DST index to analyze the impact of geomagnetic storms. They found that the intensity depends on the local time of the observatory and on whether it is noon or midnight. However, they concluded that this index is not enough to determine the impact of storms and that a better input to obtain results is the use of an ionospheric model, in this case, Sq, to subtract the calculated proxy and assess the risk of storms more accurately.

Cortés-Rojas (2024) is currently conducting research to compare the predictions of the ionospheric model DIFI-7 developed by NOAA with the ionospheric component derived from data collected at the FUQ under varying geomagnetic activity conditions. The study aims to quantify the impact of the Sq ionospheric current on the horizontal component of the local disturbance index (LDi) proxy developed by **Pinzón-Cortés *et al.*** (2025) using geomagnetic measurements.

Geomagnetic measurements

According to the IAGA guidelines, a geomagnetic observatory is expected to provide the following data:

Vector magnetic field components: Minute, hourly, and annual mean values of the magnetic field's vector components—commonly denoted as X, Y, Z, or D (declination), H (horizontal intensity), and Z (vertical intensity). These measurements should be calibrated through regular absolute observations to ensure accuracy.

Total field intensity (F): Continuous monitoring of the Earth's total magnetic field intensity using a proton precession magnetometer known for its precision in measuring scalar magnetic fields.

Geomagnetic activity days: Identification and reporting of geomagnetic activity by selecting five internationally designated quiet days and five disturbed days each month. This classification aids in distinguishing between regular geomagnetic variations and anomalies caused by solar or magnetic disturbances. Advanced techniques, such as complex demodulation, have proven effective for analyzing geomagnetic data and conductivity anomalies (**Agarwal, *et al.***, 1980).

Regarding global magnetic field variations, typical fluctuations are approximately $\pm 3,000$ nanoteslas (nT). However, at higher latitudes, these variations can escalate to around $\pm 4,000$ nT, reflecting the increased geomagnetic activity in polar regions (**IGAC**, 2020). These standards ensure that observatories maintain consistent and precise geomagnetic data, facilitating effective monitoring and analysis of Earth's magnetic environment. The daily disturbance variations have also been correlated with interplanetary plasma parameters in previous studies (**Kane**, 1974). The FUQ has recorded geomagnetic daily variations since 1955. The variations recorded in the relative measurements were represented in paper products called analogue magnetograms until 2022, which are revealed in 24-hour periods.

Generally, geomagnetic measurements at observatories are divided into two types: absolute and relative measurements. Absolute measurements are made using a non-magnetic theodolite equipped with a fluxgate sensor and a proton magnetometer, which measures the field intensity in the absolute measurement cabin. On the other hand, relative measurements are done in a separate room, where equipment such as triaxial variometers and a proton precession magnetometer is used to measure the three components of the field. Additionally, the entire system includes a computer setup used to convert the variometer's analog signals into digital data.

For absolute measurements, declination and inclination values are obtained from the Dflux theodolite, along with the exact time of the measurements. After determining declination and inclination, a set of five geomagnetic intensity field values is taken. In the FUQ, absolute observations are taken twice per week. They allow calibrating relative measurements, and they are useful to compute the reference baseline value for every component (D, H, Z). The baseline values are computed by using the data collected from the variometer and taking a relative measurement of the declination at the moment the first absolute declination measurement is made. We proceed in the same way for the dH, dZ, and F components. With these values, the baseline, consisting of the parameters (D0, H0, Z0, F0, and I0), can be calculated. These components allow to unify the absolute and relative measurements and obtain the final annual values for each component at FUQ. According to **St-Louis *et al.* (2024)**, changes in baseline should be 5 nT per year maximum using modern instruments.

To ensure the quality of each measurement, the ESO, ESI, and EAZ errors are calculated, which allows for the verification of measurement precision and the correction of potential errors during data digitization. ESO (probe error) evaluates the quality of the measuring equipment; ESI (site error) describes the lack of parallelism between the sensor and the telescope's optical axis, and, finally, EAZ (azimuth error) refers to the possible angular deviation in the direction of the observation object.

Furthermore, when there is no single facility for both relative and absolute measurements as in the FUQ, it is necessary to calculate the gradient between the absolute and the variometer's huts. This calculation is called site difference (SD) and it is performed monthly by placing two magnetometers in each cabin that measure for at least five hours. This SD value factor is also used in the baseline computation. Final data are reported on component variations of the geographic north (X), geographic east (Y), vertical intensity (Z), declination (D), inclination (I), horizontal intensity (H), and total intensity field (F).

Data records have been reported up to 2013 in the World Data Center (WDC) of Geomagnetism, complying with international standards. Data can be found in different formats, the most prominent being the IAGA2002, designed to represent geomagnetic data in regular time series, and the WDC's own.

The FUQ is currently performing quality control on data collected between 2014 and 2022 to submit them to the WDC, a process that involves verifying both variometer data and baseline accuracy.

Previously, the baseline computation relied on scalar factors and a single average baseline value per month. However, this approach revealed inconsistencies (top plot in **Figure 3**), which were addressed by improving the baseline calculation process. The revised methodology for the 2014–2022 baseline involves fitting a polynomial equation to a set of absolute observations spanning approximately three months (middle plot in **Figure 3**). These polynomial segments are subsequently combined to construct the baseline. After establishing the yearly baseline, adjustments are applied to correct for baseline jumps observed at year transitions (highlighted by the arrows in the top plot in **Figure 3**). With this updated approach, we successfully produced a corrected dataset for the period from 2013 to 2015 (bottom plot in **Figure 3**).

Repeat station surveys: IGAC's implementation and applications

The observatories are responsible for providing the most accurate source of information on secular variation. However, the network of observatories does not offer adequate territorial coverage across the entire globe. This spatial limitation is compensated by repeat stations, i.e., marked points on the Earth's surface, either at ground level, near it, or on a specially constructed pillar. These temporary stations are low-cost, easy to install, and complement geomagnetic observatories, which require greater financial effort from the entities responsible for collecting geomagnetic data (**Newitt *et al.*, 1996**).

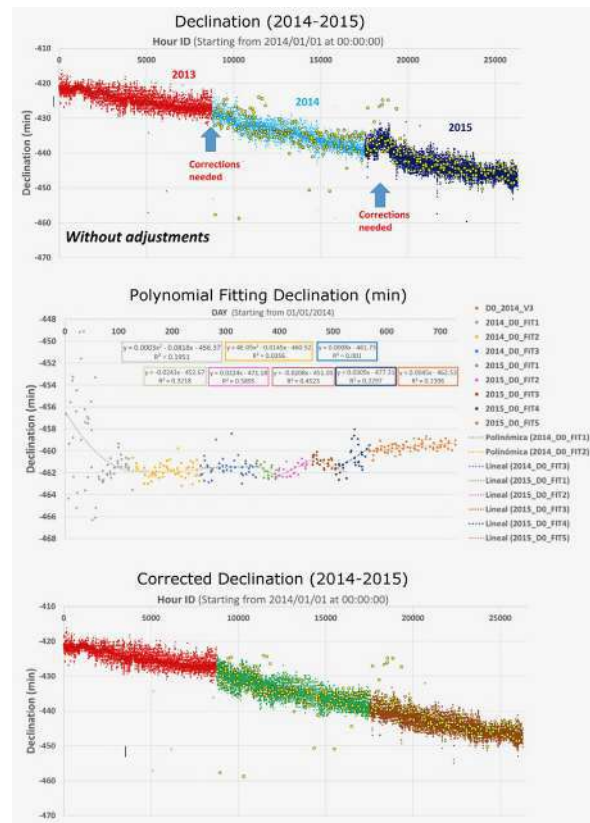


Figure 3. Declination (D) data correction process for 2014-2015. Top panel: Raw D from 2014-2015 displaying steps and inconsistencies due to the old baseline, required corrections highlighted. Middle panel: Polynomial baseline fitting for absolute observation spots in D, with segmented fits applied for 2014 and 2015 data. Bottom panel: Corrected D data after applying the adjusted baseline, showing improved consistency and accuracy

For data collection at repeat stations, a DI fluxgate magnetometer, a proton precession magnetometer, and a triaxial flux variometer are used; the latter is located at the geomagnetic observatory (**Figure 1S**, <https://www.raccefyn.co/index.php/raccefyn/article/view/3166/4526>). This combination is the most used in this methodology, as it ensures accurate results. Although any well-calibrated version of these instruments can be employed, the most up-to-date versions are recommended as they are easy to use and require less technical skill from the observer.

In Colombia, IGAC has made magnetic data acquisition efforts in various periods, mainly from FUQ. However, at different times, it has also worked on building a geomagnetic network covering the entire Colombian territory to generate geomagnetic charts that contribute to national navigation. Historically, these geomagnetic network surveying and measurement campaigns have been conducted in four distinct periods between 1968 and 1997, with an estimated total of 447 stations constructed and measured throughout the country (Period I: 1968 to 1974 (**Figure 4**); Period II: 1975 to 1987; Period III: 1988 to 1992, and Period IV: 1993 to 1997). During these periods, the IGAC produced isogonic, isoclinic, and isodynamic charts for each component: D, I, Z. The last update of these charts was in 2000, when a trial digital map was created using software tools for polynomial adjustment (IGAC, 2022).

Declination: Historically, magnetic declination in Colombian territory has varied in a NE-SW direction, with a greater degree of declination in the southwesternmost part of the country and a lesser degree in the northwest. Over time, the declination has taken on negative values according to the trend shown by the charts produced by IGAC.

Inclination: The temporal and spatial variation of inclination in Colombian territory is evident, increasing from south to north. The highest inclination is observed in the northern coastal departments, while the lowest inclination occurs in the southern part of the country.

Horizontal component: The horizontal component of the magnetic field varies in an E-W direction, with the highest values found in the western regions of Colombia and the lowest in the easternmost parts of the departments of Guainía, Vaupés, and Amazonas.

Data processing: Limited information was found regarding historical repeat station data processing. However, for quality control purposes, the acquired data were compared with the International Geomagnetic Reference Field (IGRF) model to verify their accuracy. According to internal reports from the IGAC's Geodetic Management (GIT), the data were discarded if differences were above 30% compared to the model. Additionally, the daily average of the EMF's three components was calculated, as the observation time was not always included in the provided formats.

Evolution and challenges of instrumentation at FUQ

The first instruments used at the observatory for absolute measurements were: an Askania magnetometer, a Ruska inductor, and an oscillation magnetometer to detect D, I, and the scalar field (F), respectively (**Figure 1S**, <https://www.racefyn.co/index.php/racefyn/article/view/3166/4526>). A few years later, a quartz horizontal magnetometer (QHM) was implemented to measure the H component and a proton precession magnetometer (PPM) to measure the scalar field, F (IGAC, 2022). However, this proton magnetometer failed in mid-2020 (it was very old and got damaged), and no absolute data was recorded until mid-2021, when Dr. J. Rasson donated a proton precession magnetometer (Geometrics 816) from the Dourbes Observatory Instrument Pool. Until 2022, the absolute house had two Ruska Dflux magnetometers to measure D and I, and a Geometrics 816 proton magnetometer for measuring F. The two Ruska Dflux were used at every absolute measurement, but only one was working properly.

Since its creation, the FUQ has conducted three significant instrument calibrations to ensure measurement accuracy. The first calibration took place in 1953, facilitated by a team from the U.S. Coast and Geodetic Survey. The second one was in 1993, during

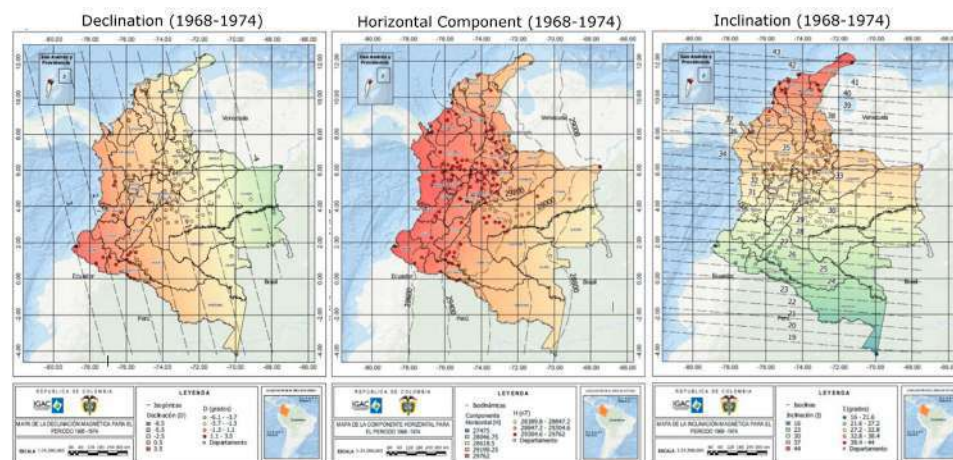


Figure 4. Magnetic field maps of Colombia (1968–1974). The figure displays three maps representing different aspects of the geomagnetic field in Colombia during the period 1968–1974. The left panel shows the magnetic declination map with isogonic lines and variations in declination (D). The center panel illustrates the magnetic inclination map, highlighting isoclinic lines and variations in inclination (I). The right panel presents the horizontal component map, featuring isodynamic lines and horizontal field strength (H) in nanoteslas (nT). Together, these maps provide a comprehensive overview of the geomagnetic field distribution across the region

the First Latin American Geomagnetism School (ELAG). The most recent was in 1996, following the installation of an automatic observatory equipped with instruments provided by the Royal Meteorological Institute of Belgium and Dr. Jean Rasson.

In 2022, the instruments at the FUQ experienced significant issues that halted observations. First, the declination variometer's mirror, an outdated model, became so blurred that measuring declination at the variometer house was unfeasible from March 2022 onward. The manufacturer confirmed it was beyond repair. Then, on October 13 and 26, 2022, two lightning strikes impacted the observatory. The first strike damaged the electrical system and the meteorological station at El Santuario island in Fúquene. The second strike, occurring 15 meters from the variometer house, destroyed all instruments within.

Enhancement and modernization of magnetic field measurement equipment

In 2023, IGAC undertook a comprehensive renovation of the FUQ, enhancing both its facilities and instrumentation (**Figures 2S and 3S**, <https://www.raccefyn.co/index.php/raccefyn/article/view/3166/4526>). The variometer house, which includes a “dark room” previously used for printing analog magnetograms, underwent significant refurbishment: complete roof replacement, facade varnishing, and repair of humidity affecting the structure. Similarly, the absolute observation house received a new roof and general maintenance, encompassing varnishing and the removal of debris and weeds (**Figure 4S**, <https://www.raccefyn.co/index.php/raccefyn/article/view/3166/4526>).

Between 2022 and 2023, the observatory's instrumentation was significantly upgraded. A notable enhancement was the integration of a British Geological Survey (BGS) FGE triaxial fluxgate variometer, which became fully operational in January 2024. This instrument provides high-precision geomagnetic data from FUQ at 1-second intervals. To further bolster geomagnetic monitoring capabilities, IGAC procured a LEMI-025 variometer, slated for installation by the end of 2024. The LEMI-025 is renowned for its high resolution and precision in measuring EMF variations. Maintaining dual variometers is crucial for ensuring continuous data acquisition. This redundancy allows for uninterrupted monitoring during calibration periods or unforeseen equipment issues, thereby enhancing the reliability of geomagnetic observations at the observatory.

IGAC also acquired two DI-flux theodolites from the Royal Meteorological Institute (RMI) of Belgium for absolute measurements—one in October 2022 and the other in October 2023. Additionally, a MAGREC data collector, an ObsDaq converter (acquired in October 2022), and three GSM-19 proton precession magnetometers (acquired in October 2023) were added to the observatory's suite of instruments. The three magnetometers are essential: one for absolute measurements, another for placement in the variometer house, and the third to update measurements for repeat stations in Colombia in 2025.

The instrumental configuration of the variometer house at FUQ is detailed in **Figure 2S**, <https://www.raccefyn.co/index.php/raccefyn/article/view/3166/4526>. It comprises the following components: an FGE fluxgate triaxial variometer and its electronic box; an analog-to-digital converter module (ObsDaq); two rechargeable 12V DC batteries; a set of screen, mouse, and keyboard for visualizing HDZ data at 1-second intervals; a MAGREC-4C with MAGLIN software; a GPS antenna; and a modem. Additionally, a GEM Systems Overhauser magnetometer was installed atop the cabin, adapted with a special cable designed to bypass its internal battery in favor of an external one, ensuring a continuous power supply.

These comprehensive upgrades have significantly enhanced FUQ's capacity to monitor geomagnetic phenomena with greater accuracy and reliability, positioning it as a pivotal facility for geomagnetic research in the region.

The importance of the FUQ in geomagnetism and space weather research

As we approach the peak of the current solar cycle, expected to culminate in the coming years, the Fúquene National Geomagnetic Observatory is poised to become an even more

critical asset in the field of space weather research. The activity of the Sun follows an approximately 11-year cycle, alternating between periods of low and high solar activity. During solar maximum, the frequency and intensity of solar flares, coronal mass ejections (CMEs), and other solar phenomena significantly increase, directly impacting the Earth's magnetosphere and generating powerful geomagnetic storms.

The latest Decadal Survey for Solar and Space Physics (2024–2033) (**National Academies of Sciences, Engineering, and Medicine**, 2024) underscores a transformative vision for understanding the Sun, the heliosphere, and space weather in the coming decade. This roadmap, developed by a global community of scientists, engineers, and policymakers, identifies high-priority research areas and strategies for addressing critical questions about the Sun-Earth connection and its impact on society. It highlights the growing relevance of space weather research as humanity ventures further into space and becomes increasingly dependent on space-based technologies. Among the key themes is the integration of ground- and space-based observatories to achieve high-resolution, continuous monitoring of solar and geomagnetic activity. This aligns with the mission of the FUQ, which plays a vital role in observing and interpreting variations in Earth's magnetic field, particularly at equatorial latitudes. The observatory's contributions to space weather research are critical for improving models of ionospheric and magnetospheric interactions, which are central to forecasting space weather events that can affect communication, navigation, and power systems on Earth.

As the Sun enters this phase of heightened activity, the FUQ's role in real-time geomagnetic monitoring will be especially important. By observing sudden changes in EMF, the observatory will help detect the arrival of CMEs and other solar wind disturbances that could trigger geomagnetic storms. This early warning system will allow industries reliant on satellite communication, aviation, and power distribution to implement protective measures in advance.

Addressing the growing challenges of the solar maximum

The next few months of increased solar activity will bring new challenges to global infrastructure, including the potential for widespread disruptions to power grids, satellite navigation, and even the internet. One of the most significant risks during solar maximum is the possibility of a large-scale geomagnetic storm, comparable to the famous Carrington Event of 1859, which caused widespread telegraph outages and auroras visible near the equator (**Moreno-Cárdenas et al.**, 2016). Today, with the global reliance on interconnected technological systems, such an event could be devastating.

The FUQ's continuous monitoring will be crucial in mitigating these risks. By contributing to global networks such as INTERMAGNET, its data will help build predictive models of geomagnetic storms and allow governments and industries to better prepare for potential disruptions. Additionally, the observatory's data will be used to improve EMF models, which are essential for maintaining accurate satellite navigation systems, especially during periods of geomagnetic disruptions.

Looking ahead, the FUQ's significance in space weather research will only grow as our reliance on space-based technology and interconnected communication systems expands. The observatory's ability to detect and monitor geomagnetic disturbances makes it an essential tool for studying how space weather events will impact emerging technologies, such as the increasing number of low Earth orbit satellites (LEOs), which are particularly vulnerable to solar storms. Furthermore, as the space economy continues to grow, with more nations and private companies launching satellites, and new plans for space exploration and even human settlement, accurate space weather predictions will be critical for protecting both assets in orbit and space travelers. The FUQ's precise measurements will be invaluable in understanding how geomagnetic storms influence satellite drag, ionospheric disturbances, and radiation levels in space. The years of high solar activity ahead will also allow researchers at FUQ to study how solar events shape

the EMF over time, improving our understanding of secular variation and potentially aiding in the prediction of magnetic pole shifts. This research will contribute to a better understanding of EMF's long-term behavior, which is critical for navigating space weather challenges and preparing for future solar cycles.

Enhancing global collaboration in space weather research

As the Decadal Survey emphasizes a collaborative, interdisciplinary approach, the FUQ stands out as a key node in a global network of geomagnetic monitoring stations. Its technological advancements and long-term datasets position it as an essential contributor to the international effort to safeguard humanity's technological infrastructure and explore the fundamental processes governing our habitable cosmic neighborhood. The observatory's work will help bridge the gap between fundamental solar physics research and its applications in mitigating the risks posed by space weather, reinforcing its importance in the context of the survey's vision for the future. The international significance of the FUQ's data is another factor that will elevate its importance in the coming solar maximum. Space weather is a global phenomenon, and understanding its impacts requires coordinated efforts across multiple observatories. As part of a global network of geomagnetic stations, Fúquene and its data can contribute to the collective scientific effort to monitor and predict space weather.

As the Sun has become more active in the last few months while approaching to solar maximum, and it will remain active in the coming years during the declining phase of Solar Cycle 25, Fúquene's contributions to international space weather monitoring networks will ensure that researchers and decision-makers access to accurate, real-time data on geomagnetic activity. This collaborative approach will allow governments, industries, and the scientific community to better understand and respond to the dynamic challenges posed by the solar maximum.

With the implementation of new equipment, the FUQ has significantly enhanced its capacity for monitoring geomagnetic activity. These improvements were critical in detecting and closely tracking the geomagnetic storms that occurred in March and May of 2024, as the Sun approached the peak of Solar Cycle 25, which commenced in December 2019.

The FUQ detection of May 2024 geomagnetic storms

In May 2024, intense solar activity originating from the active region AR 13664 caused significant geomagnetic disturbances. This region, rapidly evolving between May 4 and May 14, produced 12 X-class solar flares and multiple interplanetary coronal mass ejections (ICMEs). These ICMEs interacted, creating complex structures that led to a severe geomagnetic storm on May 11, with a Dst index of -412 nT, making it the sixth-largest storm since 1957 (**Hayakawa *et al.*, 2024**). The geomagnetic storm was also captured by broadband seismic sensors worldwide. Magnetic signals generated by the solar storm are distinctly visible in seismic data over a period exceeding 55 hours, making it one of the most prolonged geomagnetic storms ever detected by seismic instruments (**Diaz, 2024**).

The storm compressed Earth's magnetosphere, recorded at approximately 5.04 Earth radii. Observations confirmed auroral extensions as far as 29.8° invariant latitude. Ground-based neutron monitors and GOES satellite data captured a ground-level enhancement of cosmic rays and a Forbush decrease. The storm significantly impacted the ionosphere, with enhanced densities observed globally (**Hayakawa *et al.*, 2024**).

The May 2024 geomagnetic storm was one of the most intense solar events recorded as we near the solar maximum. The FUQ's new equipment was able to detect the onset of this storm in real-time, capturing high-resolution data across the three main geomagnetic components (D, H, and Z). The observatory recorded pronounced fluctuations, particularly in the H component, which exhibited sharp increases in intensity during the storm's peak, as seen in **Figure 5**. These measurements have provided key insights into the behavior of geomagnetic fields in equatorial regions, where the effects of solar storms can differ from those at higher latitudes.

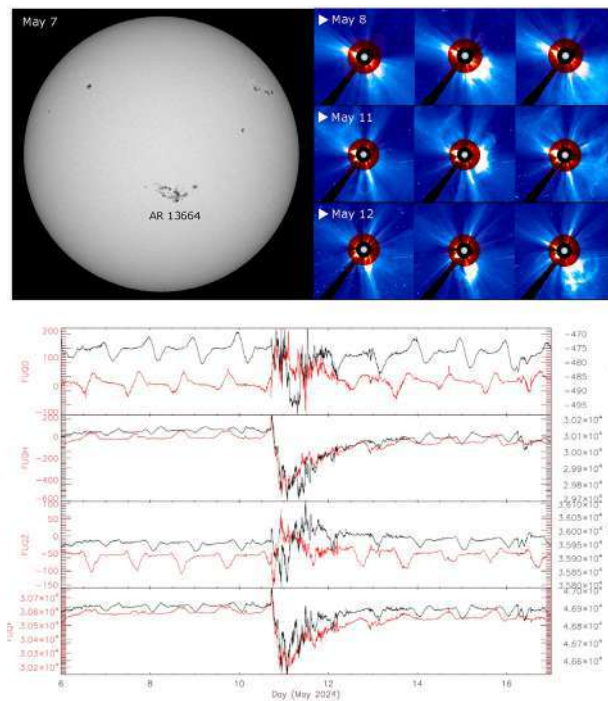


Figure 5. The figure illustrates the May 2024 solar and geomagnetic activity. The top-left panel shows a white-light image of the Sun taken on May 7 (Solar Dynamics Observatory, SDO), highlighting active region AR 13664 near the central meridian. The sequence on the right shows LASCO coronagraph images from the SOHO mission, depicting three of the coronal mass ejections (CMEs) that occurred on May 8, 11, and 12, as labeled. The bottom plot compares the magnetic variations recorded by the Fúquene National Geomagnetic Observatory (FUQ, red) and the Kakioka Magnetic Observatory (KAK, black) from May 6 to May 17, 2024, showcasing the pronounced geomagnetic disturbances associated with the solar events

Previously, in March 2024, another significant geomagnetic storm had been detected. Once again, the FUQ tracked the storm's progress, capturing detailed hourly variations in the EMF. These data can be compared with observations from other geomagnetic observatories worldwide, which will be critical for understanding the global nature of these events and their localized effects near the magnetic equator. One of the most significant implications of these storms is their potential impact on equatorial regions. While high-latitude regions are more typically associated with geomagnetic disturbances, equatorial areas like those near the FUQ also experience substantial effects, particularly during periods of heightened solar activity. The observatory's data from these recent storms indicate a stronger-than-expected response in the geomagnetic field near the equator, which could have implications for satellite communication, GNSS accuracy, and power grid stability in these regions.

Conclusions and discussion

Throughout its history, the FUQ has stood out due to its systematic and consistent geomagnetic measurements, making significant contributions to regional and global research. However, in previous years, the observatory had faced delays in adopting the most modern equipment and technologies used in other parts of the world. This technological lag limited its ability to fully integrate into contemporary research frameworks such as INTERMAGNET, the global network of geomagnetic observatories.

With the recent upgrades and modernization of its equipment, the observatory is now positioned to regain its prominence in the field of geomagnetic research. These new tools will enhance the precision and frequency of the data collected, making it a key player

once again in space weather monitoring and geomagnetic modeling. Importantly, the data obtained from Fúquene's strategic geographical location will soon be incorporated into INTERMAGNET, marking a significant step forward in the observatory's contributions to the global scientific community.

As the FUQ becomes more integrated into international monitoring networks, its data will serve as a critical reference for studies on geomagnetic phenomena and solar activity. This includes its potential role in refining EMF models, such as those used for predicting space weather and understanding the South Atlantic Anomaly. The observatory's enhanced capacity will also allow for more detailed studies on solar-related events, such as coronal mass ejections and geomagnetic storms, improving our ability to forecast and mitigate the effects of space weather on technology and infrastructure.

The FUQ's role in detecting and analyzing recent major geomagnetic storms highlights the importance of its newly modernized equipment. The March and May 2024 geomagnetic storms have demonstrated that FUQ, equipped with its updated technology, is ready to play a leading role in the study of geomagnetism and space weather, offering invaluable data for both local and global scientific investigations. The data collected from these events will not only contribute to a deeper understanding of geomagnetic responses in equatorial regions but will also position the observatory as a key contributor to the global scientific community's efforts to monitor space weather. The observatory's contributions will become a crucial reference point for geomagnetic modeling and space weather forecasting, especially as Solar Cycle 25 reaches its peak. IGAC will continue working to ensure the operation of the FUQ and its contribution to the study of the global geomagnetic field.

Supplementary information

See the supplementary information <https://www.raccefyn.co/index.php/raccefyn/article/view/3166/4526>

Acknowledgments

The research was sponsored by the DynaSun project, receiving funding under the Horizon Europe programme of the European Union under grant agreement no. 101131534. The views and opinions expressed are, however, those of the authors exclusively, and do not necessarily reflect those of the European Union, therefore, it cannot be held responsible for them.

Author contributions

MRAC and SVD were responsible for structuring the work, conducting the analysis, and drafting the text. JV, EC, SP, NGP, ETM, and CAFP carried out research tasks, actively participated in discussions, and contributed to text editing. All authors have thoroughly reviewed and approved the final version of the manuscript.

Conflicts of interest

The authors declare no conflicts of interest associated with the research process leading up to the drafting of this manuscript.

References

- Agarwal, V., Gupta, S., Joshi, R. (1980). An application of complex demodulation technique to geomagnetic data and conductivity anomaly studies. *Proceedings of the Indian Academy of Sciences (Earth and Planetary Sciences)*, 89(1), 67-77.
- Barraclough, D. R., Clark, T. D. G., Cowley, S. W. H., Hibberd, F. H., Hide, R., Kerridge, D. J., Lowes, F. J., Malin, S. R. C., Murphy, T., Rishbeth, H., Runcorn, S. K., Soffel, H. C., Stewart, D. N., Stuart, W. F., Whaler, K. A., Winch, D. E. (1992). 150 years of magnetic observatories: Recent researches on world data. *Surveys in Geophysics*, 13, 47-88.
- Barreto, L.M. (2007). Observatories in Latin America. In: Gubbins, D., Herrero-Bervera, E. (eds) *Encyclopedia of Geomagnetism and Paleomagnetism*. Springer.

- Bhardwaj, R. & Subba-Rao, P.** (2017). The afternoon counter-electrojet current system along the 75°E meridian during the IEEY. *Earth, Planets and Space*, 69, 91. <https://doi.org/10.1186/s40645-017-0134-6>
- Campbell, W. H.** (2003). *Introduction to geomagnetic fields (2nd ed.)*. Cambridge University Press.
- Cristofferson, A.** (1973). Linear magnetic anomalies in the Colombian Basin, Central Caribbean Sea. *Geological Society of America Bulletin*, 84(10), 3217-3230.
- Curto, J. J. & Gutiérrez, A.** (2022). Service of rapid magnetic variations, an update. *Geoscience Data Journal*, 10(1), 99-113. <https://doi.org/10.1002/gdj3.164>
- Curto, J. J. & Gutiérrez, A.** (2007). Evolution of the concept of Sudden Storm Commencements and their operative identification. *Earth, Planets and Space*, 59, i-xii. <https://doi.org/10.5047/eps.2007.10.001>
- Depuev, V., Depueva, A., Leshchinskaya, T. Yu.** (2008). Mechanism of formation of Q-disturbances in the F2 region of the equatorial ionosphere. *Geomagnetism and Aeronomy*, 48(1), 89-97. <https://doi.org/10.1134/S0016793208010095>
- Díaz, J.** (2024). Monitoring May 2024 solar and geomagnetic storm using broadband seismometers. *Scientific Reports*, 14, 30066. <https://doi.org/10.1038/s41598-024-81079-6>
- Erdélyi, R., Korsós, M. B., Huang, X., Yang, Y., Pizzey, D., Wrathmall, S. A., Hughes, I. G., Dyer, M. J., Dhillon, V. S., Belucz, B., Brajša, R., Chatterjee, P., Cheng, X., Deng, Y., Domínguez, S. V., Joya, R., Gömöry, P., Gyenge, N. G., Hanslmeier, A., Kucera, A., ... Zuccarello, F.** (2022). The Solar Activity Monitor Network – SAMNet. *Journal Space Weather Space Climatology*, 12, 2. <https://doi.org/10.1051/swsc/2021025>
- Garzón-Cárdenas, B. S. & Gil-Yépez, D.** (2017). Aplicación de la transformada wavelet para el análisis de las componentes del campo geomagnético y su relación con el comportamiento meteorológico en la estación de Fúquene en el periodo 2005-2015 [Monografía, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Facultad de Ingeniería, Ingeniería Catastral y Geodesia].
- Guarnizo-Muñoz, L. D. & Avendaño-Hernández, W. M.** (2020). Modelos del campo geomagnético en Colombia del año 1968 al año 1993 [Monografía, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Facultad del Medio Ambiente y Recursos Naturales, Ingeniería Topográfica].
- Gilbert, W.** (1958). *De Magnete* (P. Fleury Mottelay, Trad.). Dover Publications. (Trabajo original publicado en 1600).
- Hayakawa, H., Ebihara, Y., Mishev, A., Koldobskiy, S., Kusano, K., Bechet, S., Yashiro, S., Iwai, K., Shinbori, A., Mursula, K., Miyake, F., Shiota, D., Silveira, M. V. D., Stuart, R., Oliveira, D. M., Akiyama, S., Ohnishi, K., Ledvina, V., Miyoshi, Y.** (2024). The solar and geomagnetic storms in May 2024: A flash data report. *The Astrophysical Journal*, 979, 49. <https://doi.org/10.3847/1538-4357/ad9335>
- Hernández, H. D., Calderón, J. F., Chacón, C. A.** (2022). Estudio temporal del campo magnético terrestre en Colombia: Observatorio Geomagnético Fúquene. *Ciencia en Desarrollo*, 13(1), 31-41. <https://doi.org/10.19053/01217488.v13.n1.2022.12941>
- Instituto Geográfico Agustín Codazzi.** (2020). *Geomagnetismo*. IGAC. <https://antiguo.igac.gov.co/es/contenido/areas-estrategicas/geomagnetismo>
- Jankowski, J. & Sucksdorff, C.** (1996). *Guide for magnetic measurements and observatory practice*. International Association of Geomagnetism and Aeronomy.
- Kane, R.** (1973). *A critical appraisal of the method of estimating equatorial electrojet strength*. Physical Research Laboratory, Ahmedabad, India.
- Kane, R.** (1974). *Evolution of disturbance daily variation (DS) and interplanetary plasma parameters*. Physical Research Laboratory, Ahmedabad, India.
- Kivelson, M. G. & Russell, C. T.** (1995). *Introduction to Space Physics*, Cambridge U. Press.
- Prölss, G. W.** (Year?). *Physics of the Earth's Space Environment: An Introduction*. Springer.
- Ladino Parra, R. A., Figueredo Báez, Y. and Valdés Meneses, E. M.** (2001). Estudio de la variación solar quieta para el observatorio geomagnético de Fúquene. *Earth Sciences Research Journal*, (5), 32-39. <https://revistas.unal.edu.co/index.php/esrj/article/view/31292>
- Love, J.** (2008). Magnetic monitoring of earth and space. *Physics Today*, 61(2), 31. <https://doi.org/10.1063/1.2883907>
- MacDougall, J.** (1978). Equatorial electrojet and Sq current system-Part II. *Journal of Geomagnetism and Geoelectricity*, 31, 359-372.
- Medina, F.** (2012). Antecedentes del estudio del campo magnético terrestre en Colombia. *Scientia et Technica*, 17(50), 45-50.
- Moreno-Cárdenas, F., Cristancho-Sánchez, S., Vargas-Domínguez, S.** (2016). The grand aurorae borealis seen in Colombia in 1859. *Advances in Space Research*, 57(1), 257-267. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2015.08.026>

- National Academies of Sciences, Engineering, and Medicine.** (2024). *The next decade of discovery in solar and space physics: Exploring and safeguarding humanity's home in space*. Washington, DC: The National Academies Press. <https://doi.org/10.17226/27938>
- Newitt, L., Barton, C., Bitterly, J.** (1996). *Guide for magnetic repeat station surveys*. International Association of Geomagnetism and Aeronomy.
- Nishida, A.** (1978). *Geomagnetic diagnosis of the magnetosphere. II. Power supply through the interplanetary field effect*. Springer Science+Business Media.
- Peña-Marín, O. A. & Angulo-Sotelo, J. A.** (2020). Revisión técnica de los parámetros exigidos para pertenecer a la red internacional de observatorios magnéticos en tiempo real INTERMAGNET [Monografía, Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Facultad del Medio Ambiente y Recursos Naturales, Ingeniería en Topografía].
- Pinzón-Cortés, S., Gómez-Pérez, N., Vargas-Domínguez, S.** (2025). Ring current local time dependence during geomagnetic storms using equatorial Dst-proxies. *Acta Geod Geophys* (2025). <https://doi.org/10.1007/s40328-024-00459-6>
- Pogrebnoi, V. N., Golovkov, V. P., Zvereva, T. I., Mozoleva, E. L., Moldobekova, S.** (2009). Features of the latitudinal distribution of the annual variation of the geomagnetic field level and circumpolar current system in 1964. *Geomagnetism and Aeronomy*, 50(4), 536-541. <https://doi.org/10.1134/S0016793209040035>
- Randall, R. R.** (1989). *Joint program of the Defense Mapping Agency Inter-American Geodetic Survey (DMAIGS) and the Pan-American Institute for Geography and History (PAIGH) on gazetteers and geographic names: Paper submitted by the United States of America*. United Nations Economic and Social Council. <https://digitallibrary.un.org/record/55917?ln=es>
- Rastogi, R. G.** (1977). Coupling between equatorial and auroral ionospheres during polar substorms. *Proceedings of the Indian Academy of Sciences*, 86A(4), 409-416.
- Rastogi, R. G. & Chandra, H.** (2006). Conductivity, electric field and electron drift velocity within the equatorial electrojet. *Earth, Planets and Space*, 58, 1071-1077.
- Rastogi, R. G., Chandra, H., Das, A. C., Sridharan, R., Reinisch, B. W., Khurshid A.** (2012). Effects of a magnetic cloud simultaneously observed on the equatorial ionosphere in midday and midnight sectors. *Earth, Planets and Space*, 64, 353-360.
- Rastogi, R. G. & Kumar, K.** (1975). Effect of interplanetary magnetic field on ionosphere over the magnetic equator. *Proceedings of the Indian Academy of Sciences*, 82A(4), 121-141.
- Rastogi, R. G. & Kumar, K.** (1975). On the simultaneous existence of eastward and westward flowing equatorial electrojet currents. *Proceedings of the Indian Academy of Sciences*, 81A(2), 80-92.
- Sánchez-Cifuentes, P. D.** (2018). Análisis de los registros históricos y estado de las estaciones geomagnéticas de Colombia (1977-1997) para el restablecimiento de la red geomagnética nacional. [Tesis, Universidad de Cundinamarca].
- Siddiqui, O., Maute, A., Pedatella, N., Yamazaki, Y., Lühr, H., Stolle, C.** (2018). On the variability of the semidiurnal solar and lunar tides of the equatorial electrojet during sudden stratospheric warmings. *Annales Geophysicae*, 36, 1545-1562. <https://doi.org/10.5194/angeo-2018-80>
- St-Louis, B.** (Ed.), INTERMAGNET Operations Committee and Executive Council, 2024, INTERMAGNET Technical Reference Manual, Version 5.1.1.
- Thébault, E., Finlay, C. C., Beggan, C. D., Alken, P., Aubert, J., Barrois, O., Bertrand, F., Bondar, T., Boness, A., Brocco, L., Canet, E., Chambodut, A., Chulliat, A., Coisson, P., Civet, F., Du, A., Fournier, A., Fratter, I., Gillet, N., ... Zvereva, T.** (2015). International Geomagnetic Reference Field: the 12th generation. *Earth, Planets and Space*, 67(1), 79. <https://doi.org/10.1186/s40623-015-0228-9>
- Tsurutani, B. T., González, W. D., Lakhina, G. S., Alex, S.** (2003). The extreme magnetic storm of 1-2 September 1859. *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, 108(A7), 1268.

Matemáticas

Artículo original

Descomposiciones aditivas del vector de desplazamiento del sistema de Lamé-Navier

Additive decompositions of the displacement vector of the Lamé-Navier system

 Daniel Alfonso-Santiesteban^{1,*},  Ricardo Abreu-Blaya^{1,2},
 José Luis Sánchez-Santiesteban¹,  José María Sigarreta-Almira¹

¹ Facultad de Matemáticas, Universidad Autónoma de Guerrero, México.

² Investigador Invitado, Universidad UTE Ecuador.

Resumen

En el contexto del análisis de Clifford surgen las funciones inframonogénicas como las soluciones de una versión no conmutativa de la ecuación de Laplace. La aplicabilidad de estas funciones en la búsqueda de nuevas representaciones para las soluciones de la ecuación de equilibrio en Elasticidad Lineal ha sido objeto de estudio por varios investigadores. Este trabajo se centra en descomposiciones aditivas para los desplazamientos del sistema de Lamé-Navier mediante funciones inframonogénicas.

Palabras clave: Análisis de Clifford; Funciones inframonogénicas; Conjuntos estructurales; Sistema de Lamé-Navier.

Abstract

In the context of Clifford analysis, the inframonogenic functions arise as the solutions of a non-commutative version of the Laplace equation. The applicability of these functions in the search for new representations for the solutions of the equilibrium equation in Linear Elasticity has been studied by several researchers. This work focuses on additive decompositions for the displacements of the Lamé-Navier system by means of inframonogenic functions.

Keywords: Clifford analysis; Inframonogenic functions; Structural sets; Lamé-Navier system.

Introducción

En las últimas décadas el estudio del operador de Dirac ha sido el tema central en muchas áreas de la matemática. La consideración de propiedades locales de las funciones que pertenecen al núcleo de este operador (conocidas como funciones monogénicas) ha conducido a una moderna teoría de funciones, comúnmente conocida como análisis de Clifford. Las álgebras de Clifford tienen infinitas aplicaciones dentro del Análisis, la Geometría, la Computación y la Física. Incluso, la factorización que buscaba Paul Dirac de la ecuación de Klein-Gordon allá por el año 1928 solo era posible considerando matrices γ que generan el álgebra de Clifford $\mathbb{R}_{1,3}$, la cual es isomorfa a la del espacio-tiempo de la relatividad especial (Dirac, 1928). De particular interés es el álgebra de Clifford real y universal $\mathbb{R}_{0,m}$, que se genera

Citación: Alfonso-Santiesteban D., *et al.* Descomposiciones aditivas del vector de desplazamiento del sistema de Lamé-Navier. Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. 49(190):163-182, enero-marzo de 2025. doi: <https://doi.org/10.18257/raccefyn.3101>

Editor: Francisco José Marcellán
Español

***Correspondencia:**
Daniel Alfonso-Santiesteban;
danielalfonso950105@gmail.com

Recibido: 30 de octubre de 2024
Aceptado: 11 de febrero de 2025
Publicado en línea: 5 de marzo de 2025



Este artículo está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-Compartir Igual 4.0 Internacional

con la base canónica $\{e_1, \dots, e_m\}$ de $\mathbb{R}^m$ sujeta a las relaciones multiplicativas siguientes:

$$e_i e_j + e_j e_i = -2\delta_{i,j}, \quad (1)$$

donde $\delta_{i,j}$ denota a la delta de Kronecker. Las álgebras $\mathbb{R}_{0,1}$ y $\mathbb{R}_{0,2}$ son isomorfas a las álgebras de los complejos y cuaternios reales, respectivamente. El análisis de Clifford constituye una generalización elegante de la teoría de las funciones holomorfas del análisis complejo y cuaterniónico. A diferencia de lo que sucede en los números complejos, en estas álgebras geométricas se pierde en general la conmutatividad del producto y solo se preserva la asociatividad.

El operador de Dirac sobre $\mathbb{R}^m$ se define como

$$\underline{\partial} := \sum_{i=1}^m e_i \frac{\partial}{\partial x_i}. \quad (2)$$

Este operador es débilmente elíptico y puede ser visto como un caso particular del operador de Atiyah-Singer-Dirac en Geometría Espinorial. Además, $\underline{\partial}$ factoriza al Laplaciano m -dimensional Δ_m en el sentido de que $-\underline{\partial}^2 = \Delta_m$. Por ello, el análisis de Clifford puede apreciarse también como un refinamiento del clásico análisis armónico. La conocida ecuación de Laplace, en este contexto, tomaría la forma siguiente en términos del operador de Dirac:

$$\underline{\partial}^2 f = 0. \quad (3)$$

Una versión no conmutativa de esta ecuación (3) es la siguiente ecuación:

$$\underline{\partial} f \underline{\partial} = 0, \quad (4)$$

cuyas soluciones son llamadas funciones inframonogénicas y surgen específicamente en este ámbito del análisis de Clifford (**Malonek, Peña-Peña & Sommen**, 2011). En el cálculo vectorial cuando se restringe a solo considerar campos vectoriales $f = \vec{v}$, la anterior ecuación (4) puede ser reescrita como

$$\nabla(\nabla \cdot \vec{v}) + \nabla \times (\nabla \times \vec{v}) = 0. \quad (5)$$

Puede notarse cómo la ecuación de Laplace toma la forma similar

$$\nabla(\nabla \cdot \vec{v}) - \nabla \times (\nabla \times \vec{v}) = 0. \quad (6)$$

El cambio de signo en ambas ecuaciones provoca que la segunda de ellas, a diferencia de la primera, sea fuertemente elíptica.

El gran atractivo de esta clase de funciones para matemáticos y físicos ha ido creciendo desde su descubrimiento en el 2010 por Malonek et al. (**Malonek, Peña-Peña & Sommen**, 2010) y ya han sido muchos los resultados que hasta la fecha se han obtenido. En el 2017 se publicó una fórmula integral de tipo Cauchy que permite conocer a la función inframonogénica en un dominio interior a través de los valores de esta y de sus derivadas de primer orden sobre la frontera (**García et al.**, 2017). También se ha podido constatar que el vector de desplazamiento de los puntos de un material elástico lineal, isótropo, homogéneo y sin fuerzas de volumen admite la representación de un campo vectorial armónico más uno inframonogénico (**García et al.**, 2018). Moreno García et al. probaron que la bola en dimensión impar es un conjunto de unicidad para este tipo de funciones (**García, García & Blaya**, 2022); mientras que Láviccka encontró una descomposición de Fischer por medio de la H-acción para el espacio de polinomios homogéneos inframonogénicos (**Láviccka**, 2011). Recientemente, se han obtenido descomposiciones de Almansi y se han construido bases ortogonales cuadrado integrables sobre la esfera para este tipo de funciones (**García et al.**, 2020; **Peña, Morais & Porter**, 2023). Se remite al lector interesado en profundizar sobre

este tópico a los trabajos: **Álvarez et al.**, 2023; **Dinh**, 2014; **García, Santiesteban y Blaya**, 2023; **Santiesteban, Blaya y Reyes**, 2023; **Wang et al.**, 2022.

El objetivo de este trabajo es estudiar las funciones inframonogénicas y sus aplicaciones en la Elasticidad Lineal, específicamente en la búsqueda de descomposiciones aditivas para el vector de desplazamiento que describe el famoso sistema de Lamé-Navier. Las representaciones de las soluciones a la ecuación de equilibrio elástica mediante funciones definidas en álgebras de Clifford ayudan a comprender la estructura del vector de desplazamiento y sugieren generalizaciones naturales en dimensiones mayores. Los métodos empleados en la elaboración de este trabajo estuvieron determinados por los objetivos específicos y las tareas de investigación. Se emplearon los métodos: histórico-lógico, análisis y síntesis, inducción y deducción; todos de gran importancia en el estudio de fuentes de información y en el procesamiento de los fundamentos científicos. Se hace necesario el uso de un extenso marco teórico enfocado al uso de las herramientas propias del análisis de Clifford y de la teoría de operadores en la resolución de sistemas de ecuaciones en derivadas parciales de la Física-Matemática.

1 Preliminares

La siguiente definición de álgebra de Clifford está dada por **Gürlebeck, Habetha y Spröbig**, 2008, pág. 52:

Definición 1.1 *Álgebra de Clifford $\mathbb{R}_{p,q}$*

Sea el espacio euclídeo $\mathbb{R}^{m+1}$ con la base canónica $\mathcal{B} = \{e_0, e_1, \dots, e_m\}$ sujeta a las siguientes relaciones multiplicativas:

$$\begin{aligned} e_0 e_i &= e_i e_0 = e_i, \quad i = 1, \dots, m, \\ e_i e_j &= -e_j e_i, \quad i \neq j, \quad i, j = 1, \dots, m, \\ e_0^2 &= e_1^2 = \dots = e_p^2 = 1, \\ e_{p+1}^2 &= e_{p+2}^2 = \dots = e_{p+q}^2 = -1, \end{aligned} \quad (7)$$

donde $p \in \{0, 1, \dots, m\}$ y $q := m - p$. La base $\mathcal{B}$ y las relaciones (7) generan una base de un álgebra 2^m -dimensional $\mathcal{A} = \mathbb{R}_{p,q}$:

$$e_0; e_1, e_2, \dots, e_m; e_1 e_2, e_1 e_3, \dots, e_{m-1} e_m; \dots; e_1 e_2 \dots e_m,$$

con elemento unitario e_0 . El álgebra construida recibe el nombre de álgebra de Clifford universal $\mathbb{R}_{p,q}$.

De particular importancia son las álgebras de Clifford con $p = 0$, las cuales generalizan directamente al álgebra de los números complejos $\mathbb{C}$ y al álgebra de los cuaternios reales de Hamilton $\mathbb{H}(\mathbb{R})$. Cabe destacar que existe un isomorfismo entre $\mathbb{R}_{0,1}$ y $\mathbb{C}$; así como también entre $\mathbb{R}_{0,2}$ y $\mathbb{H}(\mathbb{R})$. En lo que resta de este trabajo serán de nuestro interés solo las álgebras $\mathbb{R}_{0,m}$. El espacio vectorial

$$\mathbb{R}^m = \{\underline{x} = x_1 e_1 + x_2 e_2 + \dots + x_m e_m, x_i \in \mathbb{R}, i = 1, 2, \dots, m\}$$

está inmerso en $\mathbb{R}_{0,m}$. Un elemento $a \in \mathbb{R}_{0,m}$ puede ser escrito como $a = \sum_A a_A e_A$, donde a_A son constantes reales y A recorre todos los posibles conjuntos ordenados

$$A = \{1 \leq i_1 < \dots < i_k \leq m\}$$

o $A = \emptyset$, y $e_A = e_{i_1} e_{i_2} \dots e_{i_m}$, $e_\emptyset = e_0 = 1$. En particular, $Sc[a]$ se refiere a la parte escalar de a . Nótese que cualquier $a \in \mathbb{R}_{0,m}$ admite la descomposición única:

$$a = [a]_0 + [a]_1 + \dots + [a]_m, \quad (8)$$

donde $[\cdot]_k$ denota la proyección de $\mathbb{R}_{0,m}$ en $\mathbb{R}_{0,m}^{(k)}$. Aquí $\mathbb{R}_{0,m}^{(k)}$ denota al subespacio de k -vectores definido por

$$\mathbb{R}_{0,m}^{(k)} = \text{span}_{\mathbb{R}}(e_A : |A| = k).$$

Para un vector v y un k -vector F_k , su producto vF_k resulta en un $(k-1)$ -vector y un $(k+1)$ -vector:

$$vF_k = [vF_k]_{k-1} + [vF_k]_{k+1},$$

donde

$$[vF_k]_{k-1} = \frac{1}{2}[vF_k - (-1)^k F_k v]$$

y

$$[vF_k]_{k+1} = \frac{1}{2}[vF_k + (-1)^k F_k v].$$

Los productos interior y exterior entre v y F_k son definidos por $v \cdot F_k := [vF_k]_{k-1}$ y $v \wedge F_k := [vF_k]_{k+1}$, respectivamente. El espacio $\mathbb{R}_{0,m}$ también puede ser descompuesto en dos subespacios 2^{m-1} -dimensionales $\mathbb{R}_{0,m}^+$ y $\mathbb{R}_{0,m}^-$, los cuales contienen los multivectores pares e impares:

$$\mathbb{R}_{0,m} = \mathbb{R}_{0,m}^+ \oplus \mathbb{R}_{0,m}^-.$$

Cabe mencionar que $\mathbb{R}_{0,m}^+$ es una subálgebra de $\mathbb{R}_{0,m}$ llamada subálgebra par. La subálgebra par del álgebra del espacio-tiempo de Minkowski es isomorfa al álgebra de Pauli $\mathbb{R}_{3,0}$, y esta a su vez tiene una subálgebra par isomorfa al álgebra de los cuaternios reales $\mathbb{H}(\mathbb{R})$; mientras que los números complejos $\mathbb{C}$ representan la subálgebra par de $\mathbb{H}(\mathbb{R})$.

