

# EL PROCESO DE LA ROTURA EN LOS MATERIALES DE CONSTRUCCION

Por JULIO CARRIZOSA VALENZUELA

Profesor Emérito de la Universidad Nacional de Colombia,  
Profesor Titular de la Pontificia Universidad Javeriana. Decano  
de Estudios de la Universidad de Santo Tomás.

## 1. Definición de rotura.

Aunque a primera vista parece sencillo descubrir y precisar las causas que producen las roturas en los cuerpos sometidos a un género de esfuerzo determinado, a poco que se profundice esta cuestión, aparecen dificultades que todavía no han sido resueltas satisfactoriamente.

Sobra hacer hincapié respecto de la importancia que tendría para la ciencia una completa elucidación de este fenómeno. No solamente si se considera la ciencia del ingeniero constructor, quien debe dictar las normas para que una obra resista y perdure, sino si se mira a la ciencia en general, que está interesada en todo proceso que depende como éste de la rotura, de la íntima constitución molecular de la materia.

La primera dificultad se presenta cuando tratamos de precisar el concepto mismo de rotura. Se discute aún sobre si la sollicitación llamada de rotura ha de ser la que produce una separación en pedazos del material, o la que provoque el desalojamiento plástico del mismo. Sin embargo, cualquiera de estos extremos es igualmente vago. Son muchos los estados que acusarían una disgregación de la materia, y muchos los estados de plasticidad, y no hay que olvidar que una definición científica debe consistir en la expresión unívoca y cuantitativa del fenómeno, la que sólo se obtiene mediante una expresión analítica del mismo. De aquí que R. M. L'Hermite (*Les méthodes modernes d'étude physique et mécanique des corps solides*) haya tratado de caracterizar la rotura analíticamente por el potencial interno del cuerpo, conforme al teorema de Lagrange, o sea, que la rotura del equilibrio elástico se produce cuando dicho potencial es máximo. La interpretación física de este principio en general conduce al establecimiento de una expresión del potencial en la cual habrá que tener en cuenta no solo el trabajo total de las fuerzas exteriores sino la parte de este trabajo empleada en transformaciones plásticas irreversibles y el equivalente energético del calor absorbido. (Véase también Markus Reiner and Alfred Freudenthal: *A dynamical theory of strength*. Proceedings of the Fifth International Congress for Applied Mechanics). Mediante estas consideraciones puede decirse que *"la rotura se produce cuando el incremento de la energía disipada en las transformaciones plásticas y térmicas es igual al incremento de la energía exterior"*.

Puede decirse, naturalmente, que la rotura se produce cuando las tensiones interiores concomitantes de la sollicitación de fuerzas respectiva, ha logrado vencer la cohesión de la materia. Sería preciso, según este modo de ver el problema, estudiar la naturaleza de estas fuerzas intermoleculares e interatómicas de cohesión, y definir las condiciones en que ellas pudieran ser superadas o anuladas. Esto nos llevaría al análisis de las hipótesis sobre las diversas formas de agrupación atómica en los cuerpos cristalinos, vítreos o policristalinos, a fin de deducir las acciones recíprocas moleculares de carácter mecánico llamadas enlaces, que se traducen en el fenómeno de cohesión, el cual debe poder explicar todas las demás propiedades de la materia sólida, como la tenacidad, plasticidad, fragilidad, etc., que son otras tantas cualidades mecánicas de la materia considerada desde un punto de vista macroscópico.

Sin embargo, a pesar de que el derrotero señalado es el que se presenta como más lógico al espíritu, es poco lo que se ha progresado en el conocimiento de estas fuerzas de cohesión. Desde Laplace, y como consecuencia obligada de la ley de Newton, se extendió al campo atómico la acción gravítica, a pesar de que el mismo Newton y sus continuadores consideraron que estas fuerzas eran de naturaleza distinta<sup>1</sup>.

Laplace supuso por consiguiente, que dos moléculas ejercen entre sí una atracción proporcional a sus masas, y que esta atracción depende de la distancia que las separa, conforme a una ley no conocida, es decir:  $mm'f(r)$  en que  $m$ ,  $m'$ , son las masas de las moléculas,  $r$  su distancia y  $f(r)$  una función desconocida de esta distancia<sup>2</sup>.

Poisson partió también como Laplace de la acción mutua molecular, para deducir una expresión de la tensión de los cuerpos elásticos, y así mismo, Cauchy, dándose además una determinada estructura molecular, dedujo las llamadas relaciones de Cauchy que él creyó eran una consecuencia obligada de esta hipótesis, aunque más tarde se demostró lo contrario<sup>3</sup>.

<sup>1</sup> V. Todhunter and Pearson. *A History of the Elasticity*, p. 93.

<sup>2</sup> V. H. Poincaré. *Capillarité*.

<sup>3</sup> Cauchy: *Exercices de Mathématiques*, t. 2, p. 42. V. A. E. H. Love. *A treatise on the mathematical theory of elasticity*. 4<sup>th</sup> edition, p. 616.

Trabajos recientes <sup>4</sup> parecen llevar a la conclusión de que, si no por el momento, en un futuro próximo será posible establecer una conexión entre las magnitudes que determinan la conducta de un material bajo la deformación elástica, y las respectivas fuerzas de cohesión o enlaces atómicos y moleculares. Según estos puntos de vista no parece posible considerar las fuerzas de cohesión sino como la resultante de fuerzas atractivas y repulsivas. De otra manera sería imposible explicar la resistencia que presentan los cuerpos a ser dilatados y también comprimidos. Por otra parte, tampoco puede prescindirse en la consideración de estas acciones recíprocas, de la variación de la temperatura.

Esquemáticamente puede representarse la variación de la fuerza interatómica según el diagrama siguiente, figura 1.

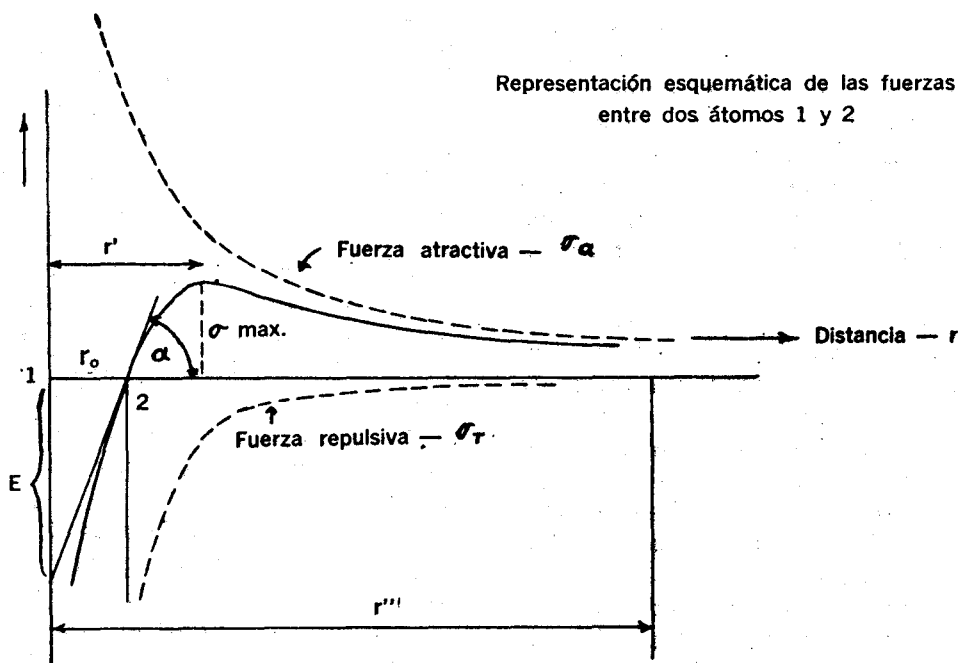


Figura 1

Puede distinguirse en el diagrama la variación de la fuerza atractiva que, según A. F. Joffé: *The Physics of crystals*, obedece a la ley:

$$\sigma_a = \frac{mA}{r^{m+1}}$$

Así mismo, la fuerza repulsiva está expresada por la fórmula:

$$\sigma_r = \frac{nB}{r^{n+1}}$$

en que  $n$ ,  $m$ ,  $A$  y  $B$  son constantes. Evidentemente la fuerza resultante representada en la parte rayada del diagrama tendrá por expresión:

$$\sigma = \sigma_a + \sigma_r = \frac{mA}{r^{m+1}} - \frac{nB}{r^{n+1}}$$

en la cual el valor de  $n$  ha de ser siempre mucho mayor que el de  $m$ .

Como aparece en el gráfico, a la distancia interatómica,  $r_0$ , es decir, a la separación que los átomos guardan cuando no están influidos por una fuerza exterior, la resultante entre ambas fuerzas es nula, y los átomos solo ejecutarían vibraciones caloríficas alrededor de su posición de equilibrio, siempre que la amplitud de tales vibraciones no sea tal que les permita vencer las energías de enlace en un sentido cualquiera, pues en este último caso se admite la posibilidad de que los iones y átomos puedan desplazarse a otras regiones.

Al desalojarse el átomo 2 hacia la derecha se producirá una resistencia creciente hasta alcanzar la distancia  $r'$ . Desde este punto la resistencia disminuye como se ve, de tal manera que des-

pués de  $r''$  la atracción interatómica será prácticamente nula. Esta distancia mínima a partir de la cual deja de sentirse la atracción interatómica se llama *radio de acción molecular*. Si nos atenemos a la representación anterior, la energía necesaria para vencer la cohesión estaría representada por la expresión:

$$e = - \int_{r_0}^{\infty} \sigma dr$$

o sea el área comprendida por la curva en la figura 1. Además, la distancia  $r''$  a partir de la cual deja de ser eficaz la atracción, debe satisfacer a la condición:

$$\int_{r''}^{\infty} \sigma dr = 0$$

<sup>4</sup> V. Dr. R. Houwink, *Plasticity and Structure of Matter*, p. 22.

