Fernando Zalamea Traba

El martes 4 de diciembre de 2018 se realizó en la sede de la Academia la sesión solemne de posesión del doctor Fernando Zalamea Traba como Miembro Honorario de la institución. La presentación del nuevo Académico Honorario estuvo a cargo del Académico doctor Andrés Villaveces. Hicieron uso de la palabra además el Académico de Número doctor Carlos E. Vasco y el Profesor Titular de la Universidad del Rosario doctor Carlos Alberto Cardona.

El nuevo Académico Honorario dictó la conferencia **"Nuevos caminos para la filosofía a partir de la obra matemática de Grothendieck".**

Me permito agradecer en primer lugar a los doctores Enrique Forero, por imaginar mi eventual entrada a la Academia, Luis Carlos Arboleda, por apoyar mi candidatura, Andrés Villaveces, por su extremadamente fina presentación de mi obra, Carlos Vasco, por su incisivo y divertido diálogo con mis trabajos, Carlos Cardona, por su extraordinaria generosidad de siempre. Es para mí un alto honor acompañarles en esta prestigiosa Institución, y agradezco sinceramente su gesto de reconocimiento. En segundo lugar, presento mis excusas a los Miembros de la Academia por tomar posesión con el título de Académico Honorario, sin haber recorrido previamente una escala de méritos intermedios. En mi vergüenza, me escudo en una *unicidad* de la que me puedo sentir orgulloso: soy el único profesor en la historia de la Universidad Nacional de Colombia en haber publicado seis libros en la Facultad de Ciencias, tres en la Facultad de Ciencias Humanas, uno en la Facultad de Artes, dos a nivel central de la Editorial de la Universidad y dos a nivel de Rectoría. Es posible que esa *cantidad diversificada* sea única también en la Academia Colombiana, y amparo entonces mi vergüenza en esa peculiar circunstancia.

En cuanto a la *calidad*, como todos los científicos, pensadores y escritores lo sabemos, solo el curso del tiempo, unas cuantas décadas después de nuestras muertes, medirá la relevancia, o más bien la irrelevancia, de nuestras obras. La fragilidad de la condición humana nos pone a cada uno de los aquí presentes ante un ventanal estructural de tiempos largos, donde los vientos huracanados de la historia, en la imagen de Walter Benjamin, asolarán sin duda la coyuntura de nuestras vanas alegrías actuales. Entre los grandes Maestros que en cambio vivirán por siempre, la figura de Alexander Grothendieck (Berlín 1928 - Saint-Girons 2014) es aquella del matemático más cercano a nosotros que ha ya saltado a la estirpe de los inmortales. En esta breve alocución, presentaré, en una *primera parte*, los rasgos esenciales de la obra matemática de Grothendieck, y, en una *segunda parte*, argumentaré cómo algunos de sus aportes matemáticos mayores pueden llegar a tener una honda influencia en la filosofía y en la cultura del siglo XXI.

Primera parte

Entre abril 20 de 1987 y abril 2 de 1988, acercándose a sus 60 años, en Mormoiron, un pueblo miserable en la oscura provincia francesa, Alexander Grothendieck escribe su *Llave de los sueños*, uno de los últimos grandes tratados del alma en nuestros tiempos y una extraordinaria requisitoria de mil páginas en contra de la degradación de los valores en el mundo occidental. Activista radical, fundador de los primeros movimientos ecologistas en los años 70, líder de proyectos comunitarios, agricultor en su propio jardín, Grothendieck combina el aprecio de las cosas más sencillas y materiales, con la ambición de encontrar un soplo espiritual universal detrás de la diversidad. Explorador profundo de la psiquis, Grothendieck registra más de mil sueños, y efectúa un análisis detallado de cerca de trescientos de ellos. La riqueza multiplicativa de sus ideas cubre la historia, la fenomenología, la metafísica, así como el psicoanálisis, la sociología, la mística, mientras se sumerge en una suerte de conciencia cósmica y busca una armonía universal general detrás de las concreciones particulares más extremas. Un diálogo natural ocurre con las *Hojas de hierba* de Whitman y con el *Moby-Dick* de Melville. Muchos de los pasajes de la *Llave de los sueños* alcanzan un lirismo sobrecogedor, donde la fragilidad de la condición humana se acopla con la inmensa riqueza creativa de la humanidad.

