

Matemáticas

Artículo de revisión invitado

Algunos elementos históricos específicos sobre la evolución de la Educación matemática como disciplina de investigación

Some specific historical elements on the evolution of ‘Mathematics Education’ as a research discipline

 Bruno D’Amore

Accademia delle Scienze di Bologna, classe di Matematica; Doctorado en Educación de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia; Grupo de investigación Nucleo di Ricerca in Didattica della Matematica, Departamento de Matemática, Universidad de Bolonia, Italia

Resumen

En el mundo universitario italiano la denominada Educación matemática forma parte del área científica disciplinaria “MAT 04” y sus cursos se imparten en todas las universidades en distintos niveles académicos: en las facultades de ciencias y las carreras de formación de profesores de escuela primaria, así como en las maestrías y doctorados de investigación. En este artículo se trazan las líneas de la evolución histórica de la disciplina a nivel internacional y se da cuenta de sus antecedentes, en un intento por explicar cuáles son sus condiciones actuales.

Palabras clave: Educación matemática; Historia de la educación matemática; Educación matemática como campo matemático; Educación matemática como teoría científica.

Abstract

The discipline “Mathematics Education” is part, in the Italian university world, of the “MAT 04” disciplinary scientific area; courses in this discipline are held in all Italian universities at various academic levels: Faculty of Science, degree courses for the training of primary school teachers, masters and research doctorates. In this conference the international lines of the historical evolution of this discipline are traced, with its antecedents, in an attempt to explain what the current conditions are.

Keywords: Mathematics Education; History of Mathematics Education; Mathematics Educations as Mathematics field; Mathematics Education as scientific theory.

Introducción

Aunque es muy joven en el panorama de las disciplinas pertenecientes a la gran familia de la Matemática, hasta el punto de que todavía mucha gente la desconoce o la confunde con otra cosa, la Educación matemática ha alcanzado un estatus científico internacional que le permite ser objeto de investigaciones específicas y, por lo tanto, tema de congresos, evaluaciones, revistas y análisis de expertos, a la par de tantas otras ramas de la Matemática. Como es usual al presentar otras disciplinas relacionadas con este campo, nos pareció oportuno esbozar una breve historia de la Educación matemática, subrayando su controvertido nacimiento y su desarrollo.

El interés de los matemáticos por el problema de la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática

El interés de los matemáticos profesionales por el problema del aprendizaje de la Matemática siempre ha existido; basta recordar la leyenda según la cual Euclides (siglos $-IV - -III$) expulsó al faraón Ptolomeo I ($-367 - -283$) de su clase porque este esperaba aprender geometría rápidamente y sin esfuerzo. Si avanzamos en el tiempo hasta

Citación: D’Amore B. Algunos elementos históricos específicos sobre la evolución de la educación matemática como disciplina de investigación. Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. 48(186):195-204, enero-marzo de 2024. doi: <https://doi.org/10.18257/racefyn.2571>

Editor: Fernando Zalamea

Correspondencia:

Bruno D’Amore; bruno.damore@unibo.it

Recibido: 22 de febrero de 2024

Aceptado: 26 de febrero de 2024

Publicado en línea: 19 de marzo de 2024



Este artículo está bajo una licencia de Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-Compartir Igual 4.0 Internacional

el siglo XVIII, encontramos en la *Encyclopédie* algunas preguntas relativas a la cuestión: ¿Qué significa “sencillo de entender”? ¿Es lo “sencillo” un hecho absoluto o relativo? ¿Lo “sencillo” es lo mismo para el científico que para un niño que aprende? ¿O existe alguna diferencia? Si es así, ¿cuál es? A estos interrogantes intentaron responder incluso Jean-Baptiste Le Rond D’Alembert (1717–1783) y Denis Diderot (1713–1784), especialmente en sus artículos *Analysis (Analyse)*, *Synthesis (Synthese)*, *Method (Methode)* y *Elements of science (Elemens des sciences)*, que, en nuestra opinión, constituyen una aproximación temprana al estudio de una didáctica específica, que difiere de los intereses generales de la Pedagogía y tiene la especificidad propia del objeto de conocimiento involucrado. Nos parece extraño e interesante cómo este debate didáctico hace pasar a D’Alembert de una posición enteramente cartesiana a una lockeana, y cómo luego intenta conciliar las dos: «Las ideas simples pueden reducirse a dos especies: una de ideas abstractas (...) La segunda especie de ideas simples está contenida en las ideas primitivas que adquirimos a través de nuestras sensaciones».