Todo elemento Cliffordiano a es suma de su parte par

$$a^+ = \sum_{k-\text{par}} [a]_k$$

y su parte impar

$$a^- = \sum_{k-\text{impar}} [a]_k.$$

La conjugación es una anti-involución definida por las relaciones $\bar{e}_i = -e_i$ ($i = 1, 2, \dots, m$). Por ende,

$$\bar{a} = \sum_A a_A \bar{e}_A, \quad \bar{e}_A = (-1)^{\frac{|A|(|A|+1)}{2}} e_A.$$

Para un análisis detallado de los fundamentos básicos relacionados con las álgebras de Clifford se invita al lector a consultar las referencias: **Brackx, Delanghe y Sommen**, 1982; **Delanghe**, 1970, 2001; **Delanghe y Reyes**, 2003; **Delanghe, Sommen y Souček**, 1992; **Gürlebeck, Habetha y Sprössig**, 2008; **Gürlebeck y Sprössig**, 1990, 1997; **Reséndis y Shapiro**, 2002; **Ryan**, 2000, 2004; **Sommen y Sprössig**, 2002.

En este trabajo se considerarán funciones $f : \Omega \subset \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}_{0,m}$, las cuales puedan ser escritas como $f(\underline{x}) = \sum_A f_A(\underline{x}) e_A$, donde f_A son funciones reales. Propiedades tales como la continuidad, la diferenciabilidad y la integrabilidad tienen el usual sentido a través de sus componentes reales, o sea, una función será continua si todas sus componentes reales lo son. El espacio de funciones k -veces continuamente diferenciables sobre un dominio Ω será denotado por $C^k(\Omega, \mathbb{R}_{0,m})$. Se asumirán dominios $\Omega \subset \mathbb{R}^m$ abiertos y simplemente conexos con una frontera Γ lo suficientemente suave.

En las últimas décadas los tan llamados *conjuntos estructurales* han ganado mucha relevancia. Un conjunto estructural φ es una base ortonormal arbitraria de $\mathbb{R}^m \simeq \mathbb{R}_{0,m}^{(1)}$:

$$\varphi = (\varphi_1, \dots, \varphi_m),$$

la cual también cumplirá que

$$\varphi_i \varphi_j + \varphi_j \varphi_i = -2\delta_{ij} \quad (i, j = 1, 2, \dots, m).$$

El término fue introducido en los trabajos de Shapiro y Vasilevski a finales del siglo pasado (**Shapiro & Vasilevski**, 1995); sin embargo, fue el japonés Nôno quien utilizó por vez primera estos tipos de conjuntos allá por el año 1986 en una linearización cuaterniónica del Laplaciano (**Nôno**, 1986). Algunas nociones preliminares acerca de este tipo de conjuntos pueden consultarse también en los trabajos de **Nôno y Inenaga**, 1987; **Shapiro**, 1997. Los conjuntos estructurales poseen un rol importante en las representaciones de polinomios contragénicos, propiedades de mapeo de transformadas de Ahlfors-Beurling (o Π -operadores), Elasticidad Lineal, $\bar{\partial}$ -problemas, descomposiciones de Fischer y en transformaciones conformes multidimensionales (ver, por ejemplo, los trabajos: **Blaya et al.**, 2016, 2017; **Bock et al.**, 2015; **Gürlebeck y Nguyen**, 2014; **Krausshar y Malonek**, 2001; **Nguyen**, 2015; **Santiesteban**, 2024; **Santiesteban, Blaya y Alejandre**, 2023; **Santiesteban et al.**, 2024).

En el espacio $C^1(\Omega, \mathbb{R}_{0,m})$ es posible definir un operador de Dirac generalizado como:

$${}^{\varphi}\partial := \varphi_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + \varphi_2 \frac{\partial}{\partial x_2} + \dots + \varphi_m \frac{\partial}{\partial x_m}.$$

Para el caso particular del conjunto estructural estándar $\{e_1, e_2, \dots, e_m\}$ el operador ${}^{\varphi}\partial$ se convierte en el tradicional operador de Dirac ∂ definido en la introducción. La ortonormalidad del conjunto estructural implica la factorización del Laplaciano mediante el operador ${}^{\varphi}\partial$. Una función se dice que es φ -hiperholomorfa por la izquierda (derecha) en el dominio Ω si ${}^{\varphi}\partial f = 0$ ($f {}^{\varphi}\partial = 0$) en Ω . Es conocido que el espacio de funciones φ -hiperholomorfas es isomorfo al espacio de funciones monogénicas, ya que se puede asegurar la existencia de una transformación ortogonal T entre ambos espacios tal que $T(\varphi_i) = e_i$, $\forall i \in \{1, \dots, m\}$ (consultar el libro de **Gürlebeck, Habetha y Sprößig**, 2008). Sin embargo, la teoría de funciones φ -hiperholomorfas tiene rasgos interesantes cuando se consideran conjuntos estructurales diferentes, en cuyo caso la existencia de una transformación ortogonal al caso estándar es al menos improbable. En la siguiente sección se podrá corroborar lo antes mencionado.

2 Generalizaciones no triviales de las funciones armónicas

Los conjuntos estructurales brindan la posibilidad de considerar toda una familia de nuevas ecuaciones en derivadas parciales de segundo orden:

$${}^{\varphi}\partial f {}^{\psi}\partial = 0 \tag{9}$$

y

$${}^{\varphi}\partial {}^{\psi}\partial f = 0, \tag{10}$$

donde φ y ψ son dos conjuntos estructurales arbitrarios. En la literatura, las soluciones de las ecuaciones (9) y (10) reciben el nombre de funciones (φ, ψ) -inframonogénicas y (φ, ψ) -armónicas, respectivamente (**Ricardo, Reyes & Blaya**, 2021; **Santiesteban, Blaya & Alejandre**, 2022a; **Santiesteban, Pérez & Blaya**, 2022). Note que cuando $\varphi = \psi$ la ecuación (10) se reduce a la ecuación de Laplace; mientras que en el caso particular de $\varphi = \psi = (e_1, e_2, \dots, e_m)$ la ecuación (9) se transforma en la ecuación sándwich (4). Los espacios de funciones armónicas, inframonogénicas, (φ, ψ) -inframonogénicas y (φ, ψ) -armónicas en Ω se representarán con las simbologías: $\mathcal{H}(\Omega)$, $\mathcal{I}(\Omega)$, $\mathcal{I}_{\varphi, \psi}(\Omega)$ y $\mathcal{H}_{\varphi, \psi}(\Omega)$, respectivamente. Existe un isomorfismo entre $\mathcal{I}(\Omega)$ y $\mathcal{I}_{\varphi, \psi}(\Omega)$; sin embargo, cruciales diferencias se han obtenido entre estos tipos de funciones cuando las bases ortonormales se

toman diferentes (Santiesteban & Blaya, 2022). No es posible construir una biyección lineal semejante a la obtenida entre los espacios anteriores para el caso de funciones armónicas y (φ, ψ) -armónicas. Es de esperar que no sucediese por el hecho de que en general las funciones (φ, ψ) -armónicas (al igual que las inframonogénicas y (φ, ψ) -inframonogénicas) violan el principio del módulo máximo. En los trabajos de Ricardo et al., 2022 y Santiesteban, Blaya y Alejandro, 2022a, se han construido ejemplos no triviales de funciones (φ, ψ) -inframonogénicas y (φ, ψ) -armónicas sobre dominios elipsoidales con traza nula.

Estas funciones son infinitamente diferenciables haciendo uso del teorema de regularidad para operadores elípticos. Además, se han encontrado fórmulas de representación integral de tipo Cauchy con núcleos infinitamente diferenciables (Reyes et al., 2016; Santiesteban, Blaya & Alejandro, 2022a). Como $\varphi \partial \varphi \partial (\cdot) \psi \partial \psi \partial (\cdot) = \psi \partial \varphi \partial \varphi \partial \psi \partial (\cdot) = \Delta^2$ entonces los espacios $\mathcal{I}_{\varphi, \psi}(\Omega)$ y $\mathcal{H}_{\varphi, \psi}(\Omega)$ son subespacios propios del espacio de las funciones biarmónicas. La Figura 1 muestra un ejemplo concreto de la posición relativa de estos subespacios. Si se escoge $\Omega = \mathbb{R}^3$ y los conjuntos estructurales $\varphi = (e_1, e_2, e_3)$ y $\psi = (e_3, e_2, e_1)$, entonces por un cálculo sencillo se puede verificar que los siguientes polinomios pertenecen a cada una de las intersecciones de estos subespacios:

$$\begin{aligned} p_1(\underline{x}) &= 2x_1x_3e_1 - x_2e_2 - (x_1^2 - x_3^2)e_3 \in \mathcal{H}(\mathbb{R}^3) \cap \mathcal{I}_{\varphi, \psi}(\mathbb{R}^3) \cap \mathcal{H}_{\varphi, \psi}(\mathbb{R}^3), \\ p_2(\underline{x}) &= 2x_2x_3e_1 - (x_1^2 + x_2^2)e_2 \in \mathcal{I}_{\varphi, \psi}(\mathbb{R}^3) \cap \mathcal{H}_{\varphi, \psi}(\mathbb{R}^3) \setminus \mathcal{H}(\mathbb{R}^3), \\ p_3(\underline{x}) &= x_1x_3e_1 + x_2e_2 \in \mathcal{I}_{\varphi, \psi}(\mathbb{R}^3) \cap \mathcal{H}(\mathbb{R}^3) \setminus \mathcal{H}_{\varphi, \psi}(\mathbb{R}^3), \\ p_4(\underline{x}) &= (x_1x_2 + x_2x_3)e_2 \in \mathcal{H}_{\varphi, \psi}(\mathbb{R}^3) \cap \mathcal{H}(\mathbb{R}^3) \setminus \mathcal{I}_{\varphi, \psi}(\mathbb{R}^3), \\ p_5(\underline{x}) &= (x_1^2 - x_3^2)e_2 + x_2e_1 \in \mathcal{H}(\mathbb{R}^3) \setminus \mathcal{H}_{\varphi, \psi}(\mathbb{R}^3) \cup \mathcal{I}_{\varphi, \psi}(\mathbb{R}^3), \\ p_6(\underline{x}) &= (x_1^2 + x_3^2)e_1 + 2x_2^2e_3 \in \mathcal{I}_{\varphi, \psi}(\mathbb{R}^3) \setminus \mathcal{H}_{\varphi, \psi}(\mathbb{R}^3) \cup \mathcal{H}(\mathbb{R}^3), \\ p_7(\underline{x}) &= (x_1^2 + x_3^2)e_1 - 2x_2e_3 \in \mathcal{H}_{\varphi, \psi}(\mathbb{R}^3) \setminus \mathcal{H}(\mathbb{R}^3) \cup \mathcal{I}_{\varphi, \psi}(\mathbb{R}^3). \end{aligned}$$

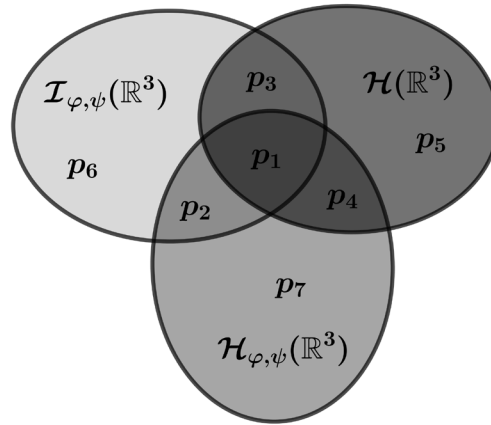


Figura 1. Los espacios $\mathcal{H}(\mathbb{R}^3)$, $\mathcal{I}_{\varphi, \psi}(\mathbb{R}^3)$ y $\mathcal{H}_{\varphi, \psi}(\mathbb{R}^3)$

La acción del operador de Dirac $\underline{\partial}$ sobre un campo k -vectorial F_k puede verse como suma de un producto interior y otro exterior, o sea,

$$\underline{\partial} F_k = \underline{\partial} \cdot F_k + \underline{\partial} \wedge F_k, \quad (11)$$

donde

$$\underline{\partial} \cdot F_k = \frac{1}{2} [\underline{\partial} F_k - (-1)^k F_k \underline{\partial}] = [\underline{\partial} F_k]_{k-1}$$

y

$$\underline{\partial} \wedge F_k = \frac{1}{2} [\underline{\partial} F_k + (-1)^k F_k \underline{\partial}] = [\underline{\partial} F_k]_{k+1}.$$

Utilizando el hecho que $\underline{\partial} \cdot \underline{\partial} \cdot F_k = \underline{\partial} \wedge \underline{\partial} \wedge F_k = 0$, se obtienen las fórmulas siguientes:

$$\Delta F_k = \underline{\partial} \cdot \underline{\partial} \wedge F_k + \underline{\partial} \wedge \underline{\partial} \cdot F_k \quad (12)$$

y

$$\underline{\partial} F_k \underline{\partial} = (-1)^k (\underline{\partial} \cdot \underline{\partial} \wedge F_k - \underline{\partial} \wedge \underline{\partial} \cdot F_k). \quad (13)$$

El Laplaciano y el operador $\underline{\partial}(\cdot)\underline{\partial}$ mantienen invariante el espacio de k -vectores. Se tiene así la primera semejanza entre las funciones armónicas y las inframonogénicas. Una función es armónica (inframonogénica) en Ω si y solo si cada una de sus k -partes es también armónica (inframonogénica) en Ω . Sin embargo, esta propiedad no se evidencia en general para las clases de funciones (φ, ψ) -armónicas y (φ, ψ) -inframonogénicas. Veamos un simple ejemplo. Sea la función $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}_{0,3}$ definida por:

$$f(\underline{x}) = x_2^2 + x_3^2 + x_3 x_1 + x_1^2 e_1 e_3 + 2x_2 x_1 e_2 e_3. \quad (14)$$

Sean los conjuntos estructurales:

$$\varphi = (e_1, e_2, e_3),$$

$$\psi = (e_3, e_2, e_1).$$

Mediante un cálculo directo se arriba a lo siguiente:

$$\begin{aligned} \varphi \underline{\partial} f \psi \underline{\partial} &= e_1 \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} e_3 + e_2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} e_2 + e_3 \frac{\partial^2 f}{\partial x_3^2} e_1 + e_1 \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} e_2 + e_1 \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_3} e_1 \\ &\quad + e_2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} e_3 + e_2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_3} e_1 + e_3 \frac{\partial^2 f}{\partial x_3 \partial x_1} e_3 + e_3 \frac{\partial^2 f}{\partial x_3 \partial x_2} e_2 \\ &= e_1 (2e_1 e_3) e_3 + 2e_2^2 + 2e_3 e_1 + e_1 (2e_2 e_3) e_2 + e_1^2 + e_2 (2e_2 e_3) e_3 + e_3^2 \\ &= 2 - 2 + 2e_3 e_1 + 2e_1 e_3 - 1 + 2 - 1 \\ &= 0. \end{aligned}$$

Es decir, la función f es (φ, ψ) -inframonogénica en todo el espacio $\mathbb{R}^3$ y nótese ahora que algunas de sus componentes k -vectoriales no lo son:

$$\begin{aligned} \varphi \underline{\partial} [f]_0 \psi \underline{\partial} &= \varphi \underline{\partial} [x_2^2 + x_3^2 + x_3 x_1] \psi \underline{\partial} \\ &= 2e_2^2 + 2e_3 e_1 + e_1^2 + e_3^2 \\ &= -2 + 2e_3 e_1 - 1 - 1 \\ &= -4 + 2e_3 e_1 \neq 0, \\ \varphi \underline{\partial} [f]_1 \psi \underline{\partial} &= 0, \\ \varphi \underline{\partial} [f]_2 \psi \underline{\partial} &= \varphi \underline{\partial} [x_1^2 e_1 e_3 + 2x_2 x_1 e_2 e_3] \psi \underline{\partial} \\ &= e_1 (2e_1 e_3) e_3 + e_1 (2e_2 e_3) e_2 + e_2 (2e_2 e_3) e_3 \\ &= 2 + 2e_1 e_3 + 2 \\ &= 4 + 2e_1 e_3 \neq 0, \\ \varphi \underline{\partial} [f]_3 \psi \underline{\partial} &= 0. \end{aligned}$$

Note en este ejemplo como el operador generalizado $\varphi \underline{\partial}(\cdot) \psi \underline{\partial}$ no transforma la parte escalar de f en otro escalar, sino en un escalar sumado con un bivector. Aunque esta propiedad de invariancia no se cumple en general para conjuntos estructurales no equivalentes; sí es posible arribar a una versión débil de la misma. Una función f es (φ, ψ) -inframonogénica ((φ, ψ) -armónica) en Ω si y solo si sus partes par e impar son funciones

(φ, ψ) -inframonomogénicas ((φ, ψ) -armónicas) en Ω . Esta afirmación se demuestra directamente gracias a las relaciones de conmutación siguientes:

$$\varphi \underline{\partial} [f]_{\pm} \psi \underline{\partial} = [\varphi \underline{\partial} f \psi \underline{\partial}]_{\pm}, \quad \varphi \underline{\partial} \psi \underline{\partial} [f]_{\pm} = [\varphi \underline{\partial} \psi \underline{\partial} f]_{\pm}. \quad (15)$$

En este contexto, la acción del operador de Dirac $\varphi \underline{\partial}$ sobre el campo k -vectorial está dada por

$$\varphi \underline{\partial} F_k = \varphi \underline{\partial} \cdot F_k + \varphi \underline{\partial} \wedge F_k,$$

donde

$$\begin{aligned} \varphi \underline{\partial} \cdot F_k &= \frac{1}{2} (\varphi \underline{\partial} F_k - (-1)^k F_k \varphi \underline{\partial}) = [\varphi \underline{\partial} F_k]_{k-1}, \\ \varphi \underline{\partial} \wedge F_k &= \frac{1}{2} (\varphi \underline{\partial} F_k + (-1)^k F_k \varphi \underline{\partial}) = [\varphi \underline{\partial} F_k]_{k+1}. \end{aligned}$$

Por consiguiente,

$$\begin{aligned} \varphi \underline{\partial} \psi \underline{\partial} F_k &= \varphi \underline{\partial} \cdot \psi \underline{\partial} \wedge F_k + \varphi \underline{\partial} \wedge \psi \underline{\partial} \cdot F_k + \varphi \underline{\partial} \cdot \psi \underline{\partial} \cdot F_k \\ &\quad + \varphi \underline{\partial} \wedge \psi \underline{\partial} \wedge F_k, \\ \varphi \underline{\partial} F_k \psi \underline{\partial} &= (-1)^k \underbrace{(\varphi \underline{\partial} \cdot \psi \underline{\partial} \wedge F_k - \varphi \underline{\partial} \wedge \psi \underline{\partial} \cdot F_k)}_{k\text{-vector}} \\ &\quad - \underbrace{\varphi \underline{\partial} \cdot \psi \underline{\partial} \cdot F_k}_{(k-2)\text{-vector}} + \underbrace{\varphi \underline{\partial} \wedge \psi \underline{\partial} \wedge F_k}_{(k+2)\text{-vector}}. \end{aligned}$$

En particular, para campos k -vectoriales (φ, ψ) -armónicos o (φ, ψ) -inframonomogénicos se tiene que

$$\begin{aligned} \varphi \underline{\partial} \psi \underline{\partial} F_k = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} \varphi \underline{\partial} \cdot \psi \underline{\partial} \cdot F_k &= 0, \\ \varphi \underline{\partial} \cdot \psi \underline{\partial} \wedge F_k + \varphi \underline{\partial} \wedge \psi \underline{\partial} \cdot F_k &= 0, \\ \varphi \underline{\partial} \wedge \psi \underline{\partial} \wedge F_k &= 0, \end{cases} \\ \varphi \underline{\partial} F_k \psi \underline{\partial} = 0 &\Leftrightarrow \begin{cases} \varphi \underline{\partial} \cdot \psi \underline{\partial} \cdot F_k &= 0, \\ \varphi \underline{\partial} \cdot \psi \underline{\partial} \wedge F_k - \varphi \underline{\partial} \wedge \psi \underline{\partial} \cdot F_k &= 0, \\ \varphi \underline{\partial} \wedge \psi \underline{\partial} \wedge F_k &= 0. \end{cases} \end{aligned}$$

3 Sistema de Lamé-Navier

El vector de desplazamiento tridimensional $\vec{u}$ de un material elástico lineal, isótropo, homogéneo y sin fuerzas de volumen es descrito por el sistema de Lamé-Navier (o ecuación de equilibrio):

$$\mathcal{L}_{\lambda, \mu} \vec{u} := \mu \Delta \vec{u} + (\mu + \lambda) \nabla (\nabla \cdot \vec{u}) = 0, \quad (16)$$

donde $\mu > 0, \lambda > -\frac{2}{3}\mu$ son los coeficientes de Lamé (**Lamé**, 1837). Numerosas son las aplicaciones de este sistema dentro de la Electrostática Lineal, los sistemas hamiltonianos caóticos y la teoría de los condensados de Bose-Einstein (**Barber & Klarbring**, 2003; **Fung**, 1965; **Grigoriev**, 2016; **Malvern**, 1969; **Marsden & Hughes**, 1983; **Niyozov & Makhmudov**, 2014; **Patrault, Bock & Gürlebeck**, 2014; **Russell & Brown**, 2009; **Sadd**, 2005). Es bien conocido que la mayoría de los problemas elásticos en el plano son resueltos eficientemente mediante las técnicas del análisis complejo y las famosas fórmulas de Kolosov-Muskhelishvili (**Muskhelishvili**, 1953). Estudios del problema de Riemann para el sistema de Lamé-Navier bidimensional sobre dominios con fronteras suaves y fractales pueden encontrarse en los artículos de **Valencia, Blaya y Alejandre**, 2021; **Valencia et al.**, 2023. El uso de las herramientas del análisis cuaterniónico y de Clifford en la teoría de la

Elasticidad Lineal ha ayudado a fabricar una mejor visión matemática cuando la dimensión del espacio es mayor que 2 (ver **Bock et al.**, 2015; **Gürlebeck y Nguyen**, 2015). Investigaciones recientes lograron establecer un estrecho vínculo entre las soluciones del sistema (16) con las funciones inframonogénicas. **García et al.**, 2018 reescribieron el sistema de Lamé-Navier (16) en términos del operador de Dirac en $\mathbb{R}^3$ a la forma siguiente:

$$\mathcal{L}_{\lambda,\mu}^* \vec{u} := \left(\frac{\mu + \lambda}{2} \right) \underline{\partial} \vec{u} \underline{\partial} + \left(\frac{3\mu + \lambda}{2} \right) \underline{\partial}^2 \vec{u} = 0, \quad (17)$$

y obtuvieron que $\vec{u}$ puede ser representado como

$$\vec{u} = \vec{h} + \vec{i}, \quad (18)$$

donde $\vec{h}$ es un campo vectorial armónico e $\vec{i}$ es un campo vectorial inframonogénico. Además, los autores probaron que esta representación es única salvo un campo vectorial que fuese a la vez armónico e inframonogénico. **Santesteban, Blaya y Alejandre**, 2022b estudiaron una generalización natural de la ecuación (17) mediante conjuntos estructurales arbitrarios φ y ψ :

$$\mathcal{L}_{\varphi,\psi}^* \vec{u} := \alpha^\varphi \underline{\partial} \vec{u} \underline{\partial}^\psi + \beta^\varphi \underline{\partial}^\psi \underline{\partial} \vec{u} = 0, \quad (19)$$

donde para abreviar se utilizó la notación $\alpha = \frac{\mu + \lambda}{2}$ y $\beta = \frac{3\mu + \lambda}{2}$. Debido a las restricciones de Lamé se tendrá que $\frac{\beta}{\gamma} < \alpha < \beta$. En el caso específico cuando $\varphi = \psi$, los sistemas (17) y (19) son equivalentes salvo una transformación ortogonal, y las soluciones de (19) pueden ser vistas como desplazamientos de (17) que han sido rotados en el sistema de coordenadas. Las descomposiciones son omnipresentes en la matemática y en todas las ciencias. **Santesteban, Blaya y Alejandre**, 2022b obtuvieron nuevas descomposiciones aditivas de los desplazamientos en términos de funciones (φ, ψ) -inframonogénicas y (φ, ψ) -armónicas, dadas por los siguientes teoremas que se enuncian a continuación:

Teorema 3.1 Si $\vec{u}$ satisface que $\mathcal{L}_{\psi,\psi}^* \vec{u} = 0$ en $\Omega \subset \mathbb{R}^3$. Entonces $\vec{u}$ puede ser descompuesto en Ω en la suma

$$\vec{u} = \vec{h} + \vec{i}, \quad (20)$$

donde $\vec{h} \in \mathcal{H}(\Omega)$ e $\vec{i} \in \mathcal{I}_{\psi,\psi}(\Omega)$. Además, esta representación es única salvo un campo vectorial de la clase $\mathcal{H}(\Omega) \cap \mathcal{I}_{\psi,\psi}(\Omega)$.

Teorema 3.2 Sea el campo vectorial $\vec{u}$ que satisface $\mathcal{L}_{\varphi,\psi}^* \vec{u} = 0$ en $\Omega \subset \mathbb{R}^3$. Si $\vec{u}$ es armónico y (ψ, ψ) -inframonogénico en Ω , entonces este admite la representación

$$\vec{u} = h + i, \quad (21)$$

donde $h \in \mathcal{H}_{\varphi,\psi}(\Omega)$ e $i \in \mathcal{I}_{\varphi,\psi}(\Omega)$. Además, esta representación es única salvo un campo vectorial de la clase $\mathcal{H}_{\varphi,\psi}(\Omega) \cap \mathcal{I}_{\varphi,\psi}(\Omega)$.

Teorema 3.3 Sea el campo vectorial $\vec{u}$ que satisface $\mathcal{L}_{\varphi,\psi}^* \vec{u} = 0$ en $\Omega \subset \mathbb{R}^3$. Si $\vec{u}$ es armónico en Ω , entonces este admite la descomposición

$$\vec{u} = h + i^*, \quad (22)$$

donde $h \in \mathcal{H}_{\varphi,\psi}(\Omega)$ e $i \in \mathcal{I}_{\psi,\varphi}(\Omega)$. Además, esta descomposición es única salvo un campo vectorial de la clase $\mathcal{H}_{\varphi,\psi}(\Omega) \cap \mathcal{I}_{\psi,\varphi}(\Omega)$.

Teorema 3.4 Si un campo vectorial (ψ, ψ) -inframonogénico $\vec{u}$ satisface $\mathcal{L}_{\varphi,\psi}^* \vec{u} = 0$ en $\Omega \subset \mathbb{R}^3$, entonces este admite la representación

$$\vec{u} = h + i^*, \quad (23)$$

donde $h \in \mathcal{H}_{\varphi,\psi}(\Omega)$ e $i \in \mathcal{I}_{\psi,\varphi}(\Omega)$. Además, esta representación es única salvo un campo vectorial de la clase $\mathcal{H}_{\varphi,\psi}(\Omega) \cap \mathcal{I}_{\psi,\varphi}(\Omega)$.

Observación 3.1 Los sumandos que se obtienen en las descomposiciones de los Teoremas 3.2, 3.3 y 3.4 no necesariamente son campos vectoriales, a diferencia de los que se tienen en el Teorema 3.1. Note también el cambio de orden en el par de conjuntos estructurales (φ, ψ) para la inframonogenicidad de i^* en los Teoremas 3.3 y 3.4.

Si u es un campo escalar armónico en $\Omega \subset \mathbb{R}^3$, entonces $\Psi \underline{\partial} u$ será un campo vectorial armónico también, tal que es solución de cualquier sistema generalizado de Lamé-Navier y por tanto se puede aplicar cualesquiera de los teoremas anteriores. Así resulta el siguiente corolario:

Corolario 3.1 Si u es un campo escalar armónico en $\Omega \subset \mathbb{R}^3$, entonces el campo vectorial $\Psi \underline{\partial} u$ admite la representación

$$\Psi \underline{\partial} u = h + i, \quad (24)$$

donde $h \in \mathcal{H}_{\varphi,\psi}(\Omega)$ e $i \in \mathcal{I}_{\varphi,\psi}(\Omega)$, para cualesquiera conjuntos estructurales φ y ψ que se seleccionen. También $\Psi \underline{\partial} u$ admite la descomposición

$$\Psi \underline{\partial} u = h + i^*, \quad (25)$$

con $h \in \mathcal{H}_{\varphi,\psi}(\Omega)$ e $i^* \in \mathcal{I}_{\psi,\varphi}(\Omega)$.

Si los conjuntos estructurales son convenientemente escogidos entonces soluciones particulares de sistemas de Lamé-Navier en presencia de una fuerza de volumen constante pueden ser analizadas como soluciones de sistemas generalizados del tipo

$$\mathcal{L}_{\varphi,\psi}^* \vec{u} = 0.$$

Este hecho característico abre el camino para nuevas representaciones aditivas de las soluciones de sistemas de Lamé-Navier no homogéneos. En la siguiente sección se construirán ejemplos de ello, en base a la metodología seguida por **Santesteban, Blaya y Alejandro**, 2022b.

4 Descomposiciones de los desplazamientos del sistema de Lamé-Navier

Según lo concerniente a la teoría de la elasticidad, se le denomina desplazamiento universal a toda solución del sistema de Lamé-Navier que no depende de los coeficientes de Lamé (ver: **García et al.**, 2020; **Muskhelishvili**, 1953). En correspondencia con la reescritura Cliffordiana (17), un desplazamiento universal es todo campo vectorial $\vec{u}$ que es a la vez armónico e inframonogénico en el dominio Ω . Sean los conjuntos estructurales de $\mathbb{R}^3$: $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$ y $\psi = (\psi_1, \psi_2, \psi_3)$. Para el sistema generalizado de Lamé-Navier (19) se definirá a los desplazamientos universales como los campos vectoriales que son a la vez (φ, ψ) -inframonogénicos y (φ, ψ) -armónicos. La clase $\mathcal{H}(\Omega) \cap \mathcal{I}(\Omega)$ no contiene las mismas funciones que la clase $\mathcal{H}(\Omega) \cap \mathcal{I}_{\psi,\varphi}(\Omega)$, siendo ψ un conjunto estructural diferente al estándar. Los desplazamientos universales del sistema clásico de Lamé Navier no necesariamente lo son para el sistema generalizado con conjuntos estructurales idénticos, ni mucho menos para cuando los conjuntos φ y ψ sean no equivalentes. Entiéndase por equivalencia entre los conjuntos estructurales φ y ψ a la igualdad siguiente:

$$(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3) = (\pm \psi_1, \pm \psi_2, \pm \psi_3),$$

en cuyo caso el orden de los elementos es determinante.

El siguiente campo vectorial $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}_{0,3}$:

$$\vec{f}(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 e_1 + x_1 x_3 e_2 + x_2 x_3 e_3 \quad (26)$$

es obviamente armónico. Sean ahora los conjuntos estructurales siguientes:

$$\begin{aligned} \varphi &= (e_2, e_1, e_3), \\ \psi &= (e_3, e_2, e_1). \end{aligned}$$

Mediante un cálculo directo se obtiene que

$$\begin{aligned} \psi \partial \vec{f} &= e_3(x_2 e_1 + x_3 e_2) + e_2(x_1 e_1 + x_3 e_3) + e_1(x_1 e_2 + x_2 e_3) \\ &= 0, \\ \psi \partial \vec{f} \psi \partial &= 0, \\ \partial \vec{f} \partial &= e_1 e_1 e_2 + e_2 e_1 e_1 + e_1 e_2 e_3 + e_3 e_2 e_1 + e_2 e_3 e_3 + e_3 e_3 e_2 \\ &= -e_2 - e_2 - e_2 - e_2 \\ &= -4e_2 \\ &\neq 0. \end{aligned}$$

El campo $\vec{f}$ es armónico, ψ -hiperholomorfo por la izquierda. Por ende, también es (ψ, ψ) -inframonogénico, y sin embargo no es inframonogénico en $\mathbb{R}^3$. Además, $\vec{f}$ es claramente (φ, ψ) -inframonogénico y (φ, ψ) -armónico. Luego $\vec{f}$ es solución del sistema generalizado de Lamé-Navier para los conjuntos estructurales antes descritos y cualesquiera restricciones de Lamé-Navier. Es decir, $\vec{f}$ es un desplazamiento universal para los sistemas generalizados de Lamé-Navier (19) y ni siquiera es solución de la ecuación de equilibrio.

En lo adelante se mostrarán ejemplos de cómo construir las diferentes representaciones de las soluciones de estos sistemas elásticos siguiendo el enunciado y demostración de los teoremas planteados en la sección anterior. Se sugiere al lector consultar el artículo (**Santiesteban, Blaya & Alejandro, 2022b**) para más detalles en algunos pasos de la construcción.

Véase que la función $\vec{n} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}_{0,3}$ definida por:

$$\vec{n}(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 e_1 - x_2 x_3 e_2 - 2x_1 x_3 e_3 \quad (27)$$

satisface el sistema generalizado de Lamé-Navier $\mathcal{L}_{\psi, \psi}^* \vec{u} = 0$ para el conjunto estructural $\alpha; \beta$ $\psi = (e_3, e_2, e_1)$, con $\alpha = 0,1$ y $\beta = 0,4$. Se tiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} \psi \partial \vec{n} &= e_3(2x_1 e_1 - 2x_3 e_3) - e_2(x_3 e_2) + e_1(-x_2 e_2 - 2x_1 e_3) \\ &= -2x_1 e_1 e_3 + 2x_3 + x_3 - x_2 e_1 e_2 - 2x_1 e_1 e_3 \\ &= 3x_3 - 4x_1 e_1 e_3 - x_2 e_1 e_2, \\ \psi \partial \vec{n} \psi \partial &= (-4e_1 e_3)e_3 + (-e_1 e_2)e_2 + 3e_1 \\ &= 8e_1, \\ \psi \partial \psi \partial \vec{n} &= -2e_1, \\ \mathcal{L}_{\psi, \psi}^* \vec{n} &= 0,1 \cdot \psi \partial \vec{n} \psi \partial + 0,4 \cdot \psi \partial \psi \partial \vec{n} = 0. \end{aligned}$$

Ahora se construye la representación propuesta en Teorema 3.1 según la demostración del mismo por **Santiesteban, Blaya y Alejandro, 2022b**:

$$\vec{n} = \vec{h} + \vec{i},$$

donde

$$\vec{h} = \left(\frac{\alpha^2}{\beta} - \beta - \frac{2\beta^2}{\alpha} + 2\alpha \right)^{-1} \left[g\vec{x} - 2 \left(\frac{\beta^2}{\alpha} - \alpha \right) \vec{n} \right]_1 \in \mathcal{H}(\Omega)$$

y

$$\vec{i} = - \left(\frac{\alpha^2}{\beta} - \beta - \frac{2\beta^2}{\alpha} + 2\alpha \right)^{-1} \left[g\vec{x} - \left(\frac{\alpha^2}{\beta} - \beta \right) \vec{n} \right]_1 \in \mathcal{J}_{\psi, \psi}(\Omega)$$

con $g = \alpha \vec{n} \cdot \vec{\partial} + \beta \vec{\partial} \cdot \vec{n}$ y $\vec{x} = e_3 x_1 + e_2 x_2 + e_1 x_3$. Véase que entonces:

$$\begin{aligned} g &= 0,1 \cdot \vec{n} \cdot \vec{\partial} + 0,4 \cdot \vec{\partial} \cdot \vec{n} \\ &= 0,1(3x_3 + 4x_1 e_1 e_3 + x_2 e_1 e_2) + 0,4(3x_3 - 4x_1 e_1 e_3 - x_2 e_1 e_2) \\ &= 1,5x_3 - 1,2x_1 e_1 e_3 - 0,3x_2 e_1 e_2, \\ H &:= g\vec{x} - 3\vec{n} \\ &= (1,5x_3 - 1,2x_1 e_1 e_3 - 0,3x_2 e_1 e_2)(e_3 x_1 + e_2 x_2 + e_1 x_3) - 3\vec{n} \\ &= 1,5x_3^2 e_1 + 1,5x_2 x_3 e_2 + 1,5x_1 x_3 e_3 + 1,2x_1^2 e_1 + 1,2x_1 x_2 e_1 e_2 e_3 - 1,2x_1 x_3 e_3 \\ &\quad - 0,3x_1 x_2 e_1 e_2 e_3 + 0,3x_2^2 e_1 - 0,3x_2 x_3 e_2 - 3\vec{n} \\ &= (1,2x_1^2 + 0,3x_2^2 + 1,5x_3^2)e_1 + 1,2x_2 x_3 e_2 + 0,3x_1 x_3 e_3 + 0,9x_1 x_2 e_1 e_2 e_3 - 3\vec{n} \\ &= (-1,8x_1^2 + 0,3x_2^2 + 1,5x_3^2)e_1 + 4,2x_2 x_3 e_2 + 6,3x_1 x_3 e_3 + 0,9x_1 x_2 e_1 e_2 e_3, \\ I &:= g\vec{x} + 0,375\vec{n} \\ &= (1,2x_1^2 + 0,3x_2^2 + 1,5x_3^2)e_1 + 1,2x_2 x_3 e_2 + 0,3x_1 x_3 e_3 + 0,9x_1 x_2 e_1 e_2 e_3 \\ &\quad + 0,375\vec{n} \\ &= (1,575x_1^2 + 0,3x_2^2 + 1,5x_3^2)e_1 + 0,825x_2 x_3 e_2 - 0,45x_1 x_3 e_3 \\ &\quad + 0,9x_1 x_2 e_1 e_2 e_3, \\ \vec{h} &= -\frac{8}{27} [(-1,8x_1^2 + 0,3x_2^2 + 1,5x_3^2)e_1 + 4,2x_2 x_3 e_2 + 6,3x_1 x_3 e_3], \\ \vec{i} &= \frac{8}{27} [(1,575x_1^2 + 0,3x_2^2 + 1,5x_3^2)e_1 + 0,825x_2 x_3 e_2 - 0,45x_1 x_3 e_3]. \end{aligned}$$

Obsérvese que efectivamente

$$\begin{aligned} \vec{h} + \vec{i} &= \frac{8}{27} (3,375x_1^2 e_1 - 3,375x_2 x_3 e_2 - 6,75x_1 x_3 e_3) \\ &= \vec{n}, \\ \Delta \vec{h} &= -\frac{8}{27} (-3,6 + 0,6 + 3,0)e_1 \\ &= 0, \\ \vec{\partial} \vec{i} \cdot \vec{\partial} &= \frac{8}{27} [e_3(3,15e_1)e_3 + e_2(0,6e_1)e_2 + e_1(3,0e_1)e_1 + e_3(-0,45e_3)e_1 \\ &\quad + e_1(-0,45e_3)e_3 + e_2(0,825e_2)e_1 + e_1(0,825e_2)e_2] \\ &= \frac{8}{27} (3,15e_1 + 0,6e_1 - 3,0e_1 + 0,45e_1 + 0,45e_1 - 0,825e_1 - 0,825e_1) \\ &= 0. \end{aligned}$$

Note además que el campo vectorial $\vec{n}$ no es inframonogénico en ningún subconjunto Ω de $\mathbb{R}^3$:

$$\begin{aligned} \vec{\partial} \vec{n} \cdot \vec{\partial} &= e_1(2e_1)e_1 + e_2(-e_2)e_3 + e_3(-e_2)e_2 + e_1(-2e_3)e_3 + e_3(-2e_3)e_1 \\ &= -2e_1 + e_3 + e_3 + 2e_1 + 2e_1 \\ &= 2e_1 + 2e_3 \\ &\neq 0. \end{aligned}$$

Por tanto, este campo vectorial no satisface el sistema de Lamé-Navier; sin embargo, sí lo hace para el sistema generalizado con conjuntos estructurales idénticos. No obstante, $\vec{n}$ es

solución del sistema de Lamé-Navier no homogéneo, con una fuerza de volumen constante igual a $-0,6e_1 + 0,2e_3$.

Ahora analícese el siguiente campo vectorial $\vec{q} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}_{0,3}$

$$\vec{q}(x_1, x_2, x_3) = x_3 e_1 + (x_1^2 - x_2^2) e_2 + x_1 e_3. \quad (28)$$

Este campo es armónico, pero además si se escogen los siguientes conjuntos estructurales:

$$\varphi_1 = (e_3, -e_1, e_2),$$

$$\psi_1 = (e_1, e_3, e_2),$$

entonces es (φ_1, ψ_1) -armónico, (φ_1, ψ_1) -inframonogénico, (ψ_1, φ_1) -armónico, (ψ_1, φ_1) -inframonogénico, (φ_1, φ_1) -inframonogénico y (ψ_1, ψ_1) -inframonogénico. Véase:

$$\varphi_1 \underline{\partial} \psi_1 \underline{\partial} \vec{q} = 2e_3 e_1 e_2 + 2e_1 e_3 e_2 = 0,$$

$$\varphi_1 \underline{\partial} \vec{q} \psi_1 \underline{\partial} = 2e_3 e_2 e_1 + 2e_1 e_2 e_3 = 0,$$

$$\psi_1 \underline{\partial} \varphi_1 \underline{\partial} \vec{q} = 2e_1 e_3 e_2 + 2e_3 e_1 e_2 = 0,$$

$$\psi_1 \underline{\partial} \vec{q} \varphi_1 \underline{\partial} = -\overline{\varphi_1 \underline{\partial} \vec{q} \psi_1 \underline{\partial}} = 0,$$

$$\psi_1 \underline{\partial} \vec{q} \psi_1 \underline{\partial} = 2e_1 e_2 e_1 - 2e_3 e_2 e_3 = 0,$$

$$\varphi_1 \underline{\partial} \vec{q} \varphi_1 \underline{\partial} = 2e_3 e_2 e_3 - 2e_1 e_2 e_1 = 0.$$

No obstante, no es inframonogénico:

$$\underline{\partial} \vec{q} \underline{\partial} = 2e_1 e_2 e_1 - 2e_2 e_2 e_2 = 4e_2 \neq 0.$$

Este campo vectorial satisface cada una de las condiciones de los Teoremas 3.1, 3.2, 3.3 y 3.4; pero este ejemplo es poco ilustrativo para mostrar cada una de las representaciones encontradas en estos teoremas por ser un desplazamiento universal en los sistemas generalizados.

Una solución menos simple a sistemas generalizados es la que se mostrará en el siguiente ejemplo. Se comprobará que la función vectorial $\vec{v} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}_{0,3}$

$$\vec{v}(x_1, x_2, x_3) = (x_1^2 + x_3^2 + x_2) e_1 - \frac{1}{2} x_3^2 e_2 + 2x_1 x_3 e_3, \quad (29)$$

es solución específica para el sistema generalizado de Lamé-Navier que se conforma con los conjuntos estructurales siguientes:

$$\varphi_2 = (e_1, e_2, e_3),$$

$$\psi_2 = (e_3, e_1, e_2),$$

y con los coeficientes $\alpha = 0,1$ y $\beta = 0,3$. Se obtiene que:

$$\begin{aligned} \varphi_2 \underline{\partial} \vec{v} \psi_2 \underline{\partial} &= e_1 (2e_1) e_3 + e_3 (2e_1) e_2 - e_3 e_2 e_2 + 2e_1 e_3 e_2 + 2e_3 e_3 e_3 \\ &= -2e_3 + 2e_1 e_2 e_3 + e_3 - 2e_1 e_2 e_3 - 2e_3 \\ &= -3e_3, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi_2 \underline{\partial} \psi_2 \underline{\partial} \vec{v} &= 2e_1 e_3 e_1 + 2e_3 e_2 e_1 - e_3 e_2 e_2 + 2e_1 e_2 e_3 + 2e_3 e_3 e_3 \\ &= 2e_3 - 2e_1 e_2 e_3 + e_3 + 2e_1 e_2 e_3 - 2e_3 \\ &= e_3, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\varphi_2, \psi_2}^* \vec{v} &= 0,1 \cdot \varphi_2 \underline{\partial} \vec{v} \psi_2 \underline{\partial} + 0,3 \cdot \varphi_2 \underline{\partial} \psi_2 \underline{\partial} \vec{v} \\ &= 0,1 \cdot (-3e_3) + 0,3 \cdot (e_3) \\ &= 0. \end{aligned}$$

Lo que resta de esta sección se dedicará a estudiar la siguiente función vectorial $\vec{u} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}_{0,3}$

$$\vec{u}(x_1, x_2, x_3) = 3x_2x_3e_1 + (2x_2^2 - x_1^2 - x_3^2)e_2 + x_1e_3. \quad (30)$$

Sean los conjuntos estructurales siguientes:

$$\varphi_3 = (e_3, -e_1, e_2),$$

$$\psi_3 = (e_3, e_1, e_2).$$

Note que:

$$\begin{aligned} \Delta \vec{u} &= -2 + 4 - 2 = 0, \\ \varphi_3 \underline{\partial} \psi_3 \underline{\partial} \vec{u} &= -2e_3e_3e_2 - 4e_1e_1e_2 - 2e_2e_2e_2 - 3e_1e_2e_1 + 3e_2e_1e_1 \\ &= 2e_2 + 4e_2 + 2e_2 - 3e_2 - 3e_2 \\ &= 2e_2, \\ \varphi_3 \underline{\partial} \vec{u} \psi_3 \underline{\partial} &= -2e_3e_2e_3 - 4e_1e_2e_1 - 2e_2e_2e_2 - 3e_1e_1e_2 + 3e_2e_1e_1 \\ &= -2e_2 - 4e_2 + 2e_2 + 3e_2 - 3e_2 \\ &= -4e_2. \end{aligned}$$

Si se toman como coeficientes de Lamé a $\alpha = 0,1$ y $\beta = 0,2$ se obtendrá que $\vec{u}$ es solución armónica del sistema generalizado de Lamé-Navier conformado con los conjuntos estructurales φ_3 y ψ_3 :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\varphi_3, \psi_3}^* \vec{u} &= 0,1 \cdot \varphi_3 \underline{\partial} \vec{u} \psi_3 \underline{\partial} + 0,3 \cdot \varphi_3 \underline{\partial} \psi_3 \underline{\partial} \vec{u} \\ &= 0,1 \cdot (-4e_2) + 0,2 \cdot (2e_2) \\ &= 0. \end{aligned}$$

Aplicando el Teorema 4.3 de **Santiesteban, Blaya y Alejandro**, 2022b, se obtiene que el anterior campo vectorial $\vec{u}$ admite en $\mathbb{R}^3$ la descomposición

$$\vec{u} = h + i^*,$$

donde h e i^* son funciones que toman valores en $\mathbb{R}_{0,3}$ tales que $\varphi_3 \underline{\partial} \psi_3 \underline{\partial} h = 0$ y $\psi_3 \underline{\partial} i^* \varphi_3 \underline{\partial} = 0$. Las fórmulas explícitas para las componentes de esta descomposición son:

$$h = \left(4\alpha - \frac{2\alpha^3}{\beta^2} - \frac{2\beta^2}{\alpha} \right)^{-1} \left[\left(g - \frac{\alpha}{\beta} \bar{g} \right) \underline{x} + \left(2\alpha + \beta - \frac{\alpha^2}{\beta} - \frac{2\beta^2}{\alpha} \right) \vec{u} \right]$$

e

$$i^* = - \left(4\alpha - \frac{2\alpha^3}{\beta^2} - \frac{2\beta^2}{\alpha} \right)^{-1} \left[\left(g - \frac{\alpha}{\beta} \bar{g} \right) \underline{x} - \left(2\alpha - \beta - \frac{2\alpha^3}{\beta^2} + \frac{\alpha^2}{\beta} \right) \vec{u} \right],$$

donde $g = \alpha \vec{u} \psi_3 \underline{\partial} + \beta \psi_3 \underline{\partial} \vec{u}$ y en este caso se toma a $\underline{x}$ como $\underline{x} = e_3x_1 + e_1x_2 + e_2x_3$. Hállese a continuación la representación presentada en Teorema 3.3:

$$\begin{aligned} \vec{u} \psi_3 \underline{\partial} &= -2x_1e_2e_3 + 3x_3e_1e_1 + 4x_2e_2e_1 + 3x_2e_1e_2 - 2x_3e_2e_2 - 1 \\ &= -3x_3 + 2x_3 - x_2e_1e_2 - 2x_1e_2e_3 - 1 \\ &= -x_3 - x_2e_1e_2 - 2x_1e_2e_3 - 1, \\ \psi_3 \underline{\partial} \vec{u} &= -x_3 + x_2e_1e_2 + 2x_1e_2e_3 - 1, \\ g &= -0,3x_3 - 0,3 + 0,1x_2e_1e_2 + 0,2e_2e_3, \\ \bar{g} &= -0,3x_3 - 0,3 - 0,1x_2e_1e_2 - 0,2x_1e_2e_3, \\ g - \frac{0,1}{0,2} \bar{g} &= g - \frac{1}{2} \bar{g} = -0,15x_3 - 0,15 + 0,15x_2e_1e_2 + 0,3x_1e_2e_3. \end{aligned}$$

Se procede a calcular primeramente las siguientes funciones:

$$I^* = (g - \frac{\alpha}{\beta}\bar{g})\underline{x} - (2\alpha - \beta - \frac{2\alpha^3}{\beta^2} + \frac{\alpha^2}{\beta})\bar{u}$$

$$H = (g - \frac{\alpha}{\beta}\bar{g})\underline{x} - (2\alpha - \beta - \frac{2\alpha^3}{\beta^2} + \frac{\alpha^2}{\beta})\bar{u} + (4\alpha - \frac{2\alpha^3}{\beta^2} - \frac{2\beta^2}{\alpha})\bar{u}.$$

Calcúlese luego que

$$\begin{aligned} 2\alpha - \beta - \frac{2\alpha^3}{\beta^2} + \frac{\alpha^2}{\beta} &= 0,2 - 0,2 - \frac{2(0,1)^3}{(0,2)^2} + \frac{(0,1)^2}{0,2} \\ &= -\frac{0,002}{0,04} + \frac{0,01}{0,2} \\ &= -0,05 + 0,05 \\ &= 0, \\ 4\alpha - \frac{2\alpha^3}{\beta^2} - \frac{2\beta^2}{\alpha} &= 0,4 - \frac{2(0,1)^3}{(0,2)^2} - \frac{2(0,2)^2}{0,1} \\ &= 0,4 - 0,05 - 0,8 \\ &= -0,45. \end{aligned}$$

Ahora se procede a calcular $(g - \frac{1}{2}\bar{g})\underline{x}$:

$$\begin{aligned} (g - \frac{1}{2}\bar{g})\underline{x} &= (-0,15x_3 - 0,15 + 0,15x_2e_1e_2 + 0,3x_1e_2e_3)(x_1e_3 + x_2e_1 + x_3e_2) \\ &= -0,15x_1x_3e_3 - 0,15x_2x_3e_1 - 0,15x_3^2e_2 + 0,15x_1x_2e_1e_2e_3 \\ &\quad + 0,15x_2^2e_2 - 0,15x_2x_3e_1 - 0,3x_1^2e_2 + 0,3x_1x_2e_1e_2e_3 + 0,3x_1x_3e_3 \\ &\quad - 0,15x_1e_3 - 0,15x_2e_1 - 0,15x_3e_2 \\ &= (-0,15x_2 - 0,3x_2x_3)e_1 + (0,15x_2^2 - 0,15x_3^2 - 0,3x_1^2 - 0,15x_3)e_2 \\ &\quad + (0,15x_1x_3 - 0,15x_1)e_3 + (0,45x_1x_2)e_1e_2e_3. \end{aligned}$$

Por consiguiente,

$$\begin{aligned} I^* &= (-0,15x_2 - 0,3x_2x_3)e_1 + (0,15x_2^2 - 0,15x_3^2 - 0,3x_1^2 - 0,15x_3)e_2 \\ &\quad + (0,15x_1x_3 - 0,15x_1)e_3 + (0,45x_1x_2)e_1e_2e_3, \\ H &= (-0,15x_2 - 0,3x_2x_3)e_1 + (0,15x_2^2 - 0,15x_3^2 - 0,3x_1^2 - 0,15x_3)e_2 \\ &\quad + (0,15x_1x_3 - 0,15x_1)e_3 + (0,45x_1x_2)e_1e_2e_3 - 0,45\bar{u} \\ &= (-0,15x_2 - 1,65x_2x_3)e_1 + (-0,75x_2^2 + 0,3x_3^2 + 0,15x_1^2 - 0,15x_3)e_2 \\ &\quad + (0,15x_1x_3 - 0,6x_1)e_3 + (0,45x_1x_2)e_1e_2e_3. \end{aligned}$$

El siguiente paso es expresar que $h = -\frac{20}{9}H$ e $i^* = \frac{20}{9}I^*$. De esta forma, se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} h + i^* &= \frac{20}{9}(I^* - H) \\ &= \frac{20}{9}[1,35x_2x_3e_1 + (0,9x_2^2 - 0,45x_3^2 - 0,45x_1^2)e_2 + 0,45x_1e_3] \\ &= 3x_2x_3e_1 + (2x_2^2 - x_1^2 - x_3^2)e_2 + x_1e_3 \\ &= \bar{u}. \end{aligned}$$

Compruébese que:

$$\begin{aligned}
 \varphi_3 \underline{\partial} \psi_3 \underline{\partial} H &= e_3 e_3 (0, 3e_2) - e_1 e_1 (-1, 5e_2) + e_2 e_2 (0, 6e_2) + e_3 e_1 (0, 45e_1 e_2 e_3) \\
 &\quad - e_1 e_3 (0, 45e_1 e_2 e_3) - e_1 e_2 (-1, 65e_1) - e_1 e_2 (-1, 65e_1) \\
 &\quad + e_3 e_2 (0, 15e_3) + e_2 e_3 (0, 15e_3) \\
 &= -0, 3e_2 - 1, 5e_2 - 0, 6e_2 - 0, 45e_2 - 0, 45e_2 + 1, 65e_2 + 1, 65e_2 \\
 &\quad + 0, 15e_2 - 0, 15e_2 \\
 &= 0, \\
 \psi_3 \underline{\partial} I^* \varphi_3 \underline{\partial} &= e_3 (-0, 6e_2) e_3 - e_1 (0, 3e_2) e_1 + e_2 (-0, 3e_2) e_2 + e_3 (0, 15e_3) e_2 \\
 &\quad + e_2 (0, 15e_3) e_3 - e_3 (0, 45e_1 e_2 e_3) e_1 + e_1 (0, 45e_1 e_2 e_3) e_3 \\
 &\quad + e_1 (-0, 3e_1) e_2 - e_2 (-0, 3e_1) e_1 \\
 &= -0, 6e_2 - 0, 3e_2 + 0, 3e_2 - 0, 15e_2 - 0, 15e_2 + 0, 45e_2 + 0, 45e_2 \\
 &\quad + 0, 3e_2 - 0, 3e_2 \\
 &= 0.
 \end{aligned}$$

O sea, h es (φ_3, ψ_3) -armónica e i^* es (ψ_3, φ_3) -inframonogénica. Aprecie además que i^* no es (φ_3, ψ_3) -inframonogénica en $\mathbb{R}^3$:

$$\begin{aligned}
 \varphi_3 \underline{\partial} I^* \psi_3 \underline{\partial} &= e_3 (-0, 6e_2) e_3 - e_1 (0, 3e_2) e_1 + e_2 (-0, 3e_2) e_2 + e_2 (0, 15e_3) e_3 \\
 &\quad + e_3 (0, 15e_3) e_2 - e_1 (0, 45e_1 e_2 e_3) e_3 + e_3 (0, 45e_1 e_2 e_3) e_1 \\
 &\quad + e_2 (-0, 3e_1) e_1 - e_1 (-0, 3e_1) e_2 \\
 &= -0, 6e_2 - 0, 3e_2 + 0, 3e_2 - 0, 15e_2 - 0, 15e_2 - 0, 45e_2 - 0, 45e_2 \\
 &\quad + 0, 3e_2 - 0, 3e_2 \\
 &= -1, 8e_2 \\
 &\neq 0.
 \end{aligned}$$

Se concluye que no necesariamente en el Teorema 3.3 la función i^* será a la vez (ψ, φ) -inframonogénica y (φ, ψ) -inframonogénica. Este hecho puede suceder, por ejemplo, si al construir i^* se obtiene un campo vectorial y entonces $i^* \in \mathcal{J}_{\psi, \varphi}(\Omega) \cap \mathcal{J}_{\varphi, \psi}(\Omega)$.