Todo Grothendieck puede resumirse en ese vaivén pendular entre lo particular y lo universal, lo concreto y lo abstracto, lo obstruido y lo transitable, lo singular y lo suave, lo diabólico y lo angélico. Su vida puede dar lugar a varias novelas, entre las cuales contamos ya con la notable *Coronel Lágrimas* (2015) del joven escritor costarricense Carlos Fonseca. Hijo de padres anarquistas, Grothendieck es recluido de niño con su madre en un campo de concentración, y, a los 20 años, termina su carrera de matemáticas en Montpellier, sin saber entonces, según su testimonio en *Cosechas y siembras* (1983-1986), lo que eran un grupo o un espacio topológico. Por otro lado, en los años de Montpellier, mientras trabaja de labriego en los campos, reconstruye por su cuenta la medida de Lebesgue, de la cual desconocía su existencia, lo que demuestra un talento matemático innegable que por suerte detecta un inspector de matemáticas en provincia, quien le ofrece una beca de estudios para París. En toda su ingenuidad e ignorancia, Grothendieck desembarca en el *Seminario Cartan* de la Escuela Normal Superior, y muy pronto, en un año (1948-1949), se pone a la par de sus maestros, quienes en ese momento formaban el corazón de Bourbaki. Grothendieck pregunta demasiado, Cartan se cansa del alumno indisciplinado y lo envía a Nancy, a hacer su tesis doctoral bajo el férreo régimen de Laurent Schwartz y Jean Dieudonné. La increíble historia posterior es bien conocida: para calmar el frenesí de su discípulo, Schwartz y Dieudonné le asignan una lista de catorce problemas abiertos que Schwartz (Medallista Fields el año siguiente) no había podido resolver. Al año, Grothendieck los ha resuelto todos y tiene a su haber, según el testimonio de Schwartz, numerosas investigaciones que podrían valerle por varias tesis doctorales. Así, en tres años, Grothendieck pasa de no saber qué era un espacio topológico a convertirse en el mayor especialista mundial de los espacios vectoriales topológicos. Según Dieudonné, Grothendieck solo resulta ser comparable con Banach. La medida de su talento fuera de lo común es ya incontestable a sus 25 años.

Pero todo está aún por venir. En su primer postdoctorado, en Sao Paulo, escribe su *Resumen de la teoría métrica de los productos tensoriales topológicos* (1953), donde inventa la teoría fina de los espacios de Banach, caracteriza a los espacios de Hilbert como espacios reflexivos que son además *L*-subespacios y *C*-cocientes, y descubre la constante de Grothendieck que gobierna el retículo de las 14 normas naturales posibles en los productos tensoriales de espacios de Banach. Dos años más tarde, en su segundo postdoctorado, en Kansas, escribe el gran artículo *Sobre algunos puntos del álgebra homológica* (1955-56) y sienta las bases de su *prueba generalizada de Riemann-Roch* (1955-1957). El artículo sobre el álgebra homológica explora el uso efectivo de la teoría de categorías en la matemática, y, según Mac Lane, el fundador de la teoría, emerge entonces "la noción de teoría de categorías como un tema propio de estudio" bajo la influencia de Grothendieck. El artículo (de 100 páginas, Grothendieck siempre se entregará al máximo) es aún hoy en día una de las mejores introducciones al tema. Allí presenta las nociones de equivalencia y adjunción, inventa las categorías abelianas, unifica la cohomología y la serie de funtores derivados de funtores de módulos, y resuelve en abstracto la existencia de suficientes inyectivos mediante la primera aparición de generadores y axiomas infinitarios en teoría de categorías. Por otro lado, el teorema de Riemann-Roch (1857) aseguraba un enlace entre un invariante geométrico natural de una superficie (el género, asociado al número de cortes que tornan disconexa la superficie) y un invariante armónico diferencial de la misma (la resta de dimensiones entre el espacio vectorial de meromorfas definibles sobre la superficie y el espacio de holomorfas), es decir, ofrecía un enlace profundo entre la magnitud (ámbito de la geometría) y el número (ámbito de la aritmética y el álgebra). En su prueba generalizada de Riemann-Roch, Grothendieck encuentra un invariante superior, del que se derivan tanto el género como la armonía diferencial. La *K*-teoría engloba ambos aspectos y se convierte en el corazón de la geometría algebraica.