La comisión Lichnerowicz, la “matemática moderna” y el triunfo del lenguaje de conjuntos

Ya en nuestros tiempos, el 12 de abril de 1961, durante la misión Vostok 1, Yuri Gagarin (1934-1968) dio por primera vez en la historia una vuelta alrededor de la Tierra, con lo que el mundo entero tuvo que reconocer la evidente superioridad rusa a nivel tecnológico y científico. Como consecuencia inmediata de este evento, muchos países decidieron renovar radicalmente sus currículos escolares, especialmente en lo que se refería a la Matemática. En dicho contexto, en 1967 el famoso matemático y físico de ascendencia polaca André Lichnerowicz (1915-1998) fue invitado por el gobierno francés a presidir una comisión cuya tarea era reformular desde cero, no sólo el sistema nacional de currículos escolares de Matemática, sino también los temas y los métodos de su enseñanza. La comisión, conocida como la comisión Lichnerowicz, integró a 18 profesores de Matemática elegidos entre los nombres sugeridos por las distintas comunidades locales. Tras unos meses de trabajo, la comisión hizo varias recomendaciones, entre las que se destacaba la propuesta de un currículo basado enteramente en la enseñanza de la teoría de conjuntos, lo que permitía una introducción a las estructuras matemáticas desde el inicio de la escuela primaria. Dicha concepción, conocida con el nombre de “nuevas matemáticas”, fue aceptada en muchos otros países alrededor del mundo.

La inspiración matemática detrás de estas sugerencias provenía del llamado movimiento Bourbaki, activo en Francia, con gran éxito científico, desde 1935 hasta 1983, lo que, aunado al gran prestigio del presidente de la comisión, desembocó en la aceptación inmediata de sus recomendaciones por parte de los profesores de Matemática franceses y del Ministerio de Educación Nacional de aquel país. Así, la idea de cambiar radicalmente la enseñanza de la Matemática a partir de la escuela primaria se extendió por Europa y varios otros continentes. Este cambio sustancial se centró en una teoría de conjuntos “ingenua”, que concebía un conjunto como una “colección” de elementos similares en un sentido estrictamente concreto. En realidad, esta “carrera por los conjuntos” era sólo la arista ostensible de una visión más amplia de la Matemática básica que se denominó de diversas maneras según los países: “nuevas Matemáticas” o “Matemáticas modernas”, entre otras.

Esta carrera por los conjuntos en la Matemática escolar tuvo la buena fortuna de acompañarse de numerosos materiales, los así llamados “materiales estructurados” y, además, de las teorías del matemático Zoltan Dienes (1916-2014) y el psicólogo Jerome Bruner (1915-2016). En su libro *Hacia un teoría de la instrucción* (Bruner, 1966), este último sostiene que la estructura misma del conocimiento debe desarrollarse en la mente de los estudiantes y que en la Matemática en particular no hay que centrarse sólo en las habilidades mecánicas o algorítmicas, ni limitarse a dar información simple: hay que estructurar la mente exactamente como se estructura la Matemática para así poder incorporar las piezas individuales en esa estructura ya existente.

La proliferación de herramientas para la enseñanza de la Matemática

Como ya se mencionó, el surgimiento de las Matemáticas modernas impulsó a muchos autores a crear herramientas consideradas efectivas, indispensables e infalibles para su enseñanza. Entre las más famosas y difundidas pueden mencionarse los bloques lógicos de Zoltan Dienes para la enseñanza de la lógica de conjuntos; las regletas de colores de Georges Cuisinaire (1891-1975), que Caleb Gattegno (1911-1988) desarrollaría plenamente y difundiría como elementos básicos de la aritmética; el minicomputador de Georges Papy para el cambio automático de base diez a base dos; el instrumento musical de cuatro cuerdas de Zoltan Dienes para “experimentar el álgebra con acciones corporales”, y muchos otros que siguen elaborándose –a veces con efectos ilusorios y a menudo con errores matemáticos–.

En este sentido, vale la pena repasar algunas notas críticas generales que fueron recogidas entre los años 1975 y 1986 en los estudios de Guy Brousseau. Por ejemplo, los bloques lógicos de Dienes están formados por figuras geométricas elementales de diferentes formas, tamaños y colores. Supongamos que un estudiante aprende que la intersección entre el conjunto de bloques amarillos y el de bloques redondos conforma el conjunto de bloques amarillos redondos. Ello no significa que haya aprendido lógica, ni siquiera el concepto de intersección entre conjuntos, lo que puede comprobarse fácilmente al cambiar los bloques por números, objetos concretos u otra cosa: el estudiante no reconoce la situación, que para el adulto es obviamente análoga, pues ha aprendido la intersección en *ese contexto dado*, pero no sabe cómo generalizarla ni utilizarla en otras circunstancias. Como en su momento anotaron profesores experimentados y críticos, el niño aprende “en una cámara sellada”, mejor dicho, la transferencia cognitiva no ocurre automáticamente, porque el verdadero aprendizaje conceptual requiere el cambio del aprendizaje abstracto en determinadas condiciones a la conceptualización general, lo que se logra gracias a la competencia didáctica del docente.