Discusión

El uso de las modernas técnicas del análisis de Clifford en la teoría de la Elasticidad Lineal permite arribar a apreciaciones diferentes y a generalizaciones naturales en altas dimensiones. Las descomposiciones aditivas presentadas en este trabajo brindan una mayor comprensión de la estructura del vector de desplazamiento del sistema de Lamé-Navier. La particular relación entre determinadas soluciones del sistema elástico no homogéneo con las funciones (φ, ψ) -inframonogénicas y (φ, ψ) -armónicas abre nuevas líneas de investigación dentro de la teoría de la elasticidad multidimensional. Es importante mencionar que el sistema de Lamé-Navier (17) puede ser extendido directamente a $\mathbb{R}^m$, $m > 3$, y sobre campos k -vectoriales:

$$\mathcal{L}_{\lambda, \mu}^* F_k := \left(\frac{\mu + \lambda}{2} \right) \underline{\partial} F_k \underline{\partial} + \left(\frac{3\mu + \lambda}{2} \right) \underline{\partial}^2 F_k = 0, \quad (31)$$

donde $F_k \in C^2(\Omega \subset \mathbb{R}^m, \mathbb{R}_{0,m}^{(k)})$. De la misma forma también puede ser extendido el sistema generalizado (19). En este contexto Cliffordiano el operador $\mathcal{L}_{\lambda, \mu}^*$ tiene el mismo rol del operador de Lamé-Navier en $\mathbb{R}^3$: $\mu \Delta + (\mu + \lambda) \nabla \nabla \cdot$.

Conclusiones

Las funciones inframonogénicas permiten comprender los desplazamientos del sistema de Lamé-Navier desde el punto de vista matemático. La descomposición de este como suma de un campo vectorial armónico y uno inframonogénico es esencial en la búsqueda de nuevas representaciones para las soluciones de la ecuación de equilibrio; así como para el estudio de problemas de frontera en el contexto multidimensional. La consideración de conjuntos estructurales brinda la flexibilidad para asociar toda una gama de sistemas de ecuaciones en derivadas parciales con el sistema de Lamé-Navier. Las nuevas representaciones aditivas que surgen de estos sistemas más generales posibilitan que sean objeto de estudio para investigaciones futuras en el área. La pregunta hipotética de que si alguno de estos sistemas generalizados de Lamé-Navier modela de forma directa a otros fenómenos físicos, dentro y fuera de la mecánica de medios continuos, continúa abierta y con optimismo se piensa en una respuesta positiva.

Agradecimientos

Daniel Alfonso Santiesteban agradece la Beca Nacional para Estudios de Posgrado de la Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación (SECIHTI) (CVU: 1043969).

Contribución de los autores

Todos los autores contribuyeron por igual al estudio, leyeron y aprobaron la versión final del manuscrito enviado.

Conflicto de intereses

Los autores declaran que no tienen intereses en competencia con respecto a la publicación de este artículo.

Disponibilidad de datos y material suplementario

No aplicable.

Disponibilidad de códigos

No aplicable.

Referencias

- Álvarez, L. M., García, A. M., Alejandre, M. Á., Blaya, R. A. (2023) Two Spheres Uniquely Determine Infrabimonogenic Functions. *Mediterranean Journal of Mathematics*, 20(318), 1-18.
- Barber, J., Klarbring, A. (2003) *Solid mechanics and its applications*. Springer, Berlin.
- Blaya, R. A., Reyes, J. B., Guzmán, A., Kähler, U. (2016) On the Π -operator in Clifford Analysis. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 434, 1138-1159.
- Blaya, R. A., Reyes, J. B., Guzmán, A., Kähler, U. (2017) On the ϕ -Hiperderivative of the ψ -Cauchy-Type Integral in Clifford Analysis. *Computational Methods and Function Theory*, 17, 101-119.
- Bock, S., Gürlebeck, K., Legatiuk, D., Nguyen, H. M. (2015) ψ -Hyperholomorphic functions and a Kolosov-Muskhelishvili formula. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 38, 5114-5123.
- Brackx, F., Delanghe, R., Sommen, F. (1982) *Clifford analysis*. Pitman (Advanced Publishing Program), Boston, MA, Wiley.
- Delanghe, R. (1970) On regular-analytic functions with values in a Clifford algebra. *Mathematische Annalen*, 185, 91-111.
- Delanghe, R. (2001) Clifford Analysis: History and Perspective. *Computational Methods and Function Theory*, 1(1), 107-153.
- Delanghe, R., Reyes, J. B. (2003) An invitation to Clifford Analysis. *Ciencias Matemáticas*, 21(2), 109-137.
- Delanghe, R., Sommen, F., Souček, V. (1992) *Clifford algebra and spinor-valued functions. A function theory for the Dirac operator* (Vol. 53). Nature Publishing Group.
- Dinh, D. C. (2014) On structure of inframonogenic functions. *Advances in Applied Clifford Algebras*, 31, 1-12.
- Dirac, P. (1928) The Quantum Theory of the Electron. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 117(778), 610-624.
- Fung, Y. (1965) *Foundations of Solid Mechanics*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- García, A. M., García, T. M., Blaya, R. A. (2022) Comparing harmonic and inframonogenic functions in Clifford Analysis. *Mediterranean Journal of Mathematics*, 19, 1-19.
- García, A. M., García, T. M., Blaya, R. A., Reyes, J. B. (2017) A Cauchy integral formula for inframonogenic functions in Clifford analysis. *Advances in Applied Clifford Algebras*, 27, 1147-1159.
- García, A. M., García, T. M., Blaya, R. A., Reyes, J. B. (2018) Inframonogenic functions and their applications in three dimensional elasticity theory. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 41, 3622-3631.
- García, A. M., García, T. M., Blaya, R. A., Reyes, J. B. (2020) Decomposition of inframonogenic functions with applications in elasticity theory. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 43, 1915-1924.
- García, A. M., Santiesteban, D. A., Blaya, R. A. (2023) On the Dirichlet problem for second order elliptic systems in the ball. *Journal of Differential Equations*, 364, 498-520.
- Grigoriev, Y. (2016) Regular quaternionic functions and their applications in three-dimensional elasticity. *XXIV ICTAM Regular Quaternionic*, 1, 21-26.
- Gürlebeck, K., Habetha, K., Sprößig, W. (2008) *Holomorphic Functions in the Plane and n-Dimensional Space*. Birkhäuser Verlag, Basel.
- Gürlebeck, K., Nguyen, H. M. (2015) ψ -Hyperholomorphic functions and an application to elasticity problems. *AIP Conference Proceedings*, 1648, 440005.
- Gürlebeck, K., Nguyen, H. (2014) On ψ -hyperholomorphic Functions and a Decomposition of Harmonics. *Hyper complex Analysis: New Perspectives and Applications. Trends in Mathematics*, 181-189.

- Gürlebeck, K., Sprössig, W.** (1990) *Quaternionic analysis and elliptic boundary value problems*. Springer-Verlag New York Inc., New York.
- Gürlebeck, K., Sprössig, W.** (1997) *Quaternionic and Clifford Calculus for Physicists and Engineers*. Springer-Verlag New York Inc., New York.
- Krausshar, R., Malonek, H.** (2001) A characterization of conformal mappings in $\mathbb{R}^4$ by a formal differentiability condition. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 70(1), 35-49.
- Lamé, G.** (1837) Mémoire sur les surfaces isothermes dans les corps solides homogènes en équilibre de température. *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*, 2, 147-188.
- Lávicka, R.** (2011) The Fischer decomposition for the H-action and its applications. *Hypercomplex analysis and applications trends in mathematics*. Edited by Sabadini and F. Sommen, 1.
- Malonek, H., Peña-Peña, D., Sommen, F.** (2010) Fischer decomposition by inframonogenic functions. *CUBO A Mathematical Journal*, 12, 189-197.
- Malonek, H., Peña-Peña, D., Sommen, F.** (2011) A Cauchy-Kowalevski Theorem for Inframonogenic Functions. *Math. J. Okayama Univ.*, 53, 167-172.
- Malvern, L.** (1969) *Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium*. Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ.
- Marsden, J., Hughes, T.** (1983) *Mathematical foundations of elasticity*. Dover Publications.
- Muskhelishvili, N.** (1953) *Some basic problems of the mathematical theory of elasticity* (Vol. 15). Noordhoff Groningen, Springer.
- Nguyen, H. M.** (2015) *ψ -Hyperholomorphic Function Theory in $\mathbb{R}^3$: Geometric Mapping Properties and Applications* [Tesis doctoral, Fakultät Bauingenieurwesen der Bauhaus-Universität].
- Niyozov, I., Makhmudov, O.** (2014) The Cauchy problem of the moment elasticity theory in $\mathbb{R}^m$. *Russian Mathematics (Iz. VUZ)*, 58(204).
- Nôno, K.** (1986) On the quaternion linearization of Laplacian Δ . *Bulletin of Fukuoka University of Education. Part III. Mathematics, Natural Sciences and Technology*, 35, 5-10.
- Nôno, K., Inenaga, Y.** (1987) On the Clifford linearization of Laplacian. *Journal of the Indian Institute of Science*, 67(5-6), 203-208.
- Patrault, D. W., Bock, S., Gürlebeck, K.** (2014) Three-dimensional elasticity based on quaternion-valued potentials. *International Journal of Solids and Structures*, 51, 3422-3430.
- Peña, C. Á., Morais, J., Porter, R. M.** (2023) Reduced-quaternion inframonogenic functions on the ball. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 46(18), 18935-18951.
- Reséndis, F., Shapiro, M.** (2002) Recent advances in hypercomplex analysis. *Carta Informativa, Sociedad Matemática Mexicana*, Marzo, 11-14.
- Reyes, J. B., Schepper, H. D., Adán, A. G., Sommen, F.** (2016) Higher order Borel-Pompeiu representations in Clifford analysis. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 39, 4787-4796.
- Ricardo, J. L. S., Blaya, R. A., Reyes, J. B., Ortiz, J. S.** (2022) On a Riemann-Hilbert boundary value problem for (φ, ψ) -harmonic functions in $\mathbb{R}^m$. *Georgian Mathematical Journal*, 29, 445-454.
- Ricardo, J. S., Reyes, J. B., Blaya, R. A.** (2021) Singular integral operators and a $\bar{\partial}$ -problem for (φ, ψ) -harmonic functions. *Analysis and Mathematical Physics*, 11(155), 1-25.
- Russell, M., Brown, I.** (2009) The mixed problem for the Lamé system in a class of Lipschitz domains. *Journal of Differential Equations*, 246, 2577-2589.
- Ryan, J.** (2000) Basic Clifford analysis. *Cubo Matemática Educacional*, 2, 226-256.

- Ryan, J.** (2004) Introductory Clifford Analysis. In *Ablamowicz, Rafal and Sobczyk, Garret (Eds.) Lectures on Clifford (geometric) algebras and applications*. Boston, MA: Birkhäuser.
- Sadd, M.** (2005) *Elasticity: Theory, Applications and Numerics*. Elsevier, Oxford.
- Santiesteban, D. A.** (2024) $\bar{\partial}$ -problem for a second order elliptic system in Clifford analysis. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 47, 9718-9728.
- Santiesteban, D. A., Blaya, R. A.** (2022) Isomorphisms of partial differential equations in Clifford analysis. *Advances in Applied Clifford Algebras*, 32(10), 1-18.
- Santiesteban, D. A., Blaya, R. A., Alejandre, M. Á.** (2022a) On (ϕ, ψ) -inframongenic functions in Clifford analysis. *Bulletin of the Brazilian Mathematical Society, New Series*, 53, 605-621.
- Santiesteban, D. A., Blaya, R. A., Alejandre, M. Á.** (2022b) On a generalized Lamé-Navier system in $\mathbb{R}^3$. *Mathematica Slovaca*, 72(6), 1527-1540.
- Santiesteban, D. A., Blaya, R. A., Alejandre, M. Á.** (2023) Buscando estructuras en las soluciones de un sistema generalizado de Lamé-Navier. *Publicaciones e Investigación*, 17(1), 1-9.
- Santiesteban, D. A., Blaya, R. A., Pérez, Y. P., Almira, J. S.** (2024) Fractional Fischer decompositions by inframongenic functions. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 539, 128468.
- Santiesteban, D. A., Blaya, R. A., Reyes, J. B.** (2023) Boundary value problems for a second-order elliptic partial differential equation system in Euclidean space. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 46, 15784-15798.
- Santiesteban, D. A., Pérez, Y. P., Blaya, R. A.** (2022) Generalizations of harmonic functions in $\mathbb{R}^m$. *Analysis and Mathematical Physics*, 12(10), 1-12.
- Shapiro, M. V., Vasilevski, N.** (1995) Quaternionic ψ -hyperholomorphic functions, singular integral operators and boundary value problems. I. ψ -hyperholomorphic function theory. *Complex Variables*, 27, 17-46.
- Shapiro, M.** (1997) On the conjugate harmonic functions of M. Riesz-E. Stein-G. Weiss. In: *Dimiev, S. et al. (eds.), Topics in Complex Analysis, Differential Geometry and Mathematical Physics, Third International Workshop on Complex Structures and Vector Fields, St. Konstantin, Bulgaria, August*, 23-29.
- Sommen, F., Sprössig, W.** (2002) Introduction to Clifford analysis. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 25(6), 1337-1342.
- Valencia, D. G., Blaya, R. A., Alejandre, M. Á.** (2021) On the Plane Lamé-Navier System in Fractal Domains. *Complex Analysis and Operator Theory*, 15, 1-15.
- Valencia, D. G., Blaya, R. A., Alejandre, M. Á., Pérez, Y. P.** (2023) On the Riemann problem in fractal elastic media. *Analysis and Mathematical Physics*, 13(1), 1-15.
- Wang, L., Jia, S., Luo, L., Qiu, F.** (2022) Plemelj formula of inframongenic functions and their boundary value problems. *Complex Variables and Elliptic Equations*, 68(7), 1158-1181.

Mathematics

Original article

Rational magnetic equivariant K-theory

K-teoría equivariante magnética racional

● Higinio Serrano¹, ● Bernardo Uribe^{2,*}, ● Miguel A. Xicoténcatl¹

¹ Departamento de Matemáticas, Centro de Investigaciones y Estudios Avanzados, Av. Instituto Politécnico Nacional 2508, Col. San Pedro Zacatenco, Mexico D.F., Mexico

² Departamento de Matemáticas y Estadística, Universidad del Norte, Km. 5 Vía Antigua Puerto Colombia, Barranquilla 081007, Colombia

Inaugural article from Bernardo Uribe as Number Member of the Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales

Abstract

We introduce the magnetic equivariant K-theory groups as the K-theory groups associated to the magnetic groups and their respective magnetic equivariant complex bundles. We restrict the magnetic group to its subgroup of elements that act complex linearly, and we show that this restriction induces a rational isomorphism with the conjugation invariant part of the complex equivariant K-theory of the restricted group. This isomorphism allows us to calculate the torsion free part of the magnetic equivariant K-theory groups reducing it to known calculations in complex equivariant K-theory.

Keywords: Magnetic group; Equivariant K-theory; Real K-theory; Quaternionic K-theory.

Resumen

Definimos los grupos de K-teoría magnética equivariante como los grupos de K-teoría asociadas a grupos magnéticos y sus respectivos fibrados complejos magnéticos equivariantes. Restringimos el grupo magnético al subgrupo de elementos que actúan complejo linealmente, y mostramos que esta restricción induce un isomorfismo racional con la parte invariante bajo conjugación de la K-teoría compleja equivariante del subgrupo restringido. Este isomorfismo permite calcular la parte libre de torsión de la K-teoría magnética equivariante reduciéndola a cálculos conocidos en K-teoría compleja.

Palabras clave: Grupos magnéticos; K-teoría equivariante; K-teoría real, K-teoría cuaterniónica.

Introduction

The discovery (Thouless *et al.*, 1982), prediction (Haldane, 1988) and later experimental observation (Chang *et al.*, 2013) of the Quantum Anomalous Hall effect in magnetic topological insulators has been a recent and very exciting development in the realm of condensed matter physics. One of the key features of this phenomenon is the fact that it is quantized; namely the Hall conductivity can only acquire values proportional to integer multiples of the von Klitzing constant (e^2/h). The integer here is the Chern number of the vector bundle of valence states, or Bloch bundle, of the material. More remarkably, this Chern number was also shown to determine a quantized Hall conductivity on materials that need to be modeled with tools of noncommutative geometry (Bellissard, van Elst, & Schulz-Baldes, 1994; Bellissard, 1986).

Later, the proposal for the existence of a Quantum spin Hall Effect, namely a quantized spin-Hall conductance with vanishing charge-Hall conductance, was put forward (Kane & Mele, 2005b) (Bernevig & Zhang, 2006) and was experimentally observed (König *et al.*, 2007). Here the invariant which characterizes a state as trivial or non-trivial band insulator is a number in the group $\mathbb{Z}_2$ (regardless if the state exhibits or does not exhibit a quantum

Citation: Serrano H, *et al.* Rational magnetic equivariant K-theory. Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. 49(190):183-197, enero-marzo de 2025. doi: <https://doi.org/10.18257/racefyn.3105>

Editor: Luis Carlos Arboleda Aparicio

***Corresponding author:**

Bernardo Uribe Jongbloed;
bjongbloed@uninorte.edu.co

Received: December 13, 2024

Accepted: March 1, 2025

Published on line: March 20, 2025



This is an open access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License.

spin Hall effect). This number is not zero whenever the valence bands generate the $\mathbb{Z}_2$ -invariant which was shown to live in Atiyah's real K-theory of the 2D torus (**Kane & Mele**, 2005a). This invariant is known as the Kane-Mele invariant.

Both phenomena are shown to be related to the topological properties of the Bloch bundle of valence states of the material. The first Chern number being the integer invariant in magnetic 2D materials, and the Kane-Mele invariant being the torsion invariant in materials that preserve time reversal symmetry. Among the many interesting properties these quantized quantities infer in the electronic properties of a material is that they are robust under adiabatic perturbations of the Hamiltonian; in other words, the effects are robust under the presence of small impurities in the materials (**Kou *et al.***, 2014).

These new electronic phases in materials are nowadays the subject of intense research and have opened several new roads for the discovery and classification of new compounds. The importance and relevance of these new “Topological Phases of Matter” was recognized in the Nobel Prize in Physics of 2016 which was awarded to David J. Thouless, F. Duncan M. Haldane and J. Michael Kosterlitz “for their theoretical discoveries of topological phase transitions and topological phases of matter” (**Gibney & Castelvechi**, 2016).

The understanding of the topological invariants of crystals, magnetic or not, depends on the explicit knowledge of the group of symmetries of the crystal, as well as the equivariant K-theory groups of the 2D and 3D torus. The group of symmetries that are of interest incorporate the group of spatial symmetries of the crystal, as well as the symmetries which composed with the time reversal operator preserves the Hamiltonian. These groups have been known in the physics literature as magnetic groups or Šubnikov groups (**Šubnikov**, 1951), while in the mathematics community they have been simply known as $\mathbb{Z}_2$ -groups. In this paper we take the physical name of magnetic groups and we define their associated equivariant K-theory groups. To differentiate them from the well-known complex equivariant K-theory groups (**Atiyah & Segal**, 1969) we have coined them *Magnetic Equivariant K-theory groups*.

The magnetic equivariant K-theory groups have been studied as early as the year 1970 (**Karoubi**, 1970), have been recently articulated to the study of topological phases of matter (**Freed & Moore**, 2013), (**Gomi**, 2023), and have been further developed to provide tools for their explicit calculation (**Shiozaki, Sato, & Gomi**, 2022), (**Shiozaki, Sato, & Gomi**, 2017), (**Serrano**, 2025).

The magnetic equivariant K-theory groups are in general not easy to calculate. Each case needs to be treated separately, and an appropriate cell subdivision of the underlying space is necessary for applying the cohomological tools that help determine the desired groups. The K-theory groups may be torsion and non-torsion, but sometimes the relevant feature appears as a non-torsion invariant. In those particular cases the rational magnetic equivariant K-theory is enough to understand the non-torsion invariants. This is the subject of this work.

We first take the restriction map from the magnetic equivariant K-theory to the complex equivariant K-theory of the underlying subgroup that acts complex linearly. We show that its image lies in the conjugation invariant subgroup of this equivariant complex K-theory, and moreover, that this restriction map induces a rational isomorphism. This is our key result and it is the main theorem of the paper.

We further show that the rational isomorphism also applies to the twisted version of the magnetic equivariant K-theory, and we finish with an application to 2D materials which preserve the combination of a four-fold symmetry and time reversal, as well as the spin in the z direction. Here we show that the Chern number of the spin up valence bands is indeed an integer invariant, and using results from (**González-Hernández, Serrano, & Uribe**, 2025), we show that the parity of this Chern number provides the $\mathbb{Z}_2$ -invariant in 2D topological insulator altermagnets.

Magnetic equivariant K-theory

Magnetic equivariant K-theory is the K-theory of complex vector bundles with actions of magnetic groups (Karoubi, 1970), (Freed & Moore, 2013), (Serrano, 2025). Let us be more precise.

A *magnetic group* consist of a group G together with a surjective homomorphism to $\mathbb{Z}_2$. Denote this map $\phi : G \rightarrow \mathbb{Z}_2$ and call G_0 the kernel of ϕ , thus obtaining the following short exact sequence:

$$1 \rightarrow G_0 \rightarrow G \xrightarrow{\phi} \mathbb{Z}_2 \rightarrow 1. \quad (1)$$

A homomorphism of magnetic groups $f : G \rightarrow L$ is a homomorphism of groups which is compatible with the surjective maps to $\mathbb{Z}_2$. A subgroup $H \subset G$ of a magnetic group is also a magnetic group if $H \cap G_0 \neq H$; otherwise $H \subset G_0$ and the subgroup is not magnetic (just a group).

Examples of magnetic groups are among others, magnetic space groups in crystallography (Heesch, 1930) and Šubnikov groups (Šubnikov, 1951).

Here we will restrict to the case on which the magnetic group G is also a compact Lie group. For the applications to crystallography G will be a magnetic point group.

Let X be a compact G space and define a *magnetic equivariant vector bundle* as a complex vector bundle $E \xrightarrow{p} X$ endowed with an action of G compatible with the map p such that G_0 acts complex linearly on the fibers and $G \setminus G_0$ acts complex anti-linearly.

A homomorphism of magnetic equivariant vector bundles is simply a G -equivariant homomorphism of the underlying complex vector bundles. We may take the isomorphism classes of magnetic equivariant vector bundles and we may define the *magnetic G -equivariant K-theory of X* as the Grothendieck group of the isomorphism classes. We will denote this K-theory with a calligraphic letter $\mathcal{K}_G(X)$, consisting of formal differences $E_0 - E_1$ of magnetic equivariant bundles subject to the equivalence relation

$$E_0 - E_1 \sim E'_0 - E'_1 \iff E_0 \oplus E'_1 \oplus F \cong E'_0 \oplus E_1 \oplus F \quad (2)$$

for some magnetic G -equivariant vector bundle F . For non-magnetic groups, such as G_0 , we will denote $K_{G_0}(X)$ the complex G_0 -equivariant K-theory groups of X (Segal, 1968).

A G -equivariant map $\psi : X \rightarrow Y$ induces a homomorphism of abelian groups $\psi^* : \mathcal{K}_G(Y) \rightarrow \mathcal{K}_G(X)$, $E \mapsto \psi^*E$, making $\mathcal{K}_G$ a contravariant functor from compact G -spaces to abelian groups. A homomorphism of magnetic groups $\alpha : H \rightarrow G$ induces a homomorphism $\mathcal{K}_G(X) \rightarrow \mathcal{K}_H(X)$, and when H is non-magnetic and α factors through $H \rightarrow G_0 \subset G$ the homomorphism is $\mathcal{K}_G(X) \rightarrow K_H(X)$.

For G -spaces X with a choice of base point x_0 , the reduced K-theory groups are defined as the kernel of the pullback under the restriction map:

$$\widetilde{\mathcal{K}}_G(X) := \ker(\mathcal{K}_G(X) \rightarrow \mathcal{K}_G(\{x_0\})). \quad (3)$$

For a pair (X, Y) of compact G -spaces we define $\mathcal{K}_G(X, Y) := \widetilde{\mathcal{K}}_G(X/Y)$ and whenever $Y = \emptyset$ we set $X/Y := X_+$, thus having the isomorphism $\mathcal{K}_G(X, \emptyset) \cong \mathcal{K}_G(X)$.

The higher K-theory groups for $q \in \mathbb{N}$ are defined as follows:

$$\mathcal{K}_G^{-q}(X, Y) := \mathcal{K}_G(X \times B^q, X \times S^{q-1} \cup Y \times B^q), \quad (4)$$

thus having the usual suspension equality $\widetilde{\mathcal{K}}_G^{-q}(X) = \widetilde{\mathcal{K}}_G(\Sigma^q X)$.

The magnetic G -equivariant K-theory groups are one example of a G -equivariant cohomology (May, 1996). It was firstly defined in (Karoubi, 1970), and further elaborated in Freed and Moore, 2013 and (Gomi, 2023). The present description has been developed by the first author in (Serrano, 2025) and its structural properties and applications will be presented in a forthcoming publication.

Properties

Among the many properties that the magnetic G -equivariant K-theory groups have, we want to highlight the following:

- The magnetic G -equivariant K-theory over a point x_0 is the group of isomorphism classes of magnetic representations of G . These representations were called *corepresentations* by Wigner (1959) and many of their properties were described on his book (Wigner, 1959). A magnetic representation of G is a complex vector space V with a G action that is complex linear on G_0 and complex anti linear on $G \setminus G_0$. The abelian group of isomorphism classes of magnetic representation is a free $\mathbb{Z}$ -module generated by the irreducible ones. Denote this group with calligraphic letter $\mathcal{R}(G)$ and we have

$$\mathcal{K}_G(\{x_0\}) \cong \mathcal{R}(G). \quad (5)$$

The restriction of the magnetic representations to G_0 defines a homomorphism

$$\mathcal{R}(G) \rightarrow R(G_0), \quad V \mapsto V|_{G_0} \quad (6)$$

to the abelian group $R(G_0)$ of isomorphism classes of complex G_0 -representations. Any irreducible magnetic representation V of G decomposes into irreducible representations of G_0 in $R(G_0)$ fitting only one of the following three cases:

- Real type: $V|_{G_0} \cong U$ with U irreducible G_0 -representation.
- Complex type: $V|_{G_0} \cong W \oplus \widehat{W}$ with W irreducible, $\widehat{W}$ the conjugate representation defined in eqn. (19), and $W \not\cong \widehat{W}$ as G_0 -representations.
- Quaternionic type: $V|_{G_0} \cong Z \oplus Z$ with Z irreducible G_0 -representation. Here we have that $Z \cong \widehat{Z}$.

Hence, the abelian group $\mathcal{R}(G)$ may be split as

$$\mathcal{R}(G) \cong \mathcal{R}(G)_{\mathbb{R}} \oplus \mathcal{R}(G)_{\mathbb{C}} \oplus \mathcal{R}(G)_{\mathbb{H}} \quad (7)$$

where $\mathcal{R}(G)_{\mathbb{F}}$ corresponds to the magnetic representations of type $\mathbb{F}$ with $\mathbb{F}$ one of the commuting fields $\mathbb{R}, \mathbb{C}$, or the division ring $\mathbb{H}$, respectively.

- Whenever X is a trivial G -space, there is a canonical decomposition

$$\mathcal{K}_G(X) \cong (\mathcal{R}(G)_{\mathbb{R}} \otimes KO(X)) \oplus (\mathcal{R}(G)_{\mathbb{C}} \otimes K(X)) \oplus (\mathcal{R}(G)_{\mathbb{H}} \otimes KSp(X)) \quad (8)$$

where $KO(X)$, $K(X)$ and $KSp(X)$ denote the Grothendieck groups of real, complex and quaternionic vector bundles over X . If V is an irreducible magnetic representation of $\mathbb{F}$ -type and E is a magnetic G -equivariant vector bundle, the bundle $\text{Hom}(V, E)$ defines an element in K-theory of $\mathbb{F}$ -type. Carrying out this assignment for all irreducible magnetic representations the isomorphism of above follows.

- The coefficients of the magnetic G -equivariant cohomology theory split as follows. If $*$ denotes the one-point trivial G -space, there is a canonical decomposition:

$$\mathcal{K}_G^{-q}(*) \cong (\mathcal{R}(G)_{\mathbb{R}} \otimes KO^{-q}(*)) \oplus (\mathcal{R}(G)_{\mathbb{C}} \otimes K^{-q}(*)) \oplus (\mathcal{R}(G)_{\mathbb{H}} \otimes KSp^{-q}(*)), \quad (9)$$

where KO^* , K^* and KSp^* denote the K-theory of real, complex and quaternionic vector bundles. This result is proven by the first author in (Serrano, 2025) and generalizes the statement once restricted to real G -equivariant K-theory (Atiyah & Segal, 1969).

- The magnetic G -equivariant K-theory is 8 periodic (Gomi, 2023; Serrano, 2025):

$$\mathcal{K}_G^{-q-8}(X) \cong \mathcal{K}_G^{-q}(X). \quad (10)$$

One can therefore define the positively graded magnetic equivariant K-theory groups using this periodicity.

- The restriction to orbit types gives the following isomorphisms. For $H \subset G$ we have:

$$\mathcal{K}_G^*(G/H) \cong \begin{cases} \mathcal{K}_H^*(*) & \text{if } H \not\subset G_0 \\ K_H^*(*) & \text{if } H \subset G_0. \end{cases} \quad (11)$$

Moreover, if $N \subset G_0$ is a normal subgroup $N \leq G$, and N acts freely on X , then the projection $\pi : X \rightarrow X/N$ induces an isomorphism

$$\pi^* : \mathcal{K}_{G/N}^*(X/N) \xrightarrow{\cong} \mathcal{K}_G^*(X). \quad (12)$$

Calculation

Given a magnetic group G and a G -space, the calculation of the magnetic G -equivariant K-theory groups is not straightforward. Perhaps the most common form to calculate these K-theory groups is using a G -CW decomposition and the spectral sequence that the decomposition induces. The first two pages of this spectral sequence are manageable, but the extension problems that the higher differentials encode makes this procedure difficult and hard to use for non experts.

The magnetic G -equivariant K-theory groups possess both torsion and non-torsion information. Sometimes most of the non-trivial information is torsion, but in some others, the non-torsion part is already good enough.

In what follows we will outline a procedure for extracting the non-torsion information of the magnetic G -equivariant K-theory groups. The idea is to study the restriction map to the complex G_0 -equivariant K-theory and to determine its image.

Rational magnetic equivariant K-theory

Denote by $\iota : G_0 \rightarrow G$ the inclusion homomorphism of $G_0 = \text{Ker}(\phi)$ into G . The restriction homomorphism

$$\iota^* : \mathcal{K}_G(X) \rightarrow K_{G_0}(X) \quad (13)$$

maps magnetic G -equivariant vector bundles to complex G_0 -equivariant ones (Segal, 1968).

We claim that there is an action of $\mathbb{Z}_2$ on $K_{G_0}(X)$ such that the image of ι^* lands in the $\mathbb{Z}_2$ invariant part. Let us see how this action is defined.

Take $F \xrightarrow{p} X$ a complex G_0 -equivariant bundle over X . Choose any element $a_0 \in G \setminus G_0$ and define the pullback bundle

$$a_0^* \bar{F} = \{(\bar{s}, x) \in \bar{F} \times X \mid p(s) = a_0 x\} \quad (14)$$

where $\bar{F}$ denotes the complex conjugate bundle of F . Endow $a_0^* \bar{F}$ with the $\mathbb{C}$ -module structure as follows: for $\lambda \in \mathbb{C}$ let $\lambda \cdot (\bar{s}, x) := (\lambda \bar{s}, x)$, and endow $a_0^* \bar{F}$ with the following G_0 -equivariant structure: for $g \in G_0$, $g \cdot (\bar{s}, x) = (\overline{a_0 g a_0^{-1} s}, gx)$. Note that $(\overline{a_0 g a_0^{-1} s}, gx)$ belongs to $a_0^* \bar{F}$ since $p(a_0 g a_0^{-1} s) = a_0 g a_0^{-1} p(s) = a_0 gx$.

We have now that $a_0^* \bar{F}$ is a complex G_0 -equivariant bundle over X . Applying the construction again, we get

$$a_0^* (\overline{a_0^* \bar{F}}) = (a_0^2)^* F. \quad (15)$$

Since a_0^2 belongs to G_0 , we have that F and $(a_0^2)^* F$ become isomorphic G_0 -equivariant bundles with the following homomorphism:

$$F \xrightarrow{\cong} (a_0^2)^* F, \quad s \mapsto (a_0^2 s, p(s)). \quad (16)$$

We have therefore defined an involution

$$K_{G_0}(X) \rightarrow K_{G_0}(X), \quad F \mapsto a_0^* \bar{F} \quad (17)$$

which makes $K_{G_0}(X)$ a $\mathbb{Z}_2$ -module. Note that this involution is independent of the choice of element in $G \setminus G_0$ since $a_0^* \bar{F}$ and $(ga_0)^* \bar{F}$ are isomorphic for any $g \in G_0$. The homomorphism

$$a_0^* \bar{F} \xrightarrow{\cong} (ga_0)^* \bar{F}, \quad (\bar{s}, x) \mapsto (\overline{ga_0 s}, x) \quad (18)$$

gives the desired G_0 -equivariant isomorphism (here $s \in F$ and $p(s) = a_0 x$).

In the case that X is a point, the $\mathbb{Z}_2$ action on $R(G_0)$ provides the conjugate representation that was mentioned above. The involution is then:

$$R(G_0) \rightarrow R(G_0), \quad W \mapsto \widehat{W} := a_0^* \bar{W}. \quad (19)$$

Now we are ready to state the main result of this work.

Theorem. *Let X be a compact G -space, $G \xrightarrow{\phi} \mathbb{Z}_2$ a magnetic group and $\iota : G_0 \rightarrow G$ the inclusion of the kernel of ϕ . Then the pullback of the restriction $\iota^* : \mathcal{K}_G^*(X) \rightarrow K_{G_0}^*(X)$ lands in the $\mathbb{Z}_2$ -invariant subgroup*

$$\iota^* : \mathcal{K}_G^*(X) \rightarrow K_{G_0}^*(X)^{\mathbb{Z}_2} \quad (20)$$

and it becomes an isomorphism rationally

$$\iota^* \otimes \mathbb{Q} : \mathcal{K}_G^*(X) \otimes \mathbb{Q} \xrightarrow{\cong} K_{G_0}^*(X)^{\mathbb{Z}_2} \otimes \mathbb{Q}. \quad (21)$$

Proof. First let us show that the image of ι^* lands in the $\mathbb{Z}_2$ invariant part. Take a magnetic G -equivariant vector bundle $E \xrightarrow{p} X$ and denote its restriction $\iota^* E$ to G_0 with the same letter E . The $\mathbb{Z}_2$ action takes E to its conjugate $a_0^* \bar{E}$ where $a_0 \in G \setminus G_0$. The homomorphism

$$E \rightarrow a_0^* \bar{E}, \quad s \mapsto (\overline{a_0 s}, p(s)) \quad (22)$$

is the desired G_0 -equivariant isomorphism. Hence $\iota^*E \in K_{G_0}^*(X)^{\mathbb{Z}_2}$.

Now, since the homomorphism ι^* is a natural transformation of functors, it is enough to show that it induces an isomorphism at the level of orbit types. Let us show this.

Take $H \xrightarrow{\varphi} \mathbb{Z}_2$ any magnetic group with $H_0 = \ker(\varphi)$ and note that the magnetic irreducible representations of H , as well as the complex irreducible representations of H_0 , may be broken into real, complex and quaternionic representations (**Wigner**, 1959); the former one depending on the automorphism that H/H_0 induces on H_0 . Split the magnetic representations of H and the complex representations of H_0 accordingly:

$$\mathcal{R}(H) = \mathcal{R}(H)_{\mathbb{R}} \oplus \mathcal{R}(H)_{\mathbb{C}} \oplus \mathcal{R}(H)_{\mathbb{H}} \quad (23)$$

$$R(H_0) = R(H_0)_{\mathbb{R}} \oplus R(H_0)_{\mathbb{C}} \oplus R(H_0)_{\mathbb{H}} \quad (24)$$

A complex irreducible representation V of H_0 is of complex type with respect to H if the conjugate representation $\hat{V} := a_0^* \bar{V}$ is not isomorphic to V (here a_0 is any element in $H \setminus H_0$). Notice that in this case $\hat{V}$ is simply $\bar{V}$, and therefore we will use this identification $\hat{V} := \bar{V}$ hereafter. Whenever $\bar{V} \cong V$, let $T \in \text{Hom}_{\text{Rep}(H_0)}(\bar{V}, V)$ be the isomorphism and denote $\rho : H_0 \rightarrow \text{GL}(V)$ and $\rho' : H_0 \rightarrow \text{GL}(\bar{V})$ (here $\rho'(h) = \overline{\rho(a_0 h a_0^{-1})}$) the homomorphisms corresponding to the complex representations V and $\bar{V}$. We have then

$$\rho' = T^{-1} \rho T \quad \text{and} \quad \rho(a_0^{-2}) = \pm T \bar{T}. \quad (25)$$

The complex representation V is called of real type if $\rho(a_0^{-2}) = +T \bar{T}$ and of quaternionic type if $\rho(a_0^{-2}) = -T \bar{T}$.

The restriction homomorphism $\mathcal{R}(H) \rightarrow R(H_0)$ splits into three maps $\mathcal{R}(H)_{\mathbb{F}} \rightarrow R(H_0)_{\mathbb{F}}$ for $\mathbb{F}$ in $\{\mathbb{R}, \mathbb{C}, \mathbb{H}\}$. In the real case the homomorphism

$$\mathcal{R}(H)_{\mathbb{R}} \xrightarrow{\cong} R(H_0)_{\mathbb{R}} \quad (26)$$

is an isomorphism with $R(H_0)_{\mathbb{R}}$ fixed by the $\mathbb{Z}_2$ action. In the quaternionic case the homomorphism

$$\mathcal{R}(H)_{\mathbb{H}} \rightarrow R(H_0)_{\mathbb{H}} \quad \mathcal{R}(H)_{\mathbb{H}} \otimes \mathbb{Q} \xrightarrow{\cong} R(H_0)_{\mathbb{H}} \otimes \mathbb{Q} \quad (27)$$

is injective and of full rank (it is multiplication by 2 on the generators), and therefore an isomorphism rationally, with $R(H_0)_{\mathbb{H}}$ fixed by $\mathbb{Z}_2$. In the complex case the homomorphism

$$\mathcal{R}(H)_{\mathbb{C}} \xrightarrow{\cong} R(H_0)_{\mathbb{C}}^{\mathbb{Z}_2} \quad (28)$$

is an isomorphism with the $\mathbb{Z}_2$ invariant part.

Hence the restriction homomorphism

$$\mathcal{R}(H) \rightarrow R(H_0)^{\mathbb{Z}_2} \quad (29)$$

is injective and of full rank. Rationally we get an isomorphism

$$\mathcal{R}(H) \otimes \mathbb{Q} \rightarrow R(H_0)^{\mathbb{Z}_2} \otimes \mathbb{Q}. \quad (30)$$

Now, let us take any G -orbit type G/H for $H \subset G$. We have two cases, either $H \subset G_0$ or not. Assuming that $H \subset G_0$ we have that

$$\mathcal{K}_G(G/H) \cong K_H(*) \quad \text{and} \quad K_{G_0}(G/H) \cong K_{H \times G_0}(G) \cong K_H(*) \oplus K_H(*) \quad (31)$$

where the $\mathbb{Z}_2$ action on $K_H(*) \oplus K_H(*)$ swaps the summands. We have that the restriction map in this case induces an isomorphism

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{K}_G(G/H) & \longrightarrow & K_{G_0}(G/H)^{\mathbb{Z}_2} \\ \downarrow \cong & & \downarrow \cong \\ K_H(*) & \xrightarrow{\cong} & (K_H(*) \oplus K_H(*))^{\mathbb{Z}_2}. \end{array} \quad (32)$$

Whenever $H \not\subset G_0$ we have that H is a magnetic group with $H_0 = G_0 \cap H$. Hence

$$\mathcal{K}_G(G/H) \cong \mathcal{K}_H(*) \quad \text{and} \quad K_{G_0}(G/H) = K_{H_0}(*), \quad (33)$$

and the restriction homomorphism for the orbit type G/H boils down to the restriction homomorphism for the magnetic group H :

$$\begin{array}{ccc} \mathcal{K}_G(G/H) & \longrightarrow & K_{G_0}(G/H)^{\mathbb{Z}_2} \\ \downarrow \cong & & \downarrow \cong \\ \mathcal{K}_H(*) & \longrightarrow & K_{H_0}(*)^{\mathbb{Z}_2}. \end{array} \quad (34)$$

Since the bottom horizontal map is an isomorphism rationally, then the upper horizontal map is also one. We conclude that the restriction homomorphism

$$\mathcal{K}_G(G/H) \rightarrow K_{G_0}(G/H)^{\mathbb{Z}_2} \quad (35)$$

induces an isomorphism rationally

$$\mathcal{K}_G(G/H) \otimes \mathbb{Q} \xrightarrow{\cong} K_{G_0}(G/H)^{\mathbb{Z}_2} \otimes \mathbb{Q}. \quad (36)$$

The previous argument can also be applied for G -spaces of the form $G/H \times X$ where X has no G -action, thus implying that the restriction homomorphism

$$\mathcal{K}_G(G/H \times X) \rightarrow K_{G_0}(G/H \times X)^{\mathbb{Z}_2} \quad (37)$$

is an isomorphism rationally

$$\mathcal{K}_G(G/H \times X) \otimes \mathbb{Q} \xrightarrow{\cong} K_{G_0}(G/H \times X)^{\mathbb{Z}_2} \otimes \mathbb{Q}. \quad (38)$$

The compatibility with open G -equivariant charts on both sides of the restriction homomorphisms, the Mayer-Vietoris sequence, together with the five-lemma and the fact that the higher K-theory groups are defined with the usual suspension equality of eqn. (4), implies that the restriction homomorphism induces an isomorphism rationally.

□

Twisted case

The magnetic G -equivariant K-theory has an extension to the case on which the local magnetic representations are projective. A simple way to understand this feature is the following.

Take $A \subset \mathbb{S}^1$ and consider an extension $\tilde{G}$ of G by A fitting in the exact sequence

$$1 \rightarrow A \rightarrow \tilde{G} \rightarrow G \rightarrow 1 \quad (39)$$

where G acts on A by complex conjugation through the homomorphism ϕ . That is $G \times A \rightarrow A$, $(g, a) \mapsto a^{-1}$ if $g \in G \setminus G_0$ and $(g, a) \mapsto a$ otherwise. Denote by $\tilde{G}_0$ the group extension over G_0 and note that we have the following diagram of exact sequences:

$$\begin{array}{ccccc} A & \xlongequal{\quad} & A & & \\ \downarrow & & \downarrow & & \\ \tilde{G}_0 & \longrightarrow & \tilde{G} & \longrightarrow & \mathbb{Z}_2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \parallel \\ G_0 & \longrightarrow & G & \longrightarrow & \mathbb{Z}_2. \end{array} \quad (40)$$

The groups $\tilde{G}$ and G are magnetic, the former extending the latter in the middle vertical exact sequence, the left vertical exact arrow encodes the fact that $\tilde{G}_0$ is a central A -extension of G_0 , and the horizontal exact sequences encode the information of the magnetic groups $\tilde{G}$ and G .

A $\tilde{G}$ -twisted magnetic G -vector bundle over the G -space X consists of a magnetic $\tilde{G}$ -equivariant vector bundle $E \rightarrow X$ where the subgroup A acts on the fibers of E complex linearly by multiplication of scalars. Here X is considered a $\tilde{G}$ -space by the induced action of the projection map $\tilde{G} \rightarrow G$.

The $\tilde{G}$ -twisted magnetic G -equivariant K-theory of X , denoted as ${}^{\tilde{G}}\mathcal{K}_G(X)$, will be the subgroup of the magnetic $\tilde{G}$ -equivariant K-theory $\mathcal{K}_{\tilde{G}}(X)$ generated by $\tilde{G}$ -twisted magnetic G -vector bundles over X .

If we restrict the group $\tilde{G}$ to A

$$\text{res}_A^{\tilde{G}} : \mathcal{K}_{\tilde{G}}(X) \rightarrow K_A(X) \quad (41)$$

and noting that $K_A(X) \cong R(A) \otimes K(X)$, we may take the irreducible representation ν of A induced by the canonical inclusion $A \subset \mathbb{S}^1$. Then the $\tilde{G}$ -twisted magnetic G -equivariant K-theory of X can be understood as the following inverse image:

$${}^{\tilde{G}}\mathcal{K}_G(X) = (\text{res}_A^{\tilde{G}})^{-1}(\mathbb{Z}\langle \nu \rangle \otimes K(X)). \quad (42)$$

The higher K-theory groups ${}^{\tilde{G}}\mathcal{K}_G^{-q}(X)$ are defined as in eqn. (4), and therefore we obtain the inclusion:

$${}^{\tilde{G}}\mathcal{K}_G^{-q}(X) \subset \mathcal{K}_{\tilde{G}}^{-q}(X). \quad (43)$$

The $\tilde{G}$ -twisted magnetic representations of G define a subgroup of the magnetic representations of $\tilde{G}$ and they split accordingly into real, complex and quaternionic type:

$${}^{\tilde{G}}\mathcal{R}(G) \subset \mathcal{R}(\tilde{G}), \quad {}^{\tilde{G}}\mathcal{R}(G)_{\mathbb{F}} \subset \mathcal{R}(\tilde{G})_{\mathbb{F}}, \quad \text{for } \mathbb{F} \in \{\mathbb{R}, \mathbb{C}, \mathbb{H}\}. \quad (44)$$

The coefficients of the twisted case ${}^{\tilde{G}}\mathcal{K}_G^{-q}(*)$ split as described in eqn. (9):

$$\begin{aligned} {}^{\tilde{G}}\mathcal{K}_G^{-q}(*) &\cong \\ &\left({}^{\tilde{G}}\mathcal{R}(G)_{\mathbb{R}} \otimes KO^{-q}(*) \right) \oplus \left({}^{\tilde{G}}\mathcal{R}(G)_{\mathbb{C}} \otimes K^{-q}(*) \right) \oplus \left({}^{\tilde{G}}\mathcal{R}(G)_{\mathbb{H}} \otimes KSp^{-q}(*) \right) \end{aligned} \quad (45)$$

The restriction to $\tilde{G}_0$ gives us a natural homomorphism

$$\tilde{G} \mathcal{K}_G^*(X) \rightarrow K_{\tilde{G}_0}^*(X)^{\mathbb{Z}_2} \quad (46)$$

inducing a rational isomorphism with its image. But note that the image does not lie only in the $\tilde{G}_0$ -twisted complex K-theory $\tilde{G}_0 K_{G_0}^*(X)$ unless the group $A = \mathbb{Z}_2$. This follows from the fact that the conjugate representation of the canonical inclusion $A \subset \mathbb{S}^1$ is only equal to the canonical one when the group A is $\mathbb{Z}_2$.

