

PRIMER INFORME SOBRE LOS TRABAJOS DE GARAVITO

JORGE ALVAREZ LLERAS

Director del Observatorio Astronómico Nacional

Bogotá, septiembre 2 de 1915

Señor Presidente de la Sociedad Colombiana de Ingenieros.—E. S. D.

Con ocasión del próximo Congreso Científico Panamericano, el Gobierno Nacional ha resuelto enviar a Washington todos los trabajos sobre tópicos científicos, que se presenten al Ministerio de Instrucción Pública (decreto número 952 de 1915, artículo 8º), aunque ellos no resulten premiados en el concurso abierto para tal fin y determinado por el decreto dicho. Quiere, sin duda, el Gobierno, dar a conocer los trabajos nacionales y lograr así que Colombia sea presentada con lucimiento en el Congreso Panamericano de Washington.

Interpretando correctamente las intenciones del Gobierno y con la mira de coadyuvar en el desarrollo de tan patriótico proyecto, la Sociedad Colombiana de Ingenieros resolvió recomendar a la atención del señor Ministro de Instrucción Pública los escritos del doctor Julio Garavito A. Con esto se propone la Sociedad obtener del Ministerio la publicación, en lengua inglesa, de algunos de los trabajos del doctor Garavito, y el envío de ellos, por conducto oficial, al Congreso y a otras corporaciones científicas permanentes de los Estados Unidos ("The Smithsonian Institution" y el "Instituto Carnegie").

En desarrollo de esta idea se me comisionó, por medio de la comunicación número 1273, para que, en unión del mismo Dr. Garavito, verificara una revisión de varias de sus producciones, e indicara a la Sociedad las más apropiadas entre ellas, al objeto que persigue el Gobierno, y que mejor idea puedan dar de la labor científica del doctor Garavito. Es en cumplimiento de esta comisión que rindo respetuosamente el presente informe.

Tan pronto como actuó en mi poder la nota número 1273, de que hice mención, me dirigí al doctor Garavito en solicitud de los datos convenientes, y en repetidas entrevistas me puse al corriente, tanto de las cuestiones tratadas por nuestro ilustrado colega, como de sus deseos a este respecto.

En el año de 1912 publicó el doctor Garavito una nota sobre la dinámica de los electrones, y en el mismo elaboró un folleto titulado

"Teoría de la Aberración de la luz". En 1913 vio la publicidad un escrito de mayor extensión que los anteriores y que tituló "Nota sobre Optica matemática. — Crítica de la hipótesis ondulatoria". Ultimamente el doctor Garavito ha compendiado y expuesto sucintamente sus miras particulares en Física matemática, y ha escrito un folleto en que sus ideas se manifiestan con la mayor claridad posible, en un lenguaje enteramente matemático. Este notabilísimo trabajo es el que presento a la Sociedad por medio del informe que se me ha pedido, y que rindo gustoso, por cuanto la obra del doctor Garavito es fruto de laboriosas investigaciones y debe ser timbre de honor para su autor y para la Sociedad, que se honra en contarle entre sus miembros de número.

Podría limitarme a informar que el doctor Garavito vería con agrado que se recomendara al Ministerio su último trabajo, mas habiendo hallado en él un mérito tan superior, cedo al impulso que me lleva a poner de relieve la importancia de estos estudios. Me propongo, pues, en este informe, hacer una crítica detallada de ellos y no ahorrar esfuerzo alguno, a pesar de mis escasos conocimientos, para obtener que los ingenieros del país, y principalmente los miembros de la Sociedad, conozcan por sus aspectos sobresalientes la labor científica del doctor Garavito.

Para lograr este objeto me será preciso dar algunas explicaciones previas y exponer detalles históricos que, por ser de índole especulativa, probablemente han escapado a la atención de los ilustrados ingenieros del país; explicaciones y comentarios que son indispensables para la correcta apreciación de la obra del doctor Garavito. Sólo así es posible estimar en lo que vale la actuación de nuestro compatriota en un debate de importancia extraordinaria. En consecuencia, divido esta exposición en dos partes: en la primera hago un ligero recuento histórico y planteo el estado de la cuestión —resuelta por el doctor Garavito— con las incompatibilidades y contradicciones que hizo nacer en el campo de la Optica y en el de la Electricidad; y en la segunda presento la solución completa del fenómeno de la Aberración, dentro de la teoría ondulatoria y de acuerdo con la Mecánica clásica, solución hallada por el doctor Garavito después de maduras reflexiones, y que tiene el mérito especial de unir al rigorismo más absoluto una claridad admirable.