Los inventores de estos juegos creen, por el contrario, que el cambio hacia la generalización es espontáneo, como podría serlo en el caso de un adulto. El maestro mismo queda desplazado, no sabe exactamente qué se espera de los estudiantes y de su aprendizaje, así, sigue los consejos del célebre y famoso educador matemático y no sabe reconocer los aprendizajes que han tenido lugar, o, peor aún, termina aceptando las palabras y comportamientos que sabe que son los esperados como si fueran un aprendizaje genuino, sin siquiera saber por qué.

Dienes inventó el lema de *la mathématique vivante*, con el cual abogaba por llevar a los estudiantes a “hacer” (Dienes, 1972), pues, en su opinión, al actuar de manera física, corporal, estos asimilaban y aprendían, incluso sin querer, sin darse cuenta. En este contexto, Dienes había creado un instrumento musical de cuatro cuerdas con el que creaba estructuras algebraicas que el niño aprendía y hacía suyas con juegos, acciones y movimientos apropiados. Este instrumento, según él, garantizaba la formación tácita de habilidades y conocimientos que luego podrían ser utilizados en la práctica escolar. A ello respondió Guy Brousseau denunciando la inanidad de tales aseveraciones y creando la investigación moderna en Educación matemática. Unos años después de esta primera reacción, afirmaría que “no hay aprendizaje sin conciencia, sin voluntad explícita de aprender”.

George Cuisinaire, por su parte, creó regletas de colores que Caleb Gattegno desarrolló como bonitos prismas partiendo de un cubo unitario blanco, que representaba la unidad (1), hasta un prisma unitario de color marrón claro, que representaba el 10, y se obtenía superponiendo sendos cubos de otros colores. En los primeros años de la escuela primaria, en lugar de trabajar con los números mismos (denunciados como “demasiado abstractos”), el pequeño estudiante trabajaba directamente con estos objetos coloridos y atractivos. El creer que es más fácil entender la operación “verde más amarillo es igual a marrón” que $3+5=8$, sigue siendo un misterio, pero semejante sinsentido invadió el mundo entero y durante décadas los niños jugaron con estos objetos de color. Por

supuesto, ningún cubo o prisma pequeño podía representar el cero, que, así, quedaba excluido de la aritmética de los números naturales, de manera que, por ejemplo, era imposible restar 5 de 5.

Georges Papy se hizo famoso internacionalmente por sus reglas cromáticas para dibujar los óvalos con los que se representan los conjuntos. Los profesores y los niños quedaba encantados de poder jugar con colores y seguir aquellas reglas tan fáciles de entender, pero alejadas de cualquier sentido semiótico o matemático. Papy también fue famoso por la minicalculadora que llevaba su nombre, la cual permitía hacer cálculos en base binaria recurriendo únicamente a un pequeño cuadrado de cartón dividido por las medianas en cuatro cuadrados más pequeños de cuatro colores diferentes. Esta herramienta lúdica transformaba fácilmente escritos en base diez en escritos en base dos mediante puras transformaciones automáticas de la escritura sin que se comprendiera su significado. Dienes y Papy viajaron por todo el mundo presentando triunfalmente sus divertidas creaciones y difundiendo la “matemática moderna”.

El rechazo de importantes matemáticos a la “matemática moderna”

A partir de 1970 comenzaron a hacerse evidentes las críticas a estas hipótesis didácticas. En ese año se publicó el célebre artículo *Les mathématiques modernes: une erreur pédagogique et philosophique?* del matemático **René Thom** (1970), quien en 1958 había ganado la prestigiosa Medalla Fields, por lo que las repercusiones de su incursión en este campo no fueron en absoluto despreciables. En su breve artículo hacía un análisis muy crítico, que reavivó el interés de los matemáticos por los problemas de la Educación matemática, y cuyos planteamientos reiteró con vehemencia en 1972 durante el II Congreso Internacional sobre Educación Matemática celebrado en Exeter, Inglaterra (**Thom**, 1973). Un nuevo y duro golpe provino de otro personaje famoso, el historiador estadounidense de la matemática **Morris Kline** (1973). Su obra *Why can't Johnny add?* tenía un subtítulo explícito: *The failure of the New Mathematics*. Tras el ataque de los matemáticos vino también el de los psicólogos, que no consideraban en absoluto convincente la teoría de los números de Piaget, tenida por muchos como la base de las matemáticas modernas.

