

# PERTENENCIA DE ESTRELLAS EN LA REGION DEL CUMULO ABIERTO NGC6530

por<sup>1</sup>

Eduardo Brieva Bustillo\*  
Antonio Uribe Botero\*\*

## Resumen

**Brieva, E. & A. Uribe:** Pertenencia de estrellas en la región del cúmulo abierto NGC6530  
Rev. Acad. Colomb. Cienc. 19 (72): 7 - 17 1994. ISSN 0370-3908

Se asignan probabilidades de pertenencia a las estrellas en la región del cúmulo abierto NGC6530 resolviendo un sistema no lineal de catorce ecuaciones que conduce a los estimadores máximo verosímiles de los parámetros del modelo bivariado mixto propuesto por Vasilevskis et al. (1.958), incluyendo el del coeficiente de correlación. Se hace uso de los multiplicadores de Lagrange ya que se incluyen las contricciones sobre la correlación, el número de estrellas del campo y las varianzas del modelo.

## Summary

Membership probabilities are assigned to the stellar population in the region or the open cluster NGC6530 solving a fourteen non linear equations system leading to the maximum likelihood parameters estimators of the bivariate normal model proposed by Vasilevskis et al. (1.958) and including the estimator for the correlation coefficient. Lagrange multipliers are used because the constraints on the correlation, the number of fields stars, and the standard deviations are included.

<sup>1</sup> El orden de los autores es sólo alfabético.

\* Observatorio Astronómico Nacional, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Colombia, Apartado Aéreo 2584, Bogotá, Colombia.

\*\* Departamento de Matemáticas y Estadística, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Colombia, Apartado Aéreo 59171, Bogotá, Colombia.

Este texto fue levantado con  $\mathcal{A}\mathcal{M}\mathcal{S}\text{-T}\mathcal{E}\mathcal{X}$ .

## 1. Introducción

Los cúmulos abiertos constituyen un poderoso laboratorio en el cual se pueden analizar muchos problemas de astrofísica. Se trata de sistemas de no muchas estrellas con distribuciones de amplio rango en masa y en edades. En los cúmulo jóvenes se

pueden estudiar, por ejemplo, los procesos iniciales de la formación y evolución estelares.

El primer paso, esencial, para realizar un estudio físico de un cúmulo abierto es una determinación, lo más rigurosa posible, de la pertenencia de estrellas al cúmulo.

El cúmulo joven NGC6530 ( $\alpha = 18^h 01.7^m$ ,  $\delta = -24^\circ 20'$ , 1.950;  $L = 3^\circ.06$   $b = -1^\circ.36$ ) ha despertado el interés de muchos investigadores desde comienzos del siglo, que han buscado conocer su estructura y sus propiedades (Alter G. et al., 1970). En las fotografías del "Palomar Observatory Sky Survey", 1.960, puede verse que el objeto está inmerso en la nebulosa M8.

Van Altena y Jones (1.972) realizaron un estudio de pertenencia con movimientos propios obtenidos a partir de placas tomadas con el refractor de 40 pulgadas del observatorio de Yerkes y medidas en el observatorio de Lick. Para dicho estudio utilizaron un modelo mixto de distribución de los movimiento propios que superpone dos distribuciones gaussianas elípticas. Después de depurar los datos y hacer la rotación a los ejes principales de la distribución obtuvieron los parámetros de ésta utilizando un ajuste  $\chi$ -cuadrado. Calcularon luego las proba-

bilidades de pertenencia encontrando 76 miembros probables y obtuvieron un módulo de distancia de 11.25 m. teniendo en cuenta la absorción interestelar, y determinaron una edad para el cúmulo de dos millones de años. Finalmente analizaron la pertenencia de algunas estrellas particulares.

Presentamos aquí un nuevo estudio de pertenencia usando como modelo de distribución de los movimientos propios, el que resulta de superponer dos distribuciones normales bivariadas, una elíptica para el campo y otra circular para el cúmulo, cuyos parámetros se estiman por el método de máxima verosimilitud. Se comparan los resultados obtenidos en el aspecto de la pertenencia con los logrados en el trabajo de Van Altena y Jones.

## 2. El modelo y el sistema condicionado de ecuaciones de máxima verosimilitud

Para determinar la pertenencia de estrellas a cúmulos abiertos a partir de los movimientos propios  $\mu_x, \mu_y$ , se hace uso del modelo de distribución mixta propuesto por Vasilevskis et al. (1.958), que superpone dos distribuciones normales bivariadas, una elíptica para el campo y la otra circular para el cúmulo:

$$\phi(\mu_x, \mu_y) = \frac{\eta_c}{2\pi\sigma^2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\mu_x - \mu_{x_c}}{\sigma} \right)^2 + \left( \frac{\mu_y - \mu_{y_c}}{\sigma} \right)^2 \right] \right\} + \frac{(1 - \eta_c)}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1 - \rho^2}} \times \exp \left\{ \frac{-1}{2(1 - \rho^2)} \left[ \left( \frac{\mu_x - \mu_{x_f}}{\sigma_x} \right)^2 + \left( \frac{\mu_y - \mu_{y_f}}{\sigma_y} \right)^2 - 2\rho \left( \frac{\mu_x - \mu_{x_f}}{\sigma_x} \right) \left( \frac{\mu_y - \mu_{y_f}}{\sigma_y} \right) \right] \right\} \quad (1)$$

En esta ecuación  $\mu_{x_c}, \mu_{y_c}; \mu_{x_f}, \mu_{y_f}$  son los centros de las distribuciones del cúmulo y del campo;  $\sigma, \sigma_x, \sigma_y$  son las desviaciones estándar para el cúmulo y para el campo;  $\eta_c, \eta_f$  son los porcentajes de las estrellas del cúmulo y del campo ( $\eta_c + \eta_f = 1$ ) y  $\rho$  es el coeficiente de correlación de la distribución elíptica. La función de densidad mixta  $\phi(\mu_x, \mu_y)$  satisface la condición de normalización:

$$\iint_{R^2} \phi(\mu_x, \mu_y) d\mu_x d\mu_y = 1 \quad (2)$$

La justificación de este modelo se apoya en las siguientes consideraciones:

- a) La dispersión de los movimientos propios de las estrellas del cúmulo se debe principalmente a los errores accidentales de observación, si se ignora la posible expansión interna en el cúmulo.