Como en los últimos años las ideas se han modificado, con tendencia a hacer intervenir la Electricidad en todos los fenómenos estimo necesario ocuparme de una somera relación que se refiera a la gestación y al desarrollo de la Física moderna, juntamente con la adaptación de hipótesis, más o menos ingeniosas, a las explicaciones que se han querido dar de hechos experimentales, oscuros y aun mal definidos.

A principios del siglo pasado, Coulomb y Ampère pensaron que las dos clases de electricidades ideadas por Franklin, podían ser un mismo fluido, afectado, según las circunstancias, por signos positivos o negativos, para dar lugar a atracciones o repulsiones, siguiendo la ley de Newton, relativa a las fuerzas centrales. Iniciándose con tal hipótesis, Ampère pudo explicar convenientemente los hechos observados, en lo que respecta a cuerpos conductores y dieléctricos, y en unión de Coulomb, dio una teoría perfecta de los fenómenos electrostáticos. Suponiendo que la ley que rige la acción entre dos polos magnéticos es semejante a la que se refiere a las fuerzas eléctricas, fue posible entonces establecer una teoría análoga del magnetismo y considerar la corriente eléctrica como un desalojamiento de un fluido a lo largo de un conductor. De acuerdo con esto, para fundar una teoría aceptable de los fenómenos electromagnéticos y electrodinámicos fue necesario recurrir a la ley de Laplace, cimentando todas estas teorías en la hipótesis de la acción a distancia. Faraday miró este asunto bajo un punto de vista diferente; no pudiendo aceptar la posibilidad de una acción a distancia entre cuerpos electrizados, pensó que las fuerzas que se ejercen entre estos cuerpos eran resultado de tensiones elásticas que se ejercían entre ellos por intermedio del dieléctrico. Tratando de demostrar la influencia directa del medio, Faraday descubrió el poder inductor específico de los dieléctricos, confirmándose así más en su creencia y atribuyendo al dieléctrico que separa los conductores, un papel principalísimo en la existencia del campo eléctrico. Cautivado Maxwell por las ideas de Faraday, trató de interpretarlas por medio del cálculo, y demostró que no existe, bajo el punto de vista matemático, incompatibilidad alguna entre las teorías basadas en los principios de una acción a distancia y la teoría de Faraday, de una acción continua. Maxwell se contentó con este resultado, sin inmiscuirse en la explicación de la naturaleza de la Electricidad; y consideró a este agente como un fluido cuyo desalojamiento en un conductor da lugar a una resistencia proporcional a la velocidad de la corriente, en tanto que en el dieléctrico su desalojamiento produce reacciones elásticas. La idea esencial de Maxwell consistió en considerar el desalojamiento eléctrico en el dieléctrico, como una corriente, a la que dio el nombre de 'corriente de desalojamiento'. Según Maxwell, las corrientes de desalojamiento se