Al lado de las hipótesis anteriores sobre la expresión cuantitativa de las fuerzas intermoleculares, es preciso considerar otras hipótesis, relativas a la constitución molecular o disposición regular en forma de rejilla o retícula de los átomos y iones, constitutivos de la estructura cristalina. Estas otras hipótesis de estructura han sido posibles gracias especialmente al descubrimiento y método de Max von Laue<sup>5</sup> quien tuvo la idea genial de que la estructura de los cristales hacen el papel de una red especial natural para los rayos Roentgen, y, por lo tanto, se puede establecer una relación entre la longitud de onda de los rayos X, y las distancias reticulares de los cristales. Este descubrimiento de von Laue, ha hecho posible el análisis de la estructura cristalina, haciendo pasar un haz de rayos X a través de un cristal, y estudiando la imagen formada en una placa fotográfica por los rayos emergentes, con lo cual

gar en la parte cortical del átomo, como se señala en la figura 2, y depende estrechamente de la microestructura de la materia considerada. Son directamente responsables de la cohesión los llamados enlaces atómicos y moleculares. Se distinguen dos clases de enlaces: enlaces primarios, cuya energía es del orden de 100 kilogramos Cal. y que representan un papel muy importante en la formación molecular, y enlaces secundarios o intermoleculares, que presentan un contenido mucho menor de energía. Parece que el género de deformación y sus propiedades elásticas y plásticas está condicionado por la energía relativa de estos tipos o géneros de enlaces. Así es que se afirma que un sólido cuya constitución molecular presenta fuertes enlaces primarios tendrá altos límites de fluencia y gran resistencia; por otra parte, la fragilidad se explica por la existencia de enlaces igualmente fuertes en todo sentido<sup>6</sup>.

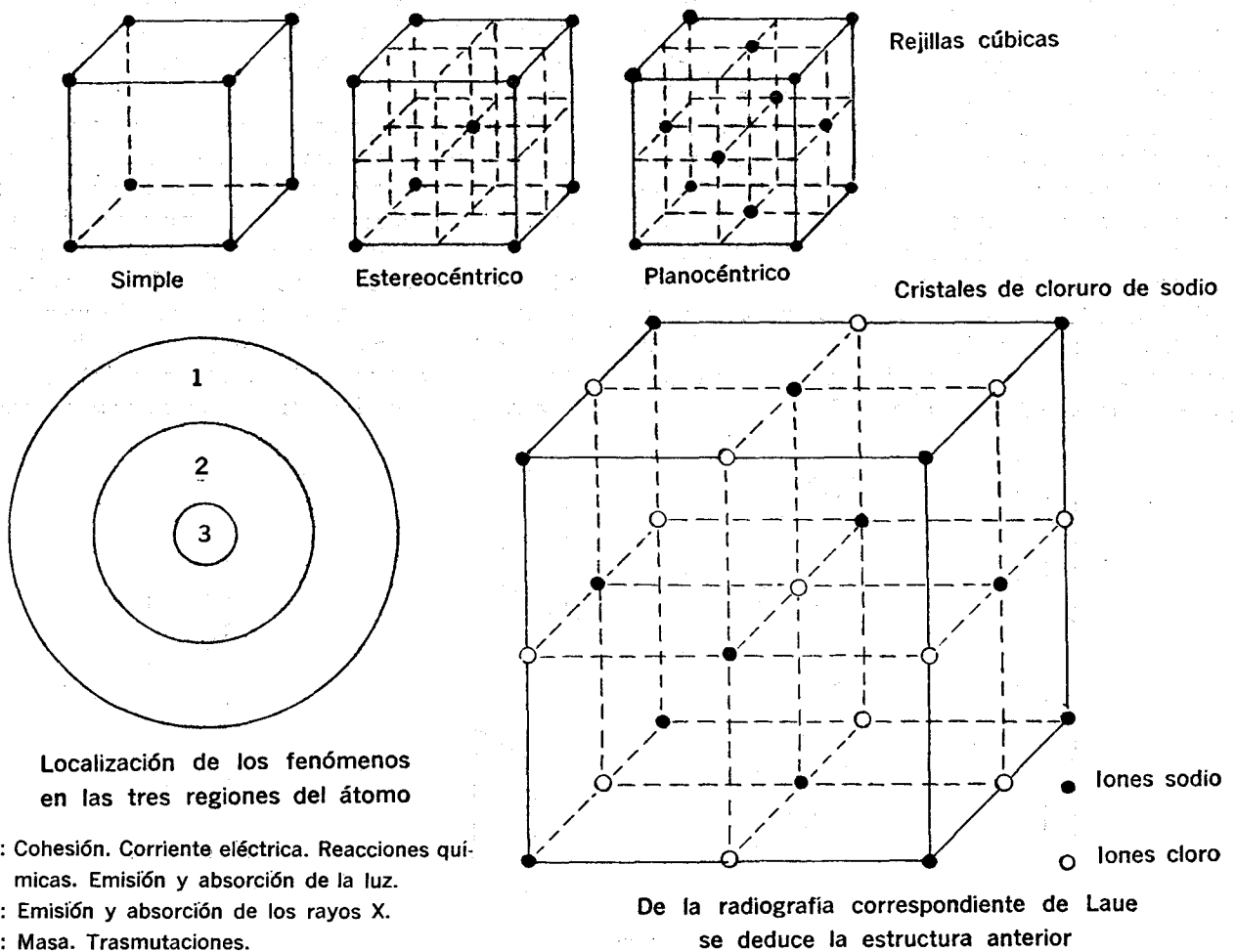


Figura 2

se puede sacar una idea sobre la ordenación de los átomos o iones en el cristal, y establecer los diversos géneros de enlaces atómicos que causan la cohesión, y, por lo tanto, las diversas cualidades físicas, mecánicas, etc., atrás enumeradas, figura 2.

Como resultado de estos estudios y experiencias parece que el fenómeno de cohesión tiene lu-

Se comprende, pues, que cuando el conocimiento de la microestructura de la materia en los cuerpos vítreos y cristalinos se encuentre más avan-

<sup>5</sup> Para un resumen de las investigaciones de Laue puede consultarse Jahrbuch für Radioaktivität und Elektronik II, p. 308. 1914.

<sup>6</sup> V. Dr. Houwink, Ob. cit.

zado, es bien posible llegar a explicar las propiedades elásticas de un cuerpo, y aun modificarlas en el sentido conveniente, alterando para ello dicha estructura. Sin embargo, hasta donde se nos alcanza, estas investigaciones están aún en sus comienzos, y no deja de sorprender la gran divergencia que se observa entre la cohesión calculada a partir de estas hipótesis, y la cohesión que realmente se deduce de las experiencias ordinarias de rotura. (Por lo general la resistencia técnica es de 1/500 a 1/1000 de la resistencia teórica)<sup>7</sup>.

Según Smekal, la causa de esta divergencia reside, sobre todo, en las irregularidades, o, quizás, discontinuidades, existentes en la masa discontinua, que él designa con el nombre de "Lockerstellen", lugares flojos o fisuras, accidentalmente distribuidas, donde se originan concentraciones de esfuerzos que explican las variaciones anotadas. De ser esto así habría que convenir que tales "Lockerstellen" dejan de ser una irregularidad para convertirse en un fenómeno antagónico comparable a la misma cohesión. Sobre la existencia de tales discontinuidades se han edificado teorías de la rotura, como la de Griffith<sup>8</sup>, quien ha demostrado también experimentalmente que un filamento delgado de vidrio resiste mucho más relativamente, que otro más grueso; así encontró que para un diámetro de un milímetro la resistencia a la tracción era de 18 kilos por milímetro cuadrado, mientras que para 0.003 milímetros la resistencia era de 360 k/mm.<sup>2</sup>. De esta experiencia deduce Griffith la existencia de una tensión superficial que unida a las discontinuidades anotadas pueden explicar el resultado experimental.

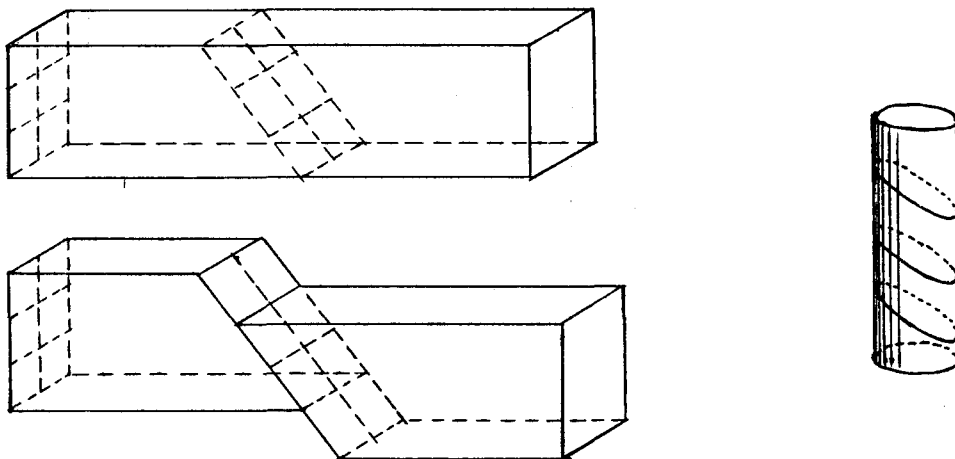


Figura 3

Saliendo del espacio interatómico e intermolecular, se ha estudiado el comportamiento de los cristales ante la acción de fuerzas capaces de producir la rotura en ellos. Se ha llegado a establecer así que, por regla general, la rotura se inicia por el deslizamiento de los cristales, según planos determinados, los que coinciden con las direcciones en que la densidad de agrupación atómica es máxima en la retícula cristalina, figura 3. De aquí se deduce que el cristal presenta siempre un deslizamiento según el plano de exfoliación más desfavorablemente orientado con respecto al esfuerzo secante, sin que intervenga el esfuerzo normal correspondiente<sup>9</sup>. El comportamiento anterior se refiere naturalmente a los cristales de materias plásticas como los cristales metálicos ensayados por Schmid-Boas<sup>10</sup>. Cuando se trata de cristales únicos también, pero de materiales reconocidamente frágiles, como los cristales de sal, por ejemplo, es de suponer que este período de desalojamiento según los planos de exfoliación sea mucho menos importante, y la rotura se producirá sobre todo por separación de estos planos para esfuerzos de tracción normales a ellos, cuya magnitud alcanza el límite de rotura al desgarramiento antes de que el esfuerzo secante capaz de iniciar el deslizamiento llegue a producirse<sup>11</sup>. No obstante, las experiencias sobre el particular son quizás poco concluyentes si se quiere explicar el mecanismo que precede a la rotura en esta clase de materiales, hasta poder afirmar que se han vencido las fuerzas de cohesión produciendo el desgarramiento en sentido perpendicular a una superficie. Adelante discutiremos más detalladamente esta cuestión.