Since the case $A = \mathbb{Z}_2$ is of independent interest, our main Theorem implies the following.

Corollary. *Let X be a compact G -space, $G \xrightarrow{\phi} \mathbb{Z}_2$ a magnetic group, $\iota : G_0 \rightarrow G$ the inclusion of the kernel of ϕ , $\tilde{G}$ a central extension of G by the groups $\mathbb{Z}_2$ and $\tilde{G}_0$ the kernel of the induced homomorphism from $\tilde{G}$ to $\mathbb{Z}_2$. Then the pullback of the restriction from G to G_0 induces a homomorphism of twisted K-theories*

$$\iota^* : \tilde{G} \mathcal{K}_G^*(X) \rightarrow \tilde{G}_0 K_{G_0}^*(X)^{\mathbb{Z}_2} \quad (47)$$

and it becomes an isomorphism rationally

$$\iota^* \otimes \mathbb{Q} : \tilde{G} \mathcal{K}_G^*(X) \otimes \mathbb{Q} \xrightarrow{\cong} \tilde{G}_0 K_{G_0}^*(X)^{\mathbb{Z}_2} \otimes \mathbb{Q}. \quad (48)$$

Applications

The motivation for defining the magnetic equivariant K-theory groups comes from the realm of condensed matter physics. The electronic properties of crystals, magnetic or not, can be modeled with computers using Density Functional Theory (DFT) and the different programs that have been developed for this task. The bundle of valence eigenvectors of the associated Hamiltonian, the Bloch bundle, in the case that the energy is gapped at the Fermi level, defines a magnetic equivariant vector bundle. Adiabatic perturbations of the Hamiltonian do not change the topological type of the Bloch bundle, and therefore the topological invariants of the Bloch bundle, as an element in the magnetic equivariant K-theory, become topological invariants of the Hamiltonian.

Several papers have been written on this regard (see (Gomi, 2023) and references therein), but very few explicit calculational tools have been developed in order to extract the topological invariants from the Bloch bundle of a prescribed Hamiltonian. The main Theorem of this work provides a calculational tool that may permit extract the non-torsion invariants of the Bloch bundle, in particular in the case that the Hamiltonian models a magnetic material.

But before we see the applications in condensed matter physics, let us first start by relating the magnetic equivariant K-theory groups to other known K-theories.

When the magnetic group G is $\mathbb{Z}_2$ and ϕ is the identity, the magnetic equivariant K-theory groups are exactly Atiyah's real K-theory groups (Atiyah, 1966):

$$\mathcal{K}_{\mathbb{Z}_2}^* = K\mathbb{R}^*. \quad (49)$$

For spaces X with trivial $\mathbb{Z}_2$ action we recover the K-theory of real vector bundles

$$\mathcal{K}_{\mathbb{Z}_2}^*(X) = KO^*(X). \quad (50)$$

When the magnetic group G is again $\mathbb{Z}_2$ with ϕ the identity, and we choose its twisted version, namely $\tilde{G} = \mathbb{Z}_4$ and $A \cong \mathbb{Z}_2$ acting by multiplication by -1 , then we recover quaternionic K-theory (Gomi, 2023):

$$\mathbb{Z}_4 \mathcal{K}_{\mathbb{Z}_2}^* = K\mathbb{H}^*. \quad (51)$$

For spaces X with trivial $\mathbb{Z}_2$ action we recover the K-theory of symplectic vector bundles (Dupont, 1969):

$$\mathbb{Z}_4 \mathcal{K}_{\mathbb{Z}_2}^*(X) \cong KSp^*(X). \quad (52)$$

The well known relation between symplectic and real K-theory $KO^{*-4} = KSp^*$ also works for $\mathbb{Z}_2$ -spaces and we have $\mathcal{K}_{\mathbb{Z}_2}^{*-4} \cong \mathbb{Z}_4 \mathcal{K}_{\mathbb{Z}_2}^*$ (Gomi, 2023). The restriction homomorphism ι^* lands in both cases in complex K-theory K^* and the induced $\mathbb{Z}_2$ action is simply the conjugation action on the complex vector bundles. The generator of K^{-2} is the virtual bundle $\mathcal{H} - 1$ where $\mathcal{H}$ is the Hopf bundle over S^2 and 1 is a trivial vector bundle of rank 1. The conjugation map sends $\mathcal{H} - 1$ to $\overline{\mathcal{H}} - 1$ and in K^{-2} one is the additive inverse of the other.

In K^{-4} the generator is $\mathcal{P} - 2$ where $\mathcal{P}$ is a rank 2 complex vector bundle over S^4 whose clutching function is given by the canonical diffeomorphism $\eta : S^3 \xrightarrow{\cong} SU(2)$. Since the matrices of $SU(2)$ all commute with the matrix $i\sigma_y \mathbb{K}$ where σ_y is the second Pauli matrix and $\mathbb{K}$ denotes complex conjugation, then it is clear that the conjugate clutching function $\overline{\eta} := \mathbb{K}\eta\mathbb{K}$ is the same as the clutching function $(i\sigma_y)\eta(i\sigma_y)^{-1}$. Therefore $\mathcal{P}$ and its conjugate $\overline{\mathcal{P}}$ are isomorphic. This implies that the conjugation action of $\mathbb{Z}_2$ is trivial on K^{-4} . By Bott periodicity we see that the complex K-theory groups as $\mathbb{Z}_2$ modules are the following:

$$K^q = \begin{cases} \mathbb{Z} & \text{trivial } \mathbb{Z}_2\text{-mod.} & \text{for } q \equiv_4 0 \\ \mathbb{Z} & \text{sign } \mathbb{Z}_2\text{-mod.} & \text{for } q \equiv_4 2 \\ 0 & \text{for } q \equiv_2 1. \end{cases} \quad (53)$$

We therefore have that the restriction maps

$$\iota : \mathcal{K}_{\mathbb{Z}_2}^* \rightarrow (K^*)^{\mathbb{Z}_2} \quad \iota : \mathbb{Z}_4 \mathcal{K}_{\mathbb{Z}_2}^* \rightarrow (K^*)^{\mathbb{Z}_2} \quad (54)$$

recover the well known rational isomorphisms:

$$\mathcal{K}_{\mathbb{Z}_2}^* \cong_{\mathbb{Q}} \mathbb{Z}_4 \mathcal{K}_{\mathbb{Z}_2}^{*-4} \cong_{\mathbb{Q}} (K^*)^{\mathbb{Z}_2} \cong_{\mathbb{Q}} \begin{cases} \mathbb{Q} & \text{for } * \equiv_4 0 \\ 0 & \text{for } * \not\equiv_4 0 \end{cases} \quad (55)$$

Now that we have determined the $\mathbb{Z}_2$ -module structure of the complex K-theory groups in eqn. (53) we are now ready to show an application in condensed matter physics.

Topological Insulators Altermagnets

Altermagnetism is a type of magnetic state in crystals on which the magnetic structures are collinear and crystal-symmetry compensated resulting in zero net magnetization. But unlike ordinary collinear antiferromagnets, the electronic bands in an altermagnets are not Kramer's degenerate (Šmejkal *et al.*, 2020). The symmetry that is present in some of these 2D materials is $C_4\mathbb{T}$, a composition of a four fold rotation with time reversal symmetry.

Whenever the material is an insulator, various works have put forward the idea that there is a topological invariant that separates trivial insulators from the topological ones (Day *et al.*, 2023; Zou, Fu, & Shen, 2024). It turns out that the magnetic equivariant K-theory predicts the existence of a bulk $\mathbb{Z}_2$ -invariant on 2D systems with the $C_4\mathbb{T}$ symmetry (González-Hernández, Serrano, & Uribe, 2025). This invariant can be extracted adding the spin z operator S_z on the system, and the reason for this procedure to work, lies in the rational isomorphism presented in the Corollary above.

The setup is as follows (for details we refer to (González-Hernández, Serrano, & Uribe, 2025)). The group is the one generated by $C_4\mathbb{T}$ and S_z and they act on the 2D torus T^2 . The

operator S_z squares to 1 and acts trivially on T^2 . The other operator acts on the space as follows:

$$C_4\mathbb{T} : T^2 \rightarrow T^2 \quad (x, y) \mapsto (y, -x), \quad (56)$$

while on the fibers it incorporates the interaction of the spin with the lattice (spin orbit coupling). We have that $(C_4)^4 = -1$ and $\mathbb{T}^2 = -1$, therefore $(C_4\mathbb{T})^4 = -1$.

The spin commutes with the rotation C_4 while it anticommutes with $\mathbb{T}$. Therefore $C_4\mathbb{T}$ and S_z anticommute on the fibers, while they clearly commute acting on T^2 . To bring the notation we have employed in the previous section we have that the group of symmetries is $G = \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2 = \langle C_4\mathbb{T} \rangle \times \langle S_z \rangle$, and the homomorphism ϕ is:

$$\phi : \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2 \rightarrow \mathbb{Z}_2, \quad \phi(a, b) = a \bmod 2. \quad (57)$$

Now, because of spin-orbit coupling, the group G acts projectively on the fibers and therefore we need to take a central $A = \mathbb{Z}_2$ extension $\tilde{G}$ of G , where A acts on the fibers by multiplication. We have the extension

$$\mathbb{Z}_2 \rightarrow \tilde{G} \rightarrow G \quad (58)$$

where $\tilde{G}$ is given by the following generators and relations

$$\tilde{G} = \langle \tilde{a}, b | \tilde{a}^8 = b^2 = 1, bab = a^5 \rangle. \quad (59)$$

The equations above follow from the facts that $(C_4\mathbb{T})^4 = -1$ and $S_z(C_4\mathbb{T}) = -(C_4\mathbb{T})S_z = (C_4\mathbb{T})^5 S_z$. Here we have that

$$G_0 = \langle a^2, b \rangle \cong \mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2 \quad \text{and} \quad \tilde{G}_0 = \langle \tilde{a}^2, b \rangle \cong \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_2. \quad (60)$$

Note that the restricted twisted group $\tilde{G}_0$ becomes abelian. This is important for the calculation.

We want to determine the non-torsion invariants of the twisted equivariant magnetic group $\tilde{G} \mathcal{K}_G^*(T^2)$ and for this we are going to calculate $\left(\tilde{G}_0 K_{G_0}^*(T^2) \right)^{\mathbb{Z}_2}$. First note that

$$\tilde{G}_0 K_{G_0}^*(T^2) \cong R(\mathbb{Z}_2) \otimes \mathbb{Z}_4 K_{\mathbb{Z}_2}^*(T^2) \quad (61)$$

since the spin z operator S_z commutes with $(C_4)^2 = C_2$, and $R(\mathbb{Z}_2)$ denotes the representation ring of $\mathbb{Z}_2$. The conjugation $\mathbb{Z}_2$ -action generated by the operator $C_4\mathbb{T}$ on the complex vector bundles splits into, conjugation composed the pullback of the four fold rotation in $\mathbb{Z}_4 K_{\mathbb{Z}_2}^0(T^2)$, while on $R(\mathbb{Z}_2)$ sends spin up to spin down and vice versa.

Therefore, as a $\mathbb{Z}_2$ -module, we could take the isomorphism

$$\tilde{G}_0 K_{G_0}^*(T^2) \cong \left(\mathbb{Z}_4 K_{\mathbb{Z}_2}^*(T^2) \right)^\uparrow \oplus \left(\mathbb{Z}_4 K_{\mathbb{Z}_2}^*(T^2) \right)^\downarrow \quad (62)$$

where the arrows denote that we have split the bundle into spin up and spin down part. The $\mathbb{Z}_2$ -action simply maps spin up bundles to spin down, and vice versa. Hence, we could take the spin up bundles as the representatives of the $\mathbb{Z}_2$ -invariants thus getting the isomorphism:

$$\left(\tilde{G}_0 K_{G_0}^*(T^2) \right)^{\mathbb{Z}_2} \cong \left[\left(\mathbb{Z}_4 K_{\mathbb{Z}_2}^*(T^2) \right)^\uparrow \oplus \left(\mathbb{Z}_4 K_{\mathbb{Z}_2}^*(T^2) \right)^\downarrow \right]^{\mathbb{Z}_2} \cong \left(\mathbb{Z}_4 K_{\mathbb{Z}_2}^*(T^2) \right)^\uparrow \quad (63)$$

Now, since $H^2(\mathbb{Z}_2, \mathbb{S}^1) = 0$ we know that $\mathbb{Z}_4 K_{\mathbb{Z}_2}^*(T^2)$ is isomorphic to the untwisted version $K_{\mathbb{Z}_2}^*(T^2)$ (Adem & Ruan, 2003). Therefore we conclude that the non-torsion invariants of the twisted equivariant magnetic K-theory that we were interested in are isomorphic to the non-torsion invariants of the complex K-theory $K_{\mathbb{Z}_2}^*(T^2)$:

$$\tilde{G} \mathcal{K}_G^*(T^2) \cong_{\mathbb{Q}} \left(\mathbb{Z}_4 K_{\mathbb{Z}_2}^*(T^2) \right)^{\uparrow} \cong_{\mathbb{Q}} K_{\mathbb{Z}_2}^*(T^2). \quad (64)$$

We can therefore conclude with the following result.

Result: *Bundles over the torus T^2 with both the $C_4\mathbb{T}$ symmetry and S_z spin symmetry possess an integer invariant coming from the 2D- cell (the bulk). This invariant can be extracted by determining the Chern number of the spin up bundle.*

The previous result was exploited in the work of the first two authors (González-Hernández, Serrano, & Uribe, 2025) where it is furthermore shown that there is a $\mathbb{Z}_2$ bulk invariant for systems that preserve the $C_4\mathbb{T}$ symmetry on a 2D torus. Incorporating the spin z it is shown that the value of this invariant can be extracted as the parity of the Chern number of the spin up bundle defined above.

Conclusions

We have shown that the torsion free part of the magnetic equivariant K-theory can be extracted from the conjugation invariant part of the restricted complex equivariant K-theory. We have used this result to show that the spin up Chern number of bundles with $C_4\mathbb{T}$ and spin z symmetry over the 2D torus determine their bulk invariant. The parity of this invariant turns out to be the $\mathbb{Z}_2$ invariant that classifies topological insulators altermagnets with $C_4\mathbb{T}$ symmetry.

Further research is needed in order to determine the bulk invariants of magnetic symmetries that involve compositions of rotations, time reversal symmetry, and translations. These compositions require the definition of a more general kind of twistings that incorporate information of the base space. The associated twisted magnetic K-theories need to be defined and its properties determined. We leave this project for a future publication.

Acknowledgments

H. Serrano acknowledges support from CONAHCyT through the PhD scholarship No. 926934. B. Uribe acknowledges the support of the Max Planck Institute for Mathematics in Bonn, Germany, and the continuous support of the Alexander Von Humboldt Foundation, Germany. H. Serrano, B. Uribe and M. Xicoténcatl acknowledge the financial support of CONAHCyT grant CB-2017-2018-A1-S-30345.

The present paper is presented by B. Uribe to the Colombian Academy of Exact, Physical and Natural Sciences as part of the requirements to be appointed numerary member of the Academy. B. Uribe will succeed Academician Jaime Ignacio Lesmes Camacho (1939-2023) in the chair number 11. B. Uribe honors Jaime Lesmes as his professor, mentor and friend.

Authorship contribution statement

All authors contributed equally on the results presented in the paper.

Conflict of interests

The authors declare that they have no known competing financial interests or personal relationships that could have appeared to influence the work reported in this paper.

References

- Adem, A., Ruan, Y. (2003) Twisted orbifold K-theory. *Commun. Math. Phys.*, 237(3), 533–556. <https://doi.org/10.1007/s00220-003-0849-x>
- Atiyah, M. F., Segal, G. B. (1969) Equivariant K-theory and completion. *J. Differential Geometry*, 3, 1–18. <http://projecteuclid.org/euclid.jdg/1214428815>
- Atiyah, M. F. (1966) K-theory and reality. *Q. J. Math., Oxf. II. Ser.*, 17, 367–386. <https://doi.org/10.1093/qmath/17.1.367>
- Bellissard, J., van Elst, A., Schulz-Baldes, H. (1994) The noncommutative geometry of the quantum hall effect. *Journal of Mathematical Physics*, 35(10), 5373–5451. <https://doi.org/10.1063/1.530758>
- Bellissard, J. (1986) K-theory of C^* -algebras in solid state physics. In *Statistical mechanics and field theory: Mathematical aspects (Groningen, 1985)* (pp. 99–156, Vol. 257). Springer, Berlin. https://doi.org/10.1007/3-540-16777-3_74
- Bernevig, B. A., Zhang, S.-C. (2006) Quantum spin hall effect. *Phys. Rev. Lett.*, 96, 106802. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.96.106802>
- Chang, C.-Z., Zhang, J., Feng, X., Shen, J., Zhang, Z., Guo, M., Li, K., Ou, Y., Wei, P., Wang, L.-L., Ji, Z.-Q., Feng, Y., Ji, S., Chen, X., Jia, J., Dai, X., Fang, Z., Zhang, S.-C., He, K., ... Xue, Q.-K. (2013) Experimental observation of the quantum anomalous hall effect in a magnetic topological insulator. *Science*, 340(6129), 167–170. <https://doi.org/10.1126/science.1234414>
- Day, I. A., Varentcova, A., Varjas, D., Akhmerov, A. R. (2023) Pfaffian invariant identifies magnetic obstructed atomic insulators. *SciPost Phys.*, 15, 114. <https://doi.org/10.21468/SciPostPhys.15.3.114>
- Dupont, J. L. (1969) Symplectic bundles and KR-theory. *Math. Scand.*, 24, 27–30. <https://doi.org/10.7146/math.scand.a-10918>
- Freed, D. S., Moore, G. W. (2013) Twisted equivariant matter. *Ann. Henri Poincaré*, 14(8), 1927–2023. <https://doi.org/10.1007/s00023-013-0236-x>
- Gibney, E., Castelvechi, D. (2016) Physics of 2d exotic matter wins nobel. *Nature*, 538, 7623. <https://doi.org/doi.org/10.1038/nature.2016.20722>
- Gomi, K. (2023) Freed-Moore K-theory. *Comm. Anal. Geom.*, 31(4), 979–1067.
- González-Hernández, R., Serrano, H., Uribe, B. (2025) Spin Chern number in altermagnets. *Phys. Rev. B*, 111, 085127. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.111.085127>
- Haldane, F. D. M. (1988) Model for a quantum hall effect without landau levels: Condensed-matter realization of the "parity anomaly". *Phys. Rev. Lett.*, 61, 2015–2018. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.61.2015>
- Heesch, H. (1930) Über die vierdimensionalen gruppen des dreidimensionalen raumes. *Zeitschrift für Kristallographie - Crystalline Materials*, 73(1-6), 325–345. <https://doi.org/doi:10.1524/zkri.1930.73.1.325>
- Kane, C. L., Mele, E. J. (2005a) Z_2 topological order and the quantum spin hall effect. *Phys. Rev. Lett.*, 95, 146802. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.95.146802>
- Kane, C. L., Mele, E. J. (2005b) Quantum spin hall effect in graphene. *Phys. Rev. Lett.*, 95, 226801. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.95.226801>
- Karoubi, M. (1970) Sur la K-théorie équivariante. In *Séminaire Heidelberg-Saarbrücken-Strasbourg sur la K-théorie (1967/68)* (pp. 187–253, Vol. 136). Springer, Berlin-New York.

- König, M., Wiedmann, S., Brüne, C., Roth, A., Buhmann, H., Molenkamp, L. W., Qi, X.-L., Zhang, S.-C.** (2007) Quantum spin hall insulator state in hgte quantum wells. *Science*, 318(5851), 766–770. <https://doi.org/10.1126/science.1148047>
- Kou, X., Guo, S.-T., Fan, Y., Pan, L., Lang, M., Jiang, Y., Shao, Q., Nie, T., Murata, K., Tang, J., Wang, Y., He, L., Lee, T.-K., Lee, W.-L., Wang, K. L.** (2014) Scale-invariant quantum anomalous hall effect in magnetic topological insulators beyond the two-dimensional limit. *Phys. Rev. Lett.*, 113, 137201. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.113.137201>
- May, J. P.** (1996) *Equivariant homotopy and cohomology theory* (Vol. 91) [With contributions by M. Cole, G. Comezana, S. Costenoble, A. D. Elmendorf, J. P. C. Greenlees, L. G. Lewis, Jr., R. J. Piacenza, G. Triantafyllou, and S. Waner]. Conference Board of the Mathematical Sciences, Washington, DC; by the American Mathematical Society, Providence, RI. <https://doi.org/10.1090/cbms/091>
- Segal, G.** (1968) Equivariant K-theory. *Inst. Hautes Études Sci. Publ. Math.*, (34), 129–151. http://www.numdam.org/item?id=PMIHES_1968__34__129_0
- Serrano, H.** (2025) Magnetic equivariant K-theory. Phd thesis. CINVESTAV, México.
- Shiozaki, K., Sato, M., Gomi, K.** (2017) Topological crystalline materials: General formulation, module structure, and wallpaper groups. *Phys. Rev. B*, 95, 235425. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.95.235425>
- Shiozaki, K., Sato, M., Gomi, K.** (2022) Atiyah-hirzebruch spectral sequence in band topology: General formalism and topological invariants for 230 space groups. *Phys. Rev. B*, 106, 165103. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.106.165103>
- Šmejkal, L., González-Hernández, R., Jungwirth, T., Sinova, J.** (2020) Crystal time-reversal symmetry breaking and spontaneous hall effect in collinear antiferromagnets. *Science Advances*, 6(23), eaaz8809. <https://doi.org/10.1126/sciadv.aaz8809>
- Šubnikov, A. V.** (1951) *Simmetriya i antisimmetriya konečnyh figur*. Izdat. Akad. Nauk SSSR, Moscow.
- Thouless, D. J., Kohmoto, M., Nightingale, M. P., den Nijs, M.** (1982) Quantized hall conductance in a two-dimensional periodic potential. *Phys. Rev. Lett.*, 49, 405–408. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.49.405>
- Wigner, E. P.** (1959) *Group theory and its application to the quantum mechanics of atomic spectra* (Vol. 5) [Expanded and improved ed. Translated from the German by J. J. Griffin]. Academic Press, New York-London.
- Zou, J.-Y., Fu, B., Shen, S.** (2024) Topological properties of c4zt-symmetric semimetals. *Communications Physics*. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:272160798>

Matemáticas

Artículo original

La cisoide de Diocles en el contexto de la matemática antigua

Diocles' cissoid in the context of ancient mathematics

 J.M. Ayerbe Toledano

Departamento de Análisis Matemático, Universidad de Sevilla, España

Resumen

Los tres problemas clásicos de la matemática griega son la cuadratura del círculo, la trisección del ángulo y la duplicación del cubo. Estas cuestiones tuvieron una enorme importancia en el progreso de la geometría helena y actuaron como verdaderos polos de interés, guiando la investigación de los grandes matemáticos de la Antigüedad. En este artículo se analiza en su contexto histórico la génesis de la cisoide, una curva concebida específicamente por Diocles para dar una nueva solución al problema de la duplicación del cubo, y se estudia su influencia en el desarrollo de la matemática griega.

Palabras clave: Duplicación del cubo, cisoide, Diocles, Pappo, Proclo, Eutocio.

Abstract

The three classic problems of Greek mathematics are the squaring of the circle, the trisection of the angle and the doubling of the cube. These questions had enormous importance in the progress of Hellenic geometry and acted as true poles of interest, guiding the research of the great mathematicians of Antiquity. This article analyzes in its historical context the genesis of the cissoid, a curve specifically conceived by Diocles to provide a new solution to the problem of doubling the cube, and its influence on the development of Greek mathematics is studied.

Keywords: Duplication of the cube, cissoid, Diocles, Pappus, Proclus, Eutocius.

Citación: Ayerbe Toledano J.M. La cisoide de Diocles en el contexto de la matemática antigua. Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. 49(190):198-215, enero-marzo de 2025. doi: <https://doi.org/10.18257/raccefyn.3157>

Editor: Clara Helena Sánchez

Correspondencia:

José María Ayerbe Toledano;
jayerbe@us.es

Recibido: 31 de enero de 2025

Aceptado: 14 de marzo de 2025

Publicado en línea: 26 de marzo de 2025



Este artículo está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-Compartir Igual 4.0 Internacional

Introducción

La orientación geométrica que se fue imponiendo en la matemática griega a lo largo del siglo V a. de C. favoreció que desde una época muy temprana se plantearan los tres problemas que, posteriormente, han sido conocidos como los tres problemas clásicos de la geometría griega. Estos problemas no son otros que la cuadratura del círculo, la trisección del ángulo y la duplicación del cubo.

El problema de la cuadratura del círculo se pregunta cómo construir, empleando únicamente rectas y circunferencias, un cuadrado de área igual a la de un círculo dado (La igualdad de áreas entre dos figuras debe ser entendida en este contexto, con objeto de evitar anacronismos, como la posibilidad de descomponer una de ellas para transformarla en la otra en un número finito de pasos). Por su parte el problema de la trisección del ángulo consiste en determinar la construcción geométrica que permita dividir un ángulo dado en tres partes iguales, empleando como instrumentos de dibujo, como en el caso anterior, tan solo la regla y el compás. Finalmente, el problema de la duplicación del cubo, también conocido como del mesolabio o de Delos, estudia la forma de obtener, también mediante rectas y circunferencias, un cubo de volumen doble al de uno dado. Aunque los tres problemas resultaron ser de imposible solución, en los términos en los que fueron planteados, el extraordinario ingenio de los grandes matemáticos griegos permitió obtener numerosas soluciones de los mismos ampliando el foco de las que eran admisibles.

Una de las técnicas más habituales utilizadas por los geómetras helenos para obtener soluciones de los tres problemas clásicos fue la introducción de nuevas curvas. A diferencia de los *Elementos* de Euclides (En este artículo utilizaremos como referencia de este tratado el texto **Euclides**, 1991, 1994, 2008), obra en la que, siguiendo la tradición platónica, todas las construcciones y diagramas se realizan con la ayuda exclusiva de la regla y el compás y, por tanto, utilizando únicamente rectas y circunferencias, en otros tratados los matemáticos griegos introdujeron un número reducido pero fructífero de nuevas líneas que facilitaron el desarrollo de la actividad investigadora y permitieron resolver problemas que habían permanecido inatacables sin el concurso de estos métodos.

En el orden cronológico la primera curva que se definió, distinta de las rectas y las circunferencias, fue la cuadratriz de Hipias, a finales del siglo V a. de C., con la que se abordó el problema de la trisección del ángulo pero que posteriormente también permitió obtener una solución al problema de la cuadratura del círculo. Ya en el siglo IV a. de C. Menecmo introdujo las cónicas, unas curvas con amplias aplicaciones en la matemática pero que fueron concebidas con el propósito específico de resolver el problema de encontrar dos medias proporcionales, en proporción continua, entre dos magnitudes dadas (Se dice que dos magnitudes A y B son dos medias proporcionales, en proporción continua, entre otras dos C y D si se verifica que $\frac{C}{A} = \frac{A}{B} = \frac{B}{D}$) cuestión que, como ya había señalado Hipócrates de Quíos casi un siglo antes de que Menecmo introdujera la parábola, la elipse y la hipérbola, conduce a la solución del problema de la duplicación del cubo si la segunda magnitud se toma doble de la primera. Estas líneas también fueron útiles para encontrar nuevas soluciones al problema de la trisección del ángulo.

En el siglo III a. de C. continuaron los esfuerzos de los matemáticos griegos en torno a los tres problemas clásicos y, con el propósito de resolverlos, se concibieron nuevas líneas de gran interés. Las dos más importantes fueron la espiral de Arquímedes, que permitió solventar los problemas de la trisección del ángulo y de la cuadratura del círculo, y la conoide de Nicomedes que se ideó con el propósito específico de resolver el problema de la trisección del ángulo pero que también resultó útil, como el propio Nicomedes puso de manifiesto, para atacar el problema de la duplicación del cubo.

La Colección Matemática es un compendio formado por ocho libros, de los que se ha perdido el primero y parte del segundo y del último, elaborado hacia el siglo IV de nuestra Era por Papo de Alejandría, en el se encuentran múltiples referencias y aportaciones a los tres problemas clásicos, estudiándose de manera pormenorizada las curvas introducidas por Hipias, Arquímedes y Nicomedes. En esta obra, superando la limitación platónica, se clasifican los problemas geométricos en planos, sólidos o lineales según que para su solución se precisen construcciones que se ejecuten únicamente con rectas y circunferencias, mediante el uso adicional de las secciones cónicas o con el concurso de otras curvas, respectivamente. De hecho Papo ya adelanta en *La Colección* un resultado para cuya prueba hubo de esperarse hasta el siglo XIX, esto es, que los problemas de la trisección del ángulo y de la duplicación del cubo son sólidos, mientras que la cuadratura del círculo es un problema lineal. Además el maestro alejandrino insistió en que cada problema debe resolverse con el menor aparato matemático posible en el sentido de que, si un problema es plano no serían admisibles las soluciones que utilizaran otras curvas sólidas o lineales mientras que si es sólido, sólo deberían considerarse las respuestas que se materializaran mediante parábolas, elipses o hipérbolas.

Así por ejemplo, en el Libro IV de *La Colección* (Pappus, 2010, pág. 145) Papo critica duramente, nada menos que a Apolonio y a Arquímedes, por infringir este principio de homogeneidad en alguno de sus resultados:

“Parece ser un grave error en el que caen los geómetras cuando uno descubre la solución de un problema plano mediante el uso de cónicas u otras

líneas o lo resuelve mediante un procedimiento extraño como es el caso con el problema de la parábola en el Libro quinto de las Cónicas de Apolonio o como hace Arquímedes cuando en su tratado Sobre las líneas espirales asume una inserción de carácter sólido con referencia a un círculo; porque es posible sin pedir ayuda a nada sólido encontrar la prueba del teorema dado por Arquímedes.”

El objeto de este artículo es analizar la solución del problema de la duplicación del cubo que se obtuvo mediante la introducción de la última gran curva de la clase lineal ideada en la Antigüedad, la cisoide de Diocles. Efectivamente Papo se refiere varias veces a la cisoide en *La Colección*, dándole la misma consideración que a la cuadratriz, a la espiral y a la concoide. Así, en el Libro III (Pappus, 2023, pág. 16) se señala que “De esta clase [de la clase lineal] son las espirales, las cuadratrices, las concoides y las cisoides, las cuales tienen importantes y sorprendentes propiedades”. Sin embargo la cisoide fue ignorada por Papo en el Libro IV de su tratado, en el que se realiza un estudio en profundidad de las otras tres curvas lineales tratándolas de presentar de una forma coherente y ordenada, de manera que se pusiera de manifiesto su interés para la matemática y se pudieran superar las contradicciones derivadas de sus definiciones como movimientos sincronizados. En este artículo se aborda la forma en la que Diocles introdujo la cisoide en su obra *Sobre los espejos ustorios*, con el propósito reconocido de aportar una nueva solución al problema de la duplicación del cubo, se relaciona a la cisoide con el resto de curvas lineales a las que nos hemos referido y se ahonda en los aspectos históricos asociados a estos desarrollos.

La cisoide de Diocles

Diocles pertenece al reducido grupo de brillantes matemáticos griegos denominado en (Heath, 1981, Vol. II, pág. 197) como “Los sucesores de los grandes geómetras”, entre los que están Nicomedes, Zenodoro y Gémino que también son citados en este artículo. Probablemente vivió a caballo entre los siglos tercero y segundo antes de Cristo y fue contemporáneo de Arquímedes, Nicomedes y Apolonio, aunque algo más joven que ellos. De su producción científica nos ha llegado la obra *Sobre los espejos ustorios*, que ha sobrevivido en una versión árabe (Diocles, 1976). Este texto aborda tres problemas distintos, a saber, el relativo a la mejor configuración de las superficies de cristal para producir fuego mediante la reflexión de los rayos solares, que da título al compendio, una cuestión dejada abierta por Arquímedes en su obra *Sobre la esfera y el cilindro* y el relativo a la duplicación del cubo, problema para cuya solución se introduce la curva cisoide. Dado que los tres problemas son independientes, se ha sugerido en (Diocles, 1976, pág. 3) que probablemente se trataba en principio de tres trabajos diferentes de Diocles que fueron reunidos en una única obra en el curso de la transmisión.

La otra fuente principal sobre la creación matemática de Diocles es Eutocio de Ascalón que, en sus Comentarios al Libro II del tratado de Arquímedes *Sobre la esfera y el cilindro* cita la obra de Diocles tanto en relación con el problema de Delos (ver Arquímedes & Eutocio, 2005, pág.366-368) como en su conexión con la cuestión dejada inconclusa por el genio de Siracusa, que se refiere a la posibilidad de encontrar una solución mediante cónicas al enigma de dividir una esfera por un plano de tal forma que los volúmenes de los segmentos resultantes esten en una ratio dada (ver Arquímedes & Eutocio, 2005, pág. 408-418). Eutocio recoge en su texto lo fundamental de las pruebas de Diocles sobre estas cuestiones, pero las reformula de acuerdo con los gustos académicos de su tiempo, lo que ha conducido, según se señala en (Diocles, 1976, pág. 18), a serios errores de concepto en la evaluación del trabajo de este autor. En esta sección y la siguiente utilizaremos las dos fuentes señaladas en relación con la invención de la curva cisoide y su aplicación a la solución del problema del mesolabio, incidiendo en sus similitudes y diferencias y tratando de no desvirtuar la significación histórica de los conceptos introducidos por Diocles.

Como se señala en (Diocles, 1976, pág. 1-2) de la vida de Diocles sólo se sabe lo que puede inferirse de su tratado *Sobre los espejos ustorios*. En este compendio Diocles aborda, como hemos señalado, un problema dejado incompleto por Arquímedes y menciona a varios autores como Conón y Dosíteo contemporáneos del genio de Siracusa. Por otra parte en la introducción del texto Diocles hace referencia a que lo visitó Zenodoro y a que fue él el que le propuso el problema que da título a la obra. Estas referencias permiten situar a Diocles tanto en el tiempo como en el espacio. En cuanto al tiempo se han propuesto como fechas aproximadas de su nacimiento y muerte, respectivamente, los años 240 y 180 a. C. Por lo que se refiere a su lugar de residencia él mismo nos indica que Zenodoro lo visitó en Arcadia, por lo que podemos deducir que, al menos durante esa etapa, debió vivir en ese lugar.

Entrando ya en materia comenzaremos esta sección probando una propiedad entre segmentos definidos en un círculo dado cualquiera que Diocles recoge como proposición 11 de su tratado *Sobre los espejos ustorios* y que Eutocio incluye en su obra sin modificaciones significativas respecto del original.

Proposición 1 Consideremos una circunferencia de centro O y diámetros perpendiculares AB y GD . Consideremos dos semicuerdas KL y ZC simétricas respecto de GD y normales a AB . Tracemos el segmento KB y denotemos por P al punto en el que esta línea corta a ZC . Entonces se verifica que los segmentos ZC y CB son medias proporcionales, en proporción continua, entre AC y CP , esto es,

$$\frac{AC}{ZC} = \frac{ZC}{CB} = \frac{CB}{CP}$$

Demostración. La situación descrita en el enunciado de la proposición se refleja en la figura 1.

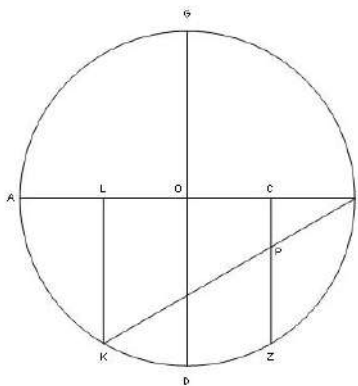


Figura 1. Medias proporcionales en proporción continua.

Dado que los triángulos BLK y BCP son semejantes (Elementos, Prop. I.32.), se tiene que (Elementos, Prop. VI.4).

$$\frac{LB}{LK} = \frac{CB}{CP}$$

lo cual es equivalente, por simetría, a escribir que

$$\frac{AC}{ZC} = \frac{CB}{CP}$$

Pero por otra parte se tiene que ZC es media proporcional entre AC y CB (Elementos, Prop.

VI.13.), es decir, que

$$\frac{AC}{ZC} = \frac{ZC}{CB}$$

En definitiva se obtiene que

$$\frac{AC}{ZC} = \frac{ZC}{CB} = \frac{CB}{CP}$$

como se quería probar. $\square$

Definición 1 En las condiciones de la proposición anterior, se define la cisoide como el lugar geométrico de los puntos P cuando la semicuerda KL se desplaza desde la posición DO hasta el punto A y, de forma simétrica, la semicuerda ZC se desplaza desde la posición DO hasta el punto B .

De acuerdo con la definición anterior, la cisoide correspondiente al círculo de radio OB comienza en el punto D , finaliza en el punto B y su gráfica es la recogida en la figura 2 (en rojo).

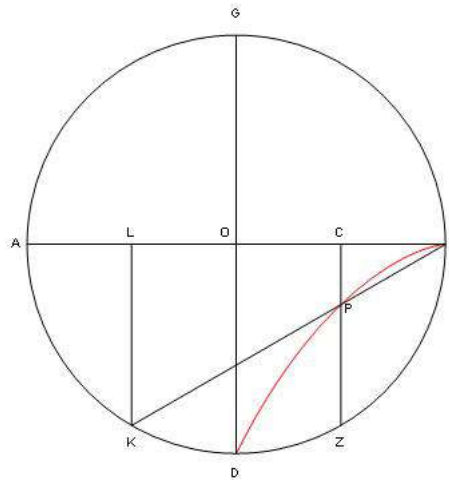


Figura 2. La cisoide.

Su ecuación cartesiana es muy fácil de obtener. Si suponemos que el radio de la circunferencia es a y el punto C tiene de coordenadas $(x_0, 0)$, $0 \leq x_0 \leq a$, entonces la recta que pasa por los puntos K y B será

$$\frac{x-a}{x_0+a} = \frac{y}{\sqrt{a^2-x_0^2}} \iff (x-a)\sqrt{a^2-x_0^2} = y(x_0+a)$$

Y ahora para obtener el punto P de la cisoide basta hallar la intersección de esta recta con el segmento ZC , esto es, con la recta $x = x_0$.

En definitiva, la ecuación de la cisoide correspondiente a la circunferencia de radio a , construida en la forma original ideada por Diocles, es la curva

$$y = \frac{x-a}{x+a} \sqrt{a^2-x^2}, \quad x \in [0, a]$$

No obstante, Diocles no introdujo su curva como un lugar geométrico, sino que, en la proposición 12 de su texto, acomete su construcción en la forma que vamos a ver a continuación. Esta construcción es la misma que realiza Eutocio en **arquimedes**.

Proposición 2 Construcción de la cisoide.

Sea $ABGD$ un círculo, con dos diámetros perpendiculares AB y GD . Consideremos en el círculo sucesivos arcos iguales DZ , ZH y HC y dibujemos las perpendiculares a AB desde cada uno de los puntos Z , H y C , obteniendo respectivamente los puntos K , L y M , tal como se indica en la figura 3.

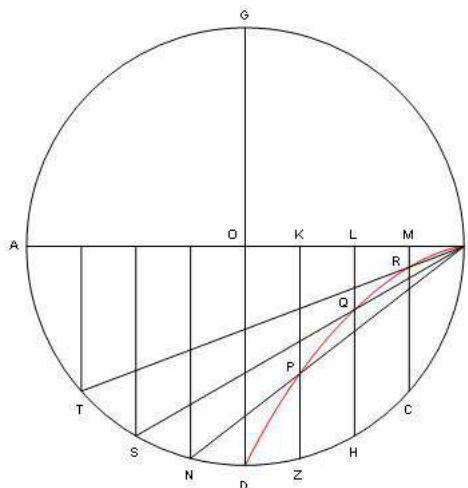


Figura 3. Construcción de la cisoide.

En el otro cuadrante del círculo consideramos los puntos simétricos de Z , H y C a los que llamaremos, respectivamente, N , S y T , obteniendo de esta forma los arcos DN , NS y ST , iguales en tamaño y número a los considerados inicialmente. Finalmente unimos los puntos N , S y T con B . Estas rectas cortarán a ZK en P , a HL en Q y a CM en R .

De acuerdo con la proposición anterior, ZK y KB son medias proporcionales, en proporción continua, entre AK y KP y, por el mismo motivo, HL y LB son medias proporcionales, en proporción continua, entre AL y LQ y CM y MB lo son entre AM y MR .

Si ahora se trazan más paralelas sucesivas entre D y B y se ponen desde D hasta A arcos iguales a los comprendidos entre ellas y desde B se trazan rectas hasta los puntos resultantes, las paralelas entre D y B quedarán cortadas en algunos puntos y trazando rectas entre ellos mediante la aplicación de una regla, tendremos descrita en el círculo una línea en la cual, si tomamos un punto al azar y por él trazamos una paralela a GD , la recta trazada y la comprendida por ella desde el diámetro hasta el punto B serán medias proporcionales, en proporción continua, entre la recta comprendida por ella desde el diámetro hasta el punto A y la parte de ella que va desde el punto en la línea hasta el diámetro. $\square$

Como vemos Diocles define la curva punto a punto, apelando implícitamente para su dibujo a la continuidad de la misma. A este respecto dice textualmente que “trazando rectas entre ellos [entre los puntos que se van obteniendo] mediante la aplicación de una regla, tendremos descrita en el círculo una línea [la cisoide]”. Pero a continuación procede a dar el symptoma de la curva ya que señala que “tendremos descrita en el círculo una línea en la cual, si tomamos un punto al azar y por él trazamos una paralela a GD , la recta trazada y la comprendida por ella desde el diámetro hasta el punto B serán medias proporcionales entre la recta comprendida por ella desde el diámetro hasta el punto A y la parte de ella que va desde el punto en la línea hasta el diámetro”. Esta es, efectivamente, la propiedad fundamental de la cisoide entendida como la relación matemática exacta que cumplen los puntos de la curva y sólo ellos.

Aunque Diocles no incide especialmente en este aspecto, la curva cisoide puede generarse como una combinación de dos movimientos sincronizados. Así, si consideramos dos puntos que parten de D con velocidad uniforme, moviéndose respectivamente por los arcos de circunferencia DA y DB , y en cada instante se trazan las rectas que unen el primer punto con B y el segundo perpendicularmente con el diámetro AB , los puntos de la cisoide se van obteniendo como la intersección de ambos segmentos cuando el primer punto se mueve desde D hasta A y el segundo desde D hasta B . En este sentido la génesis de la cisoide es similar a la de la cuadratriz, la espiral y la conchoide por lo que resulta muy llamativo que, como señalamos en la sección anterior, Papo no incluyera en el Libro IV de *La Colección* un estudio detallado de la misma que completara el realizado con las otras tres curvas lineales principales.

Al respecto de esta cuestión, sin perjuicio de otras alternativas que veremos en la última sección, una explicación plausible sería que Papo hubiera renunciado a incluir la cisoide en su estudio de las otras tres curvas lineales por considerar que la presentación de Diocles ya era suficientemente completa. Papo genera la espiral, la cuadratriz y la conchoide en el Libro IV de *La Colección* mediante una combinación de dos movimientos sincronizados pero pone el énfasis en que es la propiedad del lugar geométrico la que caracteriza la curva y esta propiedad ya es independiente del movimiento descrito para la génesis. Este es el aspecto en el que fundamentalmente el maestro alejandrino avanza respecto de sus predecesores. En su planteamiento de las curvas lo verdaderamente importante es la determinación de su “propiedad específica” o “symptoma”, es decir, la relación matemática que cumplen los puntos de la curva y sólo ellos y a partir de la cual pueden obtenerse todas sus propiedades. En este contexto la forma de generación de la curva es una cuestión secundaria, casi irrelevante, y lo único importante es su formulación matemática o, como se diría en la actualidad, su ecuación, si bien esta se expresa en una forma retórica al carecerse del álgebra.

Estos elementos están ya presentes en la obra de Diocles. Como hemos visto en la proposición anterior este no pone el énfasis en la generación de la curva, de hecho no se hace ninguna mención específica de los movimientos involucrados, sino que se pone el foco en su propiedad fundamental, que es la que luego va a ser repetidamente utilizada para resolver el problema de la duplicación del cubo como veremos en la próxima sección. De esta forma podemos considerar a Diocles como un claro antecedente de Papo en una concepción de las curvas más “moderna” que la de Arquímedes o Nicomedes, modernidad que hay que entender en el sentido de que se constata una apuesta muy decidida por identificar el symptoma de cada curva, expresarlo en una relación matemática precisa independiente de la génesis de la línea y derivar sus propiedades de él. Dado que la aportación fundamental de la geometría analítica es la identificación de las curvas con las ecuaciones correspondientes, se podría afirmar que las ideas de Diocles y Papo permiten vislumbrar en el horizonte la gran creación de Descartes y Fermat, obra imposible de realizar en el marco de la matemática griega debido al escaso desarrollo del álgebra en este periodo y al reducido número de curvas que se consideraron.

Aplicación de la cisoide al problema de la duplicación del cubo

Una vez construida la cisoide Diocles se aplica en utilizarla para resolver el problema de la duplicación del cubo. Para ello, dada una línea A y una ratio $\frac{B}{G} > 1$, busca una línea X tal que $\frac{X^3}{A^3} = \frac{B}{G}$, con lo que el problema se resuelve si tomamos la ratio dada igual a 2. Obviamente Diocles de esta forma no solo resuelve el problema de la duplicación del cubo, sino que diseña un procedimiento para obtener la arista de un cubo cuyo volumen esté en cualquier ratio respecto del volumen de un cubo de arista dada. La construcción la realiza en la proposición 13 de su tratado.

Proposición 3 Dada una línea A y una ratio $\frac{B}{G} > 1$, existe una línea X tal que

$$\frac{X^3}{A^3} = \frac{B}{G}$$

Demostración. Sean dadas un segmento A y la ratio de una línea B a otra G , siendo $\frac{B}{G} > 1$. Vamos a encontrar en primer lugar una línea S tal que

$$\frac{A^3}{S^3} = \frac{B}{G}$$

Para ello se dibuja un círculo DHZ haciendo su radio igual a A . Sean DZ y HC los diámetros perpendiculares de esta circunferencia tal como se indica en la figura 4. Consideremos en el círculo la línea cisoide CKZ construida como se ha indicado en la sección anterior.

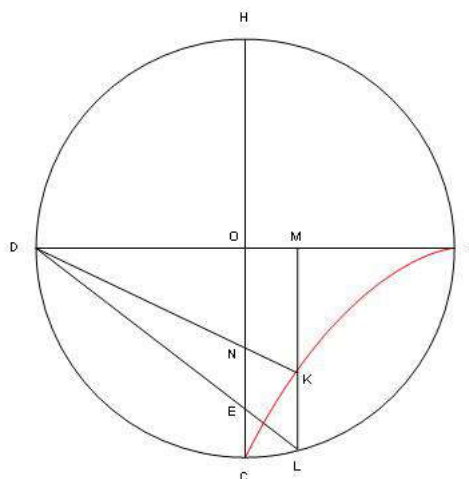


Figura 4. Duplicación del cubo según Diocles.

Dadas las rectas B , G y DO obtengamos una cuarta proporcional (Elementos, Prop. VI.12.) ON de modo que

$$\frac{B}{G} = \frac{DO}{ON}$$

y situemos la línea ON sobre el segmento OC . Dado que $B > G$ sigue que $DO > ON$ (Elementos, Def. V.5.) y, por tanto, el punto N está entre O y C .

Unamos ahora D con N , prolonguemos este segmento hasta cortar a la cisoide en un punto K y tracemos la perpendicular desde K a DZ que cortará a este diámetro en M y a la parte inferior de la circunferencia en L . Tracemos la recta DL y sea E el punto de intersección de esta recta con el diámetro HC . Se verifica que el segmento OE es la línea S buscada.

En efecto, por la construcción de la cisoide se tiene que LM y MZ son medias proporcionales, en proporción continua, entre DM y MK y, por tanto,

$$\frac{DM}{LM} = \frac{LM}{MZ} = \frac{MZ}{MK}$$

Pero cuando cuatro líneas están en proporción continua, la ratio de la primera a la cuarta es igual a la ratio del cubo de la primera al cubo de la segunda (Elementos Def. V.10.), esto es,

$$\frac{DM}{MK} = \frac{DM^3}{LM^3}$$

Por tanto

$$\frac{B}{G} = \frac{DO}{ON} = \frac{DM}{MK} = \frac{DM^3}{LM^3} = \frac{DO^3}{OE^3} = \frac{A^3}{S^3}$$

donde la segunda igualdad es consecuencia de la semejanza de los triángulos DON y DMK (Elementos, Prop. I.32 y VI.4.) y la cuarta sigue de la semejanza de los triángulos DOE y DML (Elementos, Prop. I.32 y VI.4.).

Ahora, dadas las líneas S y A , obtenemos una tercera proporcional (Elementos, Prop. VI.11) X , de forma que $\frac{S}{A} = \frac{A}{X}$. Así (Elementos, Prop. VI.17.) $S \cdot X = A^2$ y, en consecuencia, $\frac{X}{A} = \frac{A}{S}$. Por tanto

$$\frac{X^3}{A^3} = \frac{A^3}{S^3} = \frac{B}{G}$$

Tomando ahora $\frac{B}{G} = 2$ obtenemos que $\frac{X^3}{A^3} = 2$ y así el volumen del cubo de arista la línea X duplica al del cubo de arista la línea dada A . $\square$

A continuación de este resultado Diocles escribe: “Ya que esto es así, vamos a construir un triángulo expresamente preparado para nuestras necesidades, de forma que no tengamos que realizar la construcción correspondiente en cada caso”. Lo que Diocles pretende es construir un triángulo rectángulo isósceles fijo que le permita obtener la línea S sin tener que partir de una circunferencia de radio A que sería, por tanto, diferente para cada valor de A . Esto simplifica de forma notable el problema ya que de esta manera sólo es necesario dibujar una vez la línea cisoide, que será la correspondiente a un círculo de radio la mitad de cualquiera de los catetos del triángulo construido.

Para entender cabalmente la intención de Diocles con este artificio debe llamarse la atención sobre el hecho incuestionable de la dificultad que presentaba en aquella época el trazado de cualquier curva que no fuera una recta o una circunferencia, escollo que está en la base del frontal rechazo de Platón a la utilización de estas líneas. Merece la pena traer a colación aquí la célebre cita de **Plutarco**, 2006, pág. 415) en la que el genio ateniense deplora el uso de instrumentos mecánicos en la geometría, artilugios que fueron utilizados con frecuencia para la realización de diagramas que no podían ser trazados solo con la regla y el compás:

“Platón se indignó y les reprochó [a Eudoxo de Cnido y Arquitas de Tarento] haber destruido y echado a perder la bondad de la geometría al sacarla de lo incorpóreo e inteligible hacia lo sensible y hacerla utilizar elementos corporales que requerían muchos trabajos manuales penosos”.

El hecho de que Diocles considerara necesario detallar en su obra la posibilidad de resolver el problema de Delos utilizando siempre la misma cisoide, independientemente de la magnitud de la arista del cubo cuyo volumen se pretendiera duplicar, muestra hasta qué punto existía en la época una preocupación notable por las dificultades prácticas que planteaba el trazado de las curvas.

La presente construcción la realiza Diocles en la proposición 14 de su tratado.

Proposición 4 *Duplicación del cubo utilizando una cisoide construida sobre un triángulo rectángulo isósceles dado.*

Consideremos un triángulo rectángulo ABG , con ángulo recto en B , en el que los catetos AB y BG son iguales. Tracemos la semicircunferencia ASB y dibujemos las líneas BLS y BNS , donde BLS es la cisoide correspondiente a la circunferencia anterior y BNS es el correspondiente arco de circunferencia.