En oposición a las “nuevas matemáticas”, a mediados de los años 80 surgieron en el mundo diversos proyectos educativos basados en una nueva visión de la investigación en la enseñanza de la aritmética y los números. La idea de ordinal y del número dentro de la recursión, cobró nueva vida, así como del número pensado como término del lenguaje para nombrar, el número en sus significados temporales, en el uso del dinero, etc. Tales planteamientos fueron incorporados al reformularse los planes de estudio nacionales de aritmética, especialmente los de las escuelas primarias, en varios países. En la escuela italiana, por ejemplo, en el currículo nacional de 1985, en lugar de conjuntos se plantea lo siguiente con respecto a la aritmética: “El desarrollo del concepto de número debe estimularse aprovechando al máximo las experiencias previas de los alumnos en el conteo y el reconocimiento de símbolos numéricos elaborados en el contexto del juego y de la vida familiar y social. Hay que tener en cuenta que la idea de número natural es compleja y, por lo tanto, requiere de un enfoque que haga uso de diferentes puntos de vista (ordinalidad, cardinalidad, medida, etc.); su adquisición tiene lugar en niveles cada vez más altos de internalización y abstracción a lo largo de todo el curso de la escuela primaria y más allá” (traducción del autor) (**Decreto del Presidente della Repubblica-D.P.R. 104**). Es obvio que estas palabras se inspiraron en la historia que hemos resumido.

Lo mismo puede decirse del punto de inflexión histórico en los planes de estudios franceses (incluso los de 1985, que ya no están vigentes), los cuales giraban previamente en torno a la teoría de conjuntos, que ya no se menciona, como tampoco se hace referencia a los conjuntos en el currículo nacional británico de 1988, el cual incluía, sobre todo, indicaciones sobre los objetivos mínimos de aprendizaje.

Un caso específico: Italia y las matemáticas modernas

En 1974 el Ministerio de Educación italiano creó los institutos regionales de investigación educativa (IRRE), como expresión concreta del deseo y la necesidad de renovar todos los aspectos de la enseñanza en Italia, no sólo desde un punto de vista burocrático administrativo, sino también en lo que se refería a las disciplinas específicas. Los IRRE se concretaron en los institutos regionales de investigación, experimentación y actualización educativa (IRRSAE), uno de los cuales, el de la región de Emilia-Romaña, quedó bajo la dirección de Zoltan Dienes. Fue este un momento de gran euforia, que se extendió desde mediados de los años 80 hasta el 2005, periodo en que comenzaron a realizarse cursos de formación en todas las regiones y a crearse grupos experimentales con la intención de renovar radicalmente las prácticas de enseñanza de la Matemática desde todos los puntos de vista, lo que generó la necesidad de los llamados nuevos programas de escuela elemental, es decir, el nuevo currículo de la escuela primaria, emitidos en 1985. Gracias a experiencias y experimentaciones concretas, salieron a la luz varios proyectos específicos de formación de profesores de primaria totalmente novedosos, como el proyecto de Matemáticas escolares elementales, que se publicaron en varios volúmenes, especialmente entre 1986 y 1989.

El evento de Cognola y los primeros signos de la revuelta italiana contra las “matemáticas modernas”

En 1908, durante el Congreso Internacional de Matemáticos, se creó en Italia la Comisión Internacional de Educación Matemática (ICMI), la cual operó con ese nombre hasta 1955, cuando apareció la Comisión Italiana para la Enseñanza de la Matemática, cuya sigla, CIIM, fue oficialmente presentada en 1963 en el marco de la Unión Matemática Italiana (UMI), convirtiéndose en 1975 en una de sus comisiones permanentes. Esta cronología demuestra el interés real de los matemáticos y científicos por la escuela y la enseñanza de la disciplina y, aunque no fueron muchos los investigadores universitarios que decidieron abordar este tipo de problemas como objeto de su investigación científica, tampoco fueron pocos.

Para dar una señal de vitalidad y reforzar el interés en este campo, la Unión Matemática Italiana, presidida por el analista florentino Carlo Pucci (1925-2003), decidió celebrar en Cognola (Trento), del 7 al 11 de octubre de 1980, la conferencia internacional *Cognitive processes of mathematics at the primary school level*, la cual fue financiada con fondos del Consiglio Nazionale delle Ricerche-CNR. Como ponentes fueron invitados los más famosos estudiosos extranjeros de los problemas educativos relacionados con la enseñanza de la Matemática, entre ellos Zoltan Dienes, George Papy, Frédérique Papy (1921-2005), Zofia Krygowska (1904-1988) y Efraim Fischbein (1920-1998), así como jóvenes matemáticos italianos dedicados a la investigación en Matemática en las universidades, pero interesados, o al menos intrigados, por el tema de su enseñanza en las escuelas, quienes asistieron no sólo como oyentes, sino también para presentar sus reportes.