Si de la rotura en cristales homogéneos pasamos a la rotura en los cuerpos policristalinos, como en los metales empleados en la industria, que pueden considerarse como conglomerados de cristales dispuestos al azar en todas direcciones, el fenómeno de la rotura se ha clasificado macroscópicamente en dos clases: rotura por desgarramiento, y rotura por deslizamiento, siendo la primera una característica de los materiales frágiles, y la segunda, de los dúctiles. Estas características de

la materia: elasticidad, y su contraria, plasticidad; ductilidad y su contraria fragilidad, así co-

<sup>7</sup> V. A. Joffé, A. Smekal, E. Orowan. International Conference on Physics, London, 1935. Vol. II.

<sup>8</sup> A. A. Griffith, the Theory of Rupture, Proc. I Intern. Congress for Applied Mechanics.

<sup>9</sup> V. Timoshenko, Strength of Materials, p. 665.

<sup>10</sup> V. Schmid-Boas: Krystallplastizität. Berlín, 1935.

<sup>11</sup> U. Dehlinger: Physikalische Grundlagen des metallischen Zustands.

mo dureza y blandura, deberían tener su explicación a partir de la constitución molecular del cuerpo, ya que parecen ser manifestaciones más o menos próximas de la cohesión apreciada desde un punto de vista macroscópico; sin embargo, hasta el presente no se ha podido sistematizar una teoría científica sobre el particular, salvo en casos muy especiales.

Sin adelantar nada sobre la interdependencia que puede haber entre estas cualidades, mencionaremos aquí la representación de Ross, quien las ha agrupado en los vértices de un octaedro, de manera que cada propiedad aparece aquí con su contraria en los vértices opuestos de este sólido, figura 4.

Quizás sea más útil conectar estas cualidades con la idea energética como lo hace Weissen-

ber (relaxation). Se deja, pues, aquí de lado la dureza o blandura y fragilidad, propiedades éstas que parecen estar menos directamente condicionadas por las formas de energía consideradas.

2. *Diversas hipótesis acerca de las causas de la rotura:*

a) *Hipótesis del esfuerzo principal máximo.* Se atribuye a Rankine (1850), también a Lamé y Clapeyron (1833), y consiste en suponer que el equilibrio se rompe cuando la tensión<sup>13</sup> máxima alrededor de un punto, ya sea de compresión o de tracción, llega a un máximo igual al límite de elasticidad del material a la tensión simple correspondiente, cualesquiera que sean los otros esfuerzos simultáneos con el anterior. Según esta hipótesis,

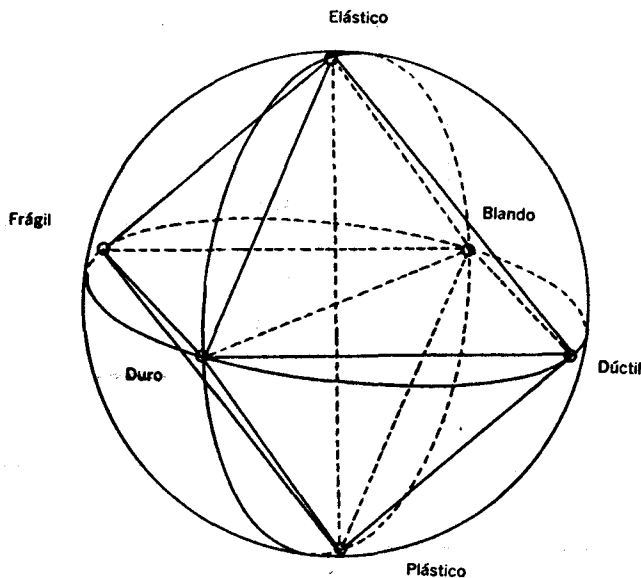


Figura 4

berg<sup>12</sup>, por medio del triángulo de propiedades mecánicas de los cuerpos, figura 5, utilizando las coordenadas normales del triángulo para un punto cualquiera situado en el interior del triángulo. Como es sabido, estas coordenadas tienen la propiedad de que la suma de sus valores es una constante proporcional al área, la cual representa aquí la totalidad de la energía mecánica bajo la acción de las fuerzas consideradas. Según Weissenberg, cada punto representa un estado posible de repartición de la energía en energía cinética, potencial y disipada. Como se ve en la figura, cada vértice del triángulo representa un estado energético simple; así, cuando toda la energía es disipada se tendrá el punto B, vértice del triángulo, donde toda la energía, o sea el 100%, ha sido empleada en acciones irreversibles, según se definió antes al hablar de la rotura como un concepto energético. Por otra parte, si una de las tres energías es nula el punto caerá sobre uno de los tres lados del triángulo. Cada uno de estos lados representa un estado conocido macroscópicamente como estado simple de elasticidad, plasticidad, y de rela-

si los esfuerzos principales alrededor de un punto son:

$$(1) \quad n_x > n_y > n_z \quad \text{se debe tener: } n_x = f_F$$

límite de fluencia a la tracción, por ejemplo.

b) *Hipótesis de la deformación máxima.* Entre los partidarios de esta teoría hay que distinguir a quienes opinan que la rotura depende de la dilatación máxima como Poncelet (1839), Saint-Venant (1864) y Grashof (1858), y a quienes suponen que este fenómeno depende de la deformación angular o distorsión máxima, como Coulomb (1776), Tresca (1868) y otros.

Según Saint-Venant, la máxima dilatación, extensión del material, es lo que determina la ro-

<sup>12</sup> Mechanik deformierbarer Körper: Mitteilungen der deutschen Material prüfungsanstalten.

<sup>13</sup> Llamaremos como siempre tensión todo esfuerzo por unidad de superficie, ya sea esfuerzo de tracción o de compresión.

tura por fractura o por deslizamiento (flujo plástico o fluencia). De acuerdo con esta hipótesis, el límite de elasticidad, si se trata de un material dúctil, en el caso de triple tensión, estará dado por la fórmula:

(2)

$$\frac{n_x}{E} - \frac{1}{mE} (n_y + n_z) = \frac{f_F}{E}$$

en que  $f_F$  es el límite de fluencia del material.

c) *Esfuerzo secante máximo.* En esta hipótesis, que es una de las más importantes, habrá que distinguir la hipótesis del esfuerzo secante puro debida a Guest (1900), Tresca, de la hipótesis del esfuerzo secante combinado con esfuerzo normal, debida a Coulomb y Mohr (1882), quienes modifican la de Guest en el sentido de que se

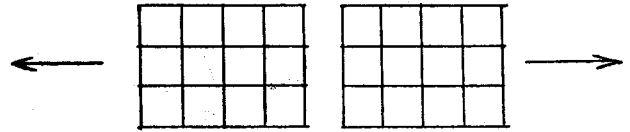
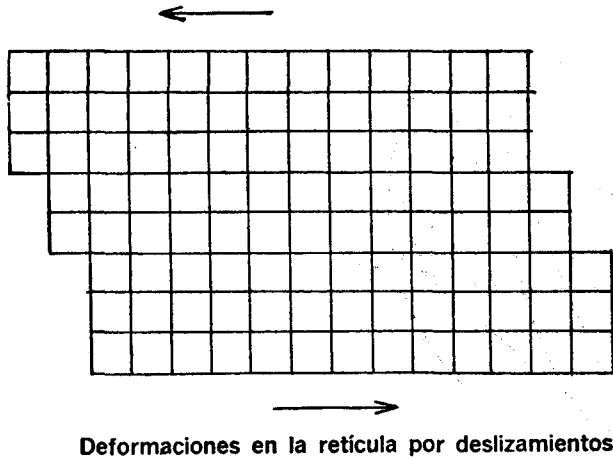
Se ve que cuando  $n$  es nulo, la tensión se reduce a la de Guest.

d) *Hipótesis energéticas.* También es preciso aquí diferenciar dos modalidades de esta hipótesis: la que considera la energía total máxima de deformación por unidad de volumen y la que tiene en cuenta solamente la energía de distorsión máxima por unidad de volumen. La primera se debe a Beltrami (1885), Haigh (1927), y, según ella, la resiliencia de prueba del material solicitado por una tracción simple debe ser igual a la energía por unidad de volumen, es decir:

(3)

$$\frac{f_F^2}{2E} = \frac{1}{2E} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) - \frac{1}{mE} (n_x n_y + n_x n_z + n_y n_z)$$

(puede consultarse la ecuación 7 del número 42, Tomo II de nuestras conferencias o cualquier otro texto de Resistencia).