- b) En la dispersión de las estrellas del campo inciden, además de los errores de observación, el movimiento del Sol, movimientos peculiares y la rotación diferencial galáctica. Todos estos factores heterogéneos perturban los movimientos propios, de modo que el modelo normal bivariado elíptico para las estrellas del campo debe considerarse como una aproximación a la distribución real, válida si se eliminan los "outliers" o estrellas cuyo comportamiento es peculiar y se aparta en forma notoria del observado en la población. (Vasilevskis et. al., 1.958; Sanders, 1.971; Slovak, 1.977).

La estimación de los nueve parámetros de la distribución mixta puede hacerse encontrando los correspondientes estimadores máximo verosímiles, sin rotar y sin formular la hipótesis de superposición usual (Brieva y Uribe, 1990).

Cabrera y Alfaro (1985) evitan también la rotación y estiman los parámetros por el método expuesto en Wolfe (1.970), que también

$$L(\mu_{x_j}, \mu_{y_j}, \sigma_x, \sigma_y, \mu_{x_c}, \mu_{y_c}, \sigma, \eta_c, \rho; \mu_{x_1}, \mu_{y_1}, \dots, \mu_{x_N}, \mu_{y_N}),$$

y está en función de los parámetros  $\theta_j$ ,  $j = 1, \dots, 9$ , que son los componentes del vector  $\vec{\theta} = (\mu_{x_j}, \mu_{y_j}, \sigma_x, \sigma_y, \mu_{x_c}, \mu_{y_c}, \sigma, \eta_c, \rho)$ .

$$L(\mu_{x_j}, \mu_{y_j}, \sigma_x, \sigma_y, \mu_{x_c}, \mu_{y_c}, \sigma, \eta_c, \rho; \mu_{x_1}, \mu_{y_1}, \dots, \mu_{x_N}, \mu_{y_N}) = \prod_{i=1}^N \phi(\mu_{x_i}, \mu_{y_i}; \vec{\theta}), \quad (3)$$

en donde  $\phi(\mu_{x_i}, \mu_{y_i}; \vec{\theta})$  es la densidad conjunta del modelo mixto o "contagious", considerada como función de los nueve parámetros  $\theta_j$ , calculada en el punto muestral  $\mu_{x_i}, \mu_{y_i}$ .

Los estimadores de máxima verosimilitud de los parámetros se obtienen maximizando la función de verosimilitud. Para ello tomamos, como es usual, el logaritmo:

$$\log L = \sum_{i=1}^N \log \phi(\mu_{x_i}, \mu_{y_i}; \theta), \quad (4)$$

calculamos luego:

$$\frac{\partial}{\partial \theta_j} \left\{ \log \prod_{i=1}^N \phi(\mu_{x_i}, \mu_{y_i}; \theta) \right\}, \quad (5)$$

e igualando a cero cada una de las funciones (5) se obtiene el Sistema no lineal de ecuaciones de verosimilitud:

$$\frac{\partial}{\partial \theta_j} \log L = 0, \quad j = 1, 2, \dots, 9. \quad (6)$$

$$\sigma \geq 0, \quad \sigma_x \geq 0, \quad \sigma_y \geq 0, \quad -1 \leq \rho \leq 1, \quad 0 \leq n_c \leq 1.$$

Por otra parte la solución debe ser "aceptable", lo cual significa que los valores obtenidos estén en el dominio de valores permitidos para cada parámetro.

La solución de un sistema con ligaduras, sean estas ecuaciones o inecuaciones, se logra de ordinario mediante el empleo de multiplicadores de Lagrange. En este trabajo se hace

conduce a una solución máximo verosímil.

La función de verosimilitud viene dada por:

Puesto que los  $2N$  movimientos propios observados  $\mu_{x_i}, \mu_{y_i}$  son independientes, se tiene:

en donde  $\theta_j$  es el parámetro considerado.

La solución numérica de (6) requiere seguir un proceso iterativo: se parte de valores iniciales  $(\theta_1)_0, \dots, (\theta_9)_0$  y en  $j$  iteraciones se obtiene, en principio, la solución del sistema, si el proceso iterativo es convergente. Hay gran sensibilidad a la presencia de "outliers" en los datos observacionales y a la escogencia de un punto de partida, es decir, de los  $(\theta_j)_0$ : lo primero implica tener un método para depurar las observaciones. En cuanto a lo segundo se espera que al modificar razonablemente los valores iniciales se llegue a la solución antes obtenida.