Para precisar un poco más la fuerza técnica de las matemáticas en juego, debemos ahora abordar la noción de *haz*, sobre la cual Grothendieck se refiere así en *Cosechas y siembras*: "(...) la idea novadora esencial fue aquella de *haz* (...). Fue esa la idea maestra de una transformación profunda en nuestra aproximación de los espacios de todo tipo, y con seguridad una de las ideas más cruciales aparecidas a lo largo del siglo". Los haces, inventados por Jean Leray en un campo de concentración, en 1942, constituyen de hecho la noción matemática más simple posible para poder hablar de transferencias y obstrucciones entre lo local y lo global. Un haz consiste de dos espacios topológicos, un espacio alto que se proyecta sobre un espacio bajo, de tal manera que el alto se vea *desplegado* sobre el bajo, o el bajo se encuentre *plegado* desde el alto (esto se asegura postulando que la proyección es un homeomorfismo local). El entendimiento del haz se reduce a comprender su comportamiento *vertical* (estudio de las preimágenes de un punto en el espacio bajo, denominadas *fibras*) y su comportamiento *horizontal* (estudio de las preimágenes de una *vecindad* en el espacio bajo, denominadas *secciones*). El problema básico consiste entonces en preguntarse cuándo es posible (o imposible) pegar distintas secciones *locales* (sobre vecindades acotadas) para llegar a una sección *global* (sobre todo el espacio, o, al menos, una parte amplia del mismo). Los haces ocurren por doquier: en variable compleja, geometría diferencial, topología, grupos y anillos, conjuntos ordenados, categorías. Los *haces coherentes* de Serre (1955) fueron en particular una gran inspiración para Grothendieck: la idea consiste en iterar la noción de haz, y tomar un haz de módulos sobre un haz de anillos, donde todas las conexiones son lo más *suaves* posibles (módulos de tipo finito sobre las fibras, núcleos de tipo finito para los morfismos entre las fibras). El *grupo de la K-teoría* se define como el grupo libre generado por los haces coherentes sobre una variedad, y con ello Grothendieck demuestra que el género y la armonía diferencial compleja no son más que instancias particulares de una *K*-teoría general que las recubre. Yendo aún más allá, la emergencia de los haces en lógica, gracias al trabajo *Lógica de los haces de estructuras* (1995) de nuestro Maestro y Honorable Miembro de la Academia, Xavier Caicedo, constituye en mi parecer el aporte más alto de la historia de las matemáticas en Colombia.

Uno de los principios metodológicos fundamentales de Grothendieck se resume en una *doble iteración*, en el tránsito del "en-sí" al "en-múltiple". Dos tradiciones se contraponen en el pensamiento occidental: por un lado, el *análisis*, que pretende entender por descomposición, explora el interior de un objeto y busca sus elementos constitutivos, y, por otro lado, la *síntesis*, que espera entender por composición, explora el exterior de un objeto y busca sus relaciones constituyentes. En los fundamentos de las matemáticas, el análisis –"en-sí"– ha dado lugar a la *teoría de conjuntos*, la síntesis –"en-múltiple"– ha dado lugar a la *teoría de categorías*. En categorías, un objeto se entiende entonces por sus correlaciones con el medio ambiente, por su "aura" (lo que llamamos un funtor representable); pero yendo aún más allá, el objeto debe entenderse por su inmersión en una categoría de objetos similares. El "en-sí" se rompe dos veces, al pasar de lo analítico singular a lo sintético plural (funtor representable) y a lo sintético general (categoría de prehaces). En el caso de las *categorías de haces*, Grothendieck encuentra una fascinante polaridad (y en realidad una ortogonalidad), dependiendo de la estructura que se admita en las *fibras* de los haces. Si nos situamos en haces cuyas fibras son grupos abelianos, obtenemos las *categorías abelianas*. Si nos situamos en haces cuyas fibras son conjuntos, obtenemos los *topos*. Si nos situamos en haces sobre modelos de Kripke cuyas fibras son estructuras arbitrarias de tipo fijo, obtenemos la lógica de los haces de Caicedo.

Nos acercamos así a la que es posiblemente la mayor invención de Grothendieck: *la teoría de topos*. En su conferencia del Congreso Internacional de Matemáticos de Edimburgo (1958), Grothendieck vislumbra una idea genial que le mantendrá ocupado en la siguiente década de su vida. Uno de los problemas centrales de las matemáticas había sido expresado una década antes en las conjeturas de Weil (1949), que pretendían contar el número de puntos de curvas sobre cuerpos finitos, mediante una extensión abstracta de la función Zeta de Riemann. Los trabajos pioneros de Lefschetz (1926) habían encontrado una conexión entre cálculos de puntos fijos (aplicables a posteriori a las conjeturas de Weil) y cálculos homológicos. En la época de Grothendieck se requería entonces la construcción de una cohomología adecuada para resolver las conjeturas de Weil, y he aquí cómo la presenta Grothendieck en su conferencia de Edimburgo: "una tal aproximación recientemente se me reveló por las *conexiones entre la cohomología de haces y la cohomología de grupos de Galois, por un lado, y por la clasificación de los cubrimientos no ramificados de una variedad, por otro lado*". De repente, en tres líneas, seguramente las tres líneas más visionarias de la matemática del siglo XX, Grothendieck descubre una *conexión esencial entre Galois y Riemann*, origen de la *teoría de esquemas* y de la *teoría de topos*, que renovarán enteramente la geometría algebraica, y la matemática, hasta nuestros días. De hecho, adentrándose en los más profundos problemas de la aritmética, mediante la noción de *topos étale de un esquema* (Grothendieck, 1962) se resolverán las conjeturas de Weil quince años después, y mediante la noción de *topos aritmético* (Connes, 2014) se tiene hoy en día, por vez primera en la historia de las matemáticas, una aproximación estructural seria y esperanzadora para resolver la hipótesis de Riemann.