Rotura de la retícula por separación de los átomos

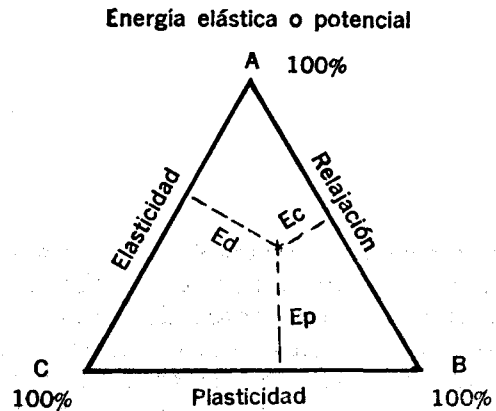


Figura 5

tiene en cuenta el cizallamiento máximo según una superficie determinada, pero además se considera una acción proveniente de la presión normal sobre dicha superficie, o sea, una especie de frotamiento (Coulomb) cuyo valor está representado por el producto del esfuerzo normal y el coeficiente de roce entre la materia considerada. Es decir, si llamamos en esta hipótesis,  $p$  la tensión tangencial total que produce el deslizamiento en el sentido del plano correspondiente,  $n$  el esfuerzo de compresión sobre dicho plano, y  $t$  la tensión tangencial pura que produce la rotura, se tiene:

$$p = t + nf$$

La segunda modalidad de esta hipótesis se debe a Huber (1904), Mises (1913), Hencky (1925), y se basa en la distinción entre la energía de deformación y la de distorsión que está implicada en aquella. Surgió esta teoría por la dificultad de explicar con la primera, la imposibilidad ya reconocida de producir la rotura con esfuerzos triples de compresión o presión hidráulica. Para encontrar la expresión correspondiente de esta modalidad de la hipótesis energética basta restarle a la expresión del segundo miembro de (3) que representa la energía total de deformación, el trabajo por unidad de volumen, empleado solamente en la variación del volumen del cuerpo, o sea:

$$\frac{n\Delta}{2} = \frac{1}{2} \left( \frac{n_x + n_y + n_z}{3} \right) (a_x + a_y + a_z) = \frac{m-2}{6mE} (n_x + n_y + n_z)^2$$

siendo  $\frac{1}{3} (n_x + n_y + n_z)$  la tensión llamada media, o más propiamente, la compresión media. Deduciendo esta expresión del trabajo de deformación, de la anterior expresión (3), se obtiene:

$$\frac{m+1}{6mE} [(n_x - n_y)^2 + (n_x - n_z)^2 + (n_y - n_z)^2] \quad (4)$$

la que en caso de un esfuerzo simple de tensión  $f_F$  se convierte:

$$\frac{m+1}{3mE} f_F^2$$

Se tiene así que la condición de rotura en este caso se realiza cuando igualamos esta última expresión a la (4), o sea:

$$(5) \quad 2f_F^2 = (n_x - n_y)^2 + (n_x - n_z)^2 + (n_y - n_z)^2$$

Si se trata de una triple tensión de tracción hidrostática sigue siendo aplicable la primera modalidad expresada analíticamente por (3); si se trata, en cambio, de una distorsión, la segunda expresión (5) es la adecuada.

No podríamos decir que las hipótesis anteriores resumen completamente el pensamiento moderno en cuanto a las causas del fenómeno en referencia. Habría que agregar algunos ensayos muy recientes, difíciles de enunciar someramente, y que dejan comprender que a medida que las experiencias se perfeccionan, la explicación del hecho al parecer simple de la rotura, se complica cada vez más. De estas ideas más recientes daremos una explicación más adelante, donde discutiremos también las bases experimentales de las principales hipótesis antes enunciadas, para resumir lo más brevemente posible el estado actual del problema, y señalar los derroteros que valdría la pena seguir en experiencias posteriores.

### 3. Representación diagramática de las principales hipótesis de rotura.

Aunque todas estas hipótesis se fundan en experiencias más o menos exactas, más o menos bien interpretadas, es lo cierto que las conclusiones que de ellas se derivan pueden ser muy diferentes y hasta contradictorias. Esta divergencia y oposición se muestra muy claramente si empleamos para compararlas el método diagramático de Caquot<sup>14</sup>, figura 6, el cual consiste en tomar como ejes coordenados las direcciones rectangulares entre sí del esfuerzo principal máximo y del mínimo. Se prescinde, pues, en esta representación del esfuerzo principal medio, dando por sentado que dicho esfuerzo no influye de manera apreciable como causa de rotura.

Se obtiene, pues, esta representación tomando según el eje vertical la magnitud  $S_1$  del esfuerzo

principal máximo, y según el horizontal la del esfuerzo principal  $S_3$  mínimo. Supondremos positivos los esfuerzos de tracción y negativos los de compresión. La relación de magnitud entre los esfuerzos principales será por lo tanto:

$$S_1 > S_2 > S_3 \quad (15)$$

Según las desigualdades anteriores, si trazamos la bisectriz, figura 6, del primer y tercer cuadrante, tendremos dividido el espacio en dos regiones, de las cuales la sombreada no podría contener punto alguno representativo de un estado, pues las magnitudes de los esfuerzos principales presentarían un orden contrario al supuesto. La mitad de esta bisectriz, situada en el primer cuadrante, es el lugar de los estados sometidos a tracción hidrostática, o sea, tensión de tracción igual en todos sentidos, que llega a producir la rotura por separación o desgarramiento. Al contrario, la mitad inferior situada en el tercer cuadrante, es el lugar de los estados sometidos a compresión hidrostática; es decir, compresión igual en todos sentidos, la que, como se verá, no lleva a la rotura en la generalidad de los casos, en cuanto a la bisec-

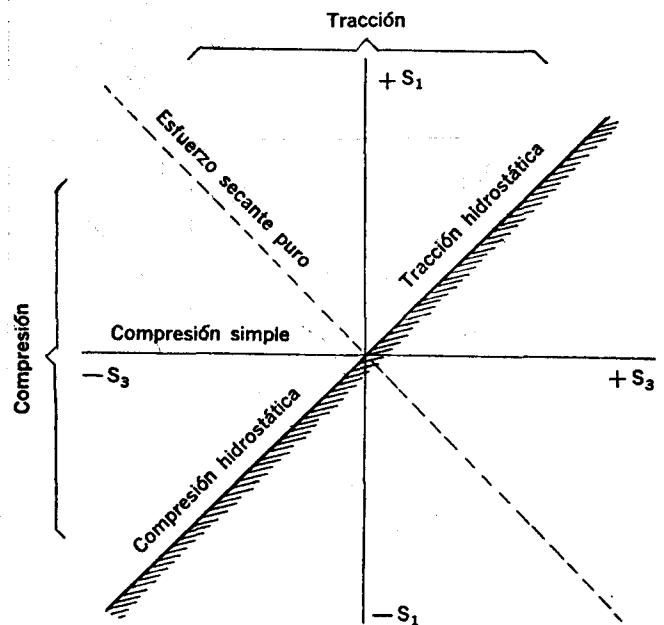


Figura 6

triz del segundo y cuarto cuadrante, sólo es utilizable la mitad contenida en el segundo cuadrante que representa el lugar de los estados sometidos a esfuerzo secante puro, caracterizado por

<sup>14</sup> V. A. Mesnager. Cours de Résistance des Matériaux, p. 335. También S. Timoschenko. Strength of Materials, p. 709.

<sup>15</sup> Designaremos con la letra  $S$  las longitudes que representan en el diagrama la tensión respectiva  $n$ .

esfuerzos principales iguales y de sentido contrario.

Con respecto a los ejes, el vertical en su parte útil representa los puntos sometidos a la tracción simple, y la parte útil del horizontal los que están sometidos a la compresión simple. La región a cada lado del eje vertical comprendida entre las bisectrices representa puntos sometidos a tracción, ya sea simple si coincide con el mismo eje, o combinada con tracción o compresión, según esté el punto a la derecha o izquierda, respectivamente de dicho eje. Análogamente, la región a cada lado del eje horizontal comprendida entre las bisectrices del segundo y tercer cuadrante re-

Desde luego la hipótesis del esfuerzo principal máximo quedará representada por el contorno A-1-A-3A, figura 7, en que O-1 es el límite de resistencia a la tracción simple (límite de fluencia o coeficiente de rotura), igual a O-3, límite de compresión. Según estas hipótesis, todo punto situado dentro del contorno anterior estará en condiciones de recibir el esfuerzo combinado correspondiente.

En la hipótesis de la deformación máxima el esfuerzo intermedio tiene importancia; por tal motivo es preciso fijarle un valor en relación con los otros dos esfuerzos principales. Si suponemos que este esfuerzo intermedio se mantiene constan-