Como las desviaciones estándar deben ser positivas y el valor del coeficiente de correlación debe estar entre -1 y +1 y como el porcentaje de estrellas que pertenecen al cúmulo debe ser positivo e inferior a 1, debe resolverse con rigor el sistema (6) sujeto a las constricciones anteriores, es decir, deben añadirse al sistema las siguientes desigualdades de ligadura:

uso de esta técnica clásica (Hancock, 1.917), y se llega al siguiente sistema de catorce ecuaciones no lineales, en donde  $N$  es el número total de estrellas de la región con movimiento propio conocido y  $\mu_{x_i}, \mu_{y_i}$  son las componentes del movimiento propio por siglo para la estrella  $i$ -ésima:

$$\sum_{i=1}^N F_{A_i} \left[ (\mu_{x_i} - \mu_{x_j}) - \rho \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (\mu_{y_i} - \mu_{y_j}) \right] = 0$$

$$\sum_{i=1}^N F_{A_i} \left[ (\mu_{y_i} - \mu_{y_j}) - \rho \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (\mu_{x_i} - \mu_{x_j}) \right] = 0$$

$$\begin{aligned}
\sigma_x & \sum_{i=1}^N F_{A_i} \left[ \frac{1}{(1-\rho^2)} \left( \frac{\mu_{x_i} - \mu_{x_f}}{\sigma_x} \right)^2 - \frac{\rho}{(1-\rho^2)} \frac{(\mu_{x_i} - \mu_{x_f})(\mu_{y_i} - \mu_{y_f})}{\sigma_x \sigma_y} - 1 \right] = 0 \\
\sigma_y & \sum_{i=1}^N F_{A_i} \left[ \frac{1}{(1-\rho^2)} \left( \frac{\mu_{y_i} - \mu_{y_f}}{\sigma_y} \right)^2 - \frac{\rho}{(1-\rho^2)} \frac{(\mu_{x_i} - \mu_{x_f})(\mu_{y_i} - \mu_{y_f})}{\sigma_x \sigma_y} - 1 \right] = 0 \\
\mu_{x_c} & \sum_{i=1}^N F_{B_i} [\mu_{x_i} - \mu_{x_c}] = 0 \\
\mu_{y_c} & \sum_{i=1}^N F_{B_i} [\mu_{y_i} - \mu_{y_c}] = 0 \\
\sigma & \sum_{i=1}^N F_{B_i} \left[ \left( \frac{\mu_{x_i} - \mu_{x_c}}{\sigma} \right)^2 + \left( \frac{\mu_{y_i} - \mu_{y_c}}{\sigma} \right)^2 - 2 \right] = 0 \\
\rho & \sum_{i=1}^N F_{A_i} \left[ \rho(1-\rho^2) + (1+\rho^2) \frac{(\mu_{x_i} - \mu_{x_f})(\mu_{y_i} - \mu_{y_f})}{\sigma_x \sigma_y} - \right. \\
& \quad \left. - \rho \left\{ \left( \frac{\mu_{x_i} - \mu_{x_f}}{\sigma_x} \right)^2 + \left( \frac{\mu_{y_i} - \mu_{y_f}}{\sigma_y} \right)^2 \right\} \right] = 0 \\
\eta_i & \sum_{i=1}^N \left[ \frac{F_{B_i}}{\sigma^2} - \frac{F_{A_i}}{(1-\rho^2)^{1/2} \sigma_x \sigma_y} \right] = 0 \\
& \quad \sigma_x - x_1^2 = 0 \\
& \quad \sigma_y - x_2^2 = 0 \\
& \quad \sigma - x_3^2 = 0 \\
& \quad \eta_c - x_4^2 = 0 \\
& \quad (1-\rho^2) - x_5^2 = 0
\end{aligned} \tag{7}$$

En las ecuaciones anteriores se indica a la izquierda el parámetro asociado con cada e-

cuación máximo verosímil y se han utilizado las siguientes notaciones:

$$F_{A_i} = 2\pi \left[ \frac{1-\eta_c}{\sigma_x \sigma_y} (1-\rho^2)^{-1/2} + \frac{\eta_c}{\sigma^2} F_i \right]^{-1} \tag{8}$$

$$F_{B_i} = F_{A_i} F_i \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
F_i = \exp \left[ \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{(1-\rho^2)} \left[ \left( \frac{\mu_{x_i} - \mu_{x_f}}{\sigma_x} \right)^2 + \left( \frac{\mu_{y_i} - \mu_{y_f}}{\sigma_y} \right)^2 - \frac{2\rho(\mu_{x_i} - \mu_{x_f})(\mu_{y_i} - \mu_{y_f})}{\sigma_x \sigma_y} \right] \right. \right. \\
\left. \left. - \left( \frac{\mu_{x_i} - \mu_{x_c}}{\sigma} \right)^2 - \left( \frac{\mu_{y_i} - \mu_{y_c}}{\sigma} \right)^2 \right\} \right] \tag{10}
\end{aligned}$$

Las últimas cinco ecuaciones de (7) son las nuevas constricciones sobre los parámetros  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma$ ,  $\rho$  y  $\eta_c$  de la función de verosimilitud; su obtención exige introducir las cinco nuevas incógnitas  $x_i$ ,  $i = 1, 2 \dots 5$  (Hancock, 1.917).

La solución del sistema (7) produce los estimadores de máxima verosimilitud de los parámetros de la distribución mixta  $\phi(\mu_x, \mu_y)$ .

### 3. Pertenencia en la región del cúmulo NGC6530

En la figura 1 se muestra el diagrama de dispersión de los movimientos propios en la región del cúmulo NGC6530. Para cada estrella cuyas componentes de movimiento propio sean  $\mu_{x_i}$ ,  $\mu_{y_i}$ , la probabilidad  $p_i$  de pertenencia al cúmulo se ha calculado mediante el criterio bayesiano de pertenencia (Brieva y Uribe, 1.985):

$$p_i = \frac{\hat{\eta}_c \hat{\phi}_2}{\hat{\eta}_c \hat{\phi}_2 + (1 - \hat{\eta}_c) \hat{\phi}_1} \quad (11)$$

Se elaboró un programa en Fortran llamado **Clusterc** que, usando la subrutina **Zsystem**,

gentilmente facilitada por el Dr. Mark Slovak (1.985), depura los datos según una variante de la técnica de Zhao et al. (1.982), descrita en Brieve y Uribe (1.990), y asigna a cada estrella su probabilidad de pertenencia, la cual puede leerse en la tabla 2.