En 1958, Dieudonné es invitado a iniciar un Instituto de Altos Estudios Científicos en París, pero este condiciona su entrada, con su generosidad habitual, a que el Instituto le ofrezca a Grothendieck un contrato paralelo. *El IHES* se convierte entonces, en la década de los años sesenta, en la Meca de las matemáticas a nivel mundial. Será el espacio de la detenida y muy extensa construcción (cerca de 7500 páginas) de los esquemas (*EGA*, 1959-1964, junto con Dieudonné) y de los topos (*SGA*, 1960-1969, junto con una escuela de brillantes alumnos). Los *esquemas* surgen directamente de conectar los anillos de holomorfas y meromorfas según Riemann con los anillos de enteros algebraicos según Galois y Dedekind, bajo la perspectiva universal de los haces. Generalizando la situación y partiendo de un *anillo conmutativo unitario arbitrario*, Grothendieck considera el espectro de sus ideales primos, convertido en espacio topológico con la topología de Zariski, y despliega sus fibras a lo largo de los *anillos locales* asociados con cada primo. Con ello, se obtiene el haz de representación de un anillo, denominado *esquema afín* por Grothendieck. Un esquema resulta ser entonces un haz que localmente se comporta como un esquema afín, o, dicho de otra manera, un haz que se consigue como adecuado *pegamiento* de esquemas afines. Yendo aún más allá y siguiendo las técnicas de Grothendieck, los esquemas deben ser entendidos "en-múltiple", a través de *categorías* de esquemas similares; los morfismos entre esquemas pueden ser muy variados, pero si estos se restringen a unas *mínimas condiciones de suavidad* (fibras constituidas por puntos aislados cuyos cuerpos residuales son extensiones finitas y separables) se obtienen los morfismos étales (*"étale"* proveniente de "liso", sin arrugas, en referencia a un verso de Víctor Hugo sobre el mar étale, liso después de una tempestad).

Por otro lado, los *topos* surgen de otra generalización directa, tan sencilla como profunda, allende la noción analítica de espacio topológico. En vez de considerar cubrimientos conjuntistas del espacio mediante abiertos, Grothendieck considera cubrimientos sintéticos del espacio mediante morfismos. En una categoría arbitraria, una *topología de Grothendieck* consiste en darse localmente colecciones de flechas sobre los objetos, que satisfagan las más simples condiciones imaginables de cubrimiento: (*i*) una identidad cubre un objeto, (*ii*) un cubrimiento de cubrimientos es cubrimiento, (*iii*) un cubrimiento halado hacia atrás proporciona un cubrimiento. Una categoría dotada con una topología de Grothendieck se denomina un *sitio*, y pueden pensarse todos los haces sobre ese sitio. De la misma manera como un espacio topológico "en-sí" se entiende mejor gracias a la categoría "en-múltiple" de todos los haces sobre él, un sitio se entiende mejor gracias a la categoría de todos los haces posibles sobre él. Por definición, *un topos de Grothendieck* es una categoría equivalente a una categoría de haces sobre un sitio. Partiendo de un esquema dado, la colección de todos los morfismos étales sobre el esquema forma una topología de Grothendieck, lo que da lugar *al topos étale del esquema.* Con la topología *étale* se obtienen finas herramientas cohomológicas, que permiten desglosar cálculos diferenciales con nilpotentes y que permiten resolver las conjeturas de Weil. Los *topos* de Grothendieck poseen una estructura elemental (es decir, expresable en primer orden) detectada por Lawvere en los años setenta, pero Olivia Caramello ha demostrado en años recientes cómo un regreso a los *topos* originales de Grothendieck provee una teoría de modelos mucho más rica que aquella codificada en los topos elementales de Lawvere.