En esa ocasión Dienes y Papy evidenciaron sus debilidades científicas y metodológicas como investigadores ante la posición crítica de los jóvenes científicos. Por el contrario, Efraim Fischbein impresionó a todos los participantes, hasta el punto de que, durante años, colaboró con numerosos centros italianos de investigación educativa en la realización de investigaciones muy apreciadas. Fischbein había fundado el International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME) en 1976 durante el *International Congress on Mathematical Education* (ICME-3) en Karlsruhe, después de concebir, construir y proponer como campo de investigación específicamente didáctico la fascinante y convincente teoría de los conceptos figurativos a principios de los años 60. Esta se había publicado en rumano en 1963 (Fischbein, 1963), pero fue ignorada por el mundo académico de entonces y sólo 30 años después fue traducida al inglés (Fischbein, 1993), momento en que obtuvo el éxito internacional que merecía.

Como ya se mencionó, en 1908 se fundó en Roma la Comisión Internacional de Educación Matemática, cuyo primer presidente fue Felix Klein (1849-1925), en tanto que el Congreso Internacional nació en 1969 por iniciativa del presidente de la ICME Hans Freudenthal (1905-1990), quien tenía un notable interés en la enseñanza de la Matemática en la escuela. En otras palabras, la atención de los matemáticos hacia la enseñanza de esta disciplina en la escuela siempre ha existido, aunque sin la orientación actual de considerarla también como un dominio de investigación científica dentro de la propia Matemática.

En ese sentido, el congreso nacional *Incontri con la Matematica 6*, celebrado en Castel San Pietro Terme (Bologna) del 13 al 15 de noviembre de 1992, tuvo como únicos ponentes a Efraim Fischbein y Gérard Vergnaud (1933-2021), otro gran estudioso de la Educación matemática, lo que puede considerarse como una señal de cuánto habían cambiado las cosas en el campo de la investigación en Educación matemática desde los tiempos de la “matemática moderna”: finalmente se podía hablar de una investigación científica real.

Guy Brousseau y el nacimiento de la Educación matemática

Desde los primeros años de las llamadas nuevas matemáticas, el maestro de escuela primaria francés Guy Brousseau, estudiante de Matemática y luego profesor universitario de esta materia en Burdeos, luchó vigorosamente contra esa concepción distorsionada que se había impuesto en el mundo. En efecto, Brousseau propuso la posibilidad de una investigación científica matemática seria en el campo educativo escolar. Con el paso de los años, mediante sus estudios y publicaciones, la idea se concretó en diversos grupos de investigación que poco a poco fueron formándose en el mundo y, por esa vía, interesó a los docentes. Aquí se ha expuesto sobre todo lo que pasó en Italia, pero la situación fue similar en muchos otros países. El que en nuestra opinión es su texto más significativo y definitivo, *Recherches en Didactique des Mathématiques* (Investigaciones en Educación matemática), publicado por **Brousseau** en 1986, lleva el nombre de la disciplina que concibió.

Brousseau fue indudablemente el creador de las tesis que, respaldadas principalmente por los resultados de investigaciones empíricas, constituyeron el fundamento de la disciplina científica que actualmente se denomina Educación matemática, la cual no debe confundirse con cuestiones orientadas meramente por un supuesto sentido común, o por ideas personales relacionadas con la enseñanza y sus nuevos caminos, o por la creación de juguetes para dicha enseñanza, y otros planteamientos de esta suerte. La diferencia y la relación entre la enseñanza y el aprendizaje son ahora un dominio enteramente compartido por investigadores rigurosos que no se limitan a proponer ideas basadas en sus intuiciones u opiniones. No sería apropiado tratar de resumir los profundos y revolucionarios resultados de la investigación de Brousseau en unas pocas líneas, nos limitamos aquí a hacer una lista de los principales temas en los que se basó su investigación científica en esta disciplina: la teoría de situaciones, los obstáculos, el modelo del triángulo didáctico, la transposición didáctica, la ingeniería didáctica, y otros. Cientos, incluso miles de investigadores en Educación matemática en todo el mundo han trabajado sobre los asuntos presentados por Brousseau, confirmándolos y profundizándolos, como los pilares de la estructura básica de la investigación actual, lo que garantiza a los evaluadores de las revistas, enlaces y referencias para emitir valoraciones que no sean sólo expresiones de pensamientos y juicios personales. El legado de Brousseau obtuvo un merecido reconocimiento en la concesión que en el 2003 le hiciera la Comisión Internacional de Educación Matemática de la primera Medalla Felix Klein en este campo.

La decadencia definitiva de las ideas de Dienes, Papy y la “matemática moderna”

En 1970 George Papy creó y dirigió hasta 1991 un grupo de estudio e investigación, el Groupe International de Recherche en Pédagogie de la Mathématique (GIRP), con sede oficial en Walferdange (Luxemburgo). Durante la conferencia de 1991 en Locarno, se eligió otro presidente y en 1994 el grupo se disolvió.