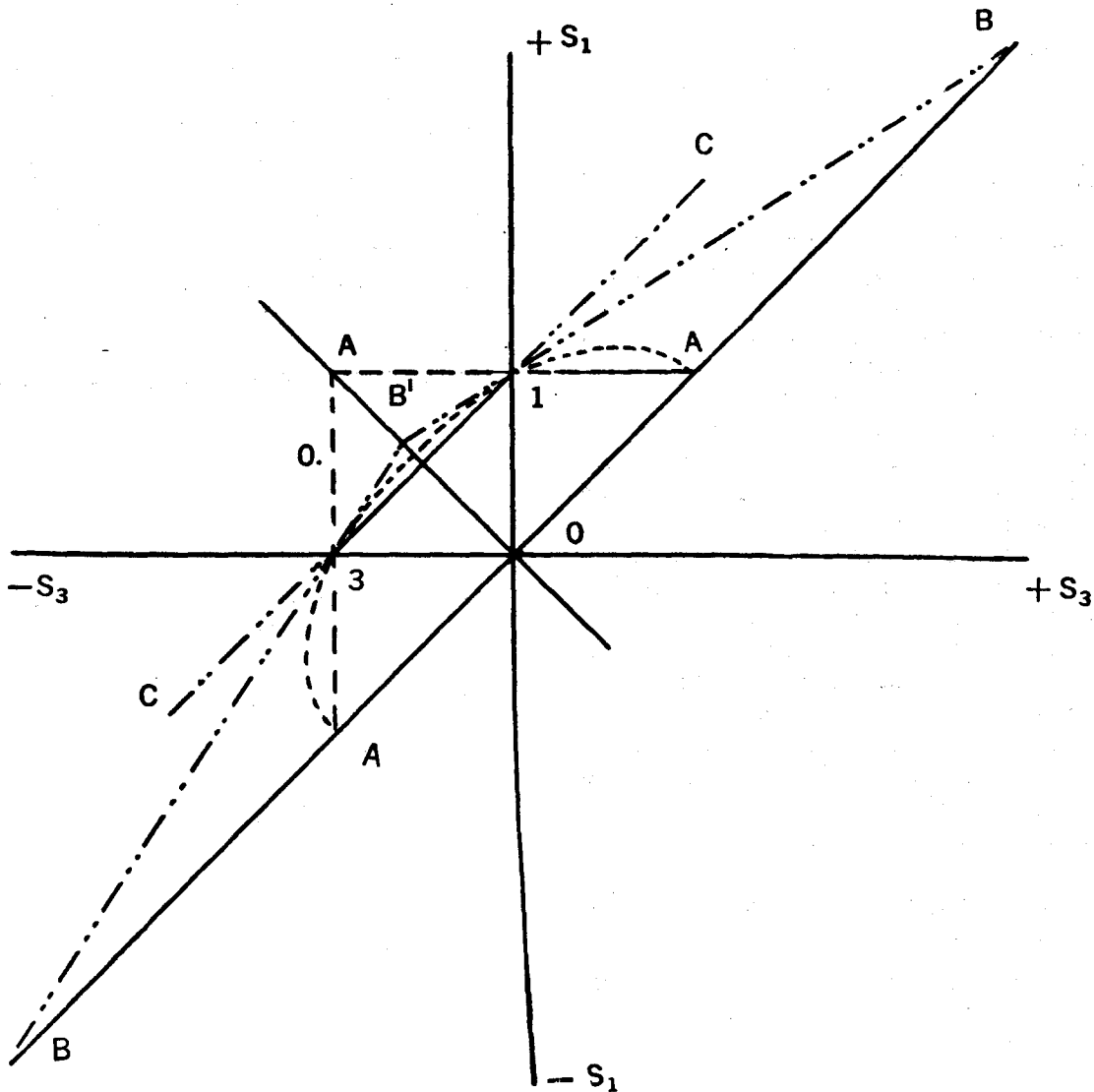


Figura 7

presenta puntos sometidos a esfuerzos de compresión simple, según el eje mismo, o combinada con tracción y compresión según estén situados encima o debajo del dicho eje respectivamente.

Establecido el sistema anterior de ejes, veamos cómo es posible representar las principales hipótesis ya expuestas acerca de las causas de la rotura. Consideremos sucesivamente dichas hipótesis en el orden en que fueron enunciadas:

temente igual al esfuerzo principal inferior, estaremos dentro de un caso límite muy frecuente en las experiencias. En este supuesto, la fórmula (2), que nos permite obtener el límite de elasticidad, se cambiará en la siguiente:

$$\frac{S_1}{E} - \frac{1}{mE} (S_2 + S_3) = \frac{f_r}{E}$$

y al hacer, conforme a la hipótesis enunciada,  $S_3 = S_2$ :

$$S_1 = \frac{2}{m} S_3 + f_F$$

que es la ecuación de la recta  $B-1-B'$ . La ordenada de  $B$  en el primer cuadrante será:

$$S_1 = \frac{m}{m-2} f_F \quad \text{o sea para } m=3: S_1 = 3f_F$$

Luego en este punto  $B$  el material podría admitir esfuerzos principales tres veces mayores que si adoptáramos la primera hipótesis. En cambio, en el punto opuesto  $B'$  del segundo cuadrante, por ser  $S_3$  negativo, se tendrá como ordenada de dicho punto para el mismo valor de  $m$ :

$$S_1 = \frac{3}{5} f_F$$

Es decir, aquí los esfuerzos máximos hasta el límite de fluencia o rotura serían inferiores que si adoptáramos el punto de vista de la primera hipótesis.

Si hacemos las mismas consideraciones anteriores para el cuadrante de compresión, obtendremos la recta simétrica  $B-3-B'$ , que cerrará el contorno de la región no expuesta a rotura según esta segunda hipótesis.

La tercera hipótesis del esfuerzo secante máximo depende naturalmente de la expresión

$$\frac{S_1 - S_3}{2}$$

que es precisamente el valor de dicho esfuerzo secante máximo. Para que la rotura se produzca es necesario tener:

$$\frac{S_1 - S_3}{2} = \frac{f_F}{2} \quad \text{de donde } S_1 = S_3 + f_F$$

si nos colocamos en el mismo punto de vista anterior, de que el esfuerzo principal medio es igual al mínimo; es decir,  $S_2 = S_3$ . La última expresión obtenida es la ecuación de la recta C-1, paralela a la bisectriz del primer cuadrante. Quiere decir, por consiguiente, que ninguno de los puntos de esta bisectriz está expuesto a rotura según esta hipótesis. Consecuencia esta evidente si se tiene en cuenta que para cualquiera de los puntos de este eje el esfuerzo secante es nulo, pues dicha línea es el lugar de los puntos sometidos a un estado de triple tracción hidrostática; es decir, idéntica en todos los sentidos.

Se comprende, sin mayor explicación, que la ecuación anterior del lugar es general; por consiguiente, si prolongamos la recta C-1 hacia el segundo y tercer cuadrante, obtendremos una zona encerrada por la bisectriz y por la recta C-1-3-C-, dentro de la cual no habría peligro de rotura por esfuerzo secante.

En las hipótesis energéticas también se tiene en cuenta el esfuerzo principal medio; por consiguiente, será necesario suponer para este esfuerzo medio un valor determinado, como se hizo para la hipótesis del esfuerzo secante. Supondremos, pues, asimismo, que este esfuerzo medio se mantiene constantemente igual al esfuerzo mínimo.

Bajo el supuesto anterior, la primera modalidad de la hipótesis energética, representada por la expresión (3), tendrá como nueva expresión:

$$S_1^2 - \frac{4}{m} S_1 S_3 + 2 \left( \frac{m-1}{m} \right) S_3^2 = f_F^2$$

o sea la ecuación de una elipse, ya que  $m$  siempre será positivo, y su valor comprendido entre 2 y 4. Para  $S_3$  igual a cero, se tendrá:  $S_1 = f_F$ .

También para  $S_3 = S_1$ , se tiene el mismo valor anterior del esfuerzo principal máximo para  $m=3$ .

La segunda modalidad de la hipótesis energética está representada por la expresión (5). Esta relación se transforma en la siguiente:

$$2(S_1 - S_3)^2 = 2f_F^2$$

si suponemos que  $S_2 = S_3$  como se hizo en los casos anteriores. Esta última ecuación se puede poner también:

$$S_1 - S_3 = f_F, \quad \text{o sea } S_1 = S_3 + f_F$$

Esta última es la ecuación de la misma recta C-1-3-C, obtenida cuando se estableció la representación de la tercera hipótesis. Quiere decir, por lo tanto, que la misma zona de seguridad determinada por la hipótesis del esfuerzo secante máximo es la que corresponde a esta segunda modalidad de la hipótesis energética.

#### 4. Análisis comparativo de las hipótesis de rotura.

Por medio de la representación gráfica anterior es sencillo apreciar o poner de relieve cuán diferentes son estas teorías propuestas para explicar la rotura, y cómo ellas pueden conducir a resultados no solo disímiles sino contradictorios. Así Föppl, en su "Resistencia de Materiales", pone de manifiesto esta contradicción, suponiendo que se sumerja en el mar, por ejemplo, un cubo de arenisca cuya resistencia a la compresión es de 500 kilogramos por centímetro cuadrado más o menos, y cuyas caras hayan sido barnizadas, con el fin de impedir la penetración del agua. Según la idea de Coulomb, ninguna presión, sea cual fuere su magnitud, podría causar la destrucción del cubo, puesto que siendo la presión igual en todas las caras, el cubo permanecería semejante a sí mismo; es decir, no habría lugar a considerar esfuerzo secante máximo, y por lo tanto, la deformación transversal sería nula. Según la primera hipótesis de Rankine, el cu-

bo se rompería desde que la profundidad alcanzada fuera de 5.000 metros; en cambio, según Poncelet (segunda hipótesis) el cubo se disgregaría, no a 5.000 metros de profundidad, sino a una profundidad más grande, ya que el acortamiento de las aristas crece, en efecto, más lentamente que la acción molecular, como consecuencia de la dilatación transversal proveniente de las presiones sobre las caras laterales. En fin, una destrucción del cubo sería también imposible en el caso de que el coeficiente  $m$  fuera igual a 2, o tendiera hacia este valor cuando la presión aumenta (se sabe que  $m$  varía, en efecto, para los materiales pétreos cuando la presión aumenta <sup>16</sup>).

Aparte de las consideraciones anteriores, la simple observación del diagrama de la figura 7 demuestra claramente que las zonas de seguridad correspondientes a cada hipótesis difieren notablemente entre sí, de tal manera que para un estado que ofrece seguridad según la hipótesis de Rankine, según la de Guest está precisamente en peligro de rotura.

No obstante las contradicciones apuntadas, estas diversas hipótesis tienen ciertas características comunes, que provienen de su origen experimental, y de los conceptos fundamentales que han servido de punto de partida para desarrollar las generalizaciones o las doctrinas fundadas en tales experiencias.

Como una primera característica común, señalaremos la de que todas estas hipótesis coinciden cuando se trata de estados elásticos simples o de una sola dimensión; es decir, en los puntos 1 y 3 del diagrama anterior, figura 7, porque en estos puntos la tensión máxima normal, la dilatación y deformación angular máxima, y el cizallamiento máximo, son proporcionales. Esto revela el parentesco experimental de todas las teorías de rotura basadas en ensayos de simple tensión.