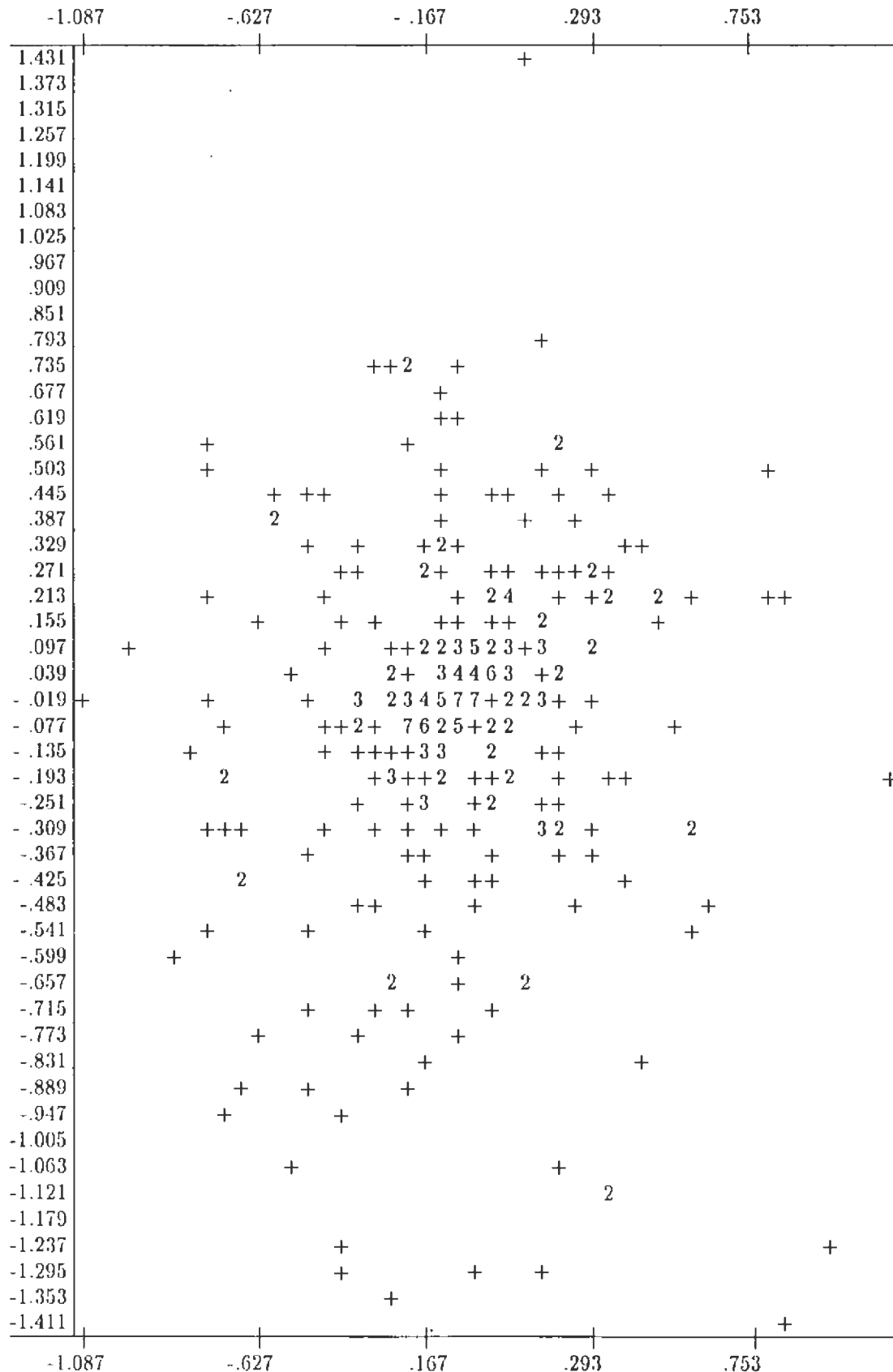


FIGURA 1. Diagrama de Dispersión de los movimientos propios  $\mu_x, \mu_y$ , en la región del cúmulo abierto NGC6530.

### 4. Discusión de los resultados

La densidad en forma de U de la figura 2 muestra la bondad del modelo utilizado para discernir estadísticamente, a partir de los movimientos propios de las estrellas de la región considerada, entre estrellas del campo ( $p_i = 0$ ) y estrellas con alta probabilidad de pertenencia al cúmulo galáctico ( $p_i \geq 0.8$ ). En general es válido considerar como miembros posibles, aunque no necesariamente probables, aquellas estrellas con probabilidad  $p_i$  diferente de cero.

Las estrellas 3, 14, 31, 70, 78, 145, 169, 188, 233, 260, 265, 283, 322, 324, 346, 354, 363, fueron eliminadas desde un comienzo a través de la técnica de depuración antes explicada, y quedaron asignadas al campo. Así, de las 363 estrellas hay 161 que pertenecen al campo, y sólo 202, para las cuales  $p_i \neq 0$  se consideran posibles miembros del cúmulo. Limitándose

a las regiones de alta probabilidad de pertenencia,  $p_i \geq 0.8$ , hay 78 miembros probables en el cúmulo galáctico cuyos números están indicados en la figura 2.

El estudio de Van Altena y Jones divide las 363 estrellas de la región en dos grupos.

TABLA 1. Parámetros estimados de la función de distribución mixta de los movimientos propios en la región de NGC6530.