Por otra parte, la fama de Dienes aún persistía a principios de los 90 en diversas zonas de Italia, especialmente en Romaña, gracias, sobre todo, a un grupo de directores de educación que había sido formado por él en la región. El 8 de mayo de 1993 estos organizaron en Forlì un encuentro-debate entre el propio Dienes y un exponente de las nuevas ideas de Educación matemática surgidas en Francia, pero que entonces ya se habían difundido en todo el mundo. En aquella ocasión el propio Dienes reconoció la decadencia de sus ideas. Así desaparecieron, después de un efímero auge, tanto la teoría de conjuntos para enseñar la matemática desde la escuela primaria hasta la llamada “matemática moderna”. Sin embargo, todavía muchos profesores creen en la eficacia de sus trucos ilusorios y siguen apareciendo supuestos expertos que los crean y los comercializan. El CIIM y otras organizaciones científicas de gran importancia han criticado estas artimañas engañosas, a menudo llenas de errores matemáticos, pero aquellos profesores que nunca han tomado cursos serios de formación en Educación matemática son presa fácil de estas ilusiones insustanciales.

Otras entidades y eventos en Italia

Financiadas inicialmente por el CNR y posteriormente también por el MIUR, se crearon en Italia las unidades de investigación en Educación matemática (*Nucleo di Ricerca*, NRD) a principios de la década de 1980, como parte de los departamentos de Matemática de las universidades. La idea era crear vínculos de análisis e investigación entre los matemáticos que enseñaban en universidades y los maestros de escuela de todos los niveles interesados en la investigación y no sólo en la experimentación. La idea fue acogida con notable entusiasmo como una excelente oportunidad para poner en conocimiento de los profesores de las escuelas italianas y extranjeras los resultados de la investigación de la ya consolidada disciplina de Educación matemática, en claro contraste con las banalidades que hemos comentado. En este contexto, se destacan los muchos encuentros entre núcleos que se organizaron en toda Italia para el intercambio de información sobre los resultados de la investigación, los cuales contaron con una gran participación de profesores universitarios y docentes de las escuelas.

Muchas de las actividades llevadas a cabo en esta área se publicaron como estudios científicos con resultados concretos. Además, en el seno de los NRD nacieron revistas de investigación en este campo específico que siguen activas en la actualidad, entre ellas, *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, activa desde 1970 (aunque inicialmente con otro nombre muy similar), y *La matematica e la sua didattica*, creada en 1986. Asimismo, se organizaron varios congresos nacionales con el objetivo de dar a conocer los resultados de las investigaciones de los núcleos y discutir los hallazgos de experimentos docentes exitosos, no sólo entre los investigadores universitarios, sino entre todos los profesores de Matemática. Entre estos vale la pena mencionar los congresos nacionales *Incontri con la Matematica* (Encuentros con la Matemática) que comenzaron a convocarse en 1986, siendo el primero en Bolonia y el último, el XXXVII, en 2023 en Castel san Pietro Terme, y han constituido una oportunidad para presentar ante el público de profesores italianos a los investigadores internacionales más prestigiosos e interesantes. La proliferación internacional de actividades, revistas y congresos ha sido muy notable a partir de los años 80, hasta el punto de que hoy son innumerables.

Por otro lado, los cursos de posgrado de dos años convocados entre 1999 y 2010 con el nombre de *Schools of Specialization for Secondary Education* (SSIS) fueron vehículos formidables y exitosos de la formación de los futuros profesores de Matemática para las escuelas secundarias, en tanto que los futuros profesores de educación preescolar y primaria comenzaron a formarse en carreras de cinco años que incluían cursos específicos de Matemática en el marco de las facultades de ciencias de la educación de las universidades italianas. Estos dos programas lograron los mejores resultados cuando los profesores universitarios responsables de las clases eran expertos en Educación matemática.

A pesar de todo lo anotado, algunos colegas ignoran la historia que hemos trazado aquí y confunden la investigación en Educación matemática con sus propias ideas, certezas y cándidas intuiciones, sin enterarse de que existen investigaciones científicas reales en

este ámbito, lo que los lleva a confundir la Educación matemática con la divulgación de la matemática, que si está bien hecha y es seria, no hace daño, pero sin tenerla por lo que no lo es.

Breves notas sobre los estudios de Brousseau como base para entender la Educación matemática en tanto teoría científica

Si se puede dar un nombre único pero significativo a las investigaciones iniciadas por Brousseau, este sería el de “teoría de las situaciones”. Se trata de una teoría múltiple muy compleja, que evolucionó lentamente hacia formas y direcciones novedosas hasta consolidarse en la disciplina que hoy conocemos como Educación matemática, denominación cuyas variaciones de significado no detallamos aquí (*Didactique des Mathématiques, Didattica della Matematica, Educación matemática, Matemática educativa, Educação matemática, Mathematikdidaktik, etc.*).