Una segunda característica común es la de que todas estas teorías, con excepción de las energéticas, establecidas más tarde, prescinden tácitamente de la tensión media cuando es el caso de hacer intervenir tensiones en las tres dimensiones del espacio. Se da por sentado, pues, que la tensión intermedia puede variar entre las tensiones máxima y mínima sin producir modificación alguna en el fenómeno de la rotura.

En fin, como tercera característica común hay que señalar la prescindencia en dichas hipótesis de toda influencia térmica, dinámica o de velocidad de aplicación de las cargas, y de forma del cuerpo. Es decir, las teorías de rotura atrás expuestas son de naturaleza atérmica, estática y amorfa, para definir en pocas palabras esta última característica que tiene mucha importancia cuando se trata de precisar el alcance de dichas hipótesis.

En cuanto a los conceptos fundamentales que han servido de punto de partida para establecer las teorías de rotura, y que han dado lugar seguramente también a las características comunes

que dejamos señaladas, mencionaremos en primer término aquel que sirve también de base a la ciencia elástica en general, y que ha sido tenido hasta ahora como más exacto, consistente en suponer que una porción de un cuerpo, limitada de cualquier modo, puede considerarse como independiente del resto de la materia que la rodea, con tal de que las fuerzas que obran al través de la superficie circundante, y en su propia masa, estén en equilibrio mecánico o pueda presumirse que se compensan entre sí <sup>17</sup>. Este concepto, que es básico en la enseñanza de la Resistencia de materiales, es el que conduce, cuando se trata de fenómenos que sobrepasan las condiciones implicadas en él, como la condición de elasticidad perfecta, a resultados paradójicos y contradictorios, o nos lleva a desechar varios factores de importancia que juegan también un papel decisivo en el fenómeno de la rotura. Así, pues, aplicado sin restricción alguna, ha conducido a la creencia, ya muy generalizada, de que los materiales de construcción quedan completamente definidos por sus constantes de resistencia a las sollicitaciones simples, dejando por tanto de lado los modos más complejos de sollicitación, las condiciones de temperatura o de forma del cuerpo, y algunas otras circunstancias de la experiencia que tienen notoria influencia.

Un segundo concepto básico que pudiera considerarse como consecuencia del anterior, es el de que la resistencia llega siempre a superarse normal o paralelamente a un plano. Este concepto parece, sin embargo, estar de acuerdo con las experiencias que establecen tal hecho físico de que la resistencia es vencida siempre, ya sea por deslizamiento paralelamente a un plano, o ya por desgarramiento (separación) a causa de fuerzas dirigidas normalmente al plano de separación. En este caso habría, pues, un acuerdo entre la teoría que calcula las tensiones, descomponiéndolas según la normal y la tangente a los diversos planos transversales, y el fenómeno de la superación de la resistencia o rotura. Las tensiones límites normales significarían una resistencia al desgarramiento o en cierto modo una medida de la cohesión, mientras que las tangenciales denotarían una resistencia al deslizamiento, fenómeno éste relacionado con las propiedades plásticas del material.

##### 5. *Discusión de las principales experiencias sobre rotura.*

Dado que las hipótesis expuestas, a pesar de sus contradicciones, tienen una base experimental innegable, importa para el fin que nos proponemos en esta síntesis, repasar los resultados obtenidos en algunas de esas experiencias antiguas ya célebres, para tratar de descubrir en su fuente, y a la luz de ensayos más recientes, las malas in-

<sup>16</sup> V. A. Nadai. Plasticity.

<sup>17</sup> V. W. Kuntze. Festigkeitstheoretische Untersuchungen.

interpretaciones que conducen a las tesis contradictorias, puestas de manifiesto anteriormente.

En todas esas experiencias se comienza por distinguir entre los cuerpos frágiles o agrios y los cuerpos dúctiles, algunas veces incorrectamente llamados plásticos. Esta distinción, es, sin embargo, enteramente convencional, según se admite hoy.

Ensayos realizados bajo altas presiones muestran que los llamados materiales frágiles, sin excepción, pueden ser transformados en plásticos bajo condiciones mecánicas apropiadas<sup>18</sup>. Puede consultarse también a este respecto las experiencias de Von Karman<sup>19</sup>, hechas con mármoles y analizadas por A. Mesnager<sup>20</sup>. Es, pues, más correcto hablar de un estado plástico o frágil de los materiales, que de materiales plásticos o frágiles.

Plasticidad o fragilidad no son, pues, según estos ensayos, propiedades específicas de la materia, sino aspectos de su comportamiento enfrente de las diversas sollicitaciones de fuerzas a que puede ser sometida. La suposición, hoy reconocidamente inexacta, de que los materiales pueden ser clasificados en frágiles y dúctiles, tiene mucha culpa en las contradicciones sobre la rotura, ya expuestas. No deberíamos hablar, por consiguiente, de rotura en los materiales dúctiles o frágiles, sino de las características que presenta una rotura frágil, o una rotura dúctil en cada material.

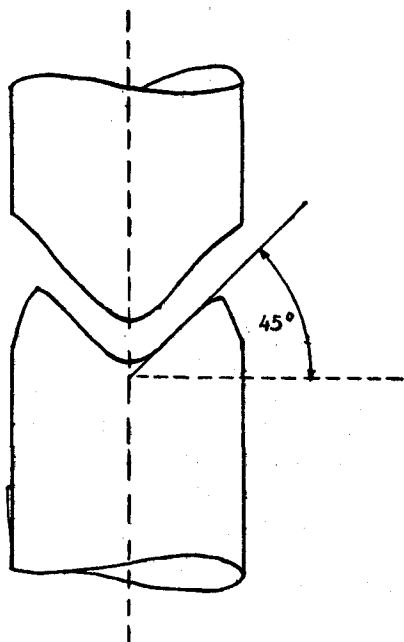


Figura 8

La rotura dúctil se caracteriza, en efecto, por las grandes deformaciones permanentes que la preceden. Además está acompañada de un estrechamiento notable en el lugar donde ella se produce, y su forma es plana hacia el centro, el cual aparece rodeado de un anillo cónico, donde el material parece haber deslizado según ciertos planos inclinados, figura 8. Este anillo es tanto más pronunciado cuanto más dúctil es la rotura, hasta llegar a una sección de rotura completamente

cónica. Si a lo anterior se agrega que la inclinación de las paredes cónicas no difiere notablemente de  $45^\circ$ , con relación al eje de la pieza, parece lo indicado concluir con Guest en que la rotura ha sido determinada por el mayor esfuerzo secante, el cual precisamente tiene lugar, según planos a  $45^\circ$ . A esta misma conclusión llegó también Leblond<sup>21</sup>, después de experiencias realizadas con probetas de sección cuadrada en acero y cobre, en las cuales comprobó la formación de un cuadrado de deformación con sus lados inclinados a  $45^\circ$  con respecto al eje de la pieza.

La rotura frágil, en cambio, se caracteriza porque se produce súbitamente, sin que la antecedan notables deformaciones. La forma de la rotura frágil es también diferente cuando el esfuerzo es simple de tracción, pues el aspecto tronco cónico desaparece, y la rotura se produce según planos perpendiculares a la dirección del esfuerzo principal. Seguramente este aspecto del fenómeno fue el que dio origen a la primera hipótesis de Rankine. Sin embargo, cuando el esfuerzo es simple, pero de compresión, la rotura frágil se sigue produciendo según planos inclinados, figura 9, siempre que las experiencias se realicen en las condiciones ordinarias. Para un paralelepípedo, por ejemplo, la rotura se inicia a partir de las aristas de las bases, según planos inclinados a menos de  $50^\circ$  con relación al eje del esfuerzo. Si se hace variar la altura del cubo, es decir, si se ensayan prismas rectos de altura superior a la longitud de la base, el fenómeno es análogo, con la única diferencia de que los troncos de pirámide tienden a ser pirámides completas, y aun hay casos en que se obtiene una sola pirámide que comprime como una cuña al material que se encuentra en su rededor, y el prisma se abre en todas direcciones. Otras veces solo se desarrolla una de las caras de la pirámide, la cual se extiende de un lado a otro de la pieza manteniendo una inclinación constante de menos de  $50^\circ$  con relación al eje. La rotura parece, pues, haberse producido a lo largo de un plano de deslizamiento como en los materiales dúctiles, lo cual significaría una nueva comprobación de la teoría de Guest. En realidad así fue interpretado en un principio este fenómeno, hasta que nuevas experiencias demostraron que tratándose de materiales frágiles pero muy resistentes, la rotura se producía preferentemente según prismas verticales, siendo además de notar que la forma tronco-cónica o tronco-piramidal dependía de la relación entre la base y la altura de las piezas ensayadas. No obstante, las experiencias concluyentes fueron las del profesor Föppl, de Munich, quien obtuvo la misma forma de rotura anterior, es decir, según prismas verticales, con

<sup>18</sup> V. Plasticity, por A. Nadai, ob. cit.

<sup>19</sup> Festigkeits Versuche unter allseitigem Druck. Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure, p. 1.749.

<sup>20</sup> Matériaux de construction.

<sup>21</sup> V. La Technique Moderne, Vol. 15, p. 7, 1923.

solo lubricar convenientemente las superficies de contacto de las cabezas de la máquina de ensayo. Con esta medida disminuyó el roce entre dichas cabezas y la pieza ensayada, la cual al poderse dilatar libremente en el sentido lateral, se rompía habriéndose según multitud de prismas verticales que luego se rompían por flexión lateral.