$\hat{\mu}_{x_j}$	-0.095
$\hat{\mu}_{y_j}$	-0.053
$\hat{\mu}_{x_c}$	-0.040
$\hat{\mu}_{y_c}$	-0.008
$\hat{\sigma}_x$	0.319
$\hat{\sigma}_y$	0.388
$\hat{\sigma}$	0.089
$\hat{\eta}_j$	0.656
$\hat{\rho}$	0.017

Número de estrellas

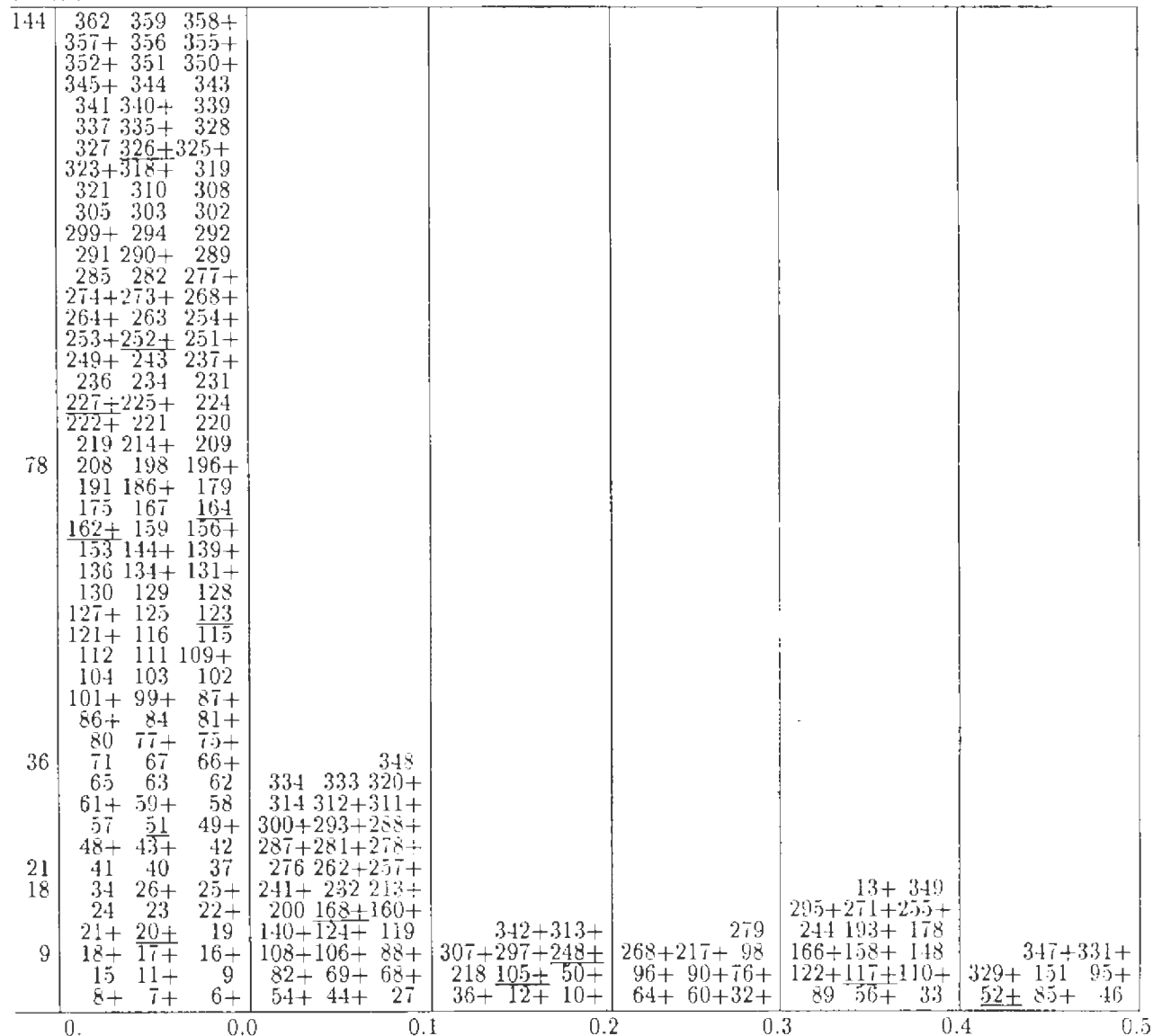


FIGURA 2. Función de densidad de las probabilidades de pertenencia en la región del cúmulo abierto NGC6530.

Se indica el número de cada estrella. Estrellas brillantes ( $V$  menor o igual a 13.05) se indican con +.

Las otras estrellas son débiles. Se subrayan las de importancia especial.



lidad alta o casi alta. En esto hay coincidencia con Van Altena. La interesantísima estrella variable 123, conocida como Sv Sgr, en concordancia con lo afirmado por Walker (1.957) pertenece al campo. Para la estrella variable

52 obtuvimos  $p_i = 0.48$ , lo cual permite considerarla como un miembro del cúmulo, en contra de lo obtenido por Van Altena y Jones, quienes la asignan al campo por ser una estrella con probabilidad cero.

TABLA 2. Movimientos propios y probabilidades de pertenencia en la región del cúmulo galáctico NGC6530.