Sea dada una línea D y la ratio $\frac{E}{Z}$. Aunque Diocles no lo menciona expresamente ha de suponerse que $\frac{AB}{2} < D < AB$ y $\frac{E}{Z} > 1$.

Hacemos ahora $AH = D$ y dibujamos la línea HKN paralela a BG de forma que HK sea una cuarta proporcional (Elementos, Prop. VI.12.) entre E , Z y AH , esto es, verificándose que $\frac{E}{Z} = \frac{AH}{HK}$. Por tanto $AH > HK$ y, en consecuencia, el segmento HK está dentro del triángulo ABG .

Unimos ahora A con K , prolongamos este segmento hasta que corte a la cisoide en un punto L y trazamos la línea MLR paralela a BG , todo ello tal como se indica en la figura 5.

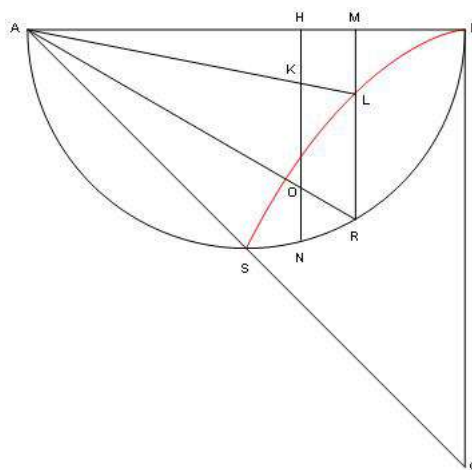


Figura 5. Duplicación del cubo sobre el triángulo rectángulo.

Unimos ahora A con R . Este segmento cortará a HKN en un punto O . Razonando como en la proposición anterior se tiene que:

$$\frac{E}{Z} = \frac{AH}{HK} = \frac{AM}{ML} = \frac{AM^3}{MR^3} = \frac{AH^3}{HO^3} = \frac{D^3}{HO^3}$$

Así HO es la línea S de la proposición anterior. Finalmente, dadas las líneas HO y D y razonando como en dicha proposición, tendremos que el segmento que da la arista del cubo buscado es la tercera proporcional (Elementos, Prop. VI.11.) X de las dos magnitudes anteriores. $\square$

Observemos que la construcción no es posible si $D > AB$. En este caso Diocles señala que debemos dividir D por la mitad tantas veces como sea necesario hasta que sea menor que AB . Una vez hecho esto y obtenido por el procedimiento anterior el segmento HO , bastará duplicarlo el mismo número de veces que antes se dividió D por la mitad para obtener la línea requerida. Aunque Diocles no lo menciona expresamente, también es necesario que $\frac{AB}{2} < D$. En el caso de que no lo fuera sería necesario duplicar D el número de veces necesario hasta que exceda dicho número y razonar de forma análoga a lo indicado anteriormente.

Finalmente Diocles sí apunta que la prueba funciona y es la misma en el caso de que los puntos K y O estén al otro lado de la semicircunferencia ASB , como se señala en la figura 6.

En este caso también se tiene que

$$\frac{E}{Z} = \frac{AH}{HK} = \frac{AM}{ML} = \frac{AM^3}{MR^3} = \frac{AH^3}{HO^3} = \frac{D^3}{HO^3}$$

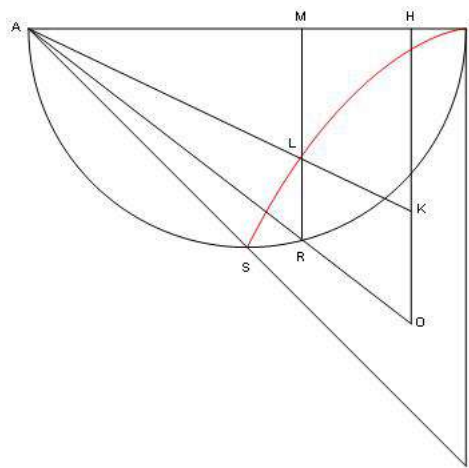


Figura 6. Otra posibilidad en la duplicación del cubo.

Vamos ahora a aplicar la cisoide para resolver el problema de la duplicación del cubo tal como lo hizo Eutocio en (Arquímedes & Eutocio, 2005, pág. 366-368). El maestro de Ascalón, aunque atribuye el resultado a Diocles sin mayores comentarios, no reproduce la prueba que acabamos de ver sino que lo que hace es, utilizando dicha curva, obtener dos medias proporcionales, en proporción continua, entre dos magnitudes A y B dadas. De acuerdo con el relato que Eutocio atribuye a Eratóstenes sobre la historia del problema de Delos, fue Hipócrates de Quíos, como hemos señalado, el primero que advirtió que para resolverlo la clave era encontrar dos medias proporcionales, en proporción continua, entre dos cantidades, de las cuales la mayor debía ser doble de la más pequeña.

De la recopilación que realiza Eutocio en (Arquímedes & Eutocio, 2005, pág. 359-388) de todas las soluciones que se habían ideado para dar respuesta a esta cuestión, se pone de manifiesto el gusto de la época en cuanto a la forma de presentarlas. Siempre que es necesario Eutocio modifica la prueba original y reduce el problema a encontrar dos medias proporcionales, en proporción continua, entre dos magnitudes dadas. Así lo hace en particular en el caso de Diocles, atribuyendo directamente a este la demostración que vamos a ver a continuación, prueba que efectivamente utiliza la cisoide pero que, en sentido estricto, no coincide con la original recogida en *Los espejos ustorios*.

Proposición 5 *Encontrar dos medidas proporcionales R y S , en proporción continua, entre dos magnitudes dadas A y B , $A > B$.*

Demostración. Consideremos un círculo de centro en un punto O y de radio $A = OD$ y situemos la magnitud $B = OQ$ tal como se indica en la figura 7.

Dibujemos la cisoide CPE definida sobre este círculo y prolonguemos el segmento DQ hasta que corte a la cisoide en el punto P . Tracemos entonces la semicuerda MN que pasa por P y es paralela a OE y perpendicular a DC .

Se verifica, en virtud de la semejanza de los triángulos DOQ y DMP (Elementos, Prop. I.32 y VI.4.), que

$$\frac{A}{B} = \frac{OD}{OQ} = \frac{DM}{MP}$$

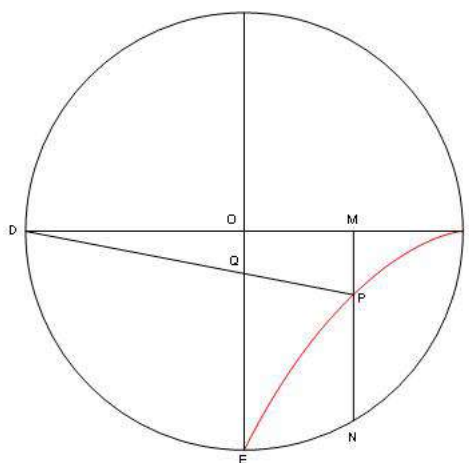


Figura 7. Duplicación del cubo según Eutocio.

y por la proposición 1 se tiene que MN y MC son medias proporcionales, en proporción continua, entre DM y MP , esto es,

$$\frac{DM}{MN} = \frac{MN}{MC} = \frac{MC}{MP}$$

De las dos relaciones de igualdad anteriores sigue que

$$\frac{A}{R} = \frac{R}{S} = \frac{S}{B}$$

siendo R y S las cuartas proporcionales (Elementos, Prop. VI.12.) de las magnitudes DM , A y MN y MP , B y MC , respectivamente. En definitiva R y S son las dos medias proporcionales, en proporción continua, entre las magnitudes A y B que estábamos buscando.

La influencia de la línea ideada por Diocles en la matemática antigua

La influencia en la matemática antigua de la curva creada por Diocles y de su aplicación para resolver el problema de la duplicación del cubo incluida en su trabajo *Sobre los espejos ustorios* es una cuestión que aún hoy permanece muy abierta a la especulación, dada la escasez de datos que tenemos al respecto. Como se señala en (Diocles, 1976, pág. 18) “no hay ninguna referencia a Diocles ni ninguna señal de influencia de su trabajo en la literatura griega que ha sobrevivido hasta muy tarde en la antigüedad”. En efecto, la única referencia directa que tenemos de Diocles se la debemos a Eutocio y data del siglo VI de nuestra Era una época muy tardía si tenemos en cuenta que Diocles fue posiblemente contemporáneo de Arquímedes, Nicomedes y Apolonio y desarrolló su trabajo entre los siglos III y II a. de C. En particular, no hay ninguna referencia a Diocles ni en *Los Comentarios al Libro I de los Elementos de Euclides* de Proclo de Licia ni en *La Colección Matemática* de Papo, que son dos de las fuentes principales de nuestro conocimiento de la historia de la matemática griega.

La falta de referencias directas a Diocles en Proclo y Papo es sumamente sorprendente ya que el maestro arcadiano debió ser un matemático importante en su época. Esto está acreditado no sólo porque su obra resultó lo suficientemente atractiva como para que fuera traducida al árabe y conservada para la posteridad en este idioma, lo que ya de por sí es

muy relevante, sino también porque los temas que trata demuestran su plena integración en las corrientes científicas de su tiempo. Además, las referencias a Dosíteo, Arquímedes o Conón, y el hecho de que lo visitara Zenodoro en Arcadia para proponerle el problema que da título al compendio *Sobre los espejos ustorios* demuestran que no era una persona que trabajara de forma individual y aislada, sino que era estimado por sus colegas y estos lo consideraban un matemático solvente hasta el punto de que merecía la pena el esfuerzo, considerable e incluso peligroso en aquella época, de desplazarse hasta su residencia para discutir con él problemas abiertos de interés común. Así que cabe preguntarse, si Diocles fue un matemático relevante y conocido, ¿porqué no lo mencionan Proclo y Papo?

Esta falta de referencias directas a Diocles llama la atención especialmente si tenemos en cuenta que las citas históricas en los dos textos mencionados son muy frecuentes. Tanto Proclo como Papo suelen enmarcar sus aportaciones y comentarios sobre los temas que tratan en su contexto histórico, dando cuenta de los personajes que tuvieron relación con los mismos y atribuyendo a matemáticos concretos los diferentes resultados que prueban o analizan. Así, por ejemplo, ciñéndonos tan sólo a las referencias que se hacen sobre las otras curvas lineales mencionadas en este artículo, Proclo señala en (**Proclus**, 1970, Comentario 272, pág. 212) que “Nicomedes hizo uso de sus concoides -una forma de líneas cuya construcción, clases y propiedades el nos ha enseñado, siendo él mismo el descubridor de sus peculiaridades- y así tuvo éxito en trisecar un ángulo rectilíneo cualquiera. Otros han hecho lo mismo con la cuadratriz de Hipias y de Nicomedes [...]. Y todavía otros han comenzado desde las espirales de Arquímedes y han dividido un ángulo rectilíneo dado en una ratio dada.” Por su parte Papo vincula, en el Libro IV de *La Colección*, la espiral con Arquímedes y Conón, la concoide con Nicomedes y la cuadratriz con Dinostrato y Nicomedes, haciendo continuas referencias explícitas a las personas a las que se atribuye la creación de estas curvas.

Sin embargo, a pesar de que ambos textos aluden a la cisoide, ninguno de los dos eruditos hace referencia alguna a Diocles asignándole el mérito de la creación de la curva, como le correspondería y resultaría coherente tanto con el modo de proceder respecto de otros geómetras como con la forma habitual de presentar los temas. Una posible explicación de esta aparente paradoja, quizás la más natural, podría ser que la obra de Diocles se hubiera perdido y, en consecuencia, fuera desconocida para Proclo y Papo y estos solo tuvieran referencias de la cisoide por otros autores, ignorando el nombre de la persona a la que correspondía su creación. Esta posibilidad viene también avalada por el hecho de que en ninguno de los dos tratados se vincula la cisoide con ningún matemático, al contrario de lo que se hace con las otras tres curvas lineales mencionadas, lo que refuerza la idea de que ambos autores desconocían a quien debía atribuirse el origen de la línea.

Si este fuera el caso habría que convenir que el libro de Diocles debió traspapelarse, posiblemente en la inmensa biblioteca de Alejandría, y que posteriormente habría caído en manos de Eutocio de forma más o menos casual, porque las fuentes que este último tuvo a su disposición no debieron diferir mucho de las que pudieron consultar Papo o Proclo como se apunta en (**Cuomo**, 2000, pág. 136-137). Esta posibilidad no debe desdeñarse pues en la antigüedad era habitual reutilizar el material empleado en obras anteriores, lavándolas previamente y escribiendo encima el nuevo texto. De esta forma pudo quedar oculto durante siglos el compendio de Diocles hasta su recuperación por Eutocio o por algún investigador o bibliotecario de esa época. Precisamente esto es lo que le sucedió al tratado de Arquímedes *El Método*. Una copia de esta obra, junto con otros trabajos del genio siracusano, estuvo enterrada durante casi mil años en un palimpsesto conservado en la colección de manuscritos de la biblioteca del monasterio de Saint-Savas en Palestina hasta que fue recuperada milagrosamente por el historiador de la ciencia danés J.L. Heiberg, a principios del siglo XX, después de un heroico esfuerzo de reconstrucción.

Al respecto de la falta de referencias a Diocles podría haber, no obstante, otra explicación plausible e independiente de la anterior, concretamente que la curva que Proclo y Papo

denominan “cisoide” no fuera en realidad la ideada por el maestro arcadiano. Si este fuera el caso quedaría entonces abierto el problema de identificar la curva que tuvo esa denominación en la Antigüedad. Si bien se deja claro que son muy pocos los autores que dan crédito a esta opción, en (Diocles, 1976, pág. 24) se apunta, citando a Tannery, a la posibilidad de que la antigua cisoide fuera una epicycloide o hipocicloide. En cualquier caso esta hipótesis entendemos que no explicaría porqué Papo no incluyó la cisoide en el estudio de las otras tres curvas lineales que realiza en el Libro IV de *La Colección*, aspecto al que nos hemos referido en la sección segunda. En efecto, aunque la antigua cisoide no fuera la línea ideada por Diocles, lo que sí queda claro de la lectura de los textos de Proclo y Papo es que esta curva, fuera cual fuese, reunía las características de similitud con la espiral, la conoide y la cuadratriz que parecían aconsejar su inclusión en un estudio conjunto de las mismas.

El problema sobre el origen del nombre “cisoide” aplicado a la curva ideada por Diocles ha sido planteado explícitamente en (Diocles, 1976, pág. 24) e indudablemente resulta muy interesante desde el punto de vista histórico. Lo primero que debe señalarse es que ni Diocles en su obra *Sobre los espejos ustorios* ni Eutocio en sus Comentarios al Libro II del texto de Arquímedes *Sobre la esfera y el cilindro* le ponen nombre a la línea. Es decir, en esos dos textos se identifica claramente la curva definida por Diocles pero no se le da ningún nombre específico.

En sentido contrario, como ya hemos señalado, ni Proclo en (Proclus, 1970) ni Papo en *La Colección* citan a Diocles, a pesar de que ambos se refieren repetidamente a la cisoide. O sea, en estos dos compendios se menciona expresamente una curva denominada “cisoide” pero no se describe exactamente ni se la relaciona con ningún matemático concreto.

Tanto una cosa como la otra resulta desde luego muy llamativa. Si el nombre “cisoide” estaba asociado a la curva de Diocles desde la Antigüedad, ¿cómo es que no lo utilizó Eutocio en ningún pasaje de su Comentario escrito en el siglo VI de nuestra Era? ¿Porqué cuando se refiere a la cisoide emplea el circunloquio “la línea de Diocles”, como hace en (Arquímedes & Eutocio, 2005, pág. 370), y no utiliza directamente una denominación que, en este supuesto, estaría plenamente aceptada desde muchos siglos atrás? Y por otra parte, tanto Proclo como Papo se esfuerzan en sus obras, como hemos indicado, por atribuir a sus predecesores los descubrimientos que realizaron y por dar una visión panorámica de la historia de la geometría griega. Son múltiples los ejemplos que se pueden poner en los que cada uno de ellos asigna a un personaje concreto la autoría de algún avance en la investigación matemática. Sin embargo, los dos se olvidaron de asignar a Diocles la reacción de la cisoide. Desde luego resulta muy extraño y por ello no debe sorprender que se señale en (Diocles, 1976, pág. 24) que “Yo [Toomer] por tanto considero altamente improbable que el nombre cisoide fuera alguna vez aplicado en la antigüedad a la curva de Diocles”.

Aunque las dudas que acabamos de expresar son consistentes no pueden considerarse en modo alguno definitivas y, de hecho, nosotros pensamos, como argumentaremos a continuación, que también hay motivos para mantener la postura contraria. El término “cisoide” quiere decir en griego “en forma de hiedra” y es posible que fuera acuñado por Gémino de Rodas un matemático y astrónomo que vivió en el siglo I a. C y al que nos hemos referido al principio de la sección segunda como uno de los sucesores de los grandes geómetras. En (Heath, 1981, Vol. II, pág. 222-234) se estudia con cierto detalle la obra de este importante científico y se le atribuye un tratado ahora perdido que, bajo el título de *La Doctrina o Teoría de las Matemáticas*, podría haber contenido un amplio rango de materias distribuidas en un número considerable de Libros que habrían sido diseñados con el propósito específico de dar una visión completa de las matemáticas de su época.

La atribución del nombre “cisoide” a Gémino no está avalada por ningún documento de la época pero resulta plenamente plausible dado que el genio de Rodas estudió en profundidad las curvas disponibles en su tiempo e hizo una completa clasificación de las mismas. De hecho, la principal fuente para conocer la clasificación de las curvas realizada por Gémino son los

Comentarios al Libro I de los Elementos de Euclides de Proclo y precisamente en ese texto (**Proclus**, 1970, Comentario 127, pág. 102) y en el marco de una detallada descripción de esta clasificación se recoge la siguiente cita en la que se explica el origen del nombre “cisoide” aplicado a esta curva: “Siempre que las líneas cisoideas convergen a un único punto, como hacen las hojas de hiedra (en efecto las cisoideas reciben su nombre de esta semejanza), forman un ángulo, uno obviamente contenido entre líneas mixtas”. Así Proclo apunta que la denominación “cisoide” estaría vinculada a las características derivadas de la propia clasificación de la curva y está acreditado que esta fue realizada por Gémino por lo que resulta natural deducir, dado que Diocles no puso nombre a la curva, que lo hiciera el maestro de Rodas.

Proclo invoca reiteradamente la autoridad de Gémino para la clasificación de las curvas en (**Proclus**, 1970). Así, en (**Proclus**, 1970, Comentario 113, pág. 92) señala que el genio de Rodas mostró cómo se generan las espirales, las concoides y las cisoideas y, refiriéndose expresamente a la cisoide, en (**Proclus**, 1970, Comentario 111, pág. 90-91) indica que la clasificó como una curva no compuesta que determina una figura y como una línea mixta plana. Aunque en (**Heath**, 1981, Vol. I, pág. 264) se deduce de aquí sin mayores comentarios que esta curva es la inventada por Diocles, causa extrañeza que Proclo se refiera a ella como una curva que “determina una figura”, esto es, como una curva cerrada.

A este respecto merece la pena señalar que las curvas no compuestas, como la cisoide, se clasifican, según señala Proclo remitiéndose a Gémino, de dos formas diferentes. Por un lado pueden dividirse entre las que forman figuras y las que se extienden indefinidamente. Y atendiendo a un segundo criterio, en simples y mixtas según que sea una línea recta o un círculo o una mezcla de los dos. Por lo que se refiere a la primera clasificación Proclo cita, entre las que forman figuras, al círculo, a la elipse y a la cisoide, mientras que entre las que se extienden indefinidamente menciona a la parábola, la hipérbola, la concoide, la línea recta “y todas las de ese tipo”. Dado que la cisoide es una curva no compuesta en el sentido señalado por Gémino, pero de acuerdo con la definición de Diocles no se extiende indefinidamente, pues sólo se considera el arco que está contenido en el círculo correspondiente, parece plausible que para poder clasificarla en el grupo de las que determinan una figura se contemplara la curva conjuntamente con la circunferencia que la contiene en alguna forma que permitiera considerarla como una curva cerrada.

La opción más sencilla sería considerar el óvalo que se obtiene uniendo a la cisoide el arco de la circunferencia determinado por sus extremos. Esta conjetura podría venir avalada por el hecho de que el propio Diocles en su obra *Sobre los espejos ustorios* (**Diocles**, 1976, pág. 106), cuando está describiendo la forma de resolver el problema de Delos utilizando un triángulo rectángulo isósceles previamente preparado al efecto (ver figura 5), escribe lo siguiente: “Nosotros también dibujamos dos líneas *BLS*, *BNS*, de las cuales *BNS* es un segmento de la circunferencia de un círculo y *BLS* es la línea previamente mencionada [la cisoide]”. De ahí a identificar la cisoide con la curva producida por la unión de ambos arcos sólo hay un paso, avance que es plausible que diera Gémino para poder clasificar adecuadamente esta línea en la categoría de las no compuestas que forman una figura. También se refiere Diocles en otro pasaje de su compendio (**Diocles**, 1976, pág. 104-105) al dibujo de las dos líneas que forma la propia cisoide y el arco de la circunferencia complementario del citado en el caso anterior, esto es, el arco *BGD* de la figura 3. En este supuesto habría que concluir que Gémino y su cisoide serían un claro antecedente del logotipo de la marca “Apple”. Sin embargo estos dos casos creemos que deben ser descartados porque como hemos comentado Proclo señala que el ángulo formado por la cisoide en sus puntos singulares está limitado por líneas mixtas y, en las opciones consideradas, una de ellas no lo sería al tratarse de un arco de circunferencia. Y además es que el erudito de Licia se refiere un poco antes precisamente a esa posibilidad, al indicar en (**Proclus**, 1970, Comentario 127, pág. 102) lo siguiente: “De esos [ángulos] sobre planos algunos están contenidos [limitados] por líneas simples, otros por mixtas y otros por las dos combinadas. En la elipse, por ejemplo, se forma un ángulo entre el eje y la frontera de la elipse. Una de estas líneas es mixta y la otra simple. Y si un círculo corta una elipse, se obtendrá un ángulo contenido por su

circunferencia y la frontera de la elipse”. Sin embargo en el caso de la cisoide deja claro que el ángulo se forma, “obviamente”, entre líneas mixtas.

Descartadas las dos posibilidades anteriores, quedan sin embargo otras opciones. La primera y más probable sería añadir el semicírculo superior a las dos cisoides que se forman en el inferior, lo que refuerza la forma de hiedra y es una alternativa ya sugerida por algunos autores, pero también pueden contemplarse otras disyuntivas como las cuatro cisoides que determinan los diámetros principales del círculo o las dos cisoides anteriores unidas por el diámetro horizontal del círculo. Si bien en (**Diocles**, 1976, pág. 24) se considera la primera de las posibilidades citada “increíble” y “matemáticamente absurda”, nosotros entendemos que podría tener sentido para clasificar adecuadamente la curva cisoide dentro de las no compuestas que forman una figura. Estas opciones son plenamente compatibles con las características de la curva cisoide que va desgranado Proclo en su compendio, esto es, que se trata de una curva no compuesta y mixta plana, que forma una figura, literalmente “de las que vuelven sobre sí mismas”, y que en su punto singular, entendido este como el punto en el que convergen las dos cisoides, forma un ángulo contenido entre líneas mixtas. También tendría sentido la afirmación recogida en (**Proclus**, 1970, Comentario 128, pág. 103): “Incluso la cisoide, una única línea, puede hacer un ángulo [...]. Llamamos cisoide a la línea como un todo, no a sus partes (pues entonces podemos decir que son las partes convergiendo entre sí las que forman el ángulo)”.

Esta interpretación permite sostener que en la Antigüedad las referencias a la cisoide lo son a la curva ideada por Diocles, al contrario de lo que se especula en (**Diocles**, 1976), aunque pudiera considerarse como una curva cerrada en base a la observación realizada, y explicaría que en los siglos XVI y XVII los matemáticos que la estudiaron profusamente identificaran de manera natural la línea cisoide a la que se refieren Papo y Proclo con la curva descrita por Diocles sin mayores comentarios.

De acuerdo con esta hipótesis la consideración de la cisoide como una curva cerrada habría venido motivada por la necesidad de clasificarla coherentemente en el grupo de las líneas no compuestas pero en los siglos XVI y XVII, una vez que la categorización de Gémino fue superada, no había necesidad de seguir recurriendo al artificio de ensamblar de alguna manera la curva de Diocles con la circunferencia que la contiene.

Volviendo a la posible influencia de la obra de Diocles sobre otros autores de la etapa griega y, en particular, sobre Papo, merece la pena señalar que este escribió en el Libro III de *La Colección* (**Pappus**, 2023, pág. 17-24) un amplio comentario sobre el problema de la duplicación del cubo, incluyendo una detallada exposición de las soluciones ideadas por Eratóstenes, Nicomedes y Herón. Además añade una última solución que el mismo señala que es “encontrada por nosotros mismos”, con lo que se atribuye la autoría. Aunque no hay en el texto ninguna referencia a la solución de Diocles que vimos en la sección anterior, Eutocio apunta en su Comentario (**Arquímedes & Eutocio**, 2005, pág. 370) que “esta construcción [la de Papo] es la misma que la indicada por Diocles”, lo que plantea de nuevo la cuestión de si Papo era conocedor o no de las aportaciones de Diocles.

Dar una respuesta convincente a esta cuestión no resulta fácil. En (**Cuomo**, 2000, pág. 147-148) se resta importancia a las similitudes señaladas por Eutocio y se afirma que basta un análisis superficial de ambas pruebas para comprobar que no son la misma, más allá de que las dos se materializan en el círculo, y que sólo pueden encontrarse entre ellas vagas semejanzas. Sin embargo nosotros pensamos que, si bien las construcciones de Papo y Diocles son lo suficientemente diferentes como para que resulte plenamente plausible que hayan sido obtenidas de forma independiente, ambos diagramas presentan interesantes conexiones derivadas del hecho de que en la construcción del maestro alejandrino se determina un punto que juega un papel fundamental y que está en la correspondiente cisoide ya que, como se pone de manifiesto en la propia demostración, verifica el symptoma de la línea de Diocles. Por tanto creemos que no puede descartarse que Papo se inspirara en el trabajo del maestro arcadiano, aunque no

lo mencionara explícitamente. Respecto de esta omisión cabe señalar que las cuestiones de autoría parece que no tenían para los griegos el mismo significado que para nosotros. Así en (Cuomo, 2000, pág. 146) se apunta que:

“Deberíamos ser cuidadosos, no obstante, al aplicar nuestra noción de originalidad al contexto del trabajo de Papo. Incluso anunciando una solución encontrada por nosotros mismos no puede descartarse la posibilidad de que pudiera estar basada en resultados de otras personas. El toque personal podría haber sido una ligera modificación: un énfasis sobre características particulares, o decir explícitamente qué instrumento estaba siendo empleado, cuando esto no estuviera especificado en la demostración”.

Y precisamente por estas dificultades se concluye en (Cuomo, 2000, pág. 148) diciendo que: “En suma, el caso de la dependencia de Papo sobre Diocles permanece, en mi opinión, abierto - se puede probar tanto que hay dependencia como que no”, sentencia con la que nosotros estaríamos de acuerdo pues, aunque vemos claras relaciones entre las construcciones de Papo y Diocles, estas no serían suficientes como para poder asegurar, con un grado de convicción razonable, que el primero se apoyó en el trabajo del segundo.

Conclusiones

Los tres problemas clásicos de la geometría griega, aunque eran de imposible solución en los términos en que fueron planteados, resultaron ser una fuente inagotable de inspiración para casi todos los geómetras relevantes de la Antigüedad y, una vez acabada esta etapa, para muchos matemáticos posteriores, hasta que en el siglo XIX pudo probarse la inutilidad de tal empeño. En la búsqueda de soluciones jugó un papel fundamental la introducción de nuevas curvas, distintas a las rectas y a las circunferencias, y la aparición de éstas abrió las puertas a nuevos campos de conocimiento e investigación.

La cisoide de Diocles es una de las curvas más interesantes definidas por los matemáticos griegos y tiene muchas y muy interesantes aplicaciones. En relación con los tres problemas clásicos vino a dar una nueva respuesta al problema de la duplicación del cubo, alternativa a las obtenidas con anterioridad utilizando las cónicas o la conoide. La cisoide, como señala Papo en La Colección, es una curva de la clase lineal, como la cuadratriz de Hipias, la espiral de Arquímedes y la conoide de Nicomedes. Sin embargo el erudito alejandrino no la incluyó en el Libro IV de su tratado en el que hace un estudio sistemático de las otras tres.

En el artículo se analiza con detalle el procedimiento seguido por Diocles para construir la curva, poniendo el énfasis en las similitudes que presentan su concepción y la de Papo. En este sentido se apunta que Diocles habría dado ya pasos significativos en la identificación de la curva con su symptoma o propiedad fundamental, adelantándose varios cientos de años a aquel.

Asimismo se estudia el procedimiento seguido por Diocles para obtener una solución al problema de la duplicación del cubo, comparando las dos fuentes de las que disponemos, el compendio Sobre los espejos ustorios del propio Diocles y el Comentario de Eutocio al Libro II de la obra de Arquímedes Sobre la esfera y el cilindro, lo que permite observar la evolución operada por este en la presentación del resultado para adecuarla a los gustos académicos del siglo VI d. C.

Finalmente se estudia la influencia de la línea de Diocles en la matemática griega. Sobre este particular se sostiene que la pátina de silencio que se cierne sobre la obra de Diocles desde que fue concebida hasta su recuperación por Eutocio de Ascalón en el siglo VI sugiere, como opción más plausible, que el compendio Sobre los espejos ustorios debió estar perdido durante un amplio lapso de tiempo en los primeros siglos de nuestra Era. Esto explicaría la ausencia de menciones específicas a Diocles tanto en Papo como en Proclo, omisiones que creemos que no se habrían producido de haber estado disponible el tratado del maestro arcadiano para estos autores.

Sin embargo, parece menos probable, con los datos que poseemos, que el nombre “cisoide” fuera utilizado en la Antigüedad para designar una curva diferente a la de Diocles, sin perjuicio de que se hubieran perdido las referencias precisas a su creador, dado que la curva que Proclo y Papo denominan de esta forma parece reunir las características de la línea de Diocles si tenemos en cuenta la interpretación que hemos realizado. Además, si no se acepta este punto de vista y se considera que no hay razones de peso para relacionar la curva cisoide mencionada por estos dos eruditos con la ideada por Diocles, entonces habría que concluir que la identificación de ambas líneas en los siglos XVI y XVII se hizo en base a otras consideraciones. Teniendo en cuenta la cantidad de importantes matemáticos que contribuyeron en esa etapa a la recuperación del legado clásico, una actuación de esa naturaleza hubiera provocado probablemente alguna discusión al respecto que se habría recogido en documentos de la época disponibles en la actualidad. Y la realidad es que no se ha encontrado hasta la fecha ninguna referencia en este sentido.

Conflicto de intereses

El autor declara no tener conflicto de intereses respecto del contenido de este artículo.

References

- Arquímedes & Eutocio.** (2005). *Tratados, Vol. I. Introducción, traducción y notas de Paloma Ortiz García*. Gredos.
- Cuomo, S.** (2000). *Pappus of Alexandria and the Mathematics of late Antiquity*. Cambridge University Press.
- Diocles.** (1976). *On burning mirrors, The arabic translation of the lost Greek original. Edited, with English Translation and Commentary, by G. J. Toomer*. Springer-Verlag.
- Euclides.** (1991, 1994, 2008). *Elementos, Vol. I, II y III. Introducción de Luis Vega, Traducción y Notas de María Luisa Puertas Castaños*. Gredos.
- Heath, T.** (1981). *A history of Greek mathematics, Vol. II*. Dover Publications.
- Pappus.** (2010). *Book 4 of the Collection, Edited with Translation and Commentary by Heike Seifried-Weis*. Springer Verlag.
- Pappus.** (2023). *Book III of the Mathematical Collection, Translated into English by John B. Little*. Holy Cross Bookshelf.63.
- Plutarco.** (2006). *Vidas Paralelas III, Marcelo, Introducción, Traducción y Notas de Aurelio Pérez Jiménez y Paloma Ortiz García*. Gredos.
- Proclus.** (1970). *A commentary on the first book of Euclid's Elements, Translated, with Introduction and Notes, by Glenn R. Morrow*. Princeton University Press.

Opinión

¿Por qué el turismo de hipopótamos en Colombia no es una buena idea?

Why hippo tourism in Colombia is not a good idea?

Resumen

La presencia de hipopótamos (*Hippopotamus amphibius*) silvestres en Colombia a partir del establecimiento del zoológico privado de Pablo Escobar en los años 80 ha dado lugar a actividades turísticas centradas en esta megafauna no nativa. Se argumenta aquí que promover el turismo de observación de hipopótamos en Colombia es perjudicial desde el punto de vista ecológico, potencialmente peligroso y, en última instancia, insostenible. Se señala, además, que los beneficios económicos de dicho turismo se concentran en unos pocos operadores inexpertos que dejan poco provecho económico a las comunidades locales. El artículo propone estrategias alternativas, incluida la creación de un museo dedicado a educar al público sobre la relación entre el tráfico de drogas, el comercio ilegal de vida silvestre y las especies invasoras, como una forma de mitigar la percepción de pérdida económica como consecuencia del fin de ese tipo de turismo. Se concluye que, aunque este tipo de turismo puede parecer económicamente atractivo a corto plazo, los riesgos y los retos que implica superan con creces cualquier beneficio potencial. Por último, se hace un llamado a adoptar un enfoque más responsable basado en la ciencia para manejar este desafío de conservación único.

Palabras clave: Especies invasoras; Ecoturismo; Conservación; Cconflicto humano-animal; *Hippopotamus amphibius*; Narcoturismo.

Abstract

The presence of wild hippopotamuses (*Hippopotamus amphibius*) in Colombia due to the establishment of Pablo Escobar's private zoo in the 1980s has led to tourism activities centered on this non-native megafauna. Here, I argue that promoting hippo-based tourism in Colombia is ecologically detrimental, potentially dangerous, and, ultimately, unsustainable. Furthermore, I contend that the economic benefits of such tourism go to a few inexperienced operators and provide minimal economic spillover to local communities. The article proposes alternative strategies, including the creation of a museum dedicated to educating the public about the relationship between drug trafficking, illegal wildlife trade, and invasive species to mitigate the perceived economic loss from discontinuing hippo tourism. I conclude that this type of tourism may seem economically attractive in the short term but its risks and challenges far outweigh any potential benefits, calling for a more responsible, science-based approach to managing this unique conservation challenge.

Keywords: Invasive species; Ecotourism; Conservation; Human-wildlife conflict; *Hippopotamus amphibius*; Narco-tourism.

Introducción

La presencia de hipopótamos (*Hippopotamus amphibius*) silvestres en Colombia representa un fenómeno ecológico sin precedentes que ha captado la atención nacional e internacional. Esta insólita situación tiene su origen en 1981, cuando el narcotraficante Pablo Escobar importó cuatro ejemplares para su zoológico privado en la hacienda Nápoles, ubicada en Puerto Triunfo, región del Magdalena Medio (Subaluský *et al.*, 2021). Tras la muerte de Escobar en 1993 y el subsecuente abandono de su propiedad, estos hipopótamos escaparon o fueron liberados y se adaptaron a los ecosistemas locales, reproduciéndose en los cuerpos de agua cercanos. En las décadas siguientes, la población ha crecido exponencialmente, convirtiéndose en una especie invasora con significativos impactos ecológicos y socioeconómicos en la cuenca del río Magdalena.

En una investigación reciente sobre el estado actual de la invasión biológica, **Moreno-Arias et al.** (2024) estiman que la población actual oscila entre 181 y 215 individuos, ocupando un área de aproximadamente 3.184 km² dentro de la cuenca del río Magdalena. El estudio también identifica siete grupos de hipopótamos interconectados y estima un área de distribución potencial de 43.342 km², lo que equivale a más de 13 veces su distribución actual y es comparable a la superficie de un país como Suiza (41.277 km²). Otras proyecciones sugieren que la población podría superar los 1.400 individuos para 2039 si no se implementan medidas de control efectivas (**Castelblanco-Martínez et al.**, 2021). Este acelerado crecimiento es atribuible a la abundancia de recursos alimenticios y acuáticos, así como a la ausencia de depredadores naturales o factores limitantes como sequías prolongadas.

El establecimiento de esta especie en Colombia ha generado intensos debates entre diferentes sectores de la sociedad (**Castelblanco-Martínez et al.**, 2021; **Jiménez et al.**, 2024). Por un lado están quienes defienden su permanencia, aduciendo que es un problema generado por humanos, pero que son los hipopótamos los que asumen el costo (**Ramírez-Chaves et al.**, 2024). Estas percepciones están influenciadas en parte por el carisma de los hipopótamos como especie. En este sentido, **Castelblanco-Martínez** (2021) señala que el carisma de un animal invasor puede ser contraproducente, ya que afecta el apoyo del público a las acciones de manejo, promueve conflictos entre sectores de la sociedad y retrasa o impide la implementación de medidas de control. Por otro lado, existen los que los consideran una seria amenaza ambiental y social.

Esta polarización se intensificó en 2009 con el incidente de “Pepe”, un hipopótamo sacrificado por cazadores contratados por el gobierno. Como solución, en el 2009, el Ministerio de Ambiente decidió aplicar la medida de caza de control, la cual desencadenó una respuesta negativa por parte de los defensores de los animales debido a la forma en que se ejecutó, pues no hubo cautela en el manejo del personal vinculado ni de la información (**Jiménez et al.**, 2024). La difusión de imágenes del animal abatido junto a soldados del ejército provocó una fuerte reacción pública, lo que complicó los esfuerzos posteriores de control poblacional de la especie. El carisma de estos animales probablemente ha influido en las percepciones y actitudes de muchos colombianos hacia ellos (**Castelblanco-Martínez**, 2021).

Se han propuesto alternativas de control no letales, como la esterilización y la relocalización en zoológicos o bioparques, que presentan desafíos importantes y son prácticamente inviables. Por un lado, los altos costos son una preocupación válida; se estima que el manejo de la población podría costar entre 10 y 50 millones de dólares estadounidenses anuales para 2040, dependiendo de las estrategias de manejo (**Subaluský et al.**, 2023). Por otro lado, la efectividad de estas medidas es limitada debido al comportamiento agresivo y gregario de los hipopótamos, lo que dificulta su manejo. Las intervenciones se restringen principalmente a individuos habituados a la presencia humana y se requerirían entre 20 y 30 esterilizaciones al año para un control efectivo. No obstante, en el mejor de los casos se han logrado cinco a seis, en tanto que las propuestas de relocalización han resultado inviables.

El traslado de estos hipopótamos al continente africano tampoco es recomendable, ya que podría generar daños irreversibles en la genética de las poblaciones naturales de la especie. Además, existe un riesgo injustificable de posible transporte de microorganismos a los que han estado expuestos durante su estancia en el neotrópico (**Monsalve y Ramírez**, 2018). La creciente población de hipopótamos y su expansión evidencian la urgencia de implementar estrategias de manejo efectivas y basadas en la evidencia científica, pues existe una limitada ventana de oportunidad para implementar medidas de control antes que la situación se torne inmanejable (**Castelblanco-Martínez et al.**, 2021; **Subaluský et al.**, 2023).

Sin embargo, a pesar de la creciente atención que suscitan los hipopótamos en Colombia, hay un vacío significativo de investigación en torno al turismo de observación de esta especie invasora. No hay estudios sistemáticos sobre su impacto socioeconómico, la distribución de beneficios, los efectos en las dinámicas comunitarias locales, o las

implicaciones para la biodiversidad nativa y los ecosistemas acuáticos. Así, es necesario abordar esta problemática desde un enfoque interdisciplinario que evalúe la estructura y operación del turismo de observación de hipopótamos; sus impactos diferenciados en distintos sectores de la comunidad; la relación entre beneficios económicos y riesgos asumidos; los efectos sobre especies nativas y ecosistemas, y las implicaciones para el manejo de la especie.

En este artículo de opinión planteo que el turismo de observación de hipopótamos en Colombia es una actividad insostenible e ilegal que genera una distribución asimétrica de beneficios y riesgos, cuyos costos ecológicos y sociales recaen en la comunidad y los ecosistemas locales.

Caracterización del turismo de observación de hipopótamos en Colombia

La presencia de hipopótamos en la región del Magdalena Medio ha dado lugar a una incipiente industria turística. Lo que fue la Hacienda Nápoles de Pablo Escobar es ahora el Parque Temático Hacienda Nápoles y continúa capitalizando la presencia de los hipopótamos en cautiverio como atracción turística (**Jiménez et al.**, 2024). En algunos lugares son frecuentes las señales, imágenes y estatuas de hipopótamos, lo que parece atraer turistas (**Subalusky et al.**, 2021).

En el municipio de Doradal y sus alrededores han surgido actividades turísticas alrededor de los hipopótamos que viven en libertad, entre las cuales pueden mencionarse los *tours* guiados para la observación de fauna, incluidos hipopótamos silvestres (**Caicedo**, 2023), que promocionan abiertamente el “avistamiento de hipopótamos en su hábitat natural” como una experiencia única en Colombia, relacionada, además, con el *dark y narco tourism* debido a su relación con Pablo Escobar (<https://www.escobarexperience.com/>).

Infelizmente, la promoción de estas actividades no se limita al sector privado. En junio de 2024, el Servicio Nacional de Aprendizaje (SENA) publicitó en sus redes sociales un *tour* para observar hipopótamos en los ríos Cocorná y Magdalena, describiéndolo como una experiencia “original” y “apetecida por turistas extranjeros” (**El Espectador**, 2024). Esta acción por parte de una entidad gubernamental muestra una clara falta de coordinación interinstitucional en el manejo de la especie.

Cabe destacar que la Resolución No. 0346 del 24 de marzo de 2022, emitida por el Ministerio de Ambiente y Desarrollo Sostenible de Colombia (**Ministerio de Ambiente y Desarrollo Sostenible, Minambiente**, 2022), prohíbe explícitamente “la comercialización, movilización, fomento, tenencia, reproducción, propagación, con cualquier propósito, de la especie *Hippopotamus amphibius*”. Esta legislación transforma en ilegales las actividades turísticas centradas en hipopótamos, añadiéndole una dimensión legal al problema.

Asimismo, el desarrollo de esta industria turística constituye un incentivo económico para mantener o incluso aumentar la población de hipopótamos, contraviniendo directamente los esfuerzos de conservación y manejo necesarios para proteger los ecosistemas nativos. Este conflicto de intereses es un obstáculo muy grande para la implementación efectiva de estrategias de control poblacional.

La situación se agrava aún más por la existencia de un mercado negro para las crías de hipopótamos. Una investigación de Mongabay Latam reveló que algunos traficantes capturan y venden crías de hipopótamos a hacendados por sumas cercanas a los 1.800 dólares estadounidenses (**Pachón**, 2021). Las crías son separadas de sus madres utilizando métodos peligrosos y crueles y posteriormente se las mantiene en condiciones inadecuadas. Este hecho no es un asunto exclusivamente de bienestar animal, sino que también aumenta los riesgos de seguridad pública, dado que los hipopótamos, aunque puedan parecer dóciles cuando son neonatos o juveniles, crecen rápidamente y se vuelven extremadamente peligrosos.

Esta práctica es ilegal y, además, contribuye a la dispersión de la especie a nuevas áreas, complicando aún más los esfuerzos de manejo y control poblacional.

Impacto ecológico

Los hipopótamos son considerados ingenieros del ecosistema debido a su capacidad para modificar significativamente los hábitats donde se establecen. **Subalusky et al.** (2021) han documentado cómo estos megaherbívoros alteran las características físicas y químicas de los ecosistemas acuáticos a través de sus actividades diarias. Su gran tamaño y peso, combinados con sus hábitos semiacuáticos, resultan en la apertura de canales alternos en los cuerpos de agua, lo que modifica la hidrodinámica local y la estructura física del hábitat.

Shurin et al. (2020) demostraron que los hábitos de alimentación y excreción de los hipopótamos contribuyen significativamente a la eutrofización de los cuerpos de agua. Sus excrementos, ricos en nutrientes, son depositados directamente en los ecosistemas acuáticos, lo que resulta en un aumento de la carga de materia orgánica y amoníaco en los afluentes. Estos impactos se extienden a varios procesos ecológicos en diferentes escalas como los cambios en los ciclos de nutrientes, las alteraciones en las cadenas tróficas y las modificaciones en los patrones de sedimentación (**Subalusky et al.**, 2021).

En el río Mara en Kenia se constató que una población de aproximadamente 4.000 hipopótamos depositaba cerca de 8.500 kilogramos de heces en el agua diariamente. Durante la estación seca estas heces se acumulan en pozas, creando condiciones de bajo oxígeno y altos niveles de amonio, sulfuro de hidrógeno, metano y dióxido de carbono, lo que causa la muerte masiva de varias especies de peces durante la época de lluvias (**Dutton et al.**, 2018). Aunque el estudio se hizo en África, tiene implicaciones para la situación colombiana, donde la falta de adaptación de las especies nativas a la presencia de hipopótamos podría hacer que tales impactos sean aún más graves.

Por otra parte, la creciente población de hipopótamos representa una amenaza cada vez mayor para la fauna local por su potencial de atacar directamente, o desplazando especies nativas, muchas de ellas amenazadas, de peces, reptiles y mamíferos acuáticos como el bagre del Magdalena (*Pseudoplatystoma magdaleniatum*), la tortuga del Magdalena (*Podocnemis lewyana*), el manatí del gran Caribe (*Trichechus manatus manatus*), la nutria neotropical (*Lontra longicaudis*), y el chigüiro menor (*Hydrochoerus isthmius*), entre otras.

El posible aumento de la actividad turística puede llevar a una mayor perturbación de estos ecosistemas al sobrepasar su capacidad de carga, potenciando y agravando los efectos negativos en la biodiversidad nativa. El turismo también podría fomentar el traslado de hipopótamos a nuevas áreas para satisfacer el deseo de experiencias turísticas “únicas”, lo cual extendería el alcance geográfico de su impacto.

Preocupaciones de seguridad y conflicto humano-animal

La utilización de los hipopótamos como especie focal para el turismo en la zona ha creado un conflicto de intereses entre quienes desean desarrollar el potencial turístico y aquellos preocupados por el bienestar humano. No obstante, existen riesgos de seguridad para las comunidades locales y los turistas que es preciso tener en cuenta.

En África los hipopótamos son considerados uno de los animales más peligrosos, pues se estima que causan más de 500 muertes humanas por año (**Kendall**, 2011). Es esperable que estos riesgos se potencien por la falta de infraestructura y experiencia en el manejo de estos animales en el país y el comportamiento territorial y agresivo de los animales.

Aunque aún no se han registrado incidentes fatales en Colombia, sí se han reportado varios encuentros de conflicto humano-hipopótamo (**Jiménez et al.**, 2024), incluyendo ataques a humanos, daños a cultivos, ataques a ganado y accidentes de tránsito (**Minambiente**, 2024). Es muy probable que, a medida que aumente la densidad de los animales, estos encuentros sean cada vez más frecuentes y graves. Asimismo, la presencia de hipopótamos ha generado situaciones de estrés y miedo en muchos de los habitantes locales, obligándolos a modificar sus modos de vida, afectando actividades productivas, como la pesca, la ganadería y la agricultura, y la vida nocturna (**Subalusky et al.**, 2021).

Ante esta situación, algunas autoridades ambientales locales han implementado señalética y han difundido información sobre los hábitos de los hipopótamos, sus características etológicas y las medidas que las comunidades locales pueden implementar para disminuir las situaciones que lleguen a afectar su integridad física y emocional (**Moreno-Arias, 2024**). A pesar de estos esfuerzos, el fomento y desarrollo de las actividades turísticas relacionadas con los hipopótamos fomentan una falsa sensación de seguridad o familiaridad con estos animales, lo que inevitablemente aumenta la probabilidad de encuentros y pone a las personas en un peligro innecesario.

Por otra parte, el desarrollo del turismo alrededor de esta especie invasora afecta directamente la seguridad de los turistas. Un incidente reciente en Zambia ilustra vívidamente los riesgos potenciales que enfrentan los turistas en presencia de estos animales. En septiembre de 2024, Roland Cherry, un turista británico de 63 años, fue atacado por un hipopótamo mientras realizaba un safari en canoa por el río Kafue (**Gall y Cummins, 2024**). El ataque fue brutal y Cherry sufrió lesiones graves, requirió siete cirugías y apenas sobrevivió a la experiencia. El de Cherry es uno de los múltiples casos documentados de ataques a turistas por parte de hipopótamos en varios países africanos.

Es importante señalar que en Zambia los hipopótamos son parte de la fauna nativa y los guías tienen experiencia en manejar su presencia. En Colombia estos animales son una especie invasora y el personal turístico y las autoridades locales carecen de la experiencia necesaria para manejar ese tipo de situaciones. Además, la falta de protocolos de seguridad específicos para el manejo de hipopótamos aumenta el riesgo de incidentes similares o incluso más graves en el contexto colombiano. Aunque este caso ocurrió en África, sirve como una advertencia sobre los peligros que podrían enfrentar los turistas si se continúa promoviendo esta actividad en el país.

Modelo económico insostenible e inequitativo

Los defensores del turismo de observación de hipopótamos en Colombia argumentan que proporciona beneficios económicos a las comunidades locales. Sin embargo, la realidad sugiere que este modelo es insostenible e inequitativo. Según **Minambiente (2024)**, los beneficios económicos que recibe la población a través del avistamiento de *H. amphibius* como actividad turística no son representativos debido a la baja demanda por parte de visitantes y excursionistas. Estos beneficios se encuentran concentrados en un pequeño número de operadores turísticos que son los que pueden ingresar a predios específicos y cuentan con el equipamiento y los vehículos necesarios, lo que no justifica los riesgos para la mayoría de los habitantes y turistas, aunque hacen falta estudios más detallados en ese sentido.

Siendo esta una actividad ilegal, no se conocen modelos de autorregulación o de autogestión estandarizados, lo que inevitablemente resulta en prácticas no vigiladas, inseguras o poco éticas, con lo que se busca atraer más clientes vendiéndolas como ecoturismo sin serlo realmente, y sin que se basen en la educación ambiental o la conservación. Por ello es importante que las autoridades locales y nacionales evalúen cuidadosamente estas actividades y se sancione adecuadamente a los responsables.

Basar una industria turística en una especie invasora crearía una dependencia económica problemática que entra directamente en conflicto con los esfuerzos necesarios de conservación y manejo. Al promocionar la imagen y mercantilizar a los hipopótamos como una atracción turística, se corre el riesgo de normalizar su presencia y se incentiva el mantenimiento e, incluso, el crecimiento de su población, potenciando su impacto ecológico y social negativo. El Ministerio de Ambiente (**Minambiente, 2024**) señala que la comunidad del municipio de Puerto Triunfo considera a los hipopótamos como atractivo turístico debido a su convivencia con la especie durante aproximadamente 40 años, lo que evidencia esta normalización.

De la mano del turismo se potencia la venta de crías de hipopótamo como una actividad complementaria que se beneficia de él. La falta de acción efectiva por parte de las autoridades locales para combatir este tráfico es notable, a pesar de ser un secreto a voces en la región (**Pachón, 2021**).

Por otro lado, enfocarse en los hipopótamos desvía la atención y los recursos de la biodiversidad nativa colombiana, particularmente en la cuenca del río Magdalena, que alberga una gran variedad de especies nativas amenazadas. La presencia de esta especie invasora y el riesgo que implica para la población han ocasionado que se limite el desarrollo de actividades agrícolas, recreativas, turísticas y pesqueras en los ecosistemas acuáticos locales (**Minambiente**, 2024).