En 1970, a los 42 años, un Grothendieck *estallado* –exhausto después de dos décadas de trabajo sin igual, desencantado de la comunidad matemática, necesitado de una honda vida espiritual– protesta contra el presupuesto del *IHES,* que resulta estar apoyado por fondos militares, y se retira abruptamente del Instituto. Su ecologismo radical, alrededor del movimiento *Sobrevivir y vivir* (1970-1975), ocupa mucho de su tiempo, pero continúa aún muy presente en matemáticas, con largas giras de conferencias donde combina técnica y activismo. A partir de 1973, vuelve a Montpellier, ahora como profesor, donde ejerce una influencia considerable (9 tesis doctorales dirigidas en el supuesto periodo "obscuro" 1971-1976, versus 7 en el periodo "de gloria" 1961-1969). En la provincia, crece su necesidad de una vivencia espiritual profunda, y se retira progresivamente de la comunidad. No obstante, en condiciones casi paupérrimas, la década 1981-1991 ofrece un inesperado renacimiento en la vitalidad inventiva de Grothendieck, con algunas de sus creaciones más originales. Después de sus aportes en *geometría algebraica,* donde las herramientas algebraicas se ponían a disposición de la geometría, Grothendieck *invierte* las perspectivas, e inventa un arsenal de nuevos conceptos y técnicas para el álgebra topológica, donde las herramientas topológicas se ponen ahora a disposición del álgebra. De esta manera, el espacio y el número entran en un *back-and-forth* completo, donde confluyen las técnicas más sofisticadas de la matemática contemporánea.

Detrás de la profusión de topologías y de cohomologías, en los años sesenta, Grothendieck había postulado la existencia de una suerte de arquetipos integrales, los *motivos*, de los cuales pudiese derivarse la multitud diferenciada de los tipos cohomológicos. *Las conjeturas estándar* (1968) proponían un marco técnico preciso para controlar parte del programa motívico. El objetivo consistía en construir una suerte de aritmética universal, que explicara en parte la enorme riqueza de la aritmética usual, gracias a un entendimiento categórico del grupo de Galois absoluto $Gal\ (\bar{Q} : Q)$. En *La larga marcha a través de la teoría de Galois* (1981), Grothendieck se adentra en el estudio concreto de los espacios *moduli* (clases de equivalencia de superficies de Riemann) e intenta capturar la acción del grupo de Galois absoluto sobre la torre compleja de los espacios *moduli*. Un estudio algebraico de la torre le lleva a introducir el *grupo fundamental algebraico* de una variedad, definido como compleción profinita del grupo topológico fundamental de la variedad, y le hace preguntarse cuáles variedades pueden ser enteramente caracterizadas por el conocimiento de su grupo fundamental algebraico. Las variedades que pueden serlo son denominadas variedades *anabelianas*, y Grothendieck conjetura que las variedades *anabelianas* sobre los racionales son esencialmente los espacios *moduli*. El caso particular de las curvas hiperbólicas sobre campos de números es resuelto por Mochizuki (1996) y, a partir de allí, emergen algunos de los problemas aritméticos abiertos más arduos de las matemáticas actuales. Por otro lado, en el *Esbozo de un programa* (1984), Grothendieck introduce nuevas herramientas de *suavización abstracta*: por un lado, los *dibujos de niños*, con cuya adición las superficies topológicas coinciden con las superficies de Riemann, y, por otro lado, la *topología moderada*, cuyos axiomas permiten eliminar muchos contraejemplos artificiales en topología. Finalmente, en *Pursuing stacks* (1983) y en los *Derivadores* (1991), Grothendieck inventa las *n-categorías*, los *stacks* y los *localizadores* en la categoría de todas las categorías, con los que propone una unificación universal de la homotopía y la homología.

Segunda parte

En las *tres décadas* 1949-1957, 1958-1970, 1981-1991, se sitúan los tres grandes periodos de la producción *conocida* de Grothendieck, donde sus estudios de la conexión *espacio-número* superan de lejos todo lo conseguido previamente en la historia de la matemática. En particular, el *espacio-tiempo* de Einstein, cuya influencia en el siglo XX ha sido tan notable, no es más que un muy reducido caso particular de las consideraciones multidimensionales de Grothendieck sobre el *espacio-número*. En esas tres décadas, Grothendieck construye una apabullante diversidad de técnicas en los ámbitos más contrastantes –análisis funcional, geometría algebraica, aritmética, álgebra abstracta, categorías, álgebra topológica–, diversidad reflejada en una contribución de *más de mil definiciones*, algo del todo excepcional si se piensa que un matemático común puede considerarse contento al haber introducido una o dos definiciones en su vida. La riqueza de la obra matemática de Grothendieck, tanto técnica, como conceptual y metodológica, no tiene parangón en el último siglo. Al margen, debe observarse que, entre 1991 y 2014, Grothendieck dejó cerca de 50.000 páginas manuscritas adicionales, cuyo contenido aún se desconoce (se sabe de miles de páginas sobre matemáticas y, sorpresa, sobre física, así como de una larguísima "historia del mal", a la cual dedica treinta mil páginas), páginas interminables que seguramente ofrecerán un abundante fermento a las jóvenes generaciones.