Número	$\mu_x$	$\mu_y$	$P_i$	Número	$\mu_x$	$\mu_y$	$P_i$	Número	$\mu_x$	$\mu_y$	$P_i$
1	.12	-.03	.66	68	-.33	-.02	.05	135	-.18	-.07	.66
2	.06	.01	.83	69	-.14	.25	.09	136	-.67	-.29	.00
3	-1.68	.53	0.00	70	1.58	.67	0.00	137	-.01	-.04	.88
4	-.08	.63	.00	71	-.17	-.45	0.00	138	0.00	.01	.88
5	-.70	-.32	.00	72	-.07	.12	.75	139	.19	-1.07	0.00
6	.18	.43	.00	73	0.00	.04	.87	140	-.18	.29	.01
7	-.30	.71	.00	74	-.06	.09	.82	141	.03	.10	.77
8	-.65	-.42	.00	75	.16	.79	0.00	142	.01	-.06	.86
9	-.44	.46	.00	76	-.26	.06	.26	143	-.48	.35	.00
10	-.26	.12	.15	77	.31	.10	.00	144	-.56	.46	.00
11	-.65	-.89	0.00	78	.01	-4.83	0.00	145	.09	-2.98	0.00
12	.16	.17	.13	79	.01	.04	.87	146	-.07	.01	.88
13	.16	.07	.39	80	.03	-.39	.00	147	-.01	.09	.82
14	-5.01	-4.53	0.00	81	-.36	-.49	.00	148	.19	0.00	.31
15	.37	-.19	.00	82	.16	-.24	.04	149	.03	-.04	.86
16	.34	-1.13	0.00	83	.15	0.00	.53	150	0.00	0.00	.88
17	-.37	-.75	0.00	84	-.41	-1.21	0.00	151	-.11	.17	.49
18	.09	.38	.00	85	.16	-.01	.48	152	-.03	-.02	.89
19	.17	-.31	.00	86	-.23	-.33	.00	153	-.02	-1.29	0.00
20	0.00	.43	.00	87	-.31	-.28	.00	154	-.01	.10	.80
21	.21	-.31	.00	88	-.17	-.26	.06	155	-.10	-.12	.75
22	.47	.20	.00	89	-.25	-.01	.37	156	.21	-.32	.00
23	.28	-.32	.00	90	-.28	-.05	.20	157	0.00	-.08	.85
24	-.51	-.87	0.00	91	0.00	0.00	.83	158	0.00	.20	.39
25	.20	.58	.00	92	-.10	0.00	.87	159	-.10	.43	.00
26	-.27	.72	.00	93	-.12	0.00	.85	160	.05	.24	.13
27	-.13	.31	.01	94	-.01	-.04	.88	161	-.08	.04	.87
28	-.02	-.08	.85	95	-.16	-.17	.41	162	-.18	.32	.00
29	.02	-.13	.74	96	.08	-.20	.29	163	0.00	.03	.88
30	.03	.03	.86	97	.05	.04	.83	164	-.63	.13	.00
31	-1.74	-.65	0.00	98	-.26	.05	.28	165	-.13	-.10	.75
32	.20	.05	.22	99	.79	.50	0.00	166	-.22	.12	.32
33	.00	.21	.33	100	-.05	.11	.79	167	-.21	.73	.00
34	-.59	.41	.00	101	.37	-.40	.00	168	-.13	.31	.01
35	0.00	-.05	.87	102	-.47	-.53	.00	169	-2.14	.06	.00
36	.06	.24	.12	103	.05	.43	.00	170	.04	-.15	.64
37	-.43	.10	.00	104	-.12	.50	.00	171	-.05	.02	.89
38	.03	.14	.65	105	-.08	.24	.17	172	-.12	-.16	.58
39	.12	.01	.67	106	-.30	-.09	.09	173	-.01	.03	.88
40	-.61	-.76	0.00	107	-.08	-.01	.88	174	.11	-.08	.64
41	.49	.18	.00	108	-.33	-.03	.05	175	.45	.32	.00
42	-.28	-1.36	0.00	109	.86	.19	0.00	176	-.09	0.00	.87
43	-.38	.13	.00	110	.08	-.18	.39	177	-.01	-.10	.82
44	-.32	.17	.01	111	-.83	-.15	0.00	178	.16	.10	.32
45	-.10	0.00	.87	112	-.02	-.46	.00	179	.30	-.35	.00
46	.02	-.19	.48	113	0.00	.01	.83	180	-.03	.04	.88
47	-.16	-.04	.76	114	-.11	.06	.82	181	-.16	-.07	.73
48	-.39	.30	.00	115	.32	.44	.00	182	-.10	.07	.82
49	.62	-.50	0.00	116	-.16	-.84	0.00	183	.02	.09	.80
50	-.29	-.08	.13	117	-.18	-.16	.38	184	-.11	.03	.85
51	-.35	.33	.00	118	-.18	-.07	.66	185	-.17	-.13	.54
52	.16	-.01	.48	119	-.06	.31	.02	186	-.67	-.20	.00
53	-.12	-.05	.83	120	.04	0.00	.86	187	-.11	-.09	.80
54	-.32	-.22	.01	121	-.38	-.94	0.00	188	.35	-3.95	0.00
55	.06	.12	.66	122	.18	.02	.35	189	.03	-.05	.85
56	.16	.07	.39	123	1.17	-.17	0.00	190	.03	-.09	.81
57	-.23	-.57	.00	124	-.27	-.17	.07	191	.28	.29	.00
58	.16	-.31	.00	125	-.76	.50	0.00	192	-.07	-.07	.86
59	-.48	.45	.00	126	.13	-.10	.50	193	.06	.18	.39
60	.17	-.11	.28	127	-.16	-.55	.00	194	-.09	0.00	.87
61	-.53	.05	.00	128	.20	.29	.00	195	0.00	-.06	.87
62	-.78	.20	.00	129	.57	-.30	.00	196	-.78	.54	0.00
63	.36	.21	.00	130	.28	.53	.00	197	-.12	0.00	.85
64	.02	-.24	.22	131	-.47	-.34	.00	198	.11	-.65	.00
65	.26	.40	.00	132	-.14	-.12	.67	199	.05	.10	.74
66	.46	.24	.00	133	.03	-.07	.83	200	-.15	.26	.06
67	-.56	.22	.00	134	-.43	-.14	.00	201	.05	.02	.84