Estamos más que convencidos de que hoy la Educación matemática debe ser aceptada cabalmente como una teoría científica que reúne todos los requisitos para serlo, especialmente en la investigación. Ahora bien, no vamos a abordar aquí la pregunta sobre las características que debe tener una teoría para considerarse “científica”, nos limitaremos a referenciar a autores célebres y sus ideas más conocidas: el paradigma y las revoluciones, de **Thomas Kuhn** (1957); la ciencia como sistema específico de conocimiento, de **Mario Bunge** (1960); el programa de investigación, de **Imre Lakatos** (1978); la ciencia como expresión de una sociedad específica coherente, de **Thomas Albert Romberg** (1983), y la ciencia como un conjunto coherente de principios, preguntas de investigación y metodología, de **Luis Radford** (2021), entre otros.

Recordemos que en la lista de disciplinas matemáticas universitarias de Italia la Educación matemática aparece en el área científica disciplinaria “Mat 04 Matemáticas complementarias”, la cual también incluye la historia de la Matemática y las Matemáticas elementales. Hemos observado que las aproximaciones construidas a partir de la teoría de situaciones, a menudo tienen objetivos diferentes, lo que, a pesar de haber sido aceptadas con interés y curiosidad en el panorama internacional de la investigación, ha impedido que reemplacen las teorías anteriores. En nuestra opinión, las relaciones entre las teorías o investigaciones que resaltan analogías o contrastan los resultados de las investigaciones empíricas, es uno de los temas más fascinantes de las investigaciones actuales (**D'Amore & Fandiño-Pinilla**, 2017).

La Educación matemática como matemática aplicada

La Educación matemática es, por lo tanto, una disciplina perteneciente al vasto dominio de la Matemática y, en nuestra opinión, uno de los muchos componentes de la llamada “Matemática aplicada”, es decir, una rama de esta disciplina que se ocupa del estudio de las técnicas matemáticas utilizadas en la aplicación del conocimiento matemático a otros campos científicos y técnicos, lo que para muchos constituye una confirmación más del poder y el éxito de la Matemática aplicada, como lo ha manifestado el físico y matemático húngaro naturalizado estadounidense Eugene Paul Wigner (1902-1995) en su famoso y valioso libro de divulgación publicado por primera vez en 1960 con el significativo título de *The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences* (**Wigner**, 1960). También sugerimos, para confirmar nuestra posición, la lectura esclarecedora de la muy breve historia de la Matemática aplicada de **Stolz** (2002).

Un buen ejemplo del reconocimiento oficial de esta visión de los investigadores en Matemática aplicada fue, en nuestra opinión, la reunión conjunta UMI-SIMAI/SMAI-SMF bajo el título *Mathematics and its applications*, celebrada en el Departamento de Matemática de la Universidad de Turín en julio de 2006. La brillante idea, seguramente debida a Ferdinando Arzarello, de dedicar un espacio específico de ese encuentro a las aplicaciones de la Matemática a la Educación matemática, despertó mucha curiosidad e interés entre los participantes. Los textos de las conferencias y seminarios impartidos por

los distintos invitados, se publicaron íntegramente en el número 1 del volumen 21 de la revista trilingüe *La matemática e la sua didattica* (abril de 2007) (D'Amore & Fandiño-Pinilla, 2007).

En todo este tiempo, se han desarrollado numerosos estudios teóricos basados en los resultados de las muchas investigaciones empíricas, estudios y análisis específicos orientados a resaltar las diferencias entre estas teorías. De todas maneras, las nuevas teorías nacen con objetivos precisos, no sólo para absorber o incluir las anteriores, sino también para estudiar factores que estas pasaron por alto, o hechos que no eran de su interés (D'Amore, 2007).

Conclusión

Son muchos los aspectos de la Educación matemática que podrían detallarse a partir de las numerosas contribuciones a la investigación en este campo, provenientes de universidades y centros de investigación de todo el mundo, pero ello sería objeto de un trabajo mucho más extenso, que destacara, por ejemplo, las características de las diferentes líneas evolutivas aparecidas. Aquí, sin embargo, se trató de hacer sólo un resumen alentado por el deseo de resaltar las características del nacimiento de una teoría que primero tuvo que lidiar con premisas acientíficas, basadas en intuiciones y opiniones más que en reflexiones analíticas científicas.