comportan como corrientes eléctricas continuas, por cuanto producen un campo magnético; así, pues, con un sistema de seis ecuaciones diferenciales se puede expresar la relación que existe en cada punto del campo electromagnético, entre la corriente de desalojamiento y el campo magnético producido, lo mismo que entre la velocidad de variación de la inducción magnética y el campo eléctrico resultante. Partiendo de estas ecuaciones, Maxwell demostró que toda perturbación en un campo electromagnético debe propagarse, en el medio que transmite la luz, con una velocidad comparable a la de la propagación luminosa y que, la luz misma, no es otra cosa que un fenómeno similar al fenómeno electromagnético. Una vez lanzadas las teorías de Maxwell, se fue encontrando una admirable concordancia entre el estudio puramente analítico de los fenómenos y su experimentación física, como comprobación de que siguiendo un método racional inductivo se llega a resultados concordantes con la naturaleza de las cosas. La concepción maxweliana sirvió, por consiguiente, de base a la teoría electromagnética de la luz, hoy adoptada universalmente en vista de las experiencias concluyentes de Hertz. Evidentemente una teoría físico-matemática debe ser una interpretación clara, sencilla y racional de los fenómenos, que sólo son conocidos, según la idea de Kelvin, cuando pueden ser expresados por medio de relaciones conocidas y concordantes con la ideología del espíritu humano. Bajo este punto de vista la teoría de Maxwell resiste toda crítica; y en el terreno de mera interpretación ha debido conservarse, por cuanto un exceso en su aplicación concedió toda la importancia al medio de propagación, y, convirtiendo el *éter* en vehículo absoluto de las propagaciones luminosas y electromagnéticas, dio por resultado un retroceso a las antiguas ideas de masa de agente. En presencia de los fenómenos electrolíticos fue entonces un éxito la aparición de los complicados efectos de las radiaciones en los cuerpos radio-activos. Se aseguró entonces que el paso de la electricidad a través del electrolito iba acompañado por un transporte de materia y que las moléculas de un electrolito se disocian, de acuerdo con las teorías de la masa real de agente, en dos iones, uno cargado positivamente y el otro negativamente. Estos iones transportan las cargas eléctricas, en el electrolito, dando lugar a una corriente de convección. Así, pues, la estructura atómica de la electricidad se consideró como una consecuencia inmediata y necesaria de la estructura atómica de la materia. (Véase el libro de Thompson "Electricidad y materia"). En el estudio de la conductibilidad eléctrica de los gases, se tomó después la idea electrolítica de los iones —partículas cargadas de electricidad— para explicar la corriente en los gases como una corriente de convección; mas modificando el concepto de los iones primitivos se estableció diferencia

entre las partículas que conducían cargas eléctricas, en un electrolito, y los iones de los gases. Según este orden de ideas, los gases *ionizados* dan lugar a dos iones, uno de ellos, que emana del catodo, se llamó *electrón*, quedando el otro reducido a la simple molécula privada de su electrón. Esta ingeniosa teoría, algo artificial, por cuanto no podemos conocer la naturaleza íntima de los fenómenos, sirvió para explicar los fenómenos de conductibilidad de un gas sometido a una radiación y la carga de cuerpos electrizados negativamente por bombardeo de los electrones. La concepción de la existencia de átomos de electricidad constituyó el fundamento de la teoría eléctrica de Lorentz. Esta teoría conserva la idea fundamental de Maxwell, según la cual las acciones electromagnéticas y luminosas se propagan a través de un medio homogéneo con una velocidad finita, siendo este medio el éter y esa velocidad la velocidad de la luz. Las leyes de variación de un campo electromagnético en el éter, se expresan, de conformidad con Lorentz, por medio de las ecuaciones de Maxwell, mas las causas productoras del campo residen en átomos positivos o negativos (electrones) y en el movimiento de estos átomos. Lorentz volvió así a los antiguos flúidos y explicó que un átomo electromagnético representa cierta cantidad de energía, tanto mayor cuanto más grande es la velocidad del átomo. De hipótesis tan rotunda resulta que, como no es posible incrementar esta velocidad sin gasto de energía, este átomo posee inercia o, lo que es lo mismo, cierta masa que varía con la velocidad; permaneciendo constante la masa cuando la velocidad es pequeña, y aumentando para velocidades crecientes, hasta un valor infinito cuando ésta se aproxima a la de la luz. Lorentz creyó hallar en la experiencia de Zeeman una comprobación de su teoría (comprobación que no existe por cuanto las rayas del espectro no sólo se desarrollaron en un campo magnético, sino que se multiplicaron en proporción a la intensidad del campo); mas al tratar de explicar fenómenos ópticos complejos, como el de la experiencia de Zeeman, olvidó aclarar incongruencias notables y que fácilmente pudieron ser puestas en evidencia.

En efecto, resulta manifiesta la incompatibilidad, con que se tropezó antaño, entre los fenómenos ópticos que presentan los medios diáfanos en movimiento y la teoría de propagación de la luz, lo mismo con la hipótesis de Lorentz que en la teoría ondulatoria; no siendo atribuible tal incompatibilidad a una u otra hipótesis, sino a errores de interpretación. Entre las hipótesis elásticas y las electromagnéticas no hay diferencia sustancial, puesto que nada sabemos de la naturaleza íntima de los fenómenos, y que sobre la misteriosa mecánica molecular podemos imaginar cuantas fantasías se nos vengan en gana; mas no es lícito, con criterio científico, violentar las interpretaciones, ni mucho menos las ideas filosóficas,