Número	$\mu_x$	$\mu_y$	$p_i$	Número	$\mu_x$	$\mu_y$	$p_i$	Número	$\mu_x$	$\mu_y$	$p_i$
202	-0.09	-0.02	.87	259	-0.04	-.03	.89	316	.06	.11	.69
203	-.05	-.05	.88	260	-1.46	-2.51	0.00	317	-.06	-.03	.89
204	-.05	-.02	.89	261	-.16	0.00	.77	318	-.72	0.00	.00
205	-.01	.11	.78	262	.21	-.16	.06	319	.01	-.71	.00
206	-.17	-.08	.68	263	-.10	.63	0.00	320	-.13	-.28	.06
207	.03	.01	.86	264	-.67	-.45	0.00	321	.17	1.45	0.00
208	.32	-1.11	0.00	265	-2.60	-9.53	0.00	322	.89	-3.52	0.00
209	-.52	-1.04	0.00	266	-.13	0.00	.83	323	-.42	-.30	.00
210	-.11	-.07	.83	267	-.55	-2.43	0.00	324	-1.49	-1.60	0.00
211	-.16	-.07	.73	268	-.25	-.12	.22	325	-.66	-.08	.00
212	.02	0.00	.87	269	-.09	.05	.85	326	-.38	-1.29	0.00
213	-.27	-.20	.04	270	-.22	.00	.54	327	-.06	-.60	.00
214	-.61	-.31	.00	271	-.12	-.21	.32	328	-.08	-.67	.00
215	-.12	.05	.82	272	-.01	.11	.78	329	-.20	-.12	.45
216	-.03	-.06	.87	273	-.21	.72	.00	330	-.17	-.09	.66
217	.06	.20	.29	274	-.57	.39	.00	331	-.17	-.16	.42
218	.18	-.17	.10	275	0.00	-.07	.86	332	-.01	.01	.89
219	-1.11	-0.03	0.00	276	.01	.25	.13	333	.18	-.23	.03
220	-.12	.67	.00	277	.98	-1.21	0.00	334	.29	-.05	.02
221	-.87	-.57	0.00	278	-.29	-.16	.05	335	.42	-.82	0.00
222	.45	4.92	0.00	279	-.03	-.24	.25	336	-.01	.04	.87
223	-.06	.03	.88	280	.10	.11	.56	337	.60	-.13	.00
224	.24	.27	.00	281	.16	.28	.01	338	0.00	.05	.86
225	-.29	-.48	.00	282	-.06	.75	.00	339	.59	-.06	.00
226	.08	-.08	.73	283	-4.17	-.55	0.00	340	.02	-.43	.00
227	-.48	.01	.00	284	-.19	-.04	.66	341	-.19	-.69	.00
228	.03	-.08	.82	285	.29	.22	.00	342	.14	.17	.18
229	-.13	-.05	.82	286	.08	.06	.75	343	-.73	-.93	0.00
230	-.15	-.10	.70	287	-.21	-.25	.04	344	-.09	-.75	.00
231	-.01	-.42	.00	288	.30	.11	.01	345	.34	.24	.00
232	-.15	-.25	.11	289	-.36	.30	.00	346	1.69	.72	0.00
233	.13	-2.40	0.00	290	.39	.31	.00	347	-.05	-.20	.47
234	.25	.25	.00	291	.20	-.36	.00	348	.28	-.01	.03
235	-.14	-.09	.75	292	-.28	-.65	.00	349	-.13	-.21	.30
236	-.19	-.90	0.00	293	-.33	-.05	.05	350	.57	-.28	.00
237	-.19	-.34	.00	294	-.29	-.70	.00	351	.16	-.32	.00
238	-.07	.14	.69	295	-.19	-.17	.30	352	-.47	-.74	0.00
239	.03	-.06	.84	296	-.04	-.05	.88	353	-.17	.08	.66
240	-.16	-.04	.76	297	.05	.24	.13	354	.45	-2.76	0.00
241	-.02	-.30	.05	298	-.06	.10	.80	355	.24	-.47	.00
242	-.07	.02	.88	299	-.43	.19	.00	356	.10	-.66	.00
243	-.25	-.66	.00	300	-.36	-.01	.02	357	-.37	-.25	.00
244	-.26	-.02	.31	301	-.21	-.04	.58	358	-.66	-.22	.00
245	0.00	0.00	.88	302	-.76	-.54	0.00	359	.83	-1.44	0.00
246	-.20	.03	.62	303	-.40	-.08	.00	360	-.08	-.08	.84
247	0.00	0.00	.88	304	-.12	.07	.80	361	.03	.05	.84
248	.05	.25	.10	305	1.66	.45	0.00	362	.58	-.54	0.00
249	.15	-1.31	0.00	306	-.02	-.04	.88	363	-2.06	-.28	0.00
250	-.06	-.01	.89	307	-.17	-.24	.10				
251	.32	-.20	.00	308	-1.00	.08	0.00				
252	-.13	.41	.00	309	-.17	.12	.54				
253	.18	.54	.00	310	.81	.21	0.00				
254	.15	.52	.00	311	-.25	-.21	.05				
255	.17	.06	.36	312	-.15	-.34	.01				
256	-.15	-.04	.79	313	.02	-.26	.13				
257	.19	.21	.03	314	-.36	-.12	.01				
258	.06	.01	.83	315	.06	-.08	.78				

Las estrellas brillantes, tipo *O*, 117, con  $p_i = 0.38$  y la 270, con  $p_i = 0.54$ , pueden considerarse como miembros probables y por tanto son candidatos poco opcionados a ser estrellas "runaway", en lo cual coincide este estudio con el de Van Altena y Jones. Se coincide además en considerar la estrella 105 -Herschel 36- de  $p_i = 0.17$ , como miembro posible pero no probable, y al asignar al campo las estrellas amarillas gigantes 156 y 227.