La enorme potencia de la obra grothendieckiana radica en su combinación de experticias técnicas en múltiples regiones *localizadas* de la matemática (espacios vectoriales topológicos, variable compleja, homología, haces, geometría algebraica, álgebra topológica) y de grandes visiones unitarias *globales* sobre toda la matemática, gracias a la teoría de categorías. En esa combinación, los procesos de *ascenso y descenso* (ejemplificados en el ascenso al *topos étale* de un esquema y el descenso a las conjeturas de Weil), así como los procesos de *abstracción y concreción,* son imprescindibles. La abstracción nunca es gratuita en Grothendieck:

por un lado, la abstracción corresponde a una *suavización* fundamental, pues en la generalidad consiguen a menudo obviarse las obstrucciones de lo particular, y, por otro lado, la abstracción siempre está dirigida hacia su posterior concreción, a través de la verdadera multitud de ejemplos que recorre su obra. En su capacidad de manejar las mayores especializaciones técnicas (Lawvere lo calificaba como un "calculista virtuoso") y, a la vez, de superarlas con profundas conceptualizaciones universales, Grothendieck combina los dos rasgos centrales de un matemático de raza. El vaivén entre lo universal y lo particular adquiere una peculiar brillantez técnica gracias a la *proyectividad de arquetipos* suaves sobre una diversidad de tipos, o, dualmente, gracias a la *inyectividad* de esos tipos en arquetipos que los gobiernan: espacios nucleares, constante de Grothendieck, suficien-cia de inyectivos, grupo de la *K*-teoría, esquemas, topos, motivos, grupo de Galois absoluto, grupo fundamental alge-braico, *stacks*, derivadores, etcétera.

De esta manera, la obra de Grothendieck revive de manera extraordinaria aquella *metafísica* que la filosofía analítica pretendía haber erradicado del pensamiento. Todo en Grothendieck busca lo invisible detrás de lo visible, lo profundo detrás de lo superficial, lo estructural detrás de lo coyuntural, lo espiritual detrás de lo accidental, el alma detrás de las apariencias. Y no podemos *seccionar* tan fácilmente como desearíamos al excelso calculista, al matemático visionario, al estudioso de la creatividad, al ecologista comprometido, al explorador de los sueños, al profeta en los tiempos del cólera, al místico en busca de un soplo divino. La unidad del pensamiento grothendieckiano se consigue justamente al entender la *integralidad* de sus múltiples facetas, dejando de lado nuestros pobres y erráticos juicios de valor. Hay que decir que el *maltrato* que ha recibido el Grothendieck no estrictamente matemático por parte de sus congéneres ha sido miserable, por decir lo menos. Las 2500 páginas de sus dos magníficos tratados reflexivos –*Cosechas y siembras* (1983-1986) y *La llave de los sueños* (1987-1988)– han sido tratadas con una vulgaridad pasmosa, solo digna de la crasa ineptitud de aquellos que emiten juicios sin conocer, los *Zoilos de la vejación y la ignorancia*, como había dicho Évariste Galois en su momento. Por el contrario, el mismo Grothendieck se define como "un múltiple en busca de unidad", lo que le convierte en un verdadero paradigma de la humanidad, con todas las contrastantes y contradictorias vertientes que encarnan en nosotros. Una matemática de la *no separación* reverbera en un pensamiento no separado. El todo y la parte se conjugan admirablemente en sus investigaciones, así como los procesos de emergencia creativa (el *volcán*) lo hacen con las suavizaciones definicionales-teoremáticas (el *mar*).

Novalis decía que la poesía requiere exactitud, así como la matemática requiere plasticidad. En efecto, siguiendo al joven genio alemán, una honda composición poética necesita exactitud, de la misma manera en que un gran teorema matemático necesita plasticidad. La combinación de ambas vertientes resulta ser esencial en los momentos álgidos de la creatividad. En su lista de razones para hacer matemáticas, Saharon Shelah sitúa a la *belleza* (nivel 9) muy por encima de los demás incentivos para trabajar en la disciplina (generalidad, nivel 6; prueba, nivel 5; desarrollo, nivel 4; etc.) Tal vez la mejor manera de definir el don elusivo de la "belleza" sea a través del *summum bonum* de la estética según Peirce: la belleza consiste en el "*crecimiento continuo de la razonabilidad*". Si, con Carlos Vaz Ferreira, entendemos la "razonabilidad" como pegamiento de los términos "razón" y "sensibilidad", vemos cómo el crecimiento continuo de la razonabilidad gobierna toda la obra grothendieckiana, tanto matemática, como filosófica, activista o mística. Grothendieck amplía poco a poco el panorama de su razón, desde lo técnico hasta lo espiritual, pasando por una *razón sensible extendida*, donde intenta integrar los múltiples afluentes de un Gran Río universal.