Colombia es uno de los países más biodiversos del mundo y resulta contraproducente que los esfuerzos se centren en una especie invasora potencialmente peligrosa en lugar de desarrollar iniciativas de ecoturismo sostenible basadas en el patrimonio natural del país. El plan de **Minambiente** (2024) enfatiza la necesidad de implementar medidas de manejo que, entre otras cosas, reduzcan los riesgos de ataques hacia las poblaciones locales, permitiendo así reorientar los recursos hacia la conservación y aprovechamiento sostenible de la biodiversidad nativa.

Enfoques alternativos

El desarrollo y el fortalecimiento de iniciativas de ecoturismo centradas en especies y ecosistemas nativos, junto con mecanismos de control y monitoreo, representan una alternativa viable y sostenible para contrarrestar el turismo ilegal con hipopótamos en Colombia, pues generan beneficios económicos para las comunidades locales y contribuyen a la preservación del capital natural del país.

Colombia ha tenido un crecimiento significativo en el turismo de naturaleza, con un incremento de visitantes no residentes de 26,1 % durante 2023, alcanzando 5,5 millones de turistas y aproximadamente USD \$7.379 millones de ingresos en divisas por concepto de viajes y transporte (**Ministerio de Comercio, Industria y Turismo, MinCIT**, 2024). Este potencial se sustenta en una extraordinaria biodiversidad que incluye 1.999 especies de aves, 520 de mamíferos, 849 de anfibios, 732 de reptiles y más de 35.000 de plantas distribuidas en 314 tipos de ecosistemas y 1.327 áreas protegidas que representan el 15,2 % del territorio nacional (**MinCIT**, 2020).

En este contexto, la región del Magdalena Medio, donde se encuentran los hipopótamos actualmente, resalta como un territorio con excepcional potencial para el desarrollo del turismo de naturaleza (**Tamayo et al.**, 2024). Sus diversos atractivos naturales facilitan la implementación de actividades sostenibles y reguladas, como el aviturismo, el avistamiento responsable de fauna, el senderismo interpretativo, la pesca deportiva y los deportes acuáticos. Estas actividades pueden generar beneficios económicos sustanciales, considerando que el turismo ya genera más de 618.000 empleos directos e indirectos en el país (**MinCIT**, 2024).

Esta propuesta se alinea estratégicamente y fortalece la implementación de la política de turismo sostenible del **MinCIT** (2020) al promover alternativas económicas viables que desalientan prácticas turísticas ilegales, mientras contribuyen a la preservación del capital natural como activo turístico estratégico. El enfoque propuesto fomenta el desarrollo de productos turísticos especializados y sostenibles que generan empleos e ingresos para las comunidades locales de manera responsable, al tiempo que fortalece los mecanismos de control y monitoreo de las actividades turísticas.

Simultáneamente es necesario contrarrestar el turismo insostenible e ilegal que se lleva a cabo actualmente. Es preciso implementar mecanismos de control y monitoreo efectivos, los cuales deben incluir campañas de sensibilización dirigidas a los turistas con material informativo ubicado estratégicamente en los principales puntos de ingreso turístico (terminales, aeropuertos, hoteles), que informen sobre los peligros y la ilegalidad del turismo de observación de hipopótamos. A su vez, se debe establecer un sistema de monitoreo de redes sociales para detectar y reportar la promoción de actividades turísticas ilegales.

La viabilidad financiera de estas iniciativas puede respaldarse mediante la articulación con el Programa de Prevención, Divulgación, Capacitación y Comunicaciones del Plan de Manejo de *H. amphibius* (**MinAmbiente**, 2024), específicamente en lo relacionado con la promoción de servicios ecosistémicos de la fauna silvestre nativa y

el desarrollo de emprendimientos sostenibles. Este programa contempla el desarrollo de cursos enfocados al biocomercio y negocios verdes, así como el apoyo a emprendimientos que promuevan los servicios ecosistémicos de la fauna silvestre nativa y la prevención y alertas tempranas sobre la especie invasora, lo que proporcionaría un marco institucional y financiero para el desarrollo de las iniciativas ecoturísticas propuestas.

Conclusión

Aunque el turismo de observación de hipopótamos pueda parecer una oportunidad económica atractiva a corto plazo, los riesgos y desafíos que presenta superan con creces cualquier beneficio potencial. Representa un enfoque miope que prioriza la novedad y las ganancias económicas inmediatas para unos pocos por encima de la salud ecológica a largo plazo y el desarrollo sostenible y equitativo (Minambiente, 2024). Este tipo de turismo no solo exacerba los problemas ecológicos existentes y pone en peligro la seguridad pública, sino que complica los esfuerzos de manejo y conservación. Además, al ser una actividad ilegal, su promoción socava los esfuerzos de las autoridades por manejar esta especie invasora de manera responsable y efectiva.

El desarrollo de iniciativas de ecoturismo centradas en la biodiversidad nativa, junto con mecanismos de control y monitoreo, ofrece un camino más responsable y sostenible hacia adelante. Al redirigir los esfuerzos hacia la conservación y la promoción de los extraordinarios ecosistemas y especies endémicas y utilizar la situación de los hipopótamos como una herramienta educativa, Colombia tiene la oportunidad de desarrollar un ecoturismo verdaderamente sostenible y responsable que genere beneficios económicos significativos y equitativos para las comunidades locales.

Además, al abordar el problema de los hipopótamos de manera integral, con un enfoque en la gestión basada en la ciencia, la participación comunitaria, el desarrollo económico equitativo y la promoción de la biodiversidad nativa, el país puede establecer un ejemplo importante en el manejo de especies introducidas y en la priorización de la salud ecosistémica.

La situación de los hipopótamos en Colombia es compleja y sin soluciones fáciles. Sin embargo, al aprovechar su extraordinario capital natural de manera sostenible y responsable, este desafío puede convertirse en una oportunidad para la educación ambiental y el desarrollo equitativo y, al mismo tiempo, proteger la seguridad y el bienestar de las comunidades locales y los visitantes. El futuro de la conservación en Colombia está en valorar, proteger y celebrar su propia biodiversidad, no en mercantilizar especies exóticas e invasoras.

Conflicto de intereses

El autor declara no tener conflictos de intereses en relación con este artículo.

Andrés Felipe García-Londoño

Fundación Bioethos, Bogotá, Colombia
afgarcialo@unal.edu.co

Referencias

- Caicedo, D. F. (2023). Narcos and the cocaine hippos dark-eco tourism perspectives. *Journal of Tourism and Heritage Research*, 6(3), 259-279.
- Castelblanco-Martínez, D. N. (2021). Gorgeous villains: When the charisma plays against effective conservation strategies. *Mammalogy Notes*, 8(1), 129-132. <https://doi.org/10.47603/manovol8n1.129-132>
- Castelblanco-Martínez, D. N., Moreno-Arias, R. A., Velasco, J. A., Moreno-Bernal, J. W., Restrepo, S., Noguera-Urbano, E. A., Baptiste, M. P., García-Loaiza, L. M., Jiménez, G. (2021). A hippo in the room: Predicting the persistence and dispersion of an invasive mega-vertebrate in Colombia, South America. *Biological Conservation*, 253, 108923. <https://doi.org/10.1016/j.biocon.2020.108923>

- El Espectador** (2024). Las críticas al Sena por fomentar el turismo de hipopótamos. <https://www.elespectador.com/ambiente/las-criticas-al-sena-por-fomentar-el-turismo-de-hipopotamos/>
- Gall, C. y Cummins, J.** (2024). 'I don't hate hippos despite one attacking me'. BBC News. <https://www.bbc.com/news/uk-england-coventry-warwickshire-66911234>
- Jiménez, G., Santamaría-Castiblanco, D., Subalusky, A., Anderson, E.** (2024). Breve recuento histórico y una reflexión sobre los hipopótamos del Magdalena Medio colombiano. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, 48(187), 397-400. <https://doi.org/10.18257/raccefyn.2663>
- Kendall, C. J.** (2011). The spatial and agricultural basis of crop raiding by the vulnerable common hippopotamus *Hippopotamus amphibius* around Ruaha National Park, Tanzania. *Oryx*, 45(1), 28-34. <https://doi.org/10.1017/S0030605310000359>
- Ministerio de Ambiente y Desarrollo Sostenible (Minambiente)** (2022). Resolución No. 0346 de 2022. Por la cual se modifica el artículo 1° de la Resolución No. 848 de 2008, adicionando la especie *Hippopotamus amphibius* (Hipopótamo común) y se toman otras determinaciones. Diario Oficial.
- Ministerio de Ambiente y Desarrollo Sostenible (Minambiente)** (2024). Plan para la prevención, control y manejo de la especie exótica invasora hipopótamo (*Hippopotamus amphibius*). <https://www.minambiente.gov.co/wp-content/uploads/2024/07/PLAN-PARLA-LA-PREVENCIÓN-MANEJO-Y-CONTROL-DE-HIPOPOTAMOS.pdf>
- Ministerio de Comercio, Industria y Turismo (MinCIT)**. (2020). *Política de turismo sostenible: Unidos por la naturaleza*. <https://www.mincit.gov.co/minturismo/calidad-y-desarrollo-sostenible/politicas-del-sector-turismo/politica-de-turismo-sostenible/resumen-ejecutivo-politica-de-turismo-sostenible.aspx>
- Ministerio de Comercio, Industria y Turismo (MinCIT)**. (2024). *Informe de gestión 2023*. https://www.mintic.gov.co/portal/715/articles-334075_recurso_1.pdf
- Monsalve, S. y Ramírez, A.** (2018). Estado actual de los hipopótamos (*Hippopotamus amphibius*) en Colombia: 2018. *CES Medicina Veterinaria y Zootecnia*, 13(3), 338-346. <https://doi.org/10.21615/cesmvz.13.3.4>
- Moreno-Arias, R.** (2024). Reflexiones sobre el manejo de la invasión de hipopótamos en Colombia: deber, virtud y consecuencias. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, 48(187), 401-403. <https://doi.org/10.18257/raccefyn.2662>
- Moreno-Arias, R., Nova-León, L. J., García-Loaiza, L. M., Baptiste, M. P., Montenegro-Díaz, O. L., López Arévalo, H. F., Loaiza, C., Santamaría-Castiblanco, D., Díaz-Rodríguez, G.** (2024). Un megaherbívoro invasor al descubierto: ecología de la población de hipopótamos (*Hippopotamus amphibius*) en Colombia. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, 48(188), 564-581. <https://doi.org/10.18257/raccefyn.2647>
- Pachón, D. M.** (2021). El problema sigue creciendo: hipopótamos a la venta en Colombia. *Mongabay Latam*. <https://es.mongabay.com/2021/11/colombia-traffic-ilegal-hipopotamos-pablo-escobar/>
- Ramírez-Chaves, H.E., Roncancio-Duque, N., Morales-Martínez, D.M.** (2024). Los hipopótamos introducidos en Colombia: una oportunidad para los estudios biológicos y la educación ambiental. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, 48(187), 404-406. <https://doi.org/10.18257/raccefyn.2643>
- Shurin, J. B., Aranguren-Riaño, N., Duque, D., Echeverri, D., Jones, N. T., Laverde-R, O., Neu, A., Pedroza, A.** (2020). Ecosystem effects of the world's largest invasive animal. *Ecology*, 101(5), e02991. <https://doi.org/10.1002/ecy.2991>
- Subalusky, A. L., Anderson, E. P., Jiménez, G., Post, D. M., Lopez, D. E., García-R., S., Nova León, L. J., Reátiga Parrish, J. F., Rojas, A., Solari, S., Jiménez-Segura, L. F.** (2021). Potential ecological and socio-economic effects of a novel megaherbivore introduction: the hippopotamus in Colombia. *Oryx*, 55(1), 105-113. <https://doi.org/10.1017/S0030605318001588>
- Subalusky, A. L., Sethi, S. A., Anderson, E. P., Jiménez, G., Echeverri-López, D., García-Restrepo, S., Nova-León, L. J., Reátiga-Parrish, J. F., Post, D. M., Rojas, A.** (2023). Rapid population growth and high management costs have created a narrow window for control of introduced hippos in Colombia. *Scientific Reports*, 13, Article 6193. <https://doi.org/10.1038/s41598-023-33028-y>
- Tamayo, C. A., Morales, X., Benavides, S.** (2024). El diagnóstico del turismo de naturaleza en el Magdalena caldense (Caldas, Colombia) como una oportunidad de desarrollo comunitario. *Turismo y Sociedad*, 35, 49-69.

Opinión

Rosa Smith Eigenmann: la primera ictióloga

Rosa Smith Eigenmann: the first female ichthyologist

La ictiología se define como la rama de la zoología dedicada al estudio de los peces. Se hipotetiza que los primeros “ictiólogos” fueron cazadores y recolectores del Paleolítico que, a partir de la constancia de su oficio, aprendieron a identificar las especies de peces más útiles para diferentes fines, y cuándo y dónde conseguirlos en abundancia (Barton, 2007). Es así como esta disciplina biológica, como muchas otras, no nació exclusivamente por una curiosidad intelectual sino por el desarrollo de las prácticas orientadas hacia las necesidades de la supervivencia humana. Algunas de estas prácticas han sido tradicionalmente asociadas al sexo masculino y, por lo tanto, la contribución de las mujeres ha sido históricamente invisibilizada (Orth, 2023).

El nacimiento de la ictiología como una disciplina científica data del tiempo de Aristóteles, aproximadamente del año 350 a.C. Sin embargo, solo en 1758, cuando Linneo publica en su *Sistema Naturae*, aparecen las primeras descripciones formales de especies de peces. Cerca de dos milenios después de Aristóteles y más de un siglo desde la publicación de los trabajos de Linneo, una mujer descubriría y describiría formalmente por primera vez una especie de pez nueva para la ciencia. Es importante resaltar que hasta mediados del siglo pasado las universidades rara vez estuvieron dispuestas a ofrecer a las mujeres puestos académicos y menos laboratorios propios. Sin embargo, algunas prevalecieron a pesar de la discriminación y el flagrante sexismo de la época, haciendo los logros de sus carreras aún más impresionantes (Brown, 1994).

Una de estas mujeres fue Rosa Smith Eigenmann, nacida el 7 de octubre de 1858 en Monmouth (Illinois, Estados Unidos) y fallecida el 12 de enero de 1947 en San Diego (California, Estados Unidos) (Figura 1). Considerada unánimemente la primera ictióloga estadounidense, su mérito trasciende esas fronteras, pues es, sin duda, la primera ictióloga a nivel global (Wikipedia, 2024). Ella fue una investigadora precoz e incansable que a los 22 años ya había terminado su primer trabajo (*A list of the fishes of San Diego, California*); en 1881 describió dos especies nuevas de peces marinos: el oxudércido *Othonops eos* (22 de abril) y el gobiesócido *Gobiesox rhessodon* (18 de julio) (Figura 2). La primera terminó siendo un sinónimo de *Typhlogobius californiensis*, descrita por el gran ictiólogo austriaco Franz Steindachner solo un par de años antes. La segunda especie, en cambio, es perfectamente válida (van der Laan y Fricke, 2025); se describió en Point Loma, condado de San Diego, en donde RSE pasó una importante parte de su vida. Este chupapiedras se conoce desde las costas centrales de California hasta Cabo San Lucas (Baja California Sur, México) (Robertson y Allen, 2024). Resulta interesante anotar que estas dos especies fueron estudiadas por RSE de manera autónoma, sin la influencia de quienes luego serían sus tutores: David S. Jordan, su profesor de ictiología en Indiana University, y Carl H. Eigenmann, compañero de estudios en Indiana y posteriormente su esposo.

A pesar de haber asistido a la universidad apenas dos años y no haber terminado nunca su carrera, Rosa describió en total, sola o en compañía de Carl Eigenmann, 128 especies, cifra no alcanzada aún ni siquiera por las ictiólogas contemporáneas. Entre 1880 y 1893 publicó 37 trabajos (casi tres por año), 12 como única autora y 25 como coautora, mayoritariamente con su esposo. Con un hijo que padecía enfermedades mentales y una hija intelectualmente discapacitada, la crianza de la familia fue especialmente difícil para ella. Rosa se retiró en 1893 para hacerse cargo de su familia (Arce *et al.*, 2021; Pietsch y



Figura 1. Rosa Smith Eigenmann, alrededor de 1900. Reproducido con permiso de Special Collections & Archives, University of California, San Diego EE UU



Figura 2. *Gobiesox rhessodon*. Tomado de Inaturalist, atribuido a Ben Cantrell – algunos derechos reservados (CC BY-NC).

Anderson, 2022). No obstante, en 1895 presentó su famosa conferencia *Women in Science* en el Smithsonian Museum, en la que abogó por que las mujeres hicieran ciencia, pero de calidad, no simplemente “hecha por una mujer”. Esta conferencia revela que conocía bien a otras mujeres científicas, que se preocupaba por la apertura de la educación a las mujeres, que era consciente del conflicto que suponía para las mujeres hacer ciencia y criar una familia y que conocía de las contribuciones indirectas, a menudo no reconocidas, que muchas mujeres habían hecho a la ciencia (**Brown**, 1994).

El nombre de Rosa Smith Eigenmann perdura en nuestra memoria asociado a nuestros peces, entre otros, al loricárido *Sturisomatichthys panamensis* (debe recordarse que Panamá fue colombiana hasta comienzos del siglo pasado) y a los géneros de bagres *Rhamdella*, *Panaque* y *Pimelodella* (Eigenmann y Eigenmann, 1888,1889). Es tentador imaginarse que, dados el apoyo y el interés que despierta hoy en día la participación de las mujeres en las ciencias, ella hubiera alcanzado en nuestra época cumbres aún más elevadas. Sin embargo, independientemente de cualquier consideración, es claro que ella es un modelo para las nuevas generaciones de mujeres deseosas de estudiar científicamente los vertebrados pisciformes.

Arturo Acero P., Ph.D.¹, José Tavera, Ph.D.²

¹Instituto de Estudio de las Ciencias del Mar, Cecimar, Universidad Nacional de Colombia, Sede Caribe, Santa Marta, Colombia

²Departamento de Biología, Universidad del Valle, Cali, Colombia
aacerop@unal.edu.co, Jose.Tavera@correounivalle.edu.co

Referencias

- Arce, M., R. Bell, M. Franklin, A. Roa-Varón, B.A. Wehrle. 2021. Rosa Smith Eigenmann. *Ichthyology and Herpetology*, 109(1), 323.
- Barton, M. 2007. *Bonds biology of fishes*. Third edition. Julet.
- Brown, P.S. 1994. Early women ichthyologists. *Environmental Biology of Fishes*, 41, 9-30.
- Eigenmann, C.H. y Eigenmann, R.S.1888. Preliminary notes on South American Nematognathi. I. *Proceedings of the California Academy of Sciences (Series 2)*, 1(2), 119-172.
- Eigenmann, C.H. y Eigenmann, R.S.1889. Preliminary notes on South American Nematognathi. II. *Proceedings of the California Academy of Sciences (Series 2)*, 2, 28-56.
- Orth, D. 2023. Fish, fishing, and conservation. Blacksburg: Virginia Tech Department of Fish and Wildlife. <https://doi.org/10.21061/fishandconservation>. Licensed with CC BY 4.0.
- Pietsch, T.W. y Anderson, W.D. 2022. *Ichthyopedia A biographical dictionary of ichthyologists*. American Philosophical Society, Philadelphia.
- Robertson, D.R. y Allen, G.R. 2024. Shorefishes of the Tropical Eastern Pacific: online information system. Version 3.0 Smithsonian Tropical Research Institute, Balboa, Panamá.
- Smith, R. 1881. Description of a new species of *Gobiesox* (*Gobiesox rhessodon*) from San Diego, California. *Proceedings of the United States National Museum*, 4(208), 140-141.
- Van der Laan, R. y Fricke, R. 2025. Eschmeyer's Catalog of Fishes. California Academy of Sciences. <http://www.calacademy.org/scientists/catalog-of-fishes-family-group-names/>.
- Wikipedia. 2024. Rosa Smith Eigenmann. https://en.wikipedia.org/wiki/Rosa_Smith_Eigenmann.

Opinion

SICOAQ 2024: Launching the First Colombian Astrochemistry Symposium in Bogotá

SICOAQ 2024: Lanzamiento del Primer Simposio Colombiano de Astroquímica en Bogotá

Abstract

The First Colombian Astrochemistry Symposium (SICOAQ), held in Bogotá in October 2024, brought together 98 participants, including 23 speakers, to foster interdisciplinary collaboration in the rapidly growing field of astrochemistry. The programme featured engaging lectures, courses, and discussions on a wide variety of topics, extending from chemical processes in planet-forming discs and the astrochemical conditions influencing planetary habitability to the complex astrochemistry of the interstellar medium in distant galaxies. The symposium underscored the importance of gender equality in Science, Technology, Engineering, and Mathematics (STEM), providing a platform for empowering women in science. It facilitated national and international collaboration, strengthening scientific networks, and advancing astrochemistry research and education across Latin America. Following its success, the second edition is planned for 2027 at the University of Valle in Cali, Colombia, where efforts to promote astrochemistry through education and research will be extended further.

Keywords: Astrochemistry; Astrobiology; Space science; Research collaboration; Science outreach; Gender equality.

Resumen

El Primer Simposio Colombiano de Astroquímica (SICOAQ), celebrado en Bogotá en octubre de 2024, reunió a 98 participantes, incluidos 23 ponentes, con el objetivo de fomentar la colaboración interdisciplinaria en astroquímica, un campo en rápido crecimiento. El programa incluyó conferencias, cursos y discusiones sobre una amplia variedad de temas: desde los procesos químicos en discos formadores de planetas y las condiciones astroquímicas que influyen en la habitabilidad planetaria, hasta la compleja astroquímica del medio interestelar en galaxias distantes. El simposio destacó la importancia de la igualdad de género en las disciplinas de ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas (CTIM) para brindar una plataforma de empoderamiento a las mujeres en la ciencia. Además, facilitó la colaboración nacional e internacional, fortaleciendo redes científicas y promoviendo la investigación y la educación en astroquímica en toda América Latina. Tras su éxito, se planea una segunda edición en 2027 en la Universidad del Valle en Cali, Colombia, que ampliará los esfuerzos para promover la astroquímica a través de la educación y la investigación.

Palabras clave: Astroquímica; Astrobiología; Ciencias espaciales; Colaboración científica; Divulgación científica; Igualdad de género.

Introduction

Astrochemistry is an interdisciplinary field dedicated to the study of chemical processes occurring in cosmic environments (Tielens, 2013). It primarily focuses on the transformation of matter in regions subject to extreme conditions such as intense radiation, very low temperatures, and high-vacuum settings that differ markedly from terrestrial environments. These processes are not only fundamental to understanding the chemical complexity of the interstellar medium (ISM) but are also crucial for tracing the origins of molecules that play a role in biological processes that define life as we know it. Furthermore, astrochemistry

establishes vital links between the ISM and planetary science, particularly in understanding how chemical processes influence the formation and composition of planetary systems, including the Solar System.

Despite its importance, the field faces significant challenges, especially in obtaining high-resolution data due to the vast distances involved and the inherent limitations of observational tools. Simulating these extreme conditions in controlled laboratory settings is both complex and resource-intensive, further complicating efforts to fully unravel the intricate processes at stake. This necessitates an integrated approach, combining astronomical observations, theoretical modelling, and laboratory experiments. This synergy is particularly vital as advancements in receivers and instrumentation for radio and space telescopes, such as the Yebes 40m in Spain, the Atacama Large Millimeter/submillimeter Array (ALMA) in Chile, and the James Webb Space Telescope (JWST), continue to enable the detection of new molecular species.

These new observatories have greatly improved the frequency and precision of observations of distant chemical environments, enhancing our understanding of the chemical complexity and molecular nature of the Universe. Studies have revealed the ubiquity of complex organic molecules (COMs), including alcohols, ketones, amines, nitriles, and polycyclic aromatic hydrocarbons (PAHs), alongside various organic and inorganic compounds, such as prebiotic molecules, throughout space. In the ISM alone, over 320 molecules have been identified to date (<https://cdms.astro.uni-koeln.de/classic/molecules>), with an even greater variety of compounds including amino acids exhibiting unexpected enantiomeric excess detected in meteorites (Cronin and Pizzarello, 1997). Molecular formation arises from unique processes driven by cosmic radiation, magnetic fields, and interactions with charged particles occurring both in the gas phase and through catalytic processes on the surfaces of interstellar ices, which form as molecules freeze onto interstellar grains (Cuppen *et al.*, 2024). Investigating these chemical pathways not only deepens our knowledge of matter in conditions beyond terrestrial norms but also offers the opportunity to trace the physico-chemical conditions of diverse astronomical environments. Ultimately, this research sheds light on our chemical origins, contributing to a broader understanding of the Universe and our place within it.

This exploration has far-reaching implications beyond academic interest. It contributes directly to the development of advanced instrumentation and laboratory technology, refined analytical techniques, and more powerful computational methods. Such improvements subsequently foster progress in materials science and engineering, with tangible applications in areas as diverse as manufacturing processes and environmental monitoring. Crucially, this exploration addresses foundational philosophical questions that have long driven humanity: What are the chemical origins of life? Is there life beyond Earth? Additionally, it encourages a responsible approach to the sustainable utilisation of space by highlighting the importance of designing durable and efficient, but also environmentally friendly materials for space exploration alongside advancing technologies like space agriculture that are critical for supporting long-term human presence beyond Earth.

Pursuing these efforts should not be confined to a select group of economically privileged nations. To ensure that their technical and intellectual benefit are distributed fairly, and to maintain momentum in uncovering the Universe's underlying chemical principles, it is essential to broaden participation and capacity-building initiatives (Helou *et al.*, 2024). In particular, expanding opportunities for countries in the Global South strengthens the collective capabilities of humankind. Such inclusive engagement ensures that the ongoing quest to understand the chemical evolution of the Universe and the broader technological and philosophical gains that follow are shared equitably by all.

With these motivations in mind, a group of Colombian scientists, both within the country and abroad, organised the First Colombian Astrochemistry Symposium (SICOAQ) in October 2024 (Figure 1). This event aimed to galvanise collaboration and knowledge exchange, thereby strengthening the community of researchers dedicated to understanding the chemical complexities of the Universe.



Figure 1. SICOAQ logo and official photograph taken in front of the Observatorio Astronómico Nacional de Colombia at Universidad Nacional de Colombia in Bogotá

The Symposium

Research themes and organising committee

SICOAQ (<https://sicoaq.com/>), held in Bogotá, Colombia, represented a key milestone for astrochemistry in Colombia and Latin America, bringing together an interdisciplinary community spanning astronomy, chemistry, physics, and biology. Topics ranged from the chemistry and physics of planet-forming discs (Booth *et al.*, 2021; Ramírez-Tannus *et al.*, 2023; van der Marel *et al.*, 2013), solar-type protostars (Quitián-Lara *et al.*, 2023), and planetary nebulae (Akras *et al.*, 2024), to advanced theoretical approaches in astrochemistry (Oliveira *et al.*, 2023; Puzzarini and Barone, 2020; Tsuge *et al.*, 2023). Other discussions included laboratory investigations of interstellar ice chemistry (Kruczkiewicz *et al.*, 2024) and insights into the role of PAH emission in star formation and black hole growth (Martins-Franco and Menéndez-Delmestre, 2021; Santos *et al.*, 2022). The symposium also explored the interplay between astrochemistry and galactic dynamics (Mendoza *et al.*, 2021) and the influence of metal mixing on star-forming galaxies (Abril-Melgarejo *et al.*, 2024). Attendees presented geochemical perspectives and their connections to astrobiology and habitability (Abrevaya *et al.*, 2024; Cadena *et al.*, 2024; Méndez *et al.*, 2021), highlighting the synergy between planetary science and the origins of life. The event underscored Latin America's growing leadership in astrochemistry, with significant educational, outreach, and astrobiological efforts.

SICOAQ was designed to bring together scientists, academics, and students interested in the topics of astrochemistry, astrobiology, and planetary science (Figure 2). A total of 23 specialised talks were held, including three keynote lectures and 20 plenary sessions (see Table 1 and below for further statistics). The symposium was inaugurated by Prof Mario-Armando Higuera-G, Director of the National Astronomical Observatory of Colombia (Observatorio Astronómico Nacional, OAN) and President of the Colombian Community of Astronomers, Astrophysicists, and Cosmologists (Comunidad de Astrónomos, Astrofísicos y Cosmólogos de Colombia, AstroCO) (<https://astroco.org/>), alongside



Figure 2. SICOAQ Scientific and Local Committee Members. From left to right: Felipe Fantuzzi, Mario-Armando Higuera-G, Alejandro Guerrero-Caicedo, Eva Méndez-Robayo, Sergio A. Cifuentes-Vásquez, Heidy M. Quitián-Lara, Karín Menéndez-Delmestre, and M. Alejandra Lemus-Nemocón

Cristian Goetz Theran from the Aerospace Management Team of the Ministry of Science, Technology, and Innovation of Colombia. The first keynote lecture was given by Prof Nigel J. Mason, Coordinator of Europlanet 2024 Research Infrastructure and former president of the Europlanet Society (**Mason**, 2009) (<https://www.europlanet-society.org/>). Prof Mason emphasised the unique opportunity that events like SICOAQ offer for fostering new and fruitful scientific collaborations. He underscored the importance of integrating Colombia into the European research landscape, not only by granting Colombian researchers access to European infrastructure but also by developing local capacities in Colombia that could attract the European scientific community to the country. Among the invited speakers were renowned, leading figures such as Prof José Cernicharo, principal investigator of the QUIJOTE project (**Cernicharo et al.**, 2022), one of the most successful programmes in astrochemistry for identifying molecules in space.

Structure, statistics, and participants

The symposium featured a comprehensive three-day schedule of lectures and courses complemented by a fourth day dedicated to cultural activities, along with an outreach BootCamp held as a pre-event. During this time, scientists from universities and research centres in Colombia, Spain, UK, Germany, Netherlands, Italy, Brazil, Argentina, México, and USA presented their research both in person and remotely (**Table 1**). Students attended in person from universities in Colombia, Mexico, Brazil, Chile, UK, and Germany, while remote participants joined from Colombia, Guatemala, Chile, Brazil, Spain, and Germany.

The second day of the symposium featured four intensive four-hour courses focused on distinctive modern themes in astrochemistry research, with each course accommodating approximately 15 participants, primarily undergraduate students. These courses provided attendees with the opportunity to engage directly with leading scientists in the four main areas of astrochemistry. The topics included Experimental Astrochemistry, delivered by Prof Cernicharo; Observational Astrochemistry, presented by Dr Marcelino Agúndez, and Theory and Simulations, taught by Dr Germán Molpeceres—all from the Spanish National Research Council (CSIC). Additionally, the course on Astrochemistry Outreach and Education was led by Dr Miguel A. Sabadell from Fundación Albireo Cultura Científica, Spain. To ensure accessibility, all courses were conducted in Spanish, while both Spanish and English served as the official languages of the symposium.

Table 1. List of invited keynote and plenary in-person and online speakers and their affiliations

Speaker	Affiliation
Albeiro Restrepo	University of Antioquia, Colombia
Alejandro Guerrero-Caicedo	University of Valle & Free University, Colombia
Alice Booth	Center for Astrophysics, Harvard & Smithsonian, USA
Cristina Puzzarini	University of Bologna, Italy
Edgar Mendoza	University of Huelva, Spain
Felipe Fantuzzi	University of Kent, UK
Franciele Kruczkiewicz	Leiden Observatory, Netherlands
Germán Molpeceres	Spanish National Research Council (CSIC), Spain
Heidy M. Quitián-Lara	Max Planck Institute for Extraterrestrial Physics, Germany
Isabel Aleman	University of São Paulo, Brazil
Jesús Martínez-Frías	Spanish National Research Council (CSIC), Spain
José Cernicharo	Spanish National Research Council (CSIC), Spain
Karín Menéndez-Delmestre	Federal University of Rio de Janeiro, Brazil
Marcelino Agúndez	Spanish National Research Council (CSIC), Spain
María Claudia Ramírez-Tannus	Max Planck Institute for Astronomy, Germany
Mario-Armando Higuera-G	National Astronomical Observatory, Colombia
Miguel A. Sabadell	Fundación Albireo Cultura Científica, Spain
Nienke van der Marel	Leiden Observatory, Netherlands
Nigel J. Mason	University of Kent, UK
Paola Pinilla	University College London, UK
Sandra I. Ramírez	Autonomous University of the State of Morelos, Mexico
Valentina Abril Melgarejo	Space Telescope Science Institute, USA
Ximena C. Abrevaya	Institute of Astronomy and Space Physics, Argentina

In total, SICOAQ hosted 98 participants, including 23 speakers (**Figure 3**). The remaining 75 attendees included 45 undergraduate students, 11 MSc students, seven PhD students, six postdoctoral research associates (PDRAs), and six professionals dedicated to teaching science and astronomy at Colombian institutions.

In terms of gender representation, SICOAQ featured 48 female participants, representing 49.0% of the total attendees (**Figure 3**). Among students, women constituted 49.2% (31 out of 63), forming a majority at the postgraduate level (61.1%, 11 out of 18). Women also held the majority among PDRAs (83.3%, 5 out of 6) and speakers (52.2%, 12 out of 23). This balanced representation highlights the symposium's strong commitment to promoting inclusivity and diversity within the scientific community.

To enhance the visibility of the conference, the programme included flash talks by 31 students and academics who also contributed with posters. These participants represented a variety of institutions, 19 from Colombia and 12 from abroad. Among the poster presenters and flash talk participants, there was a near gender parity, with 16 women and 15 men.

All poster submissions were considered for a best-poster competition using the following criteria: the quality of the flash talk, the organisation of the poster content, the relevance and depth of the information presented, and the clarity of the accompanying graphs. A panel of evaluators, comprising members of the scientific committee and invited professors, selected two outstanding works based on these criteria. The winners not only received an award certificate but were allowed to deliver an extended presentation of their research, further showcasing their contributions to the symposium. The awardees were

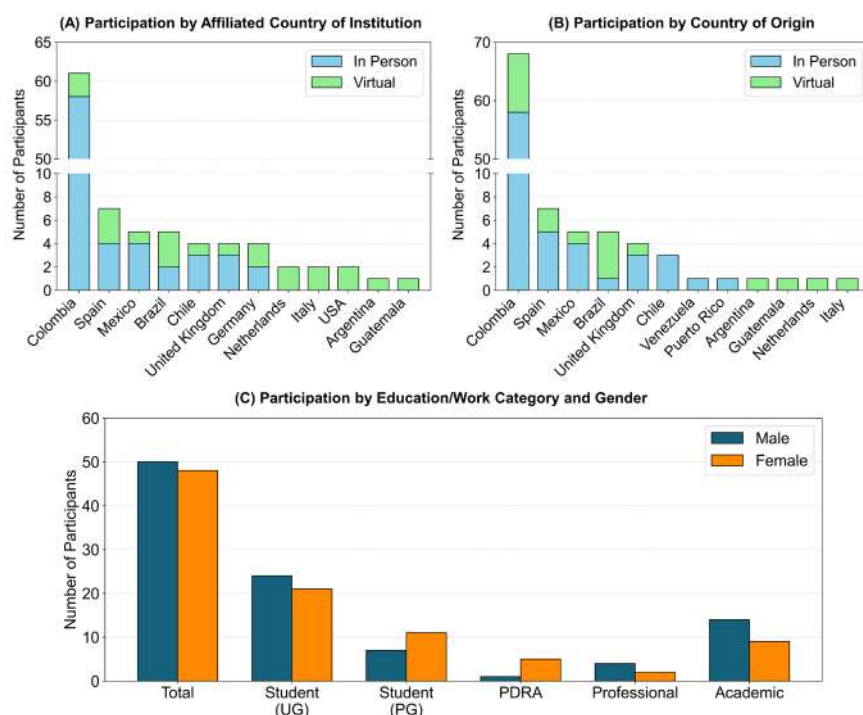


Figure 3. General statistics of SICOAQ: **(A)** Distribution of participants by the country of their affiliated institution, with light blue indicating in-person attendees and light green representing virtual attendees. **(B)** Distribution of participants by nationality, following the same colour scheme. **(C)** Participants categorised by education or professional level and broken down by gender, with blue representing male participants and orange indicating female participants. UG: undergraduate; PG: postgraduate

Lisset Noriega from CINVESTAV-Mérida, Mexico, who presented *C₂H₇NO Isomers in Interstellar Space: A Quantum Theoretical Study*, and Eva Méndez-Robayo from the Observatorio Astronómico Nacional, Colombia, who secured first place overall with her work entitled *Chemical Modeling of Methanol as an Extragalactic Shock Tracer* (Méndez-Robayo, 2024).

Driven by a desire to promote discussions regarding inclusion and diversity, SICOAQ dedicated the final day of the event to discussions on women's empowerment in STEM fields. Topics included the challenges of female participation in Latin American science and the involvement of women in astronomy and scientific careers in disciplines such as chemistry and physics. This session highlighted the symposium's commitment to fostering diversity and addressing gender disparities within the scientific community.

Outreach and cultural activities

On the day preceding the official start of the conference, a specialised workshop on planetary formation and stellar evolution was conducted, targeting public school teachers from various regions of Colombia, including Cundinamarca, Antioquia, Santander, and Magdalena. Approximately 50 educators participated in this BootCamp, which was led by Dr. Heidi M. Quitián-Lara, Dr. Miguel A. Sabadell, and Dr. Alejandro Guerrero-Caicedo. The workshop aimed to equip teachers with the knowledge and tools to effectively convey the wonders of astrochemistry and astrobiology, fostering curiosity and cultivating scientific understanding among the next generation of students.

Last but not least, SICOAQ included a guided tour of the historic National Astronomical Observatory of Colombia, the oldest observatory in the Americas. Visitors learned about key figures in Colombian science, including José Celestino Mutis, who spearheaded the

observatory's foundation, and Francisco José de Caldas, its first director and a pioneer in astronomy and geography, tragically executed during the Spanish reconquest of New Granada. The tour also emphasised the observatory's critical role in Colombia's independence, serving as a hub for scientific advancement and revolutionary thought during the early 19th century. It also highlighted the legacy of Julio Garavito, a renowned Colombian astronomer whose contributions to celestial mechanics earned him international recognition, further showcasing the observatory's lasting impact on the nation's scientific and historical heritage.

In addition to exploring the observatory's legacies, participants visited iconic museums in Bogotá, such as the Botero Museum and the Gold Museum, offering a glimpse into Colombia's vibrant cultural heritage. These experiences, combined with opportunities to enjoy Colombian gastronomy, allowed international visitors to immerse themselves in the country's history and culture, making their visit to Colombia an unforgettable experience.

Legacy of the meeting

SICOAQ has initiated new efforts to broaden the scope and impact of astrochemistry research across Latin America. Plans are in progress to establish a Latin American Network for Astrochemistry, Astrobiology, and Space Sciences (LANAS), bringing together Colombian organisations such as the Instituto de Astrobiología de Colombia and AstroCO, alongside regional collaborators including the Red Boliviana de Ciencias Planetarias y Exploración Espacial (<https://www.redboliviana.org/>), Agencia Espacial del Perú (CONIDA), Red Latinoamericana de Astrobiología (<https://www.astrobiologialatam.org/>), Sociedade Brasileira de Astrobiologia (<https://sbastrobio.org/>), and Sociedad Mexicana de Astrobiología A.C. (<https://sites.google.com/soma.org.mx/soma-a-c>). This network seeks to consolidate regional efforts, promote interdisciplinary collaboration, and drive innovation.

A notable development from the symposium is the creation of the “EuroCol Julio Garavito Astronomy Award”, which will honour exceptional contributions to astronomy and astrochemistry by early-career researchers in Colombia. Early-career researchers include undergraduate and postgraduate students, postdoctoral fellows, and academics in the initial stages of their careers. The award includes a certificate, a feature on official platforms such as Europlanet, the University of Kent, and the Max Planck Institute, and a monetary prize. This initiative aims to celebrate significant achievements and support emerging talent by recognising milestones such as high-impact publications, exemplary PhD defences, innovative research methods, contributions to international collaborations, and impactful teaching and outreach activities that inspire the next generation of scientists.

SICOAQ also advanced discussions for Colombia's membership in Europlanet AISBL (*Association Internationale Sans But Lucratif*). Membership will connect Colombian researchers with an international community of planetary scientists, offering access to advanced facilities, mentoring initiatives, and funding programmes. Such an affiliation will enhance resources for Colombian researchers, strengthening their contributions to planetary science and raising the country's global scientific standing.

The symposium's legacy lies in its efforts to enhance collaboration, advocate for diversity, and provide avenues for research and education. These initiatives have positioned SICOAQ as a catalyst for progress in astrochemistry across Latin America. With its first edition laying a strong foundation, plans are already in place for the next meeting in 2027 at the University of Valle in Cali. This venue was selected for its leadership in astrochemistry education, being the first in Colombia to offer an undergraduate course in the field. This upcoming edition promises to continue the momentum, further establishing SICOAQ as a cornerstone event for advancing astrochemistry in the region.

Conclusions

In summary, SICOAQ provided a comprehensive overview of the latest advances in astrochemistry across experimental, theoretical, observational, and outreach areas, while fostering integration, leadership, and collaboration at both national and international

levels. Attendees received advanced training in various fields, reinforcing Colombia's commitment to basic sciences and interdisciplinary research as the country positions itself as a key player in astrochemical studies. Recognising the community's strong interest, the scientific committee proposed making SICOAQ a regular event, with the second edition planned for 2027 at the University of Valle in Cali, Colombia. This symposium not only creates invaluable opportunities for scientific integration and collaboration between global institutions but also aims to engage more students through high-quality events, foster the identification of research niches, and promote the teaching of astrochemistry through outreach and educational courses, thus contributing to the growth of the discipline in Latin America.

Acknowledgments

The authors acknowledge the financial support from the Europlanet Society, the Committee on Space Research (COSPAR), the American Chemical Society, and the Royal Society of Chemistry Inclusion and Diversity Fund. Additional support is gratefully acknowledged from the Universidad Nacional de Colombia, the Observatorio Astronómico Nacional, and the Max Planck Institute for Extraterrestrial Physics.

Author contributions

HMQL coordinated the overall work and provided project oversight. EMR, MALN, and SACV conducted the statistical analyses under the guidance of HMQL and FF. HMQL and FF jointly prepared the initial manuscript draft. All authors contributed to the review and editing of the manuscript and approved its final version for publication.

Conflicts of interest

The authors declare no conflicts of interest.

Heidy M. Quitián-Lara^{1,*}, Alejandro Guerrero-Caicedo^{2,3}, Eva Méndez-Robayo⁴, M. Alejandra Lemus-Nemocón⁴, Sergio A. Cifuentes-Vásquez⁴, Karín Menéndez-Delmestre⁵, Nigel J. Mason⁶, Felipe Fantuzzi⁷, Mario-Armando Higuera-G⁴

¹Max-Planck-Institut für extraterrestrische Physik, Garching, Germany

²Department of Chemistry, Universidad del Valle, Cali, Colombia

³Faculty of Health Sciences, Universidad Libre, Cali, Colombia

⁴Observatorio Astronómico Nacional, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia

⁵Observatório do Valongo, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brazil

⁶Physics and Astronomy, School of Engineering, Mathematics and Physics, University of Kent, Canterbury, United Kingdom

⁷Chemistry and Forensic Science, School of Natural Sciences, University of Kent, Canterbury, United Kingdom

* Heidy M. Quitián-Lara; heidyql@mpe.mpg.de

Editor asociado: Santiago Vargas

References

- Abrevaya, X. C., Odert, P., Oppezzo, O. J., Leitzinger, M., Luna, G. J. M., Guenther, E., Patel, M. R., Hanslmeier, A. (2024). An experimental study of the biological impact of a superflare on the TRAPPIST-1 planets. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 535(2), 1616-1624.
- Abril-Melgarejo, V., James, B. L., Aloisi, A., Mingozi, M., Lebouteiller, V., Hernandez, S., Kumari, N. (2024). Mapping Multiphase Metals in Star-forming Galaxies: A Spatially Resolved UV+Optical Study of NGC 5253. *The Astrophysical Journal*, 973(2), 173.
- Akras, S., Aleman, I., Gonçalves, D. R., Ramos-Larios, G., Bouvis, K. (2024). [Fe II] 1.644 μm imaging survey of planetary nebulae with low-ionisation structures. *Astronomy & Astrophysics*, 689, A70.

- Booth, A. S., Walsh, C., Terwisscha van Scheltinga, J., van Dishoeck, E. F., Ilee, J. D., Hogerheijde, M. R., Kama, M., Nomura, H. (2021). An inherited complex organic molecule reservoir in a warm planet-hosting disk. *Nature Astronomy*, 5(7), 684-690.
- Cadena, S., Cerqueda-García, D., Uribe-Flores, M. M., Ramírez, S. I. (2024). Metagenomic profiling of halites from the Atacama Desert: an extreme environment with natural perchlorate does not promote high diversity of perchlorate reducing microorganisms. *Extremophiles*, 28(2), 25.
- Cernicharo, J., Agúndez, M., Cabezas, C., Marcelino, N., Tercero, B., Pardo, J. R., Fuentetaja, R., de Vicente, P. (2022). The QUIJOTE line survey of TMC-1. *EPJ Web of Conferences*, 265, 00041.
- Cronin, J. R. and Pizzarello, S. (1997). Enantiomeric Excesses in Meteoritic Amino Acids. *Science*, 275(5302), 951-955.
- Cuppen, H. M., Linnartz, H., Ioppolo, S. (2024). Laboratory and Computational Studies of Interstellar Ices. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 62(1), 243-286.
- Helou, G., van Dishoeck, E., Zmuidzinass, J., Bolatto, A., Cleeves, I., Dale, D., Motohara, K., Roche, P., Tacconi, L. (2024). Report of the Kavli-IAU Workshop on Global Coordination, “Probing the Universe from far-infrared to millimeter wavelengths: future facilities and their synergies.” arXiv:2409.07570 [astro-ph.IM]
- Kruczkiewicz, F., Dulieu, F., Ivlev, A. V., Caselli, P., Giuliano, B. M., Ceccarelli, C., Theulé, P. (2024). Comprehensive laboratory constraints on thermal desorption of interstellar ice analogues. *Astronomy & Astrophysics*, 686, A236.
- Martins-Franco, Y. and Menéndez-Delmestre, K. (2021). Starbursts versus active galactic nuclei: Studying astrochemistry of dusty galaxies. *Astronomische Nachrichten*, 342(1-2), 186-190.
- Mason, N. J. (2009). Europlanet: international facilities for planetary scientists. *Astronomy & Geophysics*, 50(3), 3.32-3.33.
- Méndez, A., Rivera-Valentín, E. G., Schulze-Makuch, D., Filiberto, J., Ramírez, R. M., Wood, T. E., Dávila, A., McKay, C., Ceballos, K. N. O., Jusino-Maldonado, M., Torres-Santiago, N. J., Nery, G., Heller, R., Byrne, P. K., Malaska, M. J., Nathan, E., Simões, M. F., Antunes, A., Martínez-Frías, J., . . . Haqq-Misra, J. (2021). Habitability Models for Astrobiology. *Astrobiology*, 21(8), 1017-1027.
- Méndez-Robayo, E. (2024). Chemical modeling of methanol as an extragalactic shock tracer. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/85957>
- Mendoza, E., Duronea, N., Ronsó, D., Corazza, L. C., van der Tak, F., Paron, S., Nyman, L.- (2021). Interrelations Between Astrochemistry and Galactic Dynamics. *Frontiers in Astronomy and Space Sciences*, 8. <https://doi.org/10.3389/fspas.2021.655450>
- Oliveira, R. R., Molpeceres, G., Montserrat, R., Fantuzzi, F., Rocha, A. B., Kästner, J. (2023). Gas-phase $C_{60}H_n^{+q}$ ($n = 0 - 4$, $q = 0,1$) fullerenes and fullerenes: spectroscopic simulations shed light on cosmic molecular structures. *Physical Chemistry Chemical Physics*, 25(37), 25746-25760.
- Puzzarini, C. and Barone, V. (2020). The challenging playground of astrochemistry: an integrated rotational spectroscopy – quantum chemistry strategy. *Phys. Chem. Chem. Phys.*, 22(12), 6507-6523.
- Quitián-Lara, H. M., Fantuzzi, F., Mason, N. J., Boechat-Roberty, H. M. (2023). Decoding the molecular complexity of the solar-type protostar NGC 1333 IRAS 4A. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 527(4), 10294-10308.
- Ramírez-Tannus, M. C., Bik, A., Cuijpers, L., Waters, R., Göppl, C., Henning, T., Kamp, I., Preibisch, T., Getman, K. V., Chaparro, G., Cuartas-Restrepo, P., de Koter, A., Feigelson, E. D., Grant, S. L., Haworth, T. J., Hernández, S., Kuhn, M. A., Perotti, G., Povich, M. S., . . . van Terwisga, S. E. (2023). XUE: Molecular Inventory in the Inner Region of an Extremely Irradiated Protoplanetary Disk. *Astrophysical Journal Letters*, 958(2), L30.
- Santos, J. C., Fantuzzi, F., Quitián-Lara, H. M., Martins-Franco, Y., Menéndez-Delmestre, K., Boechat-Roberty, H. M., Oliveira, R. R. (2022). Multiply charged naphthalene and its $C_{10}H_8$ isomers: bonding, spectroscopy, and implications in AGN environments. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 512(4), 4669-4682.
- Tielens, A. G. G. M. (2013). The molecular universe. *Review of Modern Physics*, 85(3), 1021-1081.
- Tsuge, M., Molpeceres, G., Aikawa, Y., Watanabe, N. (2023). Surface diffusion of carbon atoms as a driver of interstellar organic chemistry. *Nature Astronomy*, 7(11), 1351-1358.
- van der Marel, N., van Dishoeck, E. F., Bruderer, S., Birnstiel, T., Pinilla, P., Dullemond, C. P., van Kempen, T. A., Schmalzl, M., Brown, J. M., Herczeg, G. J., Mathews, G. S., Geers, V. (2013). A Major Asymmetric Dust Trap in a Transition Disk. *Science*, 340(6137), 1199-1202.

Assay/Ensayo

The artistic view of a botanist-ecologist on the landscape and flora of the Colombian páramo region

La visión artística de un botánico-ecólogo sobre el paisaje y la flora del páramo colombiano

Abstract

Antoine Cleef studied the vegetation of the Colombian and Ecuadorian páramo for four decades. After a brain haemorrhage in December 2018, he lost his speech and his ability to write. He learned to paint with his left hand. Photographs from his fieldwork in the páramo on A4-size now inspire his watercolour paintings. With the precision he illustrated plants and vegetation in the past, and the current artistic freedom in intensifying and changing colours, his images increase the beauty of the Colombian páramo. Enchanting landscapes are brilliant, cloudy, sunny, and nightly, reflecting unprecedented images of the Colombian páramo. Besides being a vegetation scientist, surprisingly, Antoine Cleef has shown to be a talented painter.

Keywords: Alpine belt; Andes; Colombia; Elevation; Landscapes; Páramo; Treeline; Vegetation; Watercolour.

Resumen

Antoine Cleef estudió la vegetación del páramo colombiano y ecuatoriano durante cuatro décadas. Tras una hemorragia cerebral en diciembre de 2018 perdió el habla, así como la capacidad de escribir. Aprendió a pintar con la mano izquierda. Las fotografías de su trabajo de campo en el páramo en tamaño A4 le sirven ahora de inspiración para sus cuadros en acuarela. Con la precisión con la que ilustró las plantas y la vegetación en el pasado, y la libertad artística actual a la hora de intensificar y cambiar los colores, sus imágenes han sabido acrecentar la belleza del páramo colombiano. Paisajes encantadores, brillantes, nublados, soleados y nocturnos, reflejan imágenes inéditas del páramo colombiano. Aparte de ser un científico de la vegetación, sorprendentemente, Antoine Cleef ha demostrado ser un pintor de talento.