Una vez descartada la interpretación del fenómeno de rotura por compresión simple en materiales frágiles, según la hipótesis de Guest, quedaba por explicar esta última rotura en forma de prismas verticales. Según Alfonso León<sup>22</sup>, la causa es debida a la presencia de vacíos o cavidades de la masa del material, los cuales dan lugar a que las líneas de los esfuerzos principales se distribuyan de manera que se producen componentes transversales de tracción, las que causan en definitiva la rotura según planos perpendiculares a su dirección, como sucede en la trac-

inesperada vino a echar por tierra la hipótesis de Saint-Venant, sobre la máxima dilatación, pues en las condiciones de esta experiencia tal dilatación lateral es exactamente el doble de la que se produce a la compresión simple.

También realizó Föppl experiencias de triple tensión comprimiendo probetas por medio de aceite, en una cámara muy resistente de acero. De esta manera pudo comprobar que las resistencias de las calcáreas, de la sal gema, del cuarzo y de algunos metales era muy grande, y aun podía suponerse indefinida descontando los defectos de homogeneidad y la existencia de vacíos interiores que en algunos casos ocasionan la rotura prematura. Comprobó, además, que haciendo variar la intensidad de las compresiones, la rotura se obtenía independientemente de la compresión media, la cual podría variar, por ejemplo, entre cero y la máxima, sin alterar la carga de rotura. Se

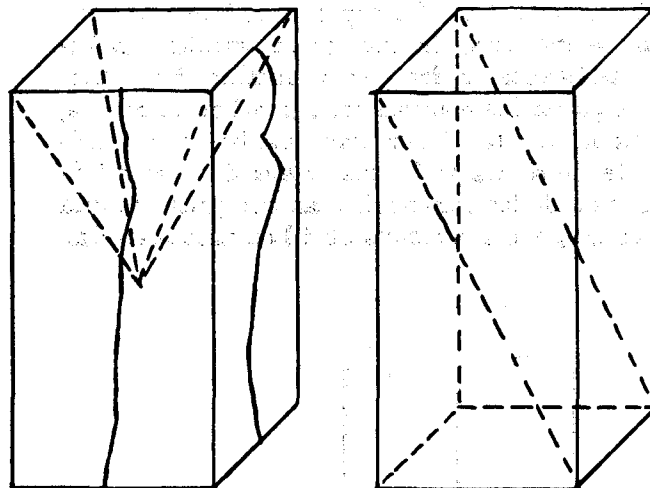
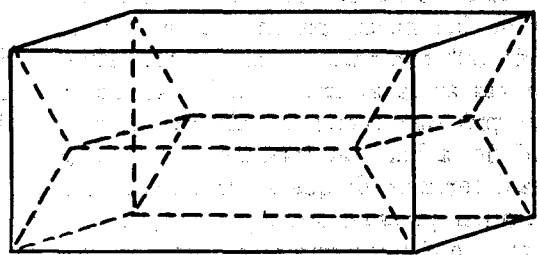


Figura 9

ción simple. Así quedaba, pues, reducido el fenómeno a ser interpretado mediante la aplicación de la primera hipótesis de Rankine, como se hizo para el caso de tracción simple.

En resumen, las experiencias anteriores llevaron a la conclusión, hoy todavía admitida en muchos tratados serios de resistencia, de que la rotura dúctil obedece a la ley de Guest, o sea, a la hipótesis de la rotura por esfuerzo secante máximo; en cambio la rotura frágil quedaba explicada por la teoría del esfuerzo principal máximo. Tal era el estado de la cuestión hasta las experiencias de Föppl y Karman. Föppl<sup>23</sup> parece ser quien primero salió de la rutina de las experiencias con esfuerzos simples y, por medio de un aparato de su invención, llamado cruz de presión, logró poner en juego simultáneamente esfuerzos en dos direcciones perpendiculares entre sí. Comprobó de esta manera que la rotura se producía en el caso de superficies convenientemente lubricadas, cuando la presión lateral alcanzaba el mismo valor que en las experiencias sencillas de rotura directa por compresión. Esta conclusión realmente

llegó a la conclusión de que la rotura solo depende de las tensiones extremas, y es independiente de la tensión media. En fin, Von Karman, mencionado atrás, realizó también sus experiencias, en las cuales quedó demostrado que el mármol, por ejemplo, cuyo comportamiento es frágil en las condiciones ordinarias, puede llegar a parecer dúctil, capaz de presentar notables deformaciones antes de la rotura.

Posteriormente a estas experiencias célebres, son muchas más las que se han realizado contando con medios cada vez más perfeccionados<sup>24</sup>. En todas ellas se han ido encontrando cada vez mayores complicaciones del fenómeno de la rotura, el que en un principio parecía susceptible de una

<sup>22</sup> Oesterreichische Monatschrift für den öffentliche Baudienst, pág. 160.

<sup>23</sup> Mitteilungen an der Mech. Tech. Laboratorium, München, 1900.

<sup>24</sup> Para un resumen de estas experiencias y de los medios puestos en juego, pueden consultarse "Experiments on combined Stresses", Joseph Marin. The Pennsylvania State College.

explicación sencilla, por medio de alguna de las hipótesis enunciadas al comenzar. Se ha encontrado, pues, que no solo es preciso tener en cuenta la multiplicidad de la sollicitación, sino que también influye la velocidad de aplicación de las cargas<sup>25</sup>. Un material manifiestamente dúctil para velocidades de aplicación de la carga moderadas, se puede caracterizar como frágil cuando esta velocidad aumenta. Además de la velocidad interviene también la temperatura, como es obvio. Con altas temperaturas se rebaja el límite de fluencia en los metales y el material se hace más dúctil, o, mejor dicho, el diagrama de tracción simple muestra una transición más curva entre las pequeñas y más grandes deformaciones. Además se hace sensible el fenómeno de flujo lento (creep y relaxation). Se comprende también que pueden ser muchas y muy variadas las modalidades de sollicitación que pudieran concebirse al tener en cuenta todos los elementos influyentes: desde la carga fija aplicada por tiempo indefinido, hasta las cargas variables gradual o súbitamente, y cuyos valores pueden también cambiar de sentido, como sucede en los ensayos de fatiga por alternabilidad de esfuerzos. Y si a todo esto hay que agre-

sis energéticas, pero dejamos de lado algunas que pueden considerarse como una combinación o extensión de aquellas más simples. Entre ellas la hipótesis de Mohr<sup>26</sup> que puede considerarse como una extensión de la teoría de Guest. Puesto que la producción del estado plástico en los metales dúctiles depende aparentemente del valor que tiene el esfuerzo secante según la superficie de deslizamiento, Mohr supuso además con Coulomb, que fuera del esfuerzo secante intervenía también el esfuerzo normal, y que por tanto, "el límite elástico, y la máxima resistencia de un material están determinados por las tensiones según los planos de deslizamiento o de rotura, y que el esfuerzo secante en los planos de deslizamiento alcanza en el límite un máximo dependiente del esfuerzo normal que obra sobre el mismo plano, y de las propiedades del material". Como se ve, hasta aquí no hay propiamente nada nuevo, si se tiene en cuenta que Coulomb había hecho idéntica hipótesis muchos años antes; sin embargo, Mohr introdujo en la concepción antigua una noción nueva, al extender esta hipótesis al caso de sollicitaciones multidimensionales; es decir, al caso de

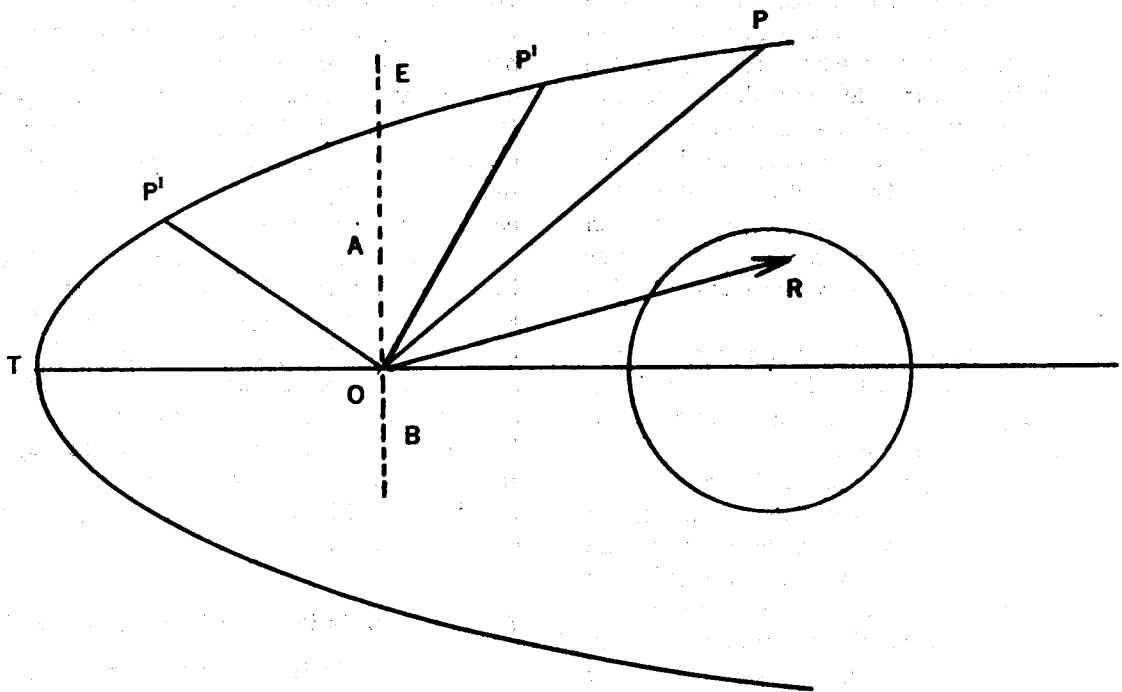


Figura 10

gar la influencia de la forma de la probeta o muestra ensayada, se llega a la conclusión de que este fenómeno de la rotura solo había sido considerado en su aspecto más superficial, y, por consiguiente, menos interesante desde el punto de vista científico.