para acomodarlas artificiosamente a una hipótesis más o menos gratuita. La Física ha debido aclarar la contradicción que se manifestaba en el fenómeno de la Aberración, y que francamente expuso el profesor Gill en el año de 1896, antes de lanzar nuevas hipótesis complicadas para coonestar una incompatibilidad aparente, como lo demuestra el estudio del doctor Garavito. Ante la incompatibilidad de los hechos innegables con las teorías, Lorentz pretendió establecer un acuerdo perfecto entre sus hipótesis relativas a los campos electromagnéticos debidos a cuerpos en movimiento, y los resultados de la experiencia, merced a compensaciones ingeniosas, pero arbitrarias, basándose en el novísimo principio de la *relatividad*, que condujo a Einstein a derruir la Mecánica clásica por medio de una Cinemática del todo particular. Este movimiento, abusivo uso de la representación y de la metáfora, condujo a un punto en que se manifiesta indispensable una revaluación de métodos y de principios.

El principio de la relatividad, fundamento de las lucubraciones de Einstein, no puede ser aceptado sino con restricciones prudentes, por cuanto, según las ideas de Newton, lo absoluto constituye la base de la Mecánica. El tiempo no es una convención sino algo real, como lo prueba la consideración de que, aun cuando no viéramos la sucesión de los días y las noches, ni el movimiento de los astros, podríamos darnos cuenta de la revolución diurna por el péndulo de Foucault y la disminución de la gravedad, entrando el tiempo como factor en la expresión de la fuerza centrífuga, independientemente de cualquier escogencia arbitraria de unidades. Si el tiempo es absoluto, los fenómenos físicos deben tener duración y la simultaneidad de ellos no puede ponerse en duda, cualquiera que sea la región del espacio absoluto donde se suceden.

Las compensaciones que Lorentz buscó para acomodar su teoría a los hechos observados, obraron en el espíritu analítico del doctor Garavito y le obligaron a investigar, en favor de la Mecánica clásica, ya en su opúsculo sobre la Dinámica de los electrones, ya resolviendo el problema propuesto por Gill. Bajo este aspecto, la labor del doctor Garavito es de importancia inmensa, por cuanto es discutible dentro de los moldes clásicos considerar arbitraria la escogencia de un *cuarto eje de los tiempos*, en el espacio fantástico de Minkowski.

Los innovadores de la Física han ideado una nueva Mecánica según la cual la masa cambia con la velocidad y los cuerpos se contraen en el movimiento; han considerado el tiempo como una cuarta dimensión del espacio; han pretendido que los fenómenos de propagación en los medios elásticos no obedecen a la Mecánica newtoniana, basándose en pruebas que en realidad carecen de valor, pues no pueden ser sometidas a comprobación. La comprobación que exi-

gen los espíritus reflexivos no puede establecerse sino sobre movimientos perfectamente conocidos; y según Stallo, en su libro "Modern Physics" sobre fenómenos susceptibles de una interpretación mecánica. Los espíritus moldeados en la forma clásica se han acostumbrado a demostrar las leyes fundamentales de la Mecánica con aparatos de gabinete y laboratorio y a ver la comprobación de las mismas leyes en los fenómenos astronómicos. La teoría de la gravitación no es una simple hipótesis metafórica, sino un cuerpo de doctrina sujeto en sus afirmaciones a comprobaciones cada vez más rigurosas. En cambio, en Física no es posible hacer una teoría semejante, por cuanto no conocemos los movimientos de la materia atómica, ni su estructura, ni su naturaleza íntima; detenidos por el círculo de lo incognoscible, de Augusto Comte, sólo podemos comprobar los grandes efectos del conjunto. La experiencia de Zeeman, las particularidades de los rayos catódicos y de los rayos canales, la conductibilidad comunicada a los dieléctricos por las radiaciones de los cuerpos radiactivos, la agrupación molecular según ejes de simetría, las propiedades negativas de los rayos X (que no se reflejan, ni se refractan), etc. . . son fenómenos análogos, en lo que respecta al conocimiento que tenemos de ellos, a la cohesión de la materia y a las reacciones de los cuerpos elásticos.