Referencias

- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 7(2), 33-115.
- Bruner, J. S. (1966). *Towards a Theory of Instruction*. Cambridge University Press.
- Bunge, M. (1960). *Science, its method and its philosophy*. Eudeba.
- D'Amore, B. (2007). Mathematical objects and sense: how semiotic transformations change the sense of mathematical objects. *Acta Didactica Universitatis Comenianae*, 7, 23-45.
- D'Amore, B. & Fandiño-Pinilla, M. (2007). How the sense of mathematical objects changes when their semiotic representations undergo treatment and conversion. *La matemática e la sua didattica*, 21(1), 87-92. [Proceedings of the Joint Meeting of UMI-SIMAI/SMI-SMF: *Mathematics and its Applications*. Panel on Mathematics Education. Department of Mathematics, University of Turin. July 6, 2006].
- D'Amore, B. & Fandiño-Pinilla, M. (2017). Reflexiones teóricas sobre las bases del enfoque ontosemiótico de la Didáctica de la Matemática. En J.M. Contreras, P. Arteaga, G.R. Cañadas, M.M. Gea, B. Giacomone y M.M. López-Martín (Eds.), *Actas del II Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico*. Granada, March 23-26, 2017. Proem Editora. <http://enfouqueontosemiotic.ugr.es/civeos.html>
- Decreto del Presidente della Repubblica 12 02 1985, n. 104 (D.P.R. 104). (1985). Approvazione dei nuovi programmi didattici per la scuola primaria. p. 24 *Gazzetta ufficiale*, 76. https://www.edscuola.it/archivio/norme/decreti/dpr104_85.pdf
- Dienes, Z. (1972). *La mathématique vivante*. OCDL.
- Fischbein, E. (1963). *Conceptele Figurale*. Editura Academiei RPR.
- Fischbein, E. (1993). The Theory of Figural Concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 24(2), 139-162.
- Kuhn, T. S. (1957). *The Copernican revolution. Planetary astronomy in the development of western thought*. Harvard University Press.
- Kline, M. (1973). *Why Johnny Can't Add: The Failure of the New Math*. St. Martin's Press. <https://doi.org/10.1177/019263657405837820>
- Lakatos, I. (1978). *Philosophical Papers*. Cambridge University Press.
- Radford, L. (2021). *The theory of objectification. A Vygotskian perspective on knowing and becoming in mathematics teaching and learning*. Brill/Sense. <http://dx.doi.org/10.1080/10986065.2021.1984070>
- Romberg, T. (1983). Toward "normal science" in some mathematics education research. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 15(8), 89-92.
- Stolz, M. (2002). The History of Applied Mathematics and the History of Society. *Synthese*, 133(1), 43-57. <http://dx.doi.org/10.1023/A:1020823608217>

-
- Thom, R.** (1970). Les mathématiques modernes: une erreur pédagogique et philosophique? *L'Age de la Science*, 3(3), 225-242.
- Thom, R.** (1973). Modern mathematics: does it exist? En A. Howson (Ed.), *Developments in Mathematical Education* (194-210). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9781139013536.011>
- Wigner, E.** (1960). The unseasonable effectiveness of Mathematics in the Natural sciences. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 13(1), 1-14. <https://doi.org/10.1002/cpa.3160130102>
-

Nota

La versión en inglés del precedente texto fue publicada en la revista *Annales, organo dell'Accademia delle scienze di Bologna*. Licence Agreement CC/BY 4.0, <https://annalessaccademia.it/sito/category/class-of-physical-sciences/volume-1-2023-ps/>

D'Amore, B. (2023). Some specific historical elements on the evolution of 'Mathematics Education' as a research discipline. *Annales Accademia delle Scienze di Bologna*, 1(1), 23-34. <https://doi.org/10.30682/annalessps2301c>.

Nota del editor

La Educación matemática, lejos de constituirse en un conjunto de buenas intenciones y prácticas pedagógicas, se ha convertido desde hace unas décadas en una rama del conocimiento científico, adecuadamente reconocida en congresos especializados, y a la que se le dedican anualmente decenas de trabajos de tesis de magister y doctorado.

En este artículo, Bruno D'Amore traza con precisión, distancia y adecuada ironía, la historia de la situación. Marca los inicios del tratamiento científico de la cuestión en la obra de Guy Brousseau, en los años ochenta, pero olvida mencionar que en los últimos veinte años es, entre otros, al nombre de D'Amore a quien se le deben asignar algunos de los avances mayores y la consolidación definitiva de la disciplina. Bruno D'Amore, crítico de arte, ensayista, historiador, matemático, doctor en Educación matemática, puede considerarse como un verdadero *humanista integral* de nuestra época. Recién sublimado en la *Accademia delle scienze di Bologna* y ahora radicado en Colombia, D'Amore sirve de magnífico puente entre esa excelsa Academia y la nuestra. Es un placer y un honor contar con su contribución en este número de la *Revista*.

Fernando Zalamea
Académico honorario
Editor Asociado