#### 6. Estado actual de las teorías sobre rotura. Línea y superficie de resistencia elástica.

Entre las hipótesis enunciadas al comenzar, incluimos algunas muy recientes, como las hipóte-

esfuerzos dirigidos simultáneamente según varias direcciones en el espacio. Además, mediante su ingeniosa representación del círculo que lleva su nombre facilitó la introducción de la llamada línea o curva de resistencia elástica, que es sencillamente la gráfica de una relación entre el es-

<sup>25</sup> V. Kuntze, W. Arch. Eisenhütten. Bd. 2, 1928-29.

<sup>26</sup> Mohr Otto. "Abhandlungen aus dem Gebiete der Technischen Mechanik". 2ª ed., p. 192.

fuerzo unitario normal y tangencial según el plano de deslizamiento o de rotura; es decir:

$$t = f(n)$$

ecuación que se refiere a los ejes de Mohr, figura 10<sup>27</sup>.

La curva o gráfica de la ecuación anterior limita una región dentro de la cual ningún esfuerzo llegará a producir deformaciones permanentes; por consiguiente, será condición de equilibrio elástico para todo cuerpo sometido a esfuerzos, el que en ningún punto la tensión pueda alcanzar la curva intrínseca con respecto a un plano determinado. Es evidente que en cada punto del cuerpo existirán tres tensiones principales cuya representación dará lugar a un círculo de Mohr, cuyo diámetro será la diferencia entre las tensiones principales extremas. Como se ve en la teoría del círculo de Mohr, todas las tensiones al través de un plano cualquiera que pase por el punto estarán representadas por vectores OR, figura 10, cuyos extremos caerán dentro del círculo de Mohr; por consiguiente, si el equilibrio existe, dicho círculo deberá necesariamente encontrarse en el interior de la curva intrínseca, como está en la figura. Solo en un caso límite puede concebirse el que dichos círculos sean tangentes a la curva, pero en ningún caso podrían cortar esta curva, a menos que se admita la ruptura del equilibrio elástico. Puede decirse, por consiguiente, que la curva intrínseca es la envolvente de los círculos de Mohr correspondientes a los sistemas elásticos que puedan realizarse hasta el momento en que empiezan las deformaciones permanentes. Se comprende que cada material dará lugar a una curva intrínseca típica.

Esta representación de Mohr ha tenido una enorme influencia en la dilucidación del problema de la rotura, y son numerosas las experiencias que parecen dar la razón a esta hipótesis. No obstante hay dos hechos que no se explican con ella, como son: la ninguna intervención que se da en esta teoría al esfuerzo medio, y la fractura de materiales frágiles a la tracción por un esfuerzo triple de tracción<sup>28</sup>, rotura que no obedece a la curva envolvente de los círculos máximos de Mohr. En cuanto al esfuerzo medio, ya habíamos hecho notar atrás, que según las experiencias de Föppl la rotura parecía producirse independientemente de dicho esfuerzo; sin embargo, experiencias hechas con materiales dúctiles por Lode, Ros y Eichinger<sup>29</sup>, han demostrado que tal afirmación no es completamente exacta, pues en estos materiales según que el esfuerzo medio sea igual al mínimo o al máximo el diámetro del círculo de Mohr puede variar hasta un 15%. La constatación de Föppl se debió a que en los materiales frágiles, con los cuales experimentó, esta variación es mucho menor, o no existe.

De la noción de línea o curva de resistencia elástica se pasa naturalmente a la de superficie de resistencia elástica, o superficie límite de rotura.

Si se supone, en efecto, que se elijan como ejes coordinados los tres ejes principales de esfuerzos relativos a un punto del elemento ensayado, los esfuerzos principales  $n_1, n_2, n_3$ , considerados como coordenadas corrientes, determinarán en cada una de las hipótesis de la rotura una superficie particular, de ecuación:

$$f(n_1, n_2, n_3) = 0$$

que se llama superficie límite de rotura o de deformación plástica. Todo punto cuyas tensiones quedan dentro del volumen encerrado por la superficie anterior estará fuera de peligro contra la rotura o la deformación plástica. De acuerdo con esta convención, cada una de las teorías de rotura atrás enunciadas tendrá una superficie o sólido que la representa. Así, por ejemplo, la primera de Rankine, estará representada por un cubo, etc.<sup>30</sup>.

Fuera de la teoría de Mohr, la segunda modalidad de la hipótesis energética de Hencky parece estar llamada a representar todavía más exactamente el fenómeno de la rotura en las condiciones ordinarias de la experimentación. Mencionaremos las experiencias de Lessells y MacGregor, realizadas en tubos delgados de acero níquel-cromolibdeno, sometidos a esfuerzos interiores combinados con tensión axial<sup>31</sup>. Vale la pena mencionar también la teoría presentada por Markus Reiner y Freudenthal al último Congreso de Mecánica Aplicada, en la cual se generaliza la hipótesis de Henky sustituyendo en ella el concepto estático por el dinámico.

En fin, la figura 11 muestra un diagrama de las experiencias de Ros y Eichinger, Karman, Boker, referidas a los ejes en cruz del esfuerzo máximo y mínimo que ya hemos empleado para representar las diversas hipótesis de rotura. Podemos superponer sobre este diagrama el de las diversas teorías de rotura para que se puedan apreciar mejor las notables diferencias que se presentan entre las diversas hipótesis de rotura y los resultados experimentales.

## 7. Resumen de los resultados. Nuevos derroteros.

Se deduce de todo lo anterior que el fenómeno de rotura en los cuerpos sólidos policristalinos, es demasiado complejo, porque la manera de comportarse un material dado bajo la acción de fuerzas crecientes hasta la rotura influye, como lo

<sup>27</sup> Para mayor explicación sobre el círculo de Mohr, o sobre las mismas curvas de resistencia elástica, pueden consultarse nuestras conferencias de Resistencia, Tomo II, págs. 291 y 312.

<sup>28</sup> V. Nadai, ob. cit., p. 63.

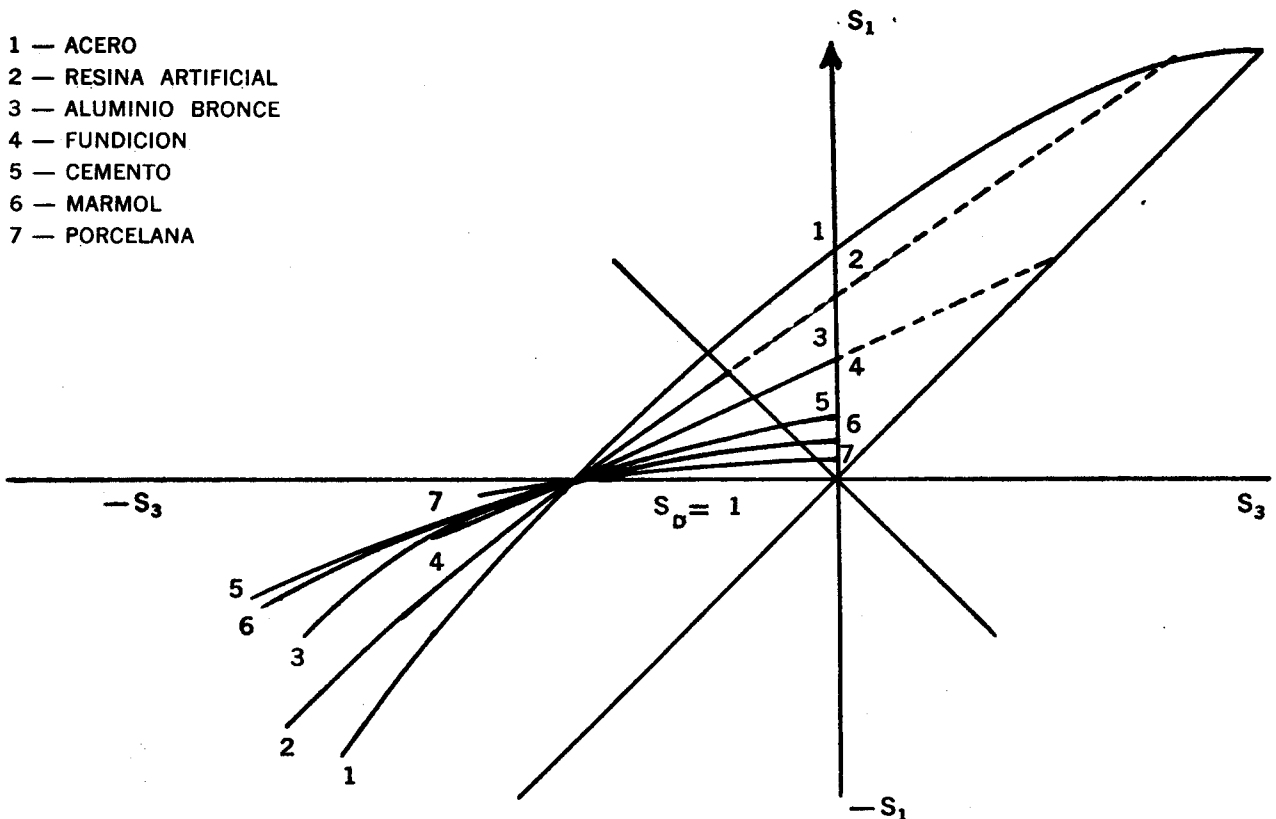
<sup>29</sup> V. Nadai, ob. cit., p. 67. También W. Kuntze, ob. cit.

<sup>30</sup> V. Nadai, ob. cit., p. 70.

<sup>31</sup> Proceedings of the Fifth International Congress for Applied Mechanics.

hemos visto, la distribución especial de las sollicitaciones, su velocidad de aplicación, su misma naturaleza, si son de compresión, tracción, etc., y la temperatura del cuerpo que