Palabras clave: Cinturón alpino; Andes; Colombia; Elevación; Paisajes; Páramo; Arbolado; Vegetación; Acuarelas.

Introduction

Plants growing above the treeline suffer harsh conditions (Birks, 2021). Daily night frost, intense UV radiation, mechanical damage of rock debris, and poor plant growth conditions make the tropical alpine biome special. The cycle of winter and summer seasons occurs within 24 hours. In the northern Andes páramo, above the treeline, vegetation extends from ca. 3200 m to the snowline at ca. 5000 m (Cleef, 1981; Cuatrecasas, 1958; Flantua *et al.*, 2019; Mavarez, 2021; Luteyn, 1999; Rangel Ch, 2018). The most characteristic páramo vegetation in Colombia is the Espeletiinae woody stem rosettes. Páramos can be very cloudy but holes in the cloud cover may open windows that offer a view of a tiny part of the vegetation. Almost touching the clouds, the tall stem rosettes evoke monks (*frailes* in Spanish) assembled in circles, which explains their local name: *frailejones*. These iconic plants of woody stems show a variety in height, from sessile stem rosettes reaching some 50 cm to man-sized plants of ca. 1.5 to 2 m tall (most of the species) and species reaching ca. 5 to 6 m such as *Espeletia uribei*. Stem rosettes have been the object of debate concerning

the treeline elevational position (Cuatrecasas, 1934) as ‘woody stem’ and ‘man-sized’ are used to define trees (Körner, 1999). However, the growth form of these iconic stem rosettes sets them apart from trees (Körner, 2021), therefore, the páramo was accepted as a tropical alpine biome positioned above the treeline (upper forest line) and reaching up to the perennial snowline.

Antoine Cleef (1941) is a tropical vegetation ecologist who studied at Utrecht University and led an academic career at Amsterdam and Wageningen universities. His doctoral thesis (Cleef, 1981) included a thorough analysis of the páramo vegetation of the Colombian cordillera Oriental. Henry Hooghiemstra (1948) is a palynologist and paleoecologist at the University of Amsterdam; he studied the history of the páramo vegetation during the Quaternary (Hooghiemstra, 1984), a geological period characterized by ice ages, under the supervision of Thomas van der Hammen (1924-2010) (Hooghiemstra, 2024a). In the 1940s, Frans Florschütz (1887-1965), Thomas’ supervisor at Leiden University, changed the focus of international palynological studies in Latin America to serve the oil industry (Hooghiemstra & Richards, 2022). Thomas van der Hammen was the initiator of palynological studies into the area of Latin America, especially in Colombia. He unveiled the histories of many Colombian ecosystems and promoted the study of the modern páramo vegetation. Most importantly, Van der Hammen integrated many disciplines, including geology, ecology, soil science, climatology, vegetation studies, and paleoecology, advancing notably in understanding how these disciplines relate to each other. He was among the first geo-ecologists of the 20th century (Correal-Urrego, 1983; Fondo FEN Colombia, 1995; Hooghiemstra, 2024a, 2024b, 2024c; Hooghiemstra *et al.*, 2010; Rangel-Ch., 2010; Van der Hammen-Malo, 2016).

Antoine Cleef suffered a brain hemorrhage in December 2018. He lost his speech and fine motor skills in his right hand, so he taught himself to paint with his left hand (Figure 1). Since 2020, he has painted over sixty watercolours of the páramo vegetation where the



Figure 1. Antoine Cleef painting in the art studio of the Jan Ligthartcentrum in Bussum (Netherlands). Photograph: Henry Hooghiemstra

geomorphology of the high Andes and the people who live there are central. The giant stem rosettes from the Colombian páramo belong to the Espeletiinae group with eight genera (Díazgranados & Barber, 2017; Mavarez, 2021). The páramo biome experienced a fast evolution during the last one million years (Madríñan *et al.*, 2013). The diversity of plant habitus and the scenic places where they grow give endless inspiration to the painter. Nico Bierlaagh, from the Jan Ligthart Art-Studio in Bussum, characterized Antoine's skills as follows: *Art starts where reality is ending, an expression which applies to the watercolours of Antoine. In his own way he translates the photographs he made in the past in a very personal idiom: he simplifies the forms and intensifies the colours. In this way, unique landscapes arise*" (Cleef, 2023).

José Cuatrecasas (Cuatrecasas, 1948) published an impressive mural-sized photograph showing the páramo vegetation and landscape, but Antoine Cleef's images are unprecedented expressions of the beauty of the páramo (Plates 1 to 6). By intensifying and changing colours, he has highlighted the enchanting páramo landscapes (Figure 2). Painting *Polylepis* trees in blue, greening the landscape of the yellowish páramo grass, and enlightening the colours of geological formations outcrops, he has managed to show the páramo landscapes as illustrations for a fairytale.



Plate 1. Left: #01 'Beauty' (*Espeletia*) [18x25 cm]; Middle: #57 'Pentacalia pink flowers' [24x30 cm]; Right: #05 'Indigena' [24.5x34 cm]. Numbers refer to the collection of scans archived by H. Hooghiemstra.



Plate 2. Top: #12a 'Espeletia meadow' [24x32 cm]; Bottom: #23 'Páramo at night' [19.5x28.5 cm]



Plate 3. Top: #32 '*Polylepis* forest in blue' [21x30 cm]; Middle: #41 'Campesino on horseback' [24x32 cm]; Bottom: #45 'Open vegetation at 1100 m elevation in the Chicamocha Valley' [24x30 cm]



Plate 4. Top: #46 'Frailejones on the rocks' *Espeletia cleefii* [24x32 cm]; Middle: #48 'Distichia cushions' [24x30 cm]; Bottom: #53 'Páramo in blue' [24x30 cm]



Plate 5. Top: #55 Frailejón (*Espeletia barclayana*) [19x30 cm]; Middle: #59 'Woody stem Espeletia' (*Espeletia* sp.) [30x24 cm]; Bottom: #60 '*Paepalanthus alpinus*' [30x21 cm]



Plate 6. Top: #28 'Páramo in orangeblue' [24x32 cm]; Middle: #64 'Abiotic superpáramo Cocuy' [30x23.9 cm]; Bottom: #63 'Mieke Cleef reading in the páramo' [29.9x23.9 cm]

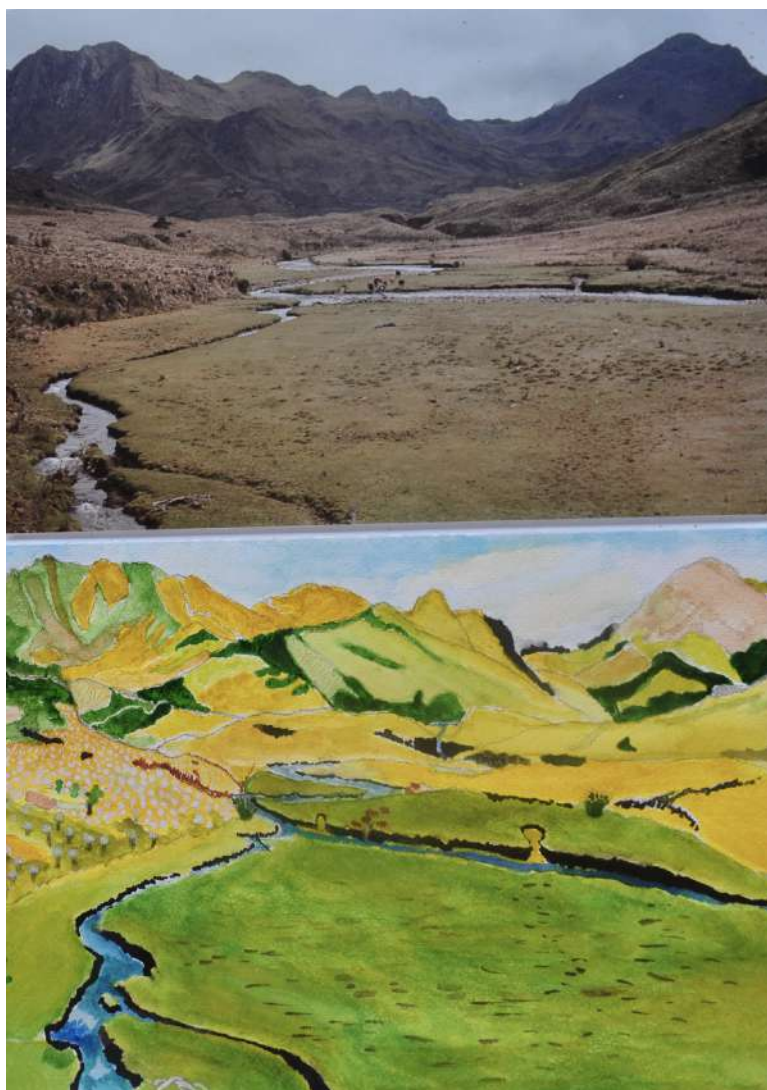


Figure 2. Example of a photograph of a páramo landscape and Antoine's artistic interpretation. Photograph: H. Hooghiemstra

These unique paintings, based on reality but transformed by Antoine into enchanting landscapes, justify this paper. Here, we present only a selection of his watercolours disseminate Antoine Cleef's images of the páramo based on his careful observation merged with his artful ability and his love for high mountain nature.

A selection of watercolours

Antoine painted his watercolours starting in 2019. The sequence is unknown as they were not dated. However, part of the chronology can be inferred from their scanning dates: numbers 1 to 39 were scanned in 2022, numbers 40 to 56 in 2024, and numbers 57 to 64 in 2025. Originals were given as presents, so the 300 dpi, 600 dpi, and 1200 dpi scans constitute the most complete collection. Names were given by Hooghiemstra for their exhibit at the *Congreso Latinoamericano 'Ecología y conservación de ecosistemas altoandinos'*, held in July-August 2024 in Quito, Ecuador. Most of the watercolours are in A4 size (21 x 29.5 cm), although some are slightly larger. In these cases, the scanning has been adjusted to the A-4 size.

Retrospect

Two persons inspired Antoine Cleef (1941) to study natural environments: Johannes Bernardus (Bernard) Bernink (1878-1954) and his Natural History Museum in Denekamp (Netherlands), and professor Thomas van der Hammen (1924-2010) from the University of Amsterdam Hugo de Vries laboratory. The illustrations in his PhD thesis (Cleef, 1981) already showed his skills in drawing, which somehow awakened and further developed after his brain hemorrhage. The first publication of his watercolours (Cleef, 2023) was a book of very limited edition. Catalina Giraldo-Pastrana, director of the documentary 'Sky Islands', which explains the high biodiversity of the páramo flora (Giraldo-Pastrana *et al.*, 2019) wrote in 2025: *Beautiful emotions are conveyed through Antoine's watercolour paintings. The book speaks directly to my heart and inspires beautiful dreams, as I feel engaged and connected to him through his paintings.* Antoine's creativity merges careful science and unconditional art, a combination that deserves a wider distribution. The text of the book was written by Henry Hooghiemstra and read and commented on by Antoine, who agreed to publish the final draft (Cleef, 2023).

Antoine was very keen on the well-known Spanish expression '*Nadie sabe para quien trabaja*' ('Nobody knows who he works for') and, indeed, the large collection of plants he assembled in his numerous botanical expeditions and scientific publications has found its way to the next generation of scientists through his watercolours. Perhaps it is time to bring them together for an exhibit in Bogotá, or for publishing a book.

Acknowledgements

AMC thanks the Jan Ligthartcentrum in Bussum (The Netherlands) for inviting him to paint there three times a week in the art studio. We thank Nico Bierlaagh (Jan Ligthartcentrum, Bussum) for his stimulating interest in the person and artistic skills of Antoine Cleef. HH thanks the Institute for Biodiversity and Ecosystem Dynamics, University of Amsterdam, for their continuous logistical support. We thank an anonymous reviewer for constructive suggestions to improve an earlier draft of this paper.

✉ Antoine M. Cleef, ✉ Henry Hooghiemstra

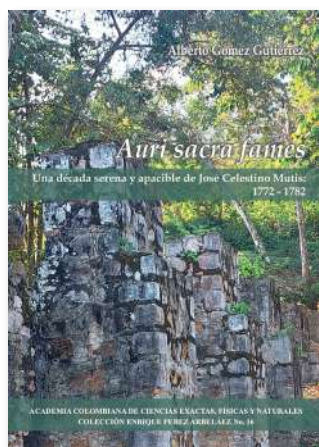
Institute for Biodiversity and Ecosystem Dynamics, University of Amsterdam, Amsterdam, The Netherlands

References

- Birks, H.J.B. (2021). High-elevation limits and the ecology high-elevation vascular plants: legacies from Alexander von Humboldt. *Frontiers of Biogeography*, 13(3), e53226. <https://doi.org/10.21425/F5FBG.53226>
- Cleef, A.M. (1981). The vegetation of the páramos of the Colombian Cordillera Oriental. PhD thesis, Utrecht University, Dissertationes Botanicae (Cramer Verlag) 61.
- Cleef, A.M. (2023). Antoine Cleef's view on the páramo in watercolour - Antoine Cleef's kijk op de páramo in aquarellen. Van Rosmalen & Schenk, Amsterdam & Probook.
- Correal-Urrego, G. (1983). Homenaje al Doctor Thomas van der Hammen. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, 15(58), 7-12.
- Cuatrecasas, J. (1934). Observaciones geobotánicas en Colombia. Trabajos del Museo Nacional de Ciencias Naturales de Madrid, Junta para la Ampliación de Estudios e Investigaciones Científicas. Série Botánica, 27.
- Cuatrecasas, J. (1948). New mural shows plant life of Colombian's high Andes. *Chicago Natural History Museum*, 19(3), 1-2.
- Cuatrecasas, J. (1958). Aspectos de la vegetación natural de Colombia. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, 10(40), 221-268.
- Diazgranados, M. & Barber, J.C. (2017). Geography shapes the phylogeny of frailejones (Espeletiinae Cuatrec., Asteraceae): a remarkable example of recent rapid radiation in sky islands. *Peer Journal* 5:e2968. <https://doi.org/10.7717/peerj.2968>
- FEN Colombia (1995). Thomas van der Hammen; premio a la vida y obra 1995. Fondo FEN Colombia.

- Flantua, S.G.A., O'Dea, A., Onstein, R., Giraldo, C., Hooghiemstra, H.** (2019). The flickering connectivity system of the north Andean páramos. *Journal of Biogeography*, 46(8), 1808-1825. <https://doi.org/10.1111/jbi.13607>
- Giraldo-Pastrana, C., Flantua, S., Hooghiemstra, H.** (2019). *Sky Islands, a time travel through the Andes* [Video online]. Willem de Kooning Academy (Rotterdam) & the Institute for Biodiversity and Ecosystem Dynamics (IBED) of the University of Amsterdam; Hugo de Vries Foundation. <https://www.youtube.com/watch?v=OWQOVLckL-g> (English version) <https://www.youtube.com/watch?v=7UbikbP1J6U> (Spanish version).
- Hooghiemstra, H.** (1984). Vegetational and climatic history of the high plain of Bogotá, Colombia. *Dissertationes Botanicae* (J. Cramer) 79.
- Hooghiemstra, H.** (2021). A life dedicated to the classification of Neotropical plant communities: a tribute to Antoine M. Cleef. *Phytocoenologia* 51, 1-18, <https://doi.org/10.1127/phyto/2021/0387>
- Hooghiemstra, H.** (2024a). Celebrating Thomas van der Hammen's 100th anniversary: contributions of an explorer palynologist to neotropical paleoecology. *Palynology*, 48(4), 2355811; <https://doi.org/10.1080/01916122.2024.2355811>
- Hooghiemstra, H.** (2024b). Thomas van der Hammen; the discovery of the tropical past. Simposio de Cambio Climático, Paleoclima y Biodiversidad - Celebración del Centenario de Thomas van der Hammen, Servicio Geológico de Colombia, Instituto de Ciencias Naturales.
- Hooghiemstra, H.** (2024c). Thomas van der Hammen's Humboldtian traits; dedicated to palynological exploration and nature. Simposio de Cambio Climático, Paleoclima y Biodiversidad - Celebración del Centenario de Thomas van der Hammen, Servicio Geológico de Colombia, Instituto de Ciencias Naturales, Bogotá, Colombia,
- Hooghiemstra, H., Van Geel, B., Cleef, A.M.** (2010). Obituary Prof. dr. Thomas van der Hammen (1924-2010). *Review of Palaeobotany and Palynology*, 162, 116-118.
- Hooghiemstra, H. & Richards, K.** (2022). Frans Florschütz as founding father of pollen analysis in the Netherlands and expansion of palynology into the tropics. *Grana*, 61(4), 1-15. <https://doi.org/10.1080/00173134.2022.2089226>.
- Körner, C.** (1999). *Alpine plant life. Functional plant ecology of high mountains ecosystems*. Springer.
- Körner, C.** (2021). *Alpine plant life. Functional plant ecology of high mountains ecosystems* (3rd edition). Springer.
- Lutey, J.L.** (1999). Páramos; a checklist of plant diversity, geographical distribution, and botanical literature. *Memoirs of The New York Botanical Garden*, 84.
- Madriñán, S., Cortés, A.J., Chardson, J.E.** (2013). Páramo is the world's fastest evolving and coolest biodiversity hotspot. *Frontiers in Genetics*, 4, 192, doi: <https://doi.org/10.3389/fgene.2013.00192>.
- Mavarez, J.** (2021). A taxonomic revision of *Espeletia* (Asteraceae). III. Updated list of taxa, nomenclature, and conservation status in the Colombian radiation. *Harvard Papers in Botany*, 26(1), 131-157. <https://doi.org/10.3100/hpib.v26iss1.2021.n9>
- Rangel-Ch., J.O.** (2010). Thomas van der Hammen; el adiós a nuestro maestro. *Caldasia*, 32(1), 1-2.
- Rangel-Ch., J.O.** (2018). Colombia Diversidad Biótica XVI. Patrones de riqueza y de diversidad de las plantas con flores en el bioma de páramo. Universidad Nacional de Colombia, Instituto de Ciencias Naturales. 370 pp. Bogotá, D.C).
- Van der Hammen-Malo, C.** (2016). *Una vida vivida; memorias de Thomas van der Hammen*. Instituto Caro y Cuervo, Instituto Colombiano de Antropología e Historia.

Comentario bibliográfico



Título: El título en latín de la obra, *Auri sacra fames* [las sagradas hambres de oro], fue seleccionado por el autor para caracterizar la “nueva empresa en busca del Dorado” de José Celestino Mutis en el año 1772, como lo hizo previamente, en 1954, el botánico Enrique Pérez Arbeláez en su Introducción al primer tomo de la *Flora de la Real Expedición Botánica del Nuevo Reino de Granada* (Madrid: Ediciones Cultura Hispánica, p. 60).

Imagen de la portada: Ruinas del Real de Minas de Nuestra Señora del Rosario (detalle del acueducto) al suroriente de Ibagué, departamento del Tolima, Colombia

Auri sacra fames. Una década serena y apacible de José Celestino Mutis: 1772 - 1782

*El día se compone de sus momentos de silencio.
Lo demás es tiempo perdido.*
Nicolás Gómez Dávila

Introducción

La obra *Auri Sacra Fames, una década serena y apacible de José Celestino Mutis: 1772-1782*, publicada en 2024 con el apoyo de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales (en su colección Enrique Pérez Arbeláez para la historia de la ciencia), y de la Academia Nacional de Medicina de Colombia, la Academia Colombiana de Historia, la Academia Colombiana de la Lengua y la Comisión Mutis, aborda la deambulación menos atendida de José Celestino Mutis hasta la fecha en su periodo neogranadino entre 1760 —año de su llegada a América— y 1808 —año de su muerte en Santafé—, en la década inmediatamente anterior a la aprobación e implementación de la Real Expedición Botánica del Nuevo Reino de Granada.

Vida y obra de José Celestino Mutis

Decenas de autores se han concentrado en las realizaciones del gaditano en el curso de su expedición neogranadina, y algunos han tratado sobre su formación y desarrollo entre 1732 —año de su nacimiento en Cádiz— y 1760, cuando Pedro Messía de la Cerda (1700-1783) lo vinculó como su médico de cabecera en el virreinato que le había sido asignado¹. El autor de esta nueva obra historiográfica ha tratado previamente sobre los pormenores de la vida y obra de Mutis con énfasis en la década de 1760 a 1770, en obras colectivas que van desde *A impulsos de una rara resolución: el viaje de José Celestino Mutis al Nuevo Reino de Granada 1760-1763* (2010), hasta *La extrema sutileza de don Jayme Navarro: Fuentes para la historia de la vida y obra del compañero de viaje de José Celestino Mutis en el Nuevo Reino de Granada: 1760-1775* (2022), pasando por la trilogía de *Medicina Científica Mutisiana* (2008), *Filosofía Natural Mutisiana* (2009) y *Academia Mutisiana* (2011)².

Una década olvidada

Al dejar sentadas las bases y las fuentes que permiten comprender la primera década de su residencia en el territorio neogranadino, la presente obra se concentra en la segunda década, que se registra operativamente entre los años extremos de 1772 y 1782, por cuanto en esta

¹ Para una relación de los trabajos publicados en torno a la vida y obra de Mutis, véase: Gómez Gutiérrez, A. *Aproximación a una bibliografía mutisiana*. Bogotá: Universidad Minuto de Dios, 2023, https://portalweb-uniminuto.s3.amazonaws.com/activos_digitales/Comision_Mutis/Publicaciones/Aproximacion_Bibliografias_Mutisianas.pdf

² Bernal Villegas, J. E. y Gómez Gutiérrez, A. *A impulsos de una rara resolución: el viaje de José Celestino Mutis al Nuevo Reino de Granada 1760-1763*. Bogotá: Pontificia Universidad Javeriana – Universidad del Rosario, 2010; Gómez Gutiérrez, A. y Bernal Villegas, J. E. *La extrema sutileza de don Jayme Navarro: Fuentes para la historia de la vida y obra del compañero de viaje de José Celestino Mutis en el Nuevo Reino de Granada: 1760-1775*. Bogotá: Academia Colombiana de Historia – Universidad del Sinú, 2022; Bernal Villegas, J. E. y Gómez Gutiérrez, A. *Medicina Científica Mutisiana*. Bogotá: Pontificia Universidad Javeriana – Academia Nacional de Medicina de Colombia, 2008; Ortiz Valdivieso, P., Gómez Gutiérrez, A. y Bernal Villegas, J. E. *Filosofía Natural Mutisiana*. Bogotá: Pontificia Universidad Javeriana, 2009; Gómez Gutiérrez, A., Uribe Ángel, J. T., Ortiz Valdivieso, P. y Bernal Villegas, J. E. *Academia Mutisiana*. Bogotá: Pontificia Universidad Javeriana – Academia Nacional de Medicina de Colombia, 2011.

se dio una transformación crucial del gaditano que hizo decantar en él una dimensión particular: de médico, botánico, matemático, astrónomo y minero, pasó a ser meteorólogo, zoólogo y sacerdote. En conjunto ocho personalidades en una, además de la que se podría postular como su novena dimensión, por la que ha sobresalido en la historia el arte y la ciencia: la ilustración botánica.

Una de estas nueve facetas principales en su personalidad, la de “sacerdote de Dios”, sería calificada de complementaria a la de “sacerdote de la naturaleza” por Francisco José de Caldas en su obituario en 1808. Recientemente, otro sacerdote multifacético, el Padre Diego Jaramillo Cuartas, CJM, publicó la obra que lleva justamente ese título *José Celestino Mutis, sacerdote de Dios y de la naturaleza* (2023)³, sustentando con pleno conocimiento disciplinar que la inclinación sacerdotal de Mutis venía incubándose de tiempo atrás, y se resolvió ordenadamente, siguiendo el complejo protocolo que era corriente en el siglo XVIII: no fue una decisión de la noche a la mañana con fines pragmáticos, como se ha pretendido hasta la fecha.

Pero ¿qué pasaba en el día a día entre 1770, fecha del regreso de Mutis a Santafé proveniente de las minas de la Montuosa en el nororiente de lo que hoy es Colombia⁴, y 1772, el año de su ordenación sacerdotal? La verdad, no era fácil saberlo puesto que los epistolarios publicados por Guillermo Hernández de Alba⁵ contienen muy pocas referencias a este periodo, y prácticamente ninguna relativa a su dimensión mística y teológica.

Tampoco es fácil saber qué sucedía mañana y tarde entre 1772 y 1782, aunque este mismo historiador publicó en sus diarios de observaciones cerca de 300 páginas⁶ correspondientes al diario de Mutis entre 1777 y 1782. Estas páginas, que se incluyen en esta nueva obra transcritas y comentadas, han sido generalmente desatendidas al concentrar prácticamente todas las relaciones históricas asociadas a Mutis en la Real Expedición Botánica, que llegó a dirigir a partir de 1783, con la notable excepción de dos trabajos historiográficos sobre la zoología mutisiana⁷ —uno español y uno colombiano—, y un muy completo estudio de los vínculos de Mutis con los naturalistas suecos⁸ desde los años 60 del siglo XVIII. En este último se registraron rigurosamente todos y cada uno de los especímenes biológicos descritos u observados por Mutis entre 1761 y 1808, y allí se reportan 72 descripciones y 21 observaciones botánicas asociadas al periodo de residencia en el cerro del Sapo, entre el mes de enero⁹ de 1777 y el año de 1782, y, en una sección subsiguiente, un total de 33 aves remitidas a Suecia y España¹⁰.

³ Jaramillo Cuartas, D. *José Celestino Mutis, sacerdote de Dios y de la naturaleza*. Bogotá: Comisión Mutis – Uniminuto, 2023, https://portalweb-uniminuto.s3.amazonaws.com/activos_digitales/Comision_Mutis/Publicaciones/Jose_Celestino_Mutis_sacerdote.pdf

⁴ Para una revisión de la tradición colonial del laboreo de estas minas, véase: Pérez Riaño, P.F. “La minería colonial en el páramo de Santurbán, el caso de las Montuosas, Vetas y Páramo Rico”. *Boletín de Historia y Antigüedades* 2014; CI (859): 517-573.

⁵ Hernández de Alba, G. (ed.). *Archivo epistolar del sabio naturalista don José Celestino Mutis*. Bogotá: Instituto Colombiano de Cultura Hispánica, 1983, tomos I-IV, <https://bibdigital.rjb.csic.es/viewer/12149/#page=155&viewer=picture&o=bookmarks&n=0&q=>

⁶ Son, en total, 286 páginas con algunas portadillas interiores e ilustraciones. Véase: Hernández de Alba, G. (ed.). *Diario de observaciones de José Celestino Mutis (1760-1790)*. Bogotá: Instituto Colombiano de Cultura Hispánica, 1957, tomo I, pp. 185-469, <https://bibdigital.rjb.csic.es/viewer/16236/?offset=#page=229&viewer=picture&o=bookmark&n=0&q=>

⁷ Blanco Villero, J. M. “Mutis y la Zoología”. *Anales de la Real Academia de Medicina y Cirugía de Cádiz – Segunda época* – 2008; 1 (1): 11-37, <https://bibdigital.rjb.csic.es/viewer/1526027/?offset=#page=1&viewer=picture&o=bookmarks&n=0&q=>; Amat García, G. y H. D. Agudelo Zamora. “Las tareas zoológicas de la Real Expedición Botánica del Nuevo Reino de Granada (1783-1816)”. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales* 2020; 44 (170): 194-213, <https://raccefyn.co/index.php/raccefyn/article/view/1016/2707>

⁸ Amaya, J. A. Mutis, *Apóstol de Linneo: historia de la botánica en el virreinato de la Nueva Granada (1760-1783)*. Bogotá: ICANH, 2005. 2 vols.

⁹ *Ibidem*, p. 19. Mutis aparece ya firmando sus cartas desde las “Minas de Ibagué” y el “Real de Minas en el Cerro del Sapo” a dos de sus contactos suecos, Carl Linneo y Hans Jakob Gahn, el 8 y 9 de febrero de 1777 respectivamente.

¹⁰ *Ibidem*: <https://bibdigital.rjb.csic.es/viewer/12149/#page=155&viewer=picture&o=bookmarks&n=0&q=>

Sacerdocio y zoología, entonces, en esta década, pero también meteorología. Tres “nuevas” facetas de Mutis, siempre en torno a la medicina, la botánica, la matemática, la astronomía y la minería. Y esta última dimensión fue, precisamente, la que lo llevó a un lugar aún hoy en día muy apartado en las estribaciones de la cordillera central sobre el valle del río Magdalena, el mencionado cerro del Sapo, en donde se había establecido años atrás una explotación que Mutis quiso atender con Pedro de Ugarte (1726-1792), principalmente, cuando ya el virrey Messía de la Cerda había regresado a la España peninsular, y el sutil Jaime Navarro (c1735-c1800), su exsocio minero y compañero de viaje y materia médica desde Madrid hasta la Montuosa, andaba de gobernador en el río Atrato, en lo que hoy es el Chocó, en la vertiente occidental de la cordillera Occidental.

Mutis había viajado ya de Santafé al valle del río Magdalena por el valle de Tena, y había llegado una vez más hasta Honda en esos días, más de 11 años después de haber arribado por primera vez a este puerto fluvial. Así se constata en uno de los tres documentos inéditos que se incluyen en la presente obra, con sus mediciones atmosféricas en los meses de enero y febrero de 1772 entre Santafé y el Real de Minas del cerro del Sapo, cerca de Ibagué. Gracias a estos documentos, se puede confirmar que Mutis había tenido ya la oportunidad de viajar a este Real de Minas en 1772, cinco años antes de instalarse allí por espacio de un lustro, entre 1777 y 1782: es este el periodo del cual se trata en la obra *Auri Sacra Fames*, en función de un muy especial manuscrito pleno de meteorología (**Figura 1**), hallado de manera inesperada por el autor en febrero de 2023 en el Gimnasio Moderno de Bogotá al acceder al fondo de manuscritos del archivo de Soledad Acosta de Samper (1833-1913), tía de José María Samper Brush (1869-1941) y Tomás Samper Brush (1871-1925), dos de los fundadores de esta institución en 1914 en compañía de Agustín Nieto Caballero (1889-1975), su propulsor.

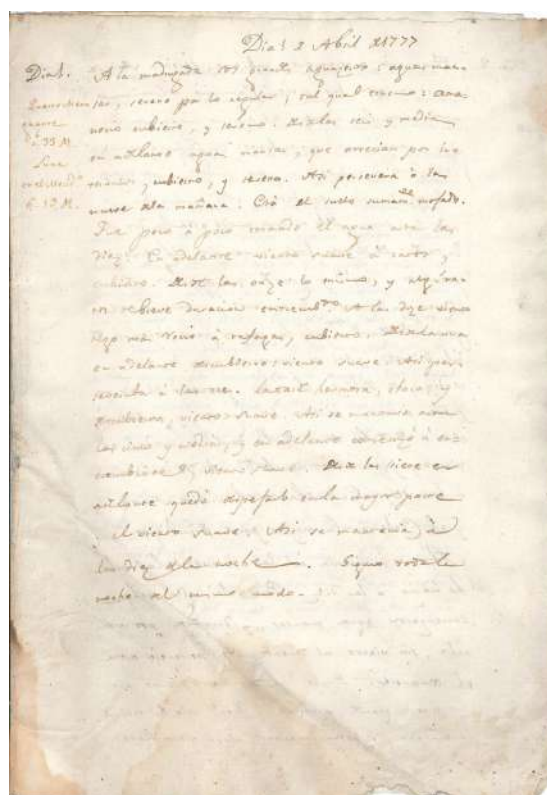


Figura 1. Observaciones meteorológicas de José Celestino Mutis. Real de Minas de Nuestra Señora del Rosario. Cerro del Sapo - Valle de San Juan, abril 1 a abril 7 de 1777. Archivo histórico del Gimnasio Moderno en Bogotá, Colombia (sin signatura).

Es evidente, por este manuscrito inédito del Fondo Acosta de Samper, que en el lustro que corrió de 1777 a 1782 Mutis se dedicó esencialmente a sus tareas naturalistas, referidas en detalle en el *Diario de observaciones* citado y transcrito en su totalidad en la presente obra. Pero también, y muy especialmente, a observar el cielo. Sus registros diarios del estado del tiempo con variables como viento (fuerte: ráfagas / recio—medio: fresco—suave), nubosidad (alta—media: entrecubierta—escasa—descubierta: clara), truenos (próximos—distantes; frecuentes—escasos; grandes—sordos), lluvia (intensa: paramón—media: aguas mansas—escasas), y muy particularmente el grado de “serenidad” del ambiente nocturno y, en un comienzo, la evolución diaria de la Luna en el meridiano. Todos estos dan cuenta de un carácter paciente y, diríamos, poético: de un carácter inclinado a la contemplación, al detalle. En medio de esta dedicada contemplación, se manifiesta también un espíritu positivista que intenta matematizar la naturaleza, sistematizarla. Ciencia, pero también estética: así se preparaba el gestor de las láminas más apreciadas entre todas las de las expediciones de los siglos XVIII y XIX.

Mutis vuelve a finales de 1782 a Santafé a ocuparse de la Expedición Botánica que lo haría pasar a la historia, dejando atrás un lugar, unos sonidos, unas especies, una naturaleza única: matices de una vida apacible que no volvería a tener, a cargo ya de una tropa cada vez más grande de aprendices y colaboradores en el dominio de las ciencias y las artes que lo proyectarían a la historia universal.

La obra que se reseña en estas páginas se abre con una Presentación escrita por Helena Groot de Restrepo, presidenta de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, seguida de una reflexión del poeta y ensayista William Ospina titulada “La vida como obra de Arte”, y se cierra con un Epílogo del historiador contemporáneo Daniel Gutiérrez Ardila. Además de estos textos liminares, el lector encontrará en el Anexo 1 una sesuda reflexión meteorológica del académico Joaquín Pelkowski Goebel, descrita por él mismo como “Conjeturas sobre algunas mediciones mutisianas en 1772”.

Conclusión

El escolio de Nicolás Gómez Dávila que abre esta reseña exalta la importancia del silencio, el aislamiento, la inspección callada y la introspección que vivió simultáneamente José Celestino Mutis en la década inmediatamente anterior a su entrega definitiva y colectiva en la Real Expedición Botánica del norte de Suramérica a finales del siglo XVIII y comienzos del XIX. Pero también exalta la importancia misma del silencio, del aislamiento, de la inspección callada y de la introspección, que se hacen hoy cada vez más necesarias en una sociedad hiperconectada que parece no dejar espacio, ni tiempo, para el individuo: una entidad que parecería hacer parte de un pasado cada vez más remoto y que se viene diluyendo más y más en identidades colectivas y superpuestas que horadan, que agujerean, la solidez y la eventual trascendencia de la persona. El modelo histórico de este gaditano, que vivió y murió hace más de dos siglos en estas tierras, puede convertirse en un recurso clave para resanar los agujeros, más y más hondos, de la persona contemporánea.

Alberto Gómez Gutiérrez

Ph. D. Miembro de número de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales

Comentario bibliográfico



La colección de libros del Banco de Occidente sobre la naturaleza colombiana

El largo proceso de evolución de la vida sobre la Tierra ha resultado en una inmensa variedad de seres vivos que, si bien se manifiesta en todos los rincones del planeta, lo hace más en unas regiones que en otras. Eso es así porque las oportunidades de la evolución para experimentar y poner a prueba nuevas estrategias de sobrevivencia y para reproducirlas exitosamente en el tiempo y el espacio, no han estado nunca distribuidas por igual en el planeta. Los procesos evolutivos y la dinámica propia de la geósfera, la hidrósfera y la atmósfera, relativamente independientes entre sí, han sido los principales factores determinantes de la magnitud que ha alcanzado la diversificación de la vida, ofreciendo las condiciones que propician la especiación en unos lugares más que en otros. Y fue en esta esquina noroccidental de Suramérica, en las latitudes que van del ecuador a los trópicos, allí donde se desprende un istmo que la conecta con Meso y Norteamérica, y separa el mar Caribe del océano Pacífico, donde las inmensas llanuras del Orinoco y el Amazonas se estrellan contra la portentosa cordillera de los Andes y donde ésta se divide en tres ramales no menos portentosos, separados por dos profundos valles, que se dieron las condiciones (orogenia andina, formación del istmo de Centroamérica, glaciaciones del Cuaternario, etc.) que favorecieron la especiación biológica, principalmente en el transcurso de los últimos 20 millones de años. En ese escenario privilegiado es donde se localiza el territorio que hoy llamamos Colombia.

Es así como Colombia, cuyo territorio abarca menos del 0,5 % de la superficie del planeta, es considerado el segundo país más biodiverso del mundo, superado solamente por Brasil, cuyo territorio es 7,5 veces más grande. A lo largo y ancho de la variada geografía del país se reconocen 86 ecosistemas generales y cerca de 8.000 específicos, que albergan infinidad de plantas y animales. Colombia ocupa el primer lugar del mundo en cantidad de especies de orquídeas, de heliconias y de aves, el segundo en plantas vasculares, bromelias, palmas, mariposas y anfibios y el sexto en reptiles y mamíferos.

Gran parte de la memoria de ese gran tesoro ha quedado plasmada en una extensa colección de libros de gran formato con un lenguaje sencillo y comprensible para el público general y complementado con fotografías e ilustraciones sobre las regiones, los ecosistemas y la fauna y flora que configuran la riqueza natural del país. Se trata de un encomiable esfuerzo que viene haciendo el Banco de Occidente desde hace ya más de 40 años, sin interrupción, para entregar a los colombianos una colección dedicada a mostrar y explicar los valores naturales de una región, un ecosistema o un grupo de animales o plantas del país. Cada libro de la colección implica una profunda investigación por parte de los autores a partir de la información documentada acerca de cada tema; asimismo, está la tarea no siempre fácil de sintetizar rigurosamente esa información en un lenguaje ameno y fácil de comprender, además de la certera escogencia de las mejores y más dicientes fotografías entre las miles obtenidas por un equipo de fotógrafos de naturaleza que han recorrido prácticamente todos los rincones del país captando en imágenes las maravillas y singularidades de sus paisajes y su naturaleza viva.

La magnitud de este esfuerzo del Banco de Occidente por divulgar los valores naturales del país se refleja en unas cifras que son únicas y sorprendentes en el ámbito editorial. Se trata de 41 títulos editados ininterrumpidamente desde 1984, lo que constituye prácticamente una enciclopedia sobre Colombia y su naturaleza. Esos 41 libros suman más de 8.500 páginas y alrededor de 7.000 fotografías a todo color, de los cuales se han impreso y distribuido cerca de un millón de ejemplares, cuyo peso sumado se acerca a las 2.000 toneladas. No sería fácil, por no decir imposible, encontrar una cantidad semejante de libros de gran formato de una misma colección, publicada por alguna empresa editorial o entidad privada o estatal, en toda la región de Latinoamérica y el Caribe.

Las directivas del Banco y los editores, siempre preocupados por que la producción de los libros se haga guardando el mayor respeto por los recursos naturales, ha empleado en todas las obras publicadas papeles y cartones elaborados con maderas renovables y, desde 2020, cuentan con el sello FSC que certifica y garantiza que el 100 % de esos materiales procede de bosques que son ambiental, social y económicamente bien gestionados. Asimismo, las tintas que se utilizan son elaboradas exclusivamente con pigmentos vegetales, libres de cobalto y otros contaminantes. Recientemente, con ocasión de la Conferencia de las Partes del Convenio de Biodiversidad (COP 16), llevada a cabo en Cali en octubre de 2024, el Banco de Occidente puso al alcance de todos la colección completa de libros publicados hasta ahora en formato PDF (ver al final enlace en internet para su descarga), con el fin de acercar la majestuosidad de la naturaleza del país a todos los colombianos.

En cuanto al concepto editorial, la colección cumple con un propósito especial: se trata de libros para leer, pero también para ver. Siempre se ha buscado el rigor científico de los textos, pero cuidando que sean fácilmente comprensibles y de lectura amena. Sin embargo, conscientes de que la mayoría de la gente se recrea más con las fotografías que leyendo los textos, cada libro ha sido diseñado para que el “lector perezoso”, o quien no disponga del tiempo requerido para leer los textos principales, quede suficientemente enterado del tema en cuestión con tan solo leer en secuencia los textos cortos de los pie de fotos que acompañan cada fotografía.

La colección, iniciada en 1984, está conformada por los siguientes 41 títulos: 1984, *La Sierra Nevada de Santa Marta*; 1985, *El Pacífico colombiano*; 1986, *Amazonia, naturaleza y cultura*; 1987, *Frontera superior de Colombia*; 1988, *Arrecifes del Caribe colombiano*; 1989, *Manglares de Colombia*; 1990, *Selva húmeda de Colombia*; 1991, *Bosque de niebla*

de Colombia; 1992, *Malpelo, isla oceánica de Colombia*; 1993, *Colombia, caminos del agua*; 1994, *Sabanas naturales de Colombia*; 1995, *Desiertos, zonas áridas y semiáridas de Colombia*; 1996, *Archipiélagos del Caribe colombiano*; 1997, *Volcanes de Colombia*; 1998, *Lagos y lagunas de Colombia*; 1999, *Sierras y serranías de Colombia*; 2000, *Colombia, universo submarino*; 2001, *Páramos de Colombia*; 2002, *Golfos y bahías de Colombia*; 2003, *Río Grande de La Magdalena, Colombia*; 2004, *Altiplanos de Colombia*; 2005, *La Orinoquia de Colombia*; 2006, *Bosque seco tropical, Colombia*; 2007, *Deltas y estuarios de Colombia*; 2008, *La Amazonia de Colombia*; 2009, *El Chocó biogeográfico de Colombia*; 2010, *Salto, cascadas y raudales de Colombia*; 2011, *Colombia, paraíso de animales viajeros*; 2012, *Ambientes extremos de Colombia*; 2013, *Cañones de Colombia*; 2014, *Región Caribe de Colombia*; 2015, *Colombia, naturaleza en riesgo*; 2016, *El Escudo Guayanés en Colombia*; 2017, *Microecosistemas de Colombia, biodiversidad en detalle*; 2018, *Región Andina de Colombia*; 2019, *Praderas submarinas de Colombia*; 2020, *Colombia territorio de biodiversidad*; 2021 *Bosques entre la tierra y el mar*; 2022, *Colombia reino de la aves*; 2023, *La Depresión Momposina, los ciclos del agua*, y 2024, *Alas que cuentan historias, mariposas de Colombia*. Todos ellos están disponibles para descargar gratuitamente en el enlace de internet <https://comunidadplanetaazul.com/ecolibros-naturaleza-de-colombia/>.

Juan Manuel Díaz Merlano, Dr. rer. nat.

Miembro Correspondiente de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales

In Memoriam



Foto cortesía de Cristian Benavides

María Eurídice Páramo Fonseca (31 de octubre de 1960–enero 4, 2025)

La Dra. María Eurídice Páramo-Fonseca, mentora y académica, falleció el 4 de enero de 2025. Reconocida por sus investigaciones sobre la fauna de vertebrados marinos del Cretácico de Colombia, su legado perdurará en las generaciones de estudiantes y colegas que la conocieron.

María Páramo inició su carrera en 1991, al obtener su título en Geología en la Universidad Nacional de Colombia, donde inició su investigación sobre fósiles del “horizonte principal de peces” del Cretácico Superior en Yaguará (Huila) bajo la dirección de Zulma Brandoni de Gasparini y Fernando Etayo-Serna. En 1997 obtuvo su doctorado en la Universidad de Poitiers (Francia) con la tesis titulada *Les Vertébrés marins du Turonien de la Vallée Supérieure du Magdalena, Colombie, Systématique, Paléoécologie et Paléobiogéographie* (Los vertebrados marinos del Turoniano del Valle Superior del Magdalena, Colombia, Sistemática, Paleoeología y Paleobiogeografía). Este trabajo pionero la consolidó como la primera mujer paleontóloga de vertebrados marinos en Colombia.

A lo largo de su carrera, la Dra. Páramo se desempeñó como directora del Museo Geológico Nacional José Royo y Gómez en Bogotá (1999-2005), desde donde apoyó la formación, curaduría y estudio de colecciones y exhibiciones paleontológicas en museos regionales en diversas localidades de Colombia. Asimismo, lideró la digitalización del catálogo de colecciones paleontológicas y mineralógicas del Museo Geológico Nacional.

En 2006 fue nombrada docente de planta en la Universidad Nacional de Colombia, donde trabajó hasta su jubilación en 2021, labor académica que continuó como docente adjunta *ad honorem* hasta su fallecimiento. La Dra. Páramo formó varias generaciones de geólogos(as) y paleontólogos(as) durante casi dos décadas. Su contribución a la educación de las ciencias de la tierra y la investigación en vertebrados fósiles fue fundamental para el desarrollo de la paleontología en el país, trabajando de la mano del profesor Fernando Etayo-Serna, reconocido geólogo y especialista en amonitas del Cretácico de Colombia.

La Dra. Páramo publicó más de 23 trabajos científicos, en su mayoría centrados en el estudio de los peces y reptiles marinos del Cretácico de Colombia. Entre sus logros más notables se encuentra la descripción taxonómica de nuevas especies fósiles y su participación en numerosos estudios colaborativos que han aportado a la comprensión de la paleofauna marina de vertebrados de Colombia. Sus publicaciones más influyentes incluyen la descripción de *Yaguarasaurus columbianus*, un mosasaurio del Turoniano del Valle Superior del Magdalena; el primer ictiosaurio colombiano, *Platypterygius sachicarum*, de la Formación Paja en Villa de Leiva; el primer dinosaurio colombiano, *Padillasaurus leivaensis*, también de Villa de Leiva; su trabajo sobre los plesiosaurios *Sachicasaurus vitae*, *Stenorhynchosaurus munozi* y *Leivanectes bernardoi*, así como el estudio de los peces del Cretácico de Colombia, por ejemplo *Bachea huilensis* y *Candellarhynchus padillai*, el primer pez percérido fósil de Colombia. Estos estudios han sido cruciales para el entendimiento de la fauna marina fósil de nuestro país (una lista de sus contribuciones destacadas se encuentra al final de este artículo).



La Dra. María Páramo en la excavación de vertebrados fósiles cerca de Villa de Leiva en 2009. De izquierda a derecha: Carlos Bernardo Padilla Bernal (miembro fundador del CIP), Dra. María Páramo, Mary Luz Parra-Ruge y colaborador local. Fotografía cortesía del archivo del Centro de Investigaciones Paleontológicas (CIP).

La Dra. Páramo también fue uno de los miembros fundadores de la Fundación Colombiana de Geobiología y trabajó estrechamente con el Centro de Investigaciones Paleontológicas de Villa de Leiva, colaborando en el estudio de importantes fósiles de esta colección. Desde el Museo Geológico Nacional José Royo y Gómez y la Universidad Nacional lideró la excavación y recuperación de valioso material científico en áreas de Sáchica, Villa de Leiva, Pubenza y Coello, entre muchos otros pueblos y regiones de Colombia.

Como educadora y mentora influenció a sus estudiantes de pregrado y postgrado. Algunos la recuerdan por su filosofía sobre la importancia de contribuir a las revistas científicas colombianas en español y por su énfasis en las descripciones anatómicas detalladas y la correcta datación y posicionamiento estratigráfico de los yacimientos de vertebrados fósiles. Siempre se destacó por su apoyo a iniciativas de conservación y recuperación del patrimonio paleontológico de Colombia.

La Dra. María Páramo fue sin duda una gran influencia en la Paleontología de vertebrados colombiana y del norte de Suramérica. La comunidad científica y académica en Colombia lamenta su partida, pero celebra su legado y sus aportes al conocimiento sobre el pasado natural de nuestro país.

Publicaciones

Posición sistemática de un reptil marino con base en los restos fósiles encontrados en capas del Cretácico superior en Yaguará (Huila). Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.

Platypterygius sachicarum (Reptilia, Ichthyosauria) nueva especie del Cretácico de Colombia. Revista Ingeominas.

Bachea huilensis nov. gen., nov. sp., premier Tselfatioidei (Teleostei) de Colombie. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences - Series IIA - Earth and Planetary Science. DOI: 10.1016/S1251-8050(97)83976-6.

- Los peces de la familia Pachyrhizodontidae (Teleostei) del Turoniano del Valle Superior del Magdalena. Boletín Geológico. DOI: 10.32685/0120-1425/bolgeol39.1-3.2001.190.
- Mosasauroids from Colombia. Bulletin de la Société Géologique de France. DOI: 10.2113/gssgfbull.183.2.103.
- Eonatator coellensis* nov. sp. (Squamata: Mosasauridae), nueva especie del Cretácico superior de Colombia. Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. DOI: 10.18257/raccefyn.31.
- Estado actual del conocimiento de los reptiles marinos cretácicos de Colombia. Publicación Electrónica de la Asociación Paleontológica Argentina. DOI: <https://doi.org/10.5710/PEAPA.12.06.2015.98>.
- Yaguarasaurus columbianus* (Reptilia, Mosasauridae), a primitive mosasaur from the Turonian (upper cretaceous) of Colombia. Historical Biology. DOI: 10.1080/10292380009380560.
- The first late Pleistocene record of *Kinosternon* (Cryptodira: Kinosternidae) turtles for Northern South America, Pubenza Locality, Colombia. South American Journal of Herpetology.
- New material of *Chelus colombiana* (Testudines; Pleurodira) from the Lower Miocene of Colombia. Journal of Vertebrate Paleontology.
- Restos mandibulares de mastodonte encontrados en cercanías de Cartagena, Colombia. Geología Colombiana.
- Lista de los peces fósiles y actuales de Colombia: Nombres científicos válidos, distribución geográfica, diagnosis de referencia y nombres comunes e indígenas. Ecoprints Diseño Gráfico y Audiovisual Ltda., Bogotá DC.
- A new Early Cretaceous brachiosaurid (Dinosauria, Neosauropoda) from north-western Gondwana (Villa de Leiva, Colombia). Journal of Vertebrate Paleontology. DOI: 10.1080/02724634.2015.980505.
- Stenorhynchosaurus munozi*, gen. et sp. nov. a new pliosaurid from the Upper Barremian (Lower Cretaceous) of Villa de Leiva, Colombia, South America. Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. DOI: 10.18257/raccefyn.239.
- A new large Pliosaurid from the Barremian (Lower Cretaceous) of Sáchica, Boyacá, Colombia. Earth Sciences Research Journal. DOI: 10.15446/esrj.v22n4.69916.
- A new late Aptian elasmosaurid from the Paja Formation, Villa de Leiva, Colombia. Cretaceous Research. DOI: 10.1016/j.cretres.2019.02.010.
- A new specimen of *Stenorhynchosaurus munozi* Páramo-Fonseca et al., 2016 (Plesiosauria, Pliosauridae), from the Barremian of Colombia: new morphological features and ontogenetic implications. Journal of Vertebrate Paleontology. DOI: 10.1080/02724634.2019.1663426.
- A benchmark specimen of *Muiscasaurus catheti* from the upper Aptian of Villa de Leiva, Colombia: New anatomical features and phylogenetic implications. Cretaceous Research. DOI: 10.1016/j.cretres.2020.104685.
- Procumbent anterior premaxillary teeth in *Stenorhynchosaurus munozi* (Plesiosauria, Pliosauridae), evidence from new material. Earth Sciences Research Journal. DOI: 10.15446/esrj.v27n1.105689.
- Exceptional in situ preservation of chondrocranial elements in a Coniacian mosasaurid from Colombia. Diversity. DOI: 10.3390/d16050285.
- A new species of *Platypterygius* (Ophthalmosauridae) from the lower Barremian of Colombia and assessment of the species composition of the genus. Earth Sciences Research Journal. DOI: 10.15446/esrj.v28n2.112332.