"Somos lo que somos" y los ríos nos gobiernan con fuerzas que trascienden nuestra voluntad misma. En tiempos de desorientación como el nuestro, la obra plena de Grothendieck, sensible a la vez a lo multifacético y a lo universal, guiada por una rectitud ética ejemplar, puede ayudar a reconstruir un tejido intelectual y social completamente fragmentado. Los *millennials* cuentan ahora con la fabulosa multiplicidad de la Red, y han expandido sus mentes de una manera asombrosa, cuya variedad de miras nos supera ya de lejos a los Honorables Académicos aquí presentes. Sin embargo, se trata de una riqueza *horizontal,* superficial, a la cual le falta su contraparte *vertical*, aquella que pretende sumergirse en lo más hondo. No en vano la novela de cabecera de Grothendieck era *Moby-Dick*, con su sondeo incesante de las profundidades del alma. No es difícil predecir que los *millennials* más sobresalientes serán aquellos que conjugarán su fácil ductilidad horizontal, con esforzados, sacrificados y dolorosos descensos verticales a los fondos escondidos del saber. Así como Pip, el grumete de *Moby-Dick,* al caer al océano, observa cómo "en portentosas profundidades se deslizan extrañas formas del desenhebrado mundo primario, y el avaro tritón, la Sabiduría, revela sus tesoros apilados", las jóvenes generaciones podrán servirse de Grothendieck para captar las desenhebradas formas de nuestra época y construir con ellas un reticulado de acciones que les ayuden a navegar en tiempos difíciles.

En el campo más restringido de la *filosofía matemática*, la obra de Grothendieck provee una enorme cantidad de pistas para renovar muchas ideas ya obsoletas. Lejos de una *filosofía analítica* de las matemáticas –orientada a los fundamentos, determinada por descomposiciones, guiada por el árbol de Hilbert, gobernada por un control lingüístico, atenta a unas supuestas aguas claras–, el siglo XXI requiere la contraparte de una *filosofía sintética* de las matemáticas –donde se resalten en cambio correspondencias, composiciones, nubes (Gromov), liberaciones visuales, contaminaciones–. Allende el prefijo básico (IN), ligado a la teoría de conjuntos y a la lógica clásica de primer orden, bases de la *filosofía analítica* en el siglo XX, se requiere pensar ahora gracias al prefijo (TRANS), ligado a la teoría de categorías y a la lógica de los haces, bases para una eventual *filosofía sintética* en el siglo XXI. El planteamiento preciso de una tal problemática ha sido efectuado en mi *Filosofía sintética de las matemáticas contemporáneas* (2009), donde la influencia de Grothendieck puede leerse en casi todas sus páginas. El mérito del volumen, traducido al inglés y al francés, consiste sencillamente en revelar un diagnóstico filosófico, producido por las matemáticas del periodo 1950-2000, donde Grothendieck campea con toda su fuerza, y en proponer algunos caminos de exploración para las nuevas preguntas encontradas. En particular, se revelan (*i*) la emergencia de una noción esencial de "universal relativo", aparente contradicción en términos, pero perfectamente comprensible gracias a los tránsitos entre categorías abstractas (con definiciones universales gracias al cuantificador ∃!) y categorías concretas (donde encarnan relativamente los universales), (*ii*) la necesidad de una "ontología transitoria", donde, junto con Alain Badiou, se observa que los conceptos matemáticos se encuentran siempre en devenir, y, junto con Jean Petitot, se captan sus características *bimodales*, es decir, fijas y en tránsito a la vez, (*iii*) la posibilidad de integrar la especificidad eminentemente dinámica de la matemática con rasgos similares de flujo en la cultura. Puedo decir que la mayoría de mis libros de ensayo responden en parte a esos rasgos (*i*)-(*iii*), profundamente influenciados por el pensamiento de Charles Sanders Peirce y de Alexander Grothendieck.