Las probabilidades que figuran en la tabla 2 son sistemáticamente un poco superiores a las obtenidas por Van Altena y Jones, lo cual puede explicarse por la diferencia intrínseca

de los modelos utilizados. Las marginales de las figuras 3 y 4 apoyan la bondad del modelo mixto o "contagious" circular-elíptico en lugar del modelo elíptico-elíptico, al mostrar un elevado pico en la parte central que no se observa en las distribuciones marginales de Van Altena y Jones obtenidas con sólo 209 estrellas brillantes.

## BIBLIOGRAFÍA

- Alter, G., Ruprecht, J. & Vanysek, V. 1970, *Catalogue of Stars Clusters and Associations*, Akademiai Kiado, Budapest.
- Blanco, V. M. & Grant, G. 1959, *Publ. Astron. Soc. Pacific*, 71, 194.

-1.087 1.0 x  
 -1.041 0.0  
 -.995 1.0 x  
 -.949 0.0  
 -.903 0.0  
 -.857 1.0 x  
 -.811 1.0 x  
 -.765 4.0 xxxx  
 -.719 3.0 xxx  
 -.673 7.0 xxxxxxxx  
 -.627 3.0 xxx  
 -.581 3.0 xxx  
 -.535 2.0 xx  
 -.489 7.0 xxxxxxxx  
 -.443 5.0 xxxxx  
 -.397 6.0 xxxxxx  
 -.351 10.0 xxxxxxxxxx  
 -.305 9.0 xxxxxxxxxx  
 -.259 14.0 xxxxxxxxxxxxxx  
 -.213 15.0 xxxxxxxxxxxxxx  
 -.167 27.0 xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx  
 -.121 31.0 xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx  
 -.075 24.0 xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx  
 -.029 27.0 xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx  
 .017 41.0 xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx  
 .063 19.0 xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx  
 .109 8.0 xxxxxxxxx  
 .155 19.0 xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx  
 .201 15.0 xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx  
 .247 4.0 xxxxx  
 .293 9.0 xxxxxxxxx  
 .339 6.0 xxxxxx  
 .385 3.0 xxx  
 .431 2.0 xx  
 .477 3.0 xxx  
 .523 0.0  
 .569 5.0 xxxxxx  
 .615 2.0 xx  
 .661 0.0  
 .707 0.0  
 .753 0.0  
 .799 2.0 xx  
 .845 2.0 xx  
 .891 0.0  
 .937 0.0  
 .983 1.0 x  
 1.029 0.0  
 1.075 0.0  
 1.121 0.0  
 1.167 1.0 x

FIGURA 3. Densidad marginal  $\mu_x$  en la región del cúmulo galáctico NGC6530.

-1.411 1.0 x  
 -1.353 1.0 x  
 -1.295 3.0 xxx  
 -1.237 2.0 xx  
 -1.179 0.0  
 -1.121 2.0 xx  
 -1.063 2.0 xx  
 -1.005 0.0  
 -.947 2.0 xx  
 -.889 3.0 xxx  
 -.831 2.0 xx  
 -.773 3.0 xxx  
 -.715 4.0 xxxx  
 -.657 5.0 xxxxx  
 -.599 2.0 xx  
 -.541 4.0 xxxx  
 -.480 5.0 xxxxx  
 -.425 6.0 xxxxxx  
 -.367 6.0 xxxxxx  
 -.309 16.0 xxxxxxxxxxxxxxxxxxx  
 -.251 10.0 xxxxxxxxxxxxx  
 -.193 18.0 xxxxxxxxxxxxxxxxxxx  
 -.135 17.0 xxxxxxxxxxxxxxxxxxx  
 -.077 42.0 xxx  
 -.019 53.0 xxx  
 .039 27.0 xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx  
 .097 27.0 xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx  
 .155 10.0 xxxxxxxxxxxxx  
 .213 18.0 xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx  
 .271 12.0 xxxxxxxxxxxxxx  
 .329 8.0 xxxxxxxxx  
 .387 5.0 xxxxx  
 .445 8.0 xxxxxxxxx  
 .503 5.0 xxxxx  
 .561 4.0 xxxxx  
 .619 2.0 xx  
 .677 1.0 x  
 .735 5.0 xxxxx  
 .793 1.0 x  
 .851 0.0  
 .909 0.0  
 .967 0.0  
 1.025 0.0  
 1.083 0.0  
 1.141 0.0  
 1.199 0.0  
 1.257 0.0  
 1.315 0.0  
 1.373 0.0  
 1.431 1.0 x

FIGURA 4. Densidad marginal  $\mu_y$  en la región del cúmulo galáctico NGC6530.

- Brieva, E. & Uribe, A. 1985, *Revista Colombiana de Estadística*, **12**, 1.
- Brieva, E. & Uribe, A. 1990, *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, Volumen XVII, Número 66.
- Cabrera-Caño, J & Alfaro, F. J. 1985, *Astron. Astrophys.*, **150**, 298.
- Hancock, H. 1970, *Theory of Maxima and Minima*, Dover Publications, New York.
- Sanders, W. L. 1971, *Astron. Astrophys.*, **14**, 226.
- Slovak, M. H. 1977, *Astron. J.*, **82**, 818.
- Slovak, M. H. 1985, *Comunicación Personal*.
- Van Altena, W. F. & Jones, B. F. 1972, *Astron. Astrophys.*, **20**, 425.
- Vasilevskis, S., Klemola, A. & Preston, G., 1958, *Astron. J.*, **69**, 387.
- Walker, M. F. 1957, *Astrophys. J.*, **125**, 636.
- Wolfe, J. H. 1970, *Multivariate Behavioral Research*, July, 329.
- Zhao, J., Tian, K., Su, Z. & Yin, M. 1982, *Chin. Astron. Astrophys.*, **6**, 293.