Restos apendiculares de un ictosaurio oftalmosáurido del Barremiano inferior de Villa de Leiva, Colombia. *Boletín de Geología*. DOI: 10.18273/revbol.v40n1-2018001.

A new Cretaceous dercetid fish (Neoteleostei: Aulopiformes) from the Turonian of Colombia. *Journal of Systematic Palaeontology*. DOI: 10.1080/14772019.2017.1391884.

Stratigraphic distribution of marine vertebrates of the Arcillolitas Abigarradas member (Paja Formation) from the Villa de Leiva – Sáchica - Sutamarchán region, Boyacá, Colombia. *Earth Sciences Research Journal*. DOI: 10.15446/esrj.v27n3.108292.

Dirley Cortés^{1,2,5}, Carlos Jaramillo², Javier Luque³, Catalina Suarez⁴, Mary Luz Parra-Ruge⁵, Tatiana Gaona Narváez⁶, Edwin-Alberto Cadena⁷

¹ Universidad de McGill, Montreal, Canadá.

² Instituto Smithsonian de Investigaciones Tropicales, Ciudad de Panamá, Panamá

³ Departamento de Zoología, Universidad de Cambridge, Cambridge, Reino Unido

⁴ Instituto Argentino de Nivología, Glaciología y Ciencias Ambientales, Mendoza, Argentina

⁵ Centro de Investigaciones Paleontológicas, Villa de Leiva, Colombia

⁶ Universidad Internacional de la Florida, Miami, Estados Unidos

⁷ Universidad del Rosario, Bogotá, Colombia

¹ dirley.cortes@mail.mcgill.ca

² jaramilloc@si.edu

³ jl2351@cam.ac.uk

⁴ catasuarezg@gmail.com

⁵ mlparra@centropaleo.com

⁶ tatianagaonanarvaez@gmail.com

⁷ edwin.cadena@urosario.edu.co

In Memoriam



Al Maestro Rubén Ardila, *In memoriam*

El 13 de enero de 2025 será recordado como una fecha aciaga para la ciencia de este país, en especial para la ciencia del comportamiento. En efecto, ese día dejó de existir uno de los hombres más ilustres de la ciencia en Colombia, el profesor Rubén Ardila.

El profesor Rubén Ardila nació el 7 de julio de 1942 en San Vicente de Chucurí, Santander, en el seno de una humilde familia de extracción campesina. Su padre fue, inicialmente, un obrero que se desempeñó en diferentes campos hasta que logró ahorrar un capital con el que montó una empresa agropecuaria que le permitió, no solo regresar a sus orígenes campesinos, sino los suficientes ingresos para vivir cómodamente y darle estudio de calidad a sus hijos e hijas. La madre, también de extracción campesina y pobre, fue una mujer educada que se graduó como licenciada en pedagogía con una tesis titulada *La psicología, base y fundamento de la educación*. Fue ella su primera maestra y quien le inculcó a su hijo Rubén la pasión por la ciencia (Ardila, 2012).

Rubén Ardila fue el mayor de cinco hermanos, dos hombres y dos mujeres, que al igual que él, tuvieron la oportunidad de estudiar, ir a la universidad y destacarse como grandes profesionales en el ámbito de la medicina y la neurociencia. Estudió su bachillerato en la ciudad de Pereira y su pregrado en Psicología en la Universidad Nacional de Colombia, en Bogotá; posteriormente hizo su maestría y su doctorado en la Universidad de Nebraska.

Se casó muy joven con una compañera de la Universidad Nacional de Colombia, con quien tuvo un hijo, David, quien, al igual que su padre, obtuvo un título de Ph.D. en física teórica, siendo hoy un renombrado profesor de astrofísica vinculado con la Nasa. A decir de sus amigos y conocidos, Rubén Ardila no solo se destacó como connotado científico, sino que fue un extraordinario hijo, hermano, padre y abuelo, siempre dispuesto a mantener a su familia unida.

El profesor Rubén Ardila se destacó como el primer psicólogo de habla hispana en impartir una cátedra de Psicología experimental en Colombia e Iberoamérica después de obtener su doctorado (Ph.D.) en esta especialización en la Universidad de Nebraska.

De esa primera experiencia como profesor publicó *Psicología del Aprendizaje*, el primer texto en español en el campo que hoy se conoce como psicología científica.

En aquella época, las décadas de 1960 y 1970, en Colombia no se estudiaba psicología en estricto sentido. Lo que se veía en las aulas era una mezcla entre psicoanálisis y psicometría, disciplinas provenientes de la Facultad de Medicina de la Universidad Nacional. A comienzos de 1970 la psicología no se definía como la ciencia del comportamiento, sino como el estudio de la interioridad humana, a pesar de los esfuerzos de connotados psicólogos por reflejar en el programa de Psicología el campo científico que describiera explicara, predijera y controlara el comportamiento, y de que en 1965 el profesor Ardila ya había publicado un breve ensayo titulado *Behaviorismo: hacia una psicología científica* (Ardila, 2012).

El primero de junio de 1970 el profesor Rubén Ardila asumió como director del programa de Psicología de la Universidad Nacional y, entonces, la enseñanza de esta disciplina tomó un rumbo diferente y se enfocó en el análisis del comportamiento a partir de variables biopsicosociales. Fue el profesor Ardila quien implementó los primeros cursos de orientación conductista. Hasta la llegada del profesor Ardila como profesor y luego director del Departamento de Psicología de la Universidad Nacional, el conductismo había estado ausente en los medios académicos colombianos, por lo que su labor tuvo mucha acogida, pero también la resistencia de contradictores, sobre todo de los médicos y psicólogos de orientación psicoanalista. El trabajo de Skinner y la teoría del condicionamiento operante, como consecuencia del condicionamiento clásico y los trabajos de Watson, fueron bien acogidos por sus estudiantes, con los que empezó un titánico trabajo para expandir la psicología científica a lo largo y ancho del país y de América Latina.

A partir de ese momento empezó su extraordinaria labor de educador, como lo había sido su madre, y escribió innumerables libros y artículos científicos. En 1971, después del éxito de *Psicología del Aprendizaje*, publicó con la Editorial Trillas el primer manual de laboratorio de psicología experimental centrado totalmente en el trabajo con sujetos humanos. Allí se exponen desde experimentos absolutamente sencillos, que solo requieren de papel y lápiz para su ejecución y pueden ser desarrollados en el aula de clase, hasta experimentos muy sofisticados para el contexto colombiano de la época, por ejemplo, el “refuerzo del comportamiento por medio de la estimulación eléctrica del cerebro”.

En el desarrollo de sus propósitos científicos y académicos fundó varias organizaciones científicas, entre ellas la Asociación para el Avance de la Psicología, y promovió el programa de Psicología de la Universidad de los Andes con un enfoque netamente científico basado en fundamentos matemáticos y epistemológicos sólidos. También fundó la maestría en Psicología en la Universidad Nacional y la de Psicología Clínica en la Universidad Santo Tomas.

Su labor de posicionamiento de la psicología científica no se limitó únicamente a lo gremial y académico, también buscó y consiguió que esta fuera reconocida como una profesión legalmente constituida en Colombia. Ese trabajo se vio cristalizado en la Ley 58 de 1983, que reconoce esta disciplina como profesión y define las funciones de los psicólogos.

En la década de los 70, el profesor Ardila crea dos de las revistas más importantes de la psicología a nivel nacional e internacional: la Revista Latinoamericana de Psicología y la Revista Avances en Psicología Clínica Latinoamericana, e inicia una labor titánica como coordinador y compilador de textos de psicología, al punto que en 1993 había publicado más de 24 libros y publicado más de 150 artículos científicos, y para el 2012, ya habían aparecido más de 30 libros y otros muchos artículos de su autoría. Sus libros han sido traducidos a varios idiomas y algunos de ellos, como el de *Psicología del Aprendizaje*, fue reimpreso más de 20 veces a lo largo de cerca de 20 años, siendo texto obligado en varias universidades colombianas y latinoamericanas.

Fue profesor visitante en varios países, entre ellos, Estados Unidos, Alemania, Argentina, Ecuador, España, Puerto Rico y Perú. Fundó y fue presidente de la Sociedad Colombiana de Psicología, germen de lo que hoy es el Colegio Colombiano de Psicólogos, de la Asociación Latinoamericana de Análisis y Modificación del Comportamiento, de la Sociedad Interamericana de Psicología Comparada y de la Sociedad Interamericana de Psicología. También fue miembro de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales y de la Asociación para el Avance de la Ciencia, en donde hizo parte del grupo de científicos convocados para hacer realidad el Museo interactivo de Ciencia, Maloka.

Por otro lado, el profesor Ardila escribió una novela científica, *Walden Tres*, concebida como la continuación de la novela *Walden Two* de B. F. Skinner; estaba convencido de que una sociedad educada bajo los principios del condicionamiento operante podría ser más justa y equitativa: siempre tuvo fe en la naturaleza humana.

Su trabajo científico recibió varias distinciones, entre ellas, el *Award for Distinguished Contributions to the International Advancement of Psychology* otorgado por la American Psychological Association (2007) y el Premio Nacional de Psicología a Una Vida de Entrega a la Psicología (2008), otorgado por el Colegio Colombiano de Psicólogos. Asimismo, recibió los doctorados *honoris causa* de la Universidad Ricardo Palma en Perú (2003), de la Universidad Inca Garcilaso de la Vega, también en Perú, y de la Universidad Nacional de Rosario en Argentina.

Una de sus contribuciones más importantes a la psicología a nivel global fue la propuesta de un paradigma integrador de la psicología, que él denominó “síntesis experimental de comportamiento” (Ardila, 1993), eje del conductismo de tercera generación o neoconductismo, que hoy es utilizado a nivel mundial para explicar el comportamiento.

Tuve la fortuna de conocer, trabajar y ser amigo personal del profesor Rubén Ardila. Fui uno de sus estudiantes en la década de los 80 y el privilegio de recibir sus clases, sus disertaciones y sus enseñanzas de vida. También me honró como invitado especial a las reuniones que hacía en su casa, en donde cada ocho días reunía a un grupo seleccionado de amigos para que hablaran de psicología. Era este espacio una especie de “colegio invisible”, en el calor del hogar, se discutía con los exponentes más especializados de la psicología nacional y del ámbito internacional que estuvieran de paso por Colombia. Allí tuve la suerte de nutrirme con el conocimiento, no solo del profesor Ardila, sino de científicos de la altura de Mario Bunge, Nora Skinner (hija de B. F. Skinner), Hans Eysenck, y Rocío Ballesteros, entre otras grandes figuras de la psicología.

Mis palabras no alcanzan a transmitir la inmensa gratitud que le debo a un científico, profesor, maestro y amigo de las calidades de Rubén Ardila. Muchas gracias, Rubén, en mi nombre y en el de toda la comunidad de psicólogos de Colombia, Latinoamérica y el mundo.

Bogotá, D.C., 8 de marzo de 2025

Gerardo A. Hernández M.

Colegio Colombiano de Psicólogos

Referencias

- Ardila, R. (2012). Autobiografía. Un punto en el tiempo y en el espacio. Manual Moderno.
Ardila, R. (1970). Psicología del Aprendizaje. Trillas
Ardila, R. (1971). Psicología experimental. Manual de laboratorio. Trillas

Nota de la editora

El doctor Rubén Ardila ingresó a la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales como miembro correspondiente el 12 de septiembre de 2007 y como miembro de número, silla 50, el 25 de junio de 2014 (<https://accefyn.org.co/cv-ruben-ardila/>).

Su artículo de posesión, Ardila, R. (2014). Filogénesis y ontogénesis de la moral. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, 38(Supl.), 205-15, se puede consultar en el siguiente enlace: <https://accefyn.co/index.php/raccefyn/article/view/164/73>

A partir del 2014 formó parte activa del Comité editorial de la Revista de la Academia como editor asociado en Ciencias del comportamiento (<https://accefyn.co/index.php/raccefyn/issue/view/5/1>)

Hasta el mes pasado la publicación más citada del doctor Ardila en nuestra revista fue Psicología evolucionista. Tomando en serio a Darwin. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, 45(177), 980-988, octubre-diciembre de 2021. <https://doi.org/10.18257/raccefyn.1470>

En su página web publicó su autobiografía. Los invitamos a leerla. Vale la pena: <https://rubenardila.com/wp-content/uploads/2022/06/Autobio-ES.pdf>

Además de agradecer su gran colaboración como editor asociado, siempre recordaremos su sonrisa, su cálido saludo y sus siempre amables y positivos comentarios. Lo extrañaremos.

A nuestros lectores y autores

Enfoque y alcance

La Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales es una publicación periódica trimestral, multidisciplinaria, que tiene como objetivo dar a conocer artículos inéditos de investigación de alta calidad.

La Revista publica artículos científicos en las áreas de ciencias biomédicas, ciencias del comportamiento (filosofía, psicología, antropología, sociología), ciencias físicas, ciencias naturales (biología, microbiología, botánica, zoología, ecología) ciencias químicas, ciencias de la tierra (geología, medio ambiente) y matemáticas.

Está reseñada en varios índices nacionales e internacionales tales como Actualidad Iberoamericana, Agris, CIRS (*International Center for Scientific Research*), *Current Mathematical Publications*, EBSCO, Dialnet, Historia Mathematica, Index Kewensis, Latindex, Mathematical Reviews, MathSciNet (on line data base), PERIODICA, SciELO Colombia, Online Computer Library Center – OCLC, *Zentralblatt für Mathematik*, *Zoological Record*. Nacionalmente se encuentra reseñada en la base de datos Publindex de Colciencias.

El primer número se publicó en diciembre de 1936, año de creación oficial de la Academia, bajo la dirección del doctor Jorge Álvarez Lleras y hasta el momento se han editado 41 volúmenes.

Proceso de evaluación por pares

Se recibirán solo los manuscritos que cumplan con todos los requisitos que se mencionan en las indicaciones a los autores. Los manuscritos serán evaluados en primera instancia por el editor y los editores asociados de la disciplina correspondiente.

Cada manuscrito será enviado a dos especialistas en el tema, quienes evaluarán y enviarán sus recomendaciones. Este proceso de revisión tendrá una duración aproximada de 90 días.

Los pares académicos pueden adoptar alguna de las siguientes tres opciones: a) aceptación sin modificaciones; b) aceptación con correcciones; c) no aceptación. En caso de desacuerdo de los pares, el original será enviado a un tercer evaluador.

En cualquiera de los casos, el autor será informado y deberá realizar las modificaciones correspondientes en el manuscrito y enviarlo dentro de las cuatro semanas siguientes. Además, deberá enviar un documento en el que responderá, una a una, todas las observaciones señaladas por los evaluadores.

Cuando el autor demore más de 30 días en responder a las sugerencias de los evaluadores, se entenderá que los autores han retirado el manuscrito en su forma actual y, si se remitiera de nuevo, el Comité Editorial de la Revista lo considerará como un nuevo trabajo.

Los trabajos que sean aceptados se considerarán como propiedad de la **Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas Físicas y Naturales** y podrán ser reproducidos total o parcialmente por la Revista.

La Revista no se hace responsable de los contenidos científicos ni de las implicaciones legales de los artículos publicados.

Ética de la publicación

La Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales (RACCEFYN), acoge la normatividad internacional definida por el *Committee on Publication Ethics* (COPE). Algunas normas se pueden consultar en:

COPE guidelines on good publication practice: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC1753164/>

COPE code of conduct: <https://publicationethics.org/resources/code-conduct>

Ver documento pdf (anexo)

Política de acceso abierto

La página web de la Revista (www.raccefyn.co) permite el acceso libre y abierto a los artículos con el fin de contribuir a la visibilidad, el acceso y la difusión de la producción científica.

Directrices para autores

Tipología de los artículos publicados en la Revista

Artículos originales o artículos de investigación científica y tecnológica: documento que presenta, de manera detallada, los resultados originales de proyectos de investigación. La estructura generalmente utilizada contiene los siguientes apartes importantes: introducción, metodología, resultados, discusión, conclusiones y referencias.

Artículos cortos: documentos breves que presenta resultados originales preliminares o parciales de una investigación científica o tecnológica y, que, por lo general, requieren de una pronta difusión.

Artículos de posesión o artículos de revisión de tema: documentos resultantes de una investigación donde se analizan crítica y sistemáticamente, a la par que se integran los resultados de investigaciones publicadas o no publicadas, centradas en un campo de la ciencia o la tecnología, con el fin de dar cuenta de sus avances y sus tendencias de desarrollo. Presentar un artículo de revisión constituye un requisito para que un Académico pueda posesionarse como miembro correspondiente o de número.

Cartas al editor: posiciones críticas, analíticas o interpretativas sobre los documentos publicados en la revista que, a juicio del Comité Editorial, constituyen un aporte importante a la discusión del tema por parte de la comunidad científica de referencia.

Comentarios bibliográficos: son escritos críticos breves sobre libros recientes publicados en las disciplinas de interés de la Revista.

Corrección de los autores

Fe de erratas

Indicaciones a los autores

Los autores deben tener en cuenta las siguientes indicaciones:

1. Los trabajos presentados deberán ser originales y de alto nivel, escritos en inglés o español, y que traten sobre aspectos relacionadas con las Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Todos los trabajos aceptados quedarán como propiedad permanente de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de manera que la misma podrá publicarlos en formato físico y electrónico, incluyendo la internet. (Ver transferencia derechos de autor).
2. El autor de la correspondencia aceptará mediante comunicación escrita firmada que el manuscrito es un trabajo original, que no ha sido publicado por ningún medio, ni está siendo evaluado para aparecer en otra publicación impresa o electrónica y que, además, ha sido aceptado por todos los autores para su publicación en la Revista. Igualmente, que los derechos de autor no han sido cedidos a nadie con anterioridad. (Ver formatos declaración originalidad, conflicto de intereses y sesión de derechos de autor en la página web de la Revista: <http://www.raccefyn.co>).
3. La participación de los autores en el trabajo deberá ser suficiente como para aceptar públicamente la responsabilidad por los aportes de cada cual. El orden de los autores en la publicación deberá ser una decisión compartida de los coautores, quienes deberán ser capaces de explicar el orden en el que aparecen sus nombres. Finalmente, el manuscrito debe contener un párrafo en el que se detallará la contribución de cada uno de los autores.
4. De acuerdo con el ICMJE, todos los colaboradores que no cumplan con los criterios de autoría o hayan realizado contribuciones menores deberán aparecer en la sección de *Agradecimientos*, pero no serán citados como autores. Las ayudas económicas y materiales deberán aparecer en los *Agradecimientos*.
5. La terminología debe registrarse por el Código Internacional de Nomenclatura Botánica. La terminología física, química o bioquímica, deberá seguir las normas del Comité de Nomenclatura de la Unión Internacional de la Química Pura y Aplicada (IUPAC). Deberán usarse las abreviaturas internacionales convencionales y las unidades del Sistema Internacional (SI). Los nombres científicos deberán ser escritos en la forma recomendada por el *Internacional Code of Botanical Nomenclature* y por el *International Committee on Systematics of Prokaryotes* o ICSP.

Envío y presentación del manuscrito

Los artículos deberán ser enviados a través de <http://www.raccefyn.co>

El manuscrito incluirá además de la página correspondiente al título, el resumen, las referencias, las tablas y sus títulos, las leyendas de las figuras, todos los cuales deberán estar escritos en procesador de palabras Word a doble espacio, usando la fuente Arial de tamaño 12, sin justificar el texto. No debe olvidarse el usar la numeración en todo el manuscrito. Extensión máxima de 30 páginas, entre 5.000 a 8.000 palabras.

Los manuscritos deben incluir la siguiente información:

1. Una hoja de presentación, página en Word con los nombres y apellidos (si desea poner el segundo apellido, debe ir separado por un guion) de todos los autores (sin cargos, ni grado académico), filiaciones y correos electrónicos. Agregar aquí un párrafo en el que los autores declaren su aporte personal al manuscrito bajo consideración.
2. Título completo del manuscrito en español e inglés (máximo 30 palabras, 165 caracteres)
3. Título corto (máximo 10 palabras, 50 caracteres)
4. Resumen en español e inglés que no supere 250 palabras.
5. Palabras clave en español y en inglés que no superen en número a seis, separadas por punto y coma.
6. Nombre del autor responsable de la correspondencia con su dirección completa, número telefónico, dirección electrónica y código ORCID. *Open Researcher and Contributor ID* (Identificación del Investigador y del colaborador abierto)
7. Direcciones electrónicas de todos los coautores y códigos ORCID *Open Researcher and Contributor ID*.
8. Texto, referencias y tablas en un mismo archivo en conjunto con las leyendas de las figuras en formato jpg o tiff en archivos individuales y con una resolución mayor a 300 dpi (*dots per inch*).
9. El número máximo de tablas y figuras es de 7. Para enviar información adicional se puede emplear la sección de *Información suplementaria* debidamente referenciada en el texto: tabla 1S, 2S, etc.; figura 1S, 2S, etc.

Estructura del manuscrito

Introducción: se debe mostrar el marco teórico en el cual se inscribe el tema de la investigación, propósito del artículo y justificación del estudio indicando, además, la delimitación de la pregunta problema.

Materiales y métodos: se describirán los sujetos de observación o experimentación, aparatos o dispositivos y metodologías empleadas en el estudio. La descripción de la metodología debe tener referencias de los métodos usados.

Análisis estadístico: señalar los métodos estadísticos utilizados y la manera de analizar los datos.

Resultados: deben presentarse en secuencia lógica, con las tablas y las figuras acompañadas de una explicación y análisis de las mismas.

Discusión: debe hacerse énfasis en los aspectos nuevos e importantes del estudio, contrastando los resultados con la información pertinente disponible en literatura actualizada y relacionar las conclusiones con los objetivos propuestos. Se deben incluir las implicaciones y limitaciones de los hallazgos y comparar las observaciones relevantes con las de otros estudios.

Los resultados y la discusión pueden presentarse también en forma combinada, en cuyo caso la sección se denominará *Resultados y Discusión*.

Conclusiones: deberán responder al objetivo de la investigación reportada e incluir el planteamiento de objetivos futuros a seguir en la línea de investigación.

Referencias: todas las referencias bibliográficas se insertarán en el texto y deberán llevar siempre entre paréntesis el apellido del primer autor y el año de publicación. Si el apellido del autor o autores forma parte de la estructura formal de la frase, sólo se pondrá entre paréntesis la fecha; por ejemplo: Pérez y Ribas (1996). Si no forma parte de la estructura formal del texto, por ejemplo: ... como indica Barbudo (2003). Si son solo dos autores se pondrán los dos apellidos, si son más de dos sólo se pondrá el apellido del primero añadiendo “*et al.*”

La Revista ACCEFYN utiliza las normas del Manual APA, estas emplean un sistema de citación de autor-fecha.

Lista de referencias. Se organizan alfabéticamente y se citan de la siguiente manera:

Artículo de revista

Apellido, A. A., Apellido, B. B., Apellido, C. C. (Año). Título del artículo. Nombre de la revista, volumen: pp-pp.

Ejemplo

Kay, M.A., Glorioso, J.C., Naldini, L. (2001). Viral vectors for gene therapy: the art of turning infectious agents into vehicles of therapeutics. *Nat Med.*, 7: 33-40.

Libro

Apellido, A. A. (Año). Título. Ciudad, País: Editorial

Ejemplo

Salisbury, F. B., Ross, C. M. (1994). Fisiología Vegetal. Guadalajara, México: Grupo editorial Iberoamérica.

Capítulo de libro

Apellido, A. A., Apellido, B. B. (Año). Título del capítulo o la entrada. En A. A. Apellido. (Ed.), Título del libro (pp. xx-xx). Ciudad, País: Editorial.

Ejemplo

Guba, E.G. (1983). Criterios de credibilidad en la investigación naturalista. En J. Jimeno Sacristán y A. Pérez Gómez. La enseñanza: Su teoría y su práctica (148-165). Madrid, España: Akal.

Revista en línea

Apellido, A. A. (Año). Título del artículo. Nombre de la revista, **volumen** (número): pp-pp. Disponible en: <http://www...>

Ejemplo

Cintrón, G., Lugo, A. E., Pool, D. J., Morris, G. (1978). Mangroves of arid environments in Puerto Rico and adjacent islands. *Biotropica*, **10** (2): 110-121. Disponible en: <http://www.jstor.org/pss/2388013>.

Gutiérrez-Vargas, J.A., Moreno, H., Cardona-Gómez, G.P. (2016). Targeting CDK5 post-stroke provides long-term neuroprotection and rescues synaptic plasticity. *J Cereb Blood Flow Metab*. doi: 10.1177/0271678X16662476

Citas páginas web

Anotar la fecha de la consulta

Ejemplo

Guiry, M.D., Guiry, G.M. (2015). AlgaeBase. World-wide electronic publication, National University of Ireland, Galway. Disponible en <http://www.algaebase.org>., accedida entre enero y junio de 2015.

Tablas y figuras: las tablas y cuadros se denominarán tablas y llevarán numeración arábiga de acuerdo con el orden de aparición. El título correspondiente se coloca en la parte superior de la tabla y las notas en la inferior. Los símbolos para unidades deben aparecer en el encabezamiento de las columnas. Si es necesario exponer alguna información, utilizar las letras minúsculas del alfabeto según orden de aparición en la respectiva tabla: a, b, c, d, e, etc.

Las fotografías, gráficos, dibujos y esquemas se denominan todos como Figuras, las cuales se enumeran según el orden de aparición y sus leyendas se describen en hoja separada. Si se trata de micro-fotografías debe indicarse el aumento utilizado. Las personas, o sus nombres, no deben ser identificables en las fotografías pero se requiere permiso escrito para su publicación.

Cuando las tablas y figuras hayan sido tomadas de revistas o libros, sean impresos o electrónicos, se debe especificar la fuente y adjuntar autorización de la respectiva publicación para su reproducción.

Agradecimientos: podrán ser expresados a personas o entidades que hayan ayudado en la realización del trabajo. Se mencionarán las personas y el tipo de ayuda aportada, así como las entidades, instituciones o fundaciones que hayan financiado o suministrado materiales. En caso de proyectos de investigación financiados será suficiente con mencionar el código de registro y la entidad, institución o fundación que lo apoyó económicamente.

Consideraciones

Los trabajos aceptados son propiedad de la Revista ACCEFYN y podrán ser reproducidos total o parcialmente por la Revista.

La Revista no se hace responsable de los contenidos científicos ni de las implicaciones legales de los artículos publicados.

Corrección de estilo y publicación del manuscrito

Una vez aceptados los artículos, éstos se enviarán a corrección orto-tipográfica. Se usará la herramienta de control de cambios de Word, en la cual quedará el registro de cada una de las sugerencias llevadas a cabo y los comentarios o dudas para que el autor o los autores aprueben y contesten apropiadamente.

La versión corregida deberá ser enviada nuevamente para su aprobación definitiva en un plazo mínimo de 48 horas. El manuscrito deberá ir con una carta al editor, informando cuales correcciones fueron procesadas. El editor le informará al autor la fecha aproximada y el número del volumen en el que el trabajo será publicado.

Rectificaciones y correcciones de errores

Las rectificaciones sobre la información suministrada por parte de los autores, se harán en el número inmediatamente posterior al anuncio de las mismas y serán responsabilidad de los mismos autores. La Revista se encargará de publicar una nota aclaratoria a manera de erratas. En el caso que sean necesarias mejoras y corrección de errores orto-tipográficos, de manejo visual de la información o de imprecisiones involuntarias, el o los autores podrán comunicarse al correo de la Revista para que puedan efectuarse en las versiones electrónicas de la Revista.

Falsificación de artículos

Si en el proceso editorial se encuentra falsificación, omisión de datos, duplicidad del artículo o plagio, se devolverá el original al autor con la debida notificación a su institución patrocinadora, centro de investigación o universidad.

Conflicto de intereses

Si los autores o coautores, editores o revisores (evaluadores) tienen algún conflicto de intereses que pueda de alguna manera influir en la transparencia u objetividad en el proceso de revisión por pares y publicación, tal conflicto debe ser declarado.

Los conflictos de interés más evidentes son los llamados conflictos financieros, resultado de relaciones entre empleador-empleado, financiaciones y patentes, así como también honorarios, consultorías, investigación pagada por compañías que dependen de los resultados investigativos, entre otros.

También existen los conflictos personales resultado de amistades o animadversiones, competencias académicas y pasiones en el campo intelectual o moral (por ej. parientes en una compañía que se beneficiaría de los resultados que se van a publicar, el uso de los resultados publicados para promoción inmediata basada en el artículo publicado, creencias religiosas que estén en conflicto directo con la investigación que se va a publicar, entre otros).

Transferencia de derechos de autor

En caso de que el artículo enviado sea aprobado para publicación, el autor principal en nombre propio y en el de los coautores o el autor principal y los coautores deben ceder los derechos de autor del artículo mencionado a la revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales (ACCEFYN), excepto en los siguientes casos:

- a) Los autores y coautores retienen el derecho de revisar, adaptar, preparar trabajos derivados, presentaciones orales y distribuir a algunos colegas impresos de su propio trabajo publicado, siempre y cuando se dé el crédito correspondiente a la revista de ACCEFYN. También pueden publicarse el título del trabajo, resumen, tablas y figuras del trabajo en los correspondientes sitios web de autores o de sus empleadores, también dando el crédito correspondiente a la revista de ACCEFYN.
- b) Si el trabajo ha sido realizado por contrato, el empleador del autor tiene el derecho de revisar, adaptar, preparar trabajos derivados, reproducir o distribuir en formato impreso el trabajo publicado, de una manera segura y para el uso exclusivo de sus empleados.
- c) Si a la revista de ACCEFYN se le solicitara permiso individual por terceras personas para usar, imprimir o publicar específicamente artículos ya publicados, deberá obtenerse el permiso expreso del autor y coautores del trabajo o del empleador con excepción del uso en salones de clase, bibliotecas o reimpresos en un trabajo colectivo.
- d) La revista ACCEFYN se reserva el posible uso en la portada de la revista, de figuras sometidas con los manuscritos.
- e) Ningún otro derecho, además del de derechos de autor, debe ser reclamado por la revista de ACCEFYN.

Aviso de derechos de autor

Los autores certifican que son los creadores originales del trabajo y declaran que:

- a) Los datos y las referencias a materiales ya publicados están debidamente identificados con su respectivo crédito e incluidos en las notas bibliográficas y en las citas que se destacan como tal y,

en los casos que así lo requieran, se cuenta con las debidas autorizaciones de quienes poseen los derechos patrimoniales.

- b) Todos los materiales que se presentan están totalmente libres de derecho de autor y, por lo tanto, el autor de la correspondencia se hace responsable de cualquier litigio o reclamación relacionada con derechos de propiedad intelectual, exonerando de responsabilidad a la **Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales**.
- c) El trabajo es inédito y no será enviado a otras revistas mientras se espera la decisión de los editores de tal revista. El primer autor declara que no existe un posible conflicto de intereses en este manuscrito.
- d) En caso de ser publicado, los autores del artículo transfieren todos los derechos de autor a la Revista ACCEFYN, sin cuyo permiso expreso no podrá reproducirse ninguno de los materiales publicados en la misma.
- e) A través de este documento, y si el trabajo es aceptado para su publicación, la Revista ACCEFYN asume los derechos para editar y publicar los artículos en índices nacionales, e internacionales o bases de datos con fines académicos y científicos no comerciales en medios impresos, electrónicos, Internet en texto completo o cualquier otro medio conocido o por conocer con respeto de los derechos de autoría.

Transferencia de derechos de autor

En caso de que el artículo enviado sea aprobado para publicación, el autor principal en nombre propio y en el de los coautores o el autor principal y los coautores deben ceder los derechos de autor del artículo mencionado a la revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales (ACCEFYN), excepto en los siguientes casos:

- a) Los autores y coautores retienen el derecho de revisar, adaptar, preparar trabajos derivados, presentaciones orales y distribuir a algunos colegas impresos de su propio trabajo publicado, siempre y cuando se dé el crédito correspondiente a la revista de ACCEFYN. También se pueden publicar el título del trabajo, el resumen, las tablas y las figuras del trabajo en los correspondientes sitios web de autores o de sus empleadores, dando también el crédito a la revista de ACCEFYN.
- b) Si el trabajo ha sido realizado por contrato, el empleador del autor tiene el derecho de revisar, adaptar, preparar trabajos derivados, reproducir o distribuir en formato impreso el trabajo publicado, de una manera segura y para el uso exclusivo de sus empleados.
- c) Si a la revista de ACCEFYN se le solicitara permiso individual por terceras personas para usar, imprimir o publicar específicamente artículos ya publicados, deberá obtenerse el permiso expreso del autor y de los coautores del trabajo o del empleador con excepción del uso en salones de clase, bibliotecas o reimpresos en un trabajo colectivo.
- d) La revista ACCEFYN se reserva el posible uso en la portada de la revista, de figuras sometidas con los manuscritos.
- e) Ningún otro derecho, además del de derechos de autor, debe ser reclamado por la revista de ACCEFYN.

Declaración de privacidad

Los nombres y las direcciones de correo electrónico incluidos en esta revista se usarán exclusivamente para los fines establecidos en ella y no se proporcionarán a terceros ni serán usados con otros fines.

Lista de comprobación para la preparación de envíos

Como parte del proceso de envíos, los autores están obligados a comprobar que su envío cumpla todos los elementos que se muestran a continuación. Se devolverán a los autores aquellos envíos que no cumplan estas directrices.

1. Carta de sometimiento del artículo, donde informa que todos los autores han leído, aprueban y declaran que:

- Están de acuerdo con el manuscrito remitido, en su contenido, organización y presentación.
- El trabajo es original, el cual no ha sido publicado previamente y, de igual forma, no se someterá a otra revista hasta conocer la respuesta del Comité Editorial.
- En caso de ser aceptado el manuscrito, se autoriza su publicación bajo las normas establecidas por la revista.

- El documento no cuenta con texto o figuras que tengan reserva de derechos y si los tuviere se cuenta con la autorización escrita para su reproducción.
- El documento no contiene citas o transcripciones de obras que carezcan de referencias bibliográficas debidamente citadas.
- Se incluye un párrafo donde los autores declaran cuál fue el aporte de cada uno de ellos al documento.
- Esta carta firmada debe ser adjuntada en el paso 4 del presente proceso de envío en formato PDF.

2. Presentación

- Una página en Word con los nombres y apellidos (nombre completo, apellido y segundo apellido separado por un guion) de todos los autores (sin cargos, ni grados académicos), filiaciones y correos electrónicos.
- Título completo del manuscrito en español e inglés y título corto.
- Nombre del autor responsable de la correspondencia con su dirección completa, número telefónico y dirección electrónica.
- Direcciones electrónicas de todos los coautores.
- Texto, referencias y tablas en un mismo archivo junto con las leyendas de las figuras. Figuras en formato jpg o tiff en archivos individuales.

3. Estructura del artículo. Se incluyen

- El resumen en español e inglés (Abstract).
- Las palabras clave (máximo 6) en español e inglés (Keywords).
- Introducción.
- Materiales y métodos.
- Resultados y Discusión para comunicaciones cortas.
- Discusión.
- Agradecimientos a colaboradores y/o instituciones u organizaciones que financiaron la investigación.
- Referencias.
- Declaración de conflicto de interés.

4 Información adicional: figuras

- Se incluyen como archivo independiente, cada figura en página aparte.
- Se incluyen las leyendas correspondientes al final del original. Estas figuras deberán ser cargadas en el paso 4 del presente proceso de envío en formato JPG o TIF.

5. Información adicional: tablas

- Se incluyen al final del original, elaborados en el modelo más sencillo de tablas del programa Word.
- Se ordenan secuencialmente.
- Se incluye el título correspondiente.

6. Referencias

- Se han seguido las normas de la revista de ACCEFYN en las instrucciones a los autores.

7. Abreviaturas:

- Se introducen entre paréntesis la primera vez que se usan.

8. Nomenclatura:

- Los nombres de género y especie están en letra cursiva.
- Los nombres de microorganismos, plantas y animales se escriben completos la primera vez que se citan, en el título y en el resumen.

9. Ética

- Todos los autores conocen y aprueban la presentación del manuscrito, su contenido, la autoría y el orden de la autoría.
- El manuscrito ha sido postulado solo a la Revista ACCEFYN y no se encuentra postulado ni ha sido publicado en otra revista.
- Si el artículo incluye la investigación en humanos o con animales se han seguido las directrices de la Declaración de Helsinki y el uso de primates no humanos en la investigación.
- Se incluye los agradecimientos a las instituciones u organizaciones que financiaron la investigación.

10. Revisores

Se suministran indicaciones sobre tres o cuatro posibles revisores con sus nombres completos, formación académica y direcciones de correos electrónicos.

To our readers and authors

Focus and Scope

The Journal of the Colombian Academy of Exact, Physical and Natural Sciences (ACCEFYN) is a multidisciplinary quarterly journal that publishes high quality original research articles.

The journal publishes scientific articles in the disciplines of Biomedical Sciences, Behavioral Sciences (philosophy, psychology, anthropology, and sociology), Natural Sciences (Biology, Botany, Microbiology, Zoology, Ecology), Physical Sciences, Chemical Sciences, Earth Sciences (Geology, Environmental Sciences) and Mathematics. It is included in several national and international directories and indexing services like Actualidad Iberoamericana, Agris, CIRS (International Center for Scientific Research), Current Mathematical Publications, EBSCO, Dialnet, Historia Mathematica, Index Kewensis, Latindex, Mathematical Reviews, MathSciNet (on line data base), PERIODICA, SciELO Colombia, On-line Computer Library Center – OCLC, Zentralblatt für Mathematik, Zoological Record, RLG. Within the Colombian citation system, the journal is register in Publindex (The Journal index Departamento Administrativo de Ciencia, Tecnología e Innovación, Colciencias).

The journal's website (www.raccefyn.co) allows free and open access to full-text articles with the purpose of contributing to the visibility, access and dissemination of Colombian scientific production.

The first issue was published in December 1936, year of the official creation of the National Academy, led by Jorge Álvarez Lleras. The journal has been edited 41 volumes since then.

Peer Review Process

Manuscripts that meet the author guidelines are welcomed. Manuscripts will be assessed by the editor in chief and associate editors' expert in the topic of the manuscript.

If the editors see fit, the manuscript will be sent to, at least, two peers knowledgeable in the topic of the manuscript. It is estimated the peer reviewing process will take around 90 days.

The reviewers can decide to a) accept the article without any modification, b) accept it if some recommendations are addressed, or c) reject the manuscript. If peers exhibit contradicting assessments, an extra reviewer will be approached to settle disparities and reach a final decision.

The corresponding author will be notified of the results of the peer review process. The author should return an amended version, along with a documenting reporting the response to the reviewers, four weeks after receiving the results of the reviewers.

If the author does not send these documents past the suggested time, the journal will assume the manuscript has been withdrawn. If the author send these documents past the suggested time, the journal takes the manuscript as a new submission and the reviewing process starts anew.

Accepted manuscripts are considered property of the journal. Thus, the journal is free to reproduce an entire manuscript or parts of it.

The journal is not responsible of the contents of the published manuscripts and related legal implications.

Publication Ethics and Publication Malpractice Statement

The journal abides by the *Committee on Publication Ethics* (COPE) standards. These guidelines can be consulted in the following links:

COPE guidelines on good publication practice: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC1753164/>

COPE code of conduct: <https://publicationethics.org/resources/code-conduct>

See document pdf (annex)

Open access policy

The journal enables open access to published articles via its website (www.raccefyn.co) to contribute to the dissemination, accessibility, and visibility of scientific work.

Author Guidelines

Research articles. A manuscript documenting the results of at least one experiment/study by following the following structure: introductions, methodology, results, discussion, conclusions, and references. Extra material can be reported as an appendix.

Brief articles. Manuscripts reporting the results of novel experiments/study in a succinct manner and that require prompt diffusion.

Inaugural articles or Review articles. Manuscripts reporting literature reviews on a topic. It is one requirement for the Academics to be admitted to the Academy

Letters to the editor. Manuscripts proposing critical comments, novel analysis or re-interpretations of published work.

Book reviews. Short manuscripts reporting a review of a book recently published within an area of interest to the journal.

Authors correction

Errata

Information for Authors

Authors should bear in mind the following

1. Submitted manuscripts must be original and of outstanding quality. They can be written in Spanish or English in an area related to the **Exact, Physical or Natural Sciences**. All works accepted will remain permanent property of the Colombian Academy of Exact, Physical and Natural Sciences so that such work can be published in hard copy or in electronic format, including web posting. (See transference of authors' rights).
2. The corresponding author will be required to state that the work is original, has not been published elsewhere, is not under review elsewhere and that co-authors agree as to the version submitted. Equally important, the corresponding author will be asked to state whether copyrights have been passed on to other parties. (See form for declaration of originality, conflicts of interest, and authors' rights).
3. It is assumed all listed authors have contributed substantially to the manuscript. Their order in the manuscript should be reached by agreement. Finally, each author's contribution should be explicitly stated. Collaborators whose contribution was not substantial (see above) should be mentioned in the 'acknowledgments' section (see <http://www.icmje.org/> for a reference). Financial supports and grants should also be mentioned in this section.
4. The terminology used in the manuscript should follow that used in specific areas (we therefore recommend authors to consult specialised references in this regards as to their own fields of research). Scientific names should follow recommendations such as those stated, for example, by the International Code of Botanical Nomenclature and the International Committee on Systematics of Prokaryotes.

Submission and Presentation of manuscript

The manuscripts should be submitted using the website of the Academy: <http://www.accefyn.co>

The manuscript, including the title page, the abstract, tables with titles, graphics with descriptive legends, must be prepared in Microsoft WORD processor in double space. Use Arial font size 12 without justification. Do not forget to number the entire manuscript. Maximum extension 30 pages, 5,000 to 8,000 words.

The manuscripts must contain the following information:

1. A page in Microsoft Word with the names and surnames (complete name, first and second family name separated by a hyphen) of all the authors (without positions, and without academic degrees), academic affiliations and email addresses.
2. Complete manuscript title in Spanish and English.
3. Short Title
4. Abstract in Spanish and English using 250 or less words
5. Key words in Spanish and English not containing more than 6 words.
6. Name of the author responsible for all correspondence, including his complete address, telephone number and email address.
7. Electronic addresses of all the co-authors.
8. Text, bibliographical references, and tables in the same file together with the legends for all the figures.
9. Figures must be in jpg or TIF format.

Manuscript Structure

Introduction: there must be a clear description of the theoretical framework of the theme of the investigation, purpose of the article and justification of the study, indicating the limitation of the problem question.

Materials and methods: a description of the object of observation or experimentation, instruments or devices and the methodology employed in the study.

Statistical analysis: indicate the statistical methods used and the data analysis employed.

Results: these must be presented in a logical sequence, with the accompanying tables and figures with their respective explanations and analysis.

Discussion: emphasis must be given to those aspects of the study which are new and important, contrasting the results with the relevant information available in the recent literature and relate the conclusions with the proposed objectives. Mention must be made of the implications and limitations of the results found and a comparison of the relevant observations with that of other studies. The results and the discussion may also be presented in a combined form.

Conclusions: an up to date survey of the investigation. Mention can be made here of future objectives of the same line of investigation.

References: these citations must be verifiable. When a citation is made, indicate in the text the author, the year and page in the following way: last name of the first author and year of publication Pérez (1996). If there are only two authors use both last names Perez and Ribas (1996). If there are more than two authors use only the first last name followed by *et al.*

Reference list: alphabetically and following the examples

Journal article

Last name, A. A., Last name, B. B., Last name, C. C. (Year). Title. Journal name, **volume:** pp-pp.

Example

Kay, M.A., Glorioso, J.C., Naldini, L. (2001). Viral vectors for gene therapy: the art of turning infectious agents into vehicles of therapeutics. *Nat Med.*, **7:** 33-40.

Book

Last name, A. A. (year). Title, City, Country: Publisher

Example

Salisbury, F. B., Ross, C. M. (1994). *Fisiología Vegetal*. Guadalajara, México: Grupo editorial Iberoamérica.

Book chapter

Last name, A. A., Last name, B. B. (Year). Chapter title. In A. A. Last name. (Ed.), Book title (pp. xx-xx). City, Country: Publisher.

Example

Guba, E.G. (1983). Criterios de credibilidad en la investigación naturalista. En J. Jimeno Sacristán y A. Pérez Gómez. *La enseñanza: Su teoría y su práctica* (148-165). Madrid, España: Akal.

Journal on line

Last name, A. A. (Year). Article title. Journal, **volume** (issue): pp-pp. Available in <http://www...or DOI>

Examples

Cintrón, G., Lugo, A. E., Pool, D. J., Morris, G. (1978). Mangroves of arid environments in Puerto Rico and adjacent islands. *Biotropica*, **10** (2): 110-121. Available in: <http://www.jstor.org/pss/2388013>

Gutiérrez-Vargas, J.A., Moreno, H., Cardona-Gómez, G.P. (2016). Targeting CDK5 post-stroke provides long-term neuroprotection and rescues synaptic plasticity. *J Cereb Blood Flow Metab.* doi: 10.1177/0271678X16662476

References web pages

Date of the access

Example

Guiry, M.D., Guiry, G.M. (2015). *AlgaeBase*. World-wide electronic publication, National University of Ireland, Galway. Available in <http://www.algaebase.org>., accessed in June 2015.

Tables and graphics: The tables and frames are called tables and carry an Arabic numeration in accordance with the order in which they appear. The corresponding title is placed on the upper part of the table and notes are placed in the lower part. Symbols for unit measures must appear in the column

headings. If it is necessary to display some information, use lower case letters from the alphabet according to the appearance of the table: a, b, c, d, e, etc.

Photographs, graphics, pictures, or sketches are named figures, are enumerated in order of appearance, and their legends must be written in a separate page. With respect to microfiches, indicate the size of the augmentation used. People or their names should not be identifiable in photographs, unless written permission for their publication has been obtained.

When tables and figures have been taken from magazines or books, published in hard copy or electronically, specify the source and include the authorization for its reproduction from the respective publication.

Acknowledgments: These can be expressed to persons or entities who have aided in the realization of the work. Mention is made of persons and their type of aid provided, as well as to entities or institutions which have provided financial and material assistance. In case of investigative projects with financial support it suffices to mention the registry code and the entity, institution or foundation which provided the economic support.

Considerations

They will be published in the following issue to the announcement of the correction. They are responsibility of the authors. Errata are responsibility of the Journal.

Fabrication of evidence, data omission, duplicity of data or plagiarism will be penalized. The authors and their institutions, research center or university and sponsors will be notified.

Once the article has been accepted, it will undergo a style and format revision which will bring it to its definitive version. The authors will receive the galley proofs in PDF format for the correction of errors before its printing. The corrected version must be returned for final approval within a period of 48 hours. The manuscript must be accompanied with a letter to the editor informing him of the corrections that were carried out. The editor will inform the author of the date and volume number in which the publication will appear.

If the authors or co-authors, the editors or reviewers (evaluators) have some conflict of interest which may in any way influence the transparency and objectivity of the peer review process and publication, it must be so declared.

The most obvious conflicts of interest are those referred to as financial conflicts, which result between, employer-employee, investments, and patents, as well as honoraria, consulting, paid investigation by companies which depend on the investigative results, etc.

There also exist personal conflicts arising from friendships, animosity, academic competencies and passions in the moral or intellectual field (for example relatives in a company which will benefit from the results to be published, the use of the results for immediate promotion based on the published article, religious beliefs which are in direct conflict with the investigation that will be published, etc.).

Copyright Notice

Declaration of originality and transfer author's rights

The authors declare:

The published data and reference materials have been duly identified with their respective credits and have been included in the bibliographic notes and citations that have been so identified and that should it be required, I have all releases and permissions from any copyrighted material.

All material presented is free from any copyright and that I accept full legal responsibility for any legal claims relating to copyrighted intellectual property, fully exonerating from responsibility the **Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales**.

This work is unpublished and will not be sent to any other journal while waiting for the editorial decision of this journal. I declare that there is no conflict of interest in this manuscript.

In case of publication of this article, all author's rights are transferred to the **Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales**, and so cannot be reproduced in any form without the express permission of it.

By means of this document, if the article is accepted for publication by the **Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales**, the Revista assumes the right to edit and publish the articles in national and international indices or data bases for academic and scientific use in paper, electronic, CD-ROM, internet form either of the complete text or any other known form known or to be known and non-commercial, respecting the rights of the authors.

Transfer of author rights

In case the article is approved for publication, the main author in representation of himself and his co-authors or the main author and his co-authors must cede the author rights of the corresponding article to the **Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales**, except in the following cases:

The authors and co-authors will retain the right to revise, adapt, prepare derived works, oral presentations, and distribution to some colleagues of reprints of their own published work, if the corresponding credit is given to the **Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales**. It is also permissible to publish the title of the work, summary, tables, and figures of the work in the corresponding web sites of the authors or their employers, also giving credit to the Revista.

If the work has been realized under contract, the author's employer has the right to revise, adapt, prepare derivative works, reproduce, or distribute in hard copy the published work, in a secure manner and for the exclusive use of his employees.

If the **Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales** were approached for permission by a third party for using, printing, or publishing specifically articles already published, the Revista must obtain the express permission of the author and co-authors of the work or of the employer except for use in classrooms, libraries, or reprinted in a collective work. The **Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales** reserves the possible use in its front cover of figures submitted with the manuscripts.

No other right, other than the author's right, can be claimed by the **Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales**.

Privacy Statement

The names and e-mail addresses appearing in the journal will be used solely for the purposes explicitly therein expressed and by no means will they be supplied to third parties.

Submission Preparation Checklist

As part of the submission process, authors are required to check off their submission's compliance with all of the following items, and submissions may be returned to authors that do not adhere to these guidelines.

1. Letter of submission, where it is stated that all authors have read and approved that:

- The submitted manuscript conforms in content, organization and presentation with established norms.
- The original article has not been previously published in any form nor has it been submitted to another journal nor will it be until an answer is received from the Editorial Committee.
- In the case the manuscript is accepted, it is then authorized to be published under the journal's norms.
- The document may not be published without authorization of all copyrighted texts and figures.
- The document is fully cited in a list of references.

2. Appearance

- The first page written in Word with names and surnames (complete name, first and second surnames separated by a hyphen) of all authors (without job titles or academic titles), affiliations and e-mail address.
- Complete title of the manuscript in Spanish and English. Short title.
- Name of person responsible for correspondence with their complete address, telephone number and electronic address.
- E-mail of all coauthors.
- Text, references and tables in the same file together with legends of the figures. Figures in jpg or TIF format.

3. Structure of the article

The following sections are to be included:

- An abstract should be included in both Spanish and English.
- Key words (no more than 6) should be included in both Spanish and English.
- Introduction.
- Materials and methods.

- Results and Discussion for short communications.
- Discussion.
- Acknowledgments to collaborators and institutions and organizations which financed the research.
- Declaration of conflict of interest.

4. Additional information: Figures

- Each figure is included in a separate page in jpg or TIF format
- Corresponding legends are included in a separate page
- Figures should be charged in JPG o TIF format

5. Additional information: Tables

- Tables are included on a separate page and are presented in a simple manner as a Word table
- Tables are ordered sequentially

6. References

Citations must follow the journal ACCEFYN's norms found in the authors' instructions

7. Abbreviations

The first use is introduced in parentheses

8. Nomenclature

- The generic and specific names are written in italics
- Names of micro-organisms, plants and animals are written out completely the first time that they are cited in the title and in the abstract.

9. Ethics and malpractice considerations

- All authors must know and approve of the form, content, authors, and the order of the authors
- An article that has been submitted to the journal ACCEFYN has not be submitted or published in any other journal.
- If the article includes research on human or animals have all authors read and followed the guiding principles of the Declaration of Helsinki and the use of non-human primates in the research?

10. Reviewers

List 3 or 4 possible reviewers with their complete names, academic background and e-mails.