El principio de la relatividad que ha servido hasta cierto punto de acomodo para las interpretaciones de la ciencia, está en desacuerdo con las mismas conclusiones de la escuela de Lorentz, por cuanto, juntamente con sistemas materiales en movimiento relativo, se hace figurar un medio hipotético: el éter, de la Óptica y del Electromagnetismo; al éter se relacionan los movimientos de un sistema como si estuviera aquél en reposo absoluto; aun cuando ninguna experiencia nos demuestra cómo podríamos estudiar un movimiento relacionándolo al éter del espacio. Por supuesto que Lorentz, y todos aquellos que han tratado de acomodar la teoría ondulatoria de la luz (fundamento de la hipótesis maxweliana) a la contradicción que se presentaba en el campo de la Óptica, han hecho un esfuerzo laudable, pues no estaban obligados a subsanar errores que venían en las teorías ópticas desde la interpretación errada de Huyghens.

Cuando Arago se propuso averiguar si el movimiento de la tierra en su órbita, influía en los fenómenos ópticos que tenían lugar sobre su superficie, Fresnel observó que, en caso de un resultado negativo (como se comprobó después por las experiencias de Michelson), la hipótesis más sencilla consistía en imaginar el éter (vehículo de la propagación electromagnética) arrastrado por la tierra y transportado por ella en su movimiento. Esta hipótesis pareció a Fresnel incompatible con la existencia del fenómeno de la Aberración astronómica. La hipótesis contraria, adop-

tada más tarde por Lorentz, de un reposo absoluto del éter, no sólo aparece en contradicción con los experimentos de Arago, que dieron como resultado que los índices de refracción de los cuerpos son independientes del movimiento de la tierra, sino con las experiencias posteriores de Michelson y Morley. Si el éter es arrastrado totalmente por la tierra, la velocidad de la luz (v) debe ser siempre la misma en todas direcciones; si, por el contrario, el éter está en reposo absoluto, la velocidad de la luz debe variar con la velocidad de la tierra en su órbita (u) dentro de los límites $v-u$ y $v+u$. Ahora bien, los experimentos de Michelson, efectuados con gran cuidado, demostraron que la velocidad de la luz es constante en todas direcciones, contradiciendo así el hecho de que la aberración es un fenómeno comprobado experimentalmente.

La incompatibilidad anotada condujo a Lorentz a modificar la teoría electromagnética de la propagación luminosa, para adaptarla a una explicación del fenómeno de la Aberración, explicable con la hipótesis de la emisión, mas improbable en la teoría ondulatoria. En esta teoría se trató de probar (con la interpretación de Huyghens) que el seno del valor constante de la aberración es idéntico a la relación entre la velocidad media de la tierra en su órbita y la velocidad de la luz.

Ahora bien: si los experimentos de Michelson son incontrovertibles, los esfuerzos de Lorentz son dignos de encomio. Aun cuando violentó las interpretaciones de una hipótesis, más o menos aceptable, y falseó los fundamentos de la Mecánica aceptando una Cinemática particular para los electrones, trabajó con extraordinaria inteligencia. El no podía ser responsable por los defectos de interpretación con que se desarrollaba la Óptica matemática: se encontró en presencia de dos hechos ciertos que se contradecían, vio una especie de dualidad de la naturaleza, y apeló al principio de la relatividad para compaginar la teoría ondulatoria y el fenómeno de la Aberración.

Lo expuesto hasta aquí sirve para manifestar a la Sociedad que el problema planteado por Gill y tratado por el doctor Garavito, tiene una importancia inmensa, pues su resolución reconstruye la Mecánica clásica y da vigor a la teoría ondulatoria y a las interpretaciones de Maxwell.

Veamos ahora, en la segunda parte de este informe, si es posible indicar la forma en que el doctor Garavito pudo resolver la cuestión planteada, ya que creo suficientemente explicada la importancia del problema involucrado en la propagación ondulatoria de la luz.