Yendo aún más allá, he podido desarrollar en los últimos tres años de mi *Seminario de filosofía matemática* (2016-2018), un nuevo modelo para pensar la filosofía matemática, donde se integran admirablemente la historia, la fenomenología y la metafísica. El calificativo "admirable" no se debe por supuesto a mi visión, sino a aquella de Xavier Caicedo, con su estudio de la *lógica de los haces de estructuras sobre modelos de Kripke*, visión elevada a su vez en parte sobre las contribuciones de Grothendieck. "Enanos a hombros de gigantes", en la imagen de Bernardo de Chartres, el enano Caicedo se alza sobre el gigante Grothendieck, y mi microscópica talla de insecto se alza sobre Caicedo. La idea de mi construcción es de una sencillez extrema. Considere un modelo de Kripke para el intuicionismo como una representación no lineal del tiempo; encima de cada instante sitúe un haz parcial cuyo espacio plegado son los teoremas, definiciones y ejemplos de la matemática en ese instante, y cuyas fibras, en el espacio desplegado, son las ideas y conceptos que se proyectan sobre cada entorno técnico reducido; finalmente, considere el *topos formado por todos esos haces parciales sobre el transcurso del tiempo* (THK). En el primer nivel (modelos de Kripke) ocurre la historia, en el segundo (haces) ocurre la fenomenología, en el tercero (topos) ocurre la metafísica. En el nivel 2, los tránsitos y las obstrucciones entre secciones locales ayudan a esclarecer una historia *interna* de las matemáticas; en el nivel 3, los pegamientos ayudan a conformar una historia *externa* de la disciplina. Un ejemplo de uso analógico del THK es lo que he llamado el "haz de la existencia": tomamos en la base el tiempo de nuestra vida, y situamos sobre cada instante la fibra de nuestras creencias en ese momento. Nuestras vivencias dan lugar a secciones locales a lo largo de nuestra existencia; a menudo, las secciones locales no son compatibles entre sí, y entramos en incesantes contradicciones que desconfiguran nuestra personalidad. Ya cuando contamos con un poco de perspectiva, nos preguntamos si nuestra constante agitación, en la niñez, en la adolescencia, en la edad madura, o en la vejez, ha tenido algún sentido. En suma, nos preguntamos si las distintas secciones locales de nuestra vida se pegan coherentemente en una sección global. Una respuesta positiva o negativa puede forzar en nosotros una razonable satisfacción o una inquietante crisis.

El modelo THK integra completamente las fuerzas fundamentales de la filosofía matemática, acepta su rica multiplicidad, y lucha contra cualquier reduccionismo dogmático. Por supuesto, el THK es aplicable a fragmentos diacrónicos de una obra, a una obra completa, o, aún, a épocas enteras de la matemática. Su elasticidad se deriva directamente de la plasticidad del pensamiento de Grothendieck. En el año 2019, espero concluir un par de monografías que terminen de expresar mi tributo personal a mis Maestros: (1) *Grothendieck. Una guía a la obra matemática y filosófica*, un extenso volumen de 600 páginas donde se recorre en detalle, por vez primera en el ámbito internacional, toda la obra publicada y distribuida de Grothendieck, (2) *Modelos en haces para el pensamiento matemático. De Galois a Connes. 1830-2020*, donde detallaré la construcción del modelo THK y sus usos para la filosofía matemática y para la cultura.

El lugar de Grothendieck para el pensamiento del siglo XXI no hace más que crecer. Basta con mirar el panorama de los Medallistas Fields desde los años setenta hasta hoy, para confirmar su enorme influencia en las matemáticas. Nombres como Atiyah, Deligne, Connes, Drinfeld, Voevodsky o Kontsevich están asociados directamente a fragmentos de los programas de Grothendieck; y en la lista de los últimos Medallistas Fields, en Rio de Janeiro (2018), tres de los cuatro galardonados siguen desarrollando varias de las técnicas centrales inventadas por Grothendieck en la geometría algebraica. Numerosas conjeturas de Grothendieck impulsan a las nuevas generaciones, con trabajos de largo aliento como los de Lafforgue, Mochizuki o Lurie.

Por otro lado, su influencia en la filosofía y en la cultura es, por el momento, escasa. Esto se debe seguramente al lastre natural de la disciplina, que siempre tarda en salir de su cascarón, pero lo cierto es que se necesitan nuevas mentes esponjosas que atrapen el legado, y que sepan *transfigurarlo* fuera de las matemáticas, así como un Russell y un Wittgenstein se apropiaron de Frege, Cantor y Peano para fomentar la filosofía analítica. Solo el muy venerable Alain Badiou, en *Lógicas de los mundos* (2006), ha tenido el coraje de intentar leer fragmentos de la teoría de *topos* para extrapolarlos hacia la filosofía; desafortunadamente, los errores matemáticos del texto son legión, lo que debilita los argumentos, aunque subsiste un intento de apertura filosófica que no merece ser menospreciado. Crece entonces el clamor por la aparición de disruptivos jóvenes que, como Russell y Wittgenstein hace un siglo, sepan extraer todo tipo de metales preciosos de las minas grothendieckianas. ¡Debe crecer la audiencia! En el fondo, de lo que se trata es saber recorrer, en nuevas y altas cumbres, el camino de Novalis, ese otro jovencísimo que, mientras ejercía como inspector de minas en Friburgo, construía el *Borrador general* (1798-1799), esa joya única que ha guiado toda la modernidad. Esperando la emergencia de las inteligencias frescas que cambien nuestra época, y alzándome sobre la inagotable inventividad de Grothendieck, mi labor como Académico Honorario de esta prestigiosa Institución se reduce a la de ser un lector de los Maestros –eso sí, lector meticuloso e infatigable– y, gracias a ellos, servir de guía parcial en tiempos de oscuridad.