En realidad en la incompatibilidad enunciada anteriormente, lo que se pone de manifiesto es la interpretación errada que Huyghens dio de la ecuación general de la propagación de las vibraciones transversales de los cuerpos elásticos y de los estremecimientos electromagnéticos en los

dieléctricos perfectos. Según Huyghens, en la hipótesis ondulatoria, la onda puede considerarse como parte del centro único, donde ha sido excitada, o como proveniente de la superposición de las ondas que parten simultáneamente de todos los puntos del lugar del estremecimiento, tal como sucede en el agua cuando se produce una vibración en un punto de su superficie. A este respecto, dice el doctor Garavito: "Este concepto ha sido sugerido por lo que acontece con las ondas en el agua, pero si en ésta se establece una pantalla con una ventanilla, la onda no sigue fragmentada en el tamaño de la ventanilla, sino que allí nace otra onda con su centro en la abertura. Al contrario, en la luz, una ventanilla estrecha deja pasar un haz del tamaño mismo de la ventanilla, fenómeno del cual ha surgido la noción del rayo luminoso. Este hecho no se puede explicar por el concepto de Huyghens".

De la ecuación general de propagación dio Huyghens la interpretación siguiente: al imaginar un plano normal a la dirección del rayo luminoso, el espacio recorrido por la luz en un tiempo determinado, desde un punto fijo, y con cierta velocidad, es diferente para todos los puntos del plano, debiendo, sin embargo, llegar la luz simultáneamente a todos los puntos de este plano. Una crítica sencilla manifiesta que esto no es así, porque al cabo de cierto tiempo, si suponemos que el punto de partida es luminoso, la luz llega al mismo tiempo a todos los puntos de una esfera con centro en el punto, como sucede en la interpretación que el doctor Garavito llamó "*radial*". Esta interpretación, al propio tiempo de satisfacer la ecuación diferencial, como la de Huyghens, satisface completamente las otras condiciones del problema.

Con la solución radial del doctor Garavito se explica perfectamente la Aberración astronómica; en tanto que con el concepto hipotético de Huyghens, tal explicación es imposible por cuanto la onda luminosa conserva su paralelismo, y en tal caso, la luz no debe sufrir desviación ninguna por causa del movimiento de la tierra. Con la interpretación radial el fenómeno de la refracción, en el caso en que los dos medios diáfanos estén en movimiento, el uno en relación al otro, da una relación para el índice de refracción, referente al rayo incidente relativo, igual a la que se obtendría con los medios en reposo; cosa que no se había podido obtener al tratar de explicar,

según el antiguo concepto, la refracción astronómica.

Cuando el doctor Garavito escribió su opúsculo "Notas sobre Optica matemática", el señor Ballaud, actual Director del Observatorio de París, le hizo la observación de que el arrastre total del éter, por la atmósfera de la tierra, no estaba de acuerdo con la experiencia de Fizeau, pues según ella el arrastre del éter es solamente parcial. A esta observación responde ahora el doctor Garavito, demostrando de una manera precisa, que en la interpretación de la célebre experiencia se ha cometido un error y que ella demuestra cabalmente el arrastre total del éter.

Si tuviera más espacio, me extendería en explicaciones conducentes a hacer notar la elegancia con que el doctor Garavito ha sabido, en la solución del gran problema de la Física moderna, conservar intactos los principios de la Mecánica y prescindir de toda hipótesis relativa a la naturaleza de la luz y a su propagación en el espacio.

Para terminar este informe, escrito a la ligera y probablemente lleno de defectos, llamo la atención de los honorables consocios al hecho de que la obra acometida y terminada por el doctor Garavito es algo más importante de lo que a nosotros no puede parecer, y que es deber de la Sociedad no omitir esfuerzo alguno en el sentido de que tal obra sea conocida en los centros científicos de Europa y América.

A mi informe acompaño el presente proyecto de resolución:

"La Sociedad Colombiana de Ingenieros, en vista del informe correspondiente, y considerando que el último trabajo inédito del doctor Julio Garavito A., contiene sucintamente expuesto todo lo que el ilustre matemático nacional ha trabajado en el campo de la óptica matemática; y forma un opúsculo digno de la aceptación de los cuerpos científicos extranjeros, resuelve: 1º Pedir al Ministerio de Instrucción Pública la edición, por cuenta del Gobierno, en lengua inglesa y española, de los trabajos inéditos del Dr. Garavito; 2º Solicitar el envío oficial de dicho trabajo, al Congreso Panamericano de Washington; 3º Enviar por su propia cuenta, a todos los centros similares, un ejemplar, en lengua inglesa y española, del folleto de tan distinguido miembro de la Corporación; y 4º Publicar en los *Anales* todos los notables trabajos del doctor Garavito en el campo de la Física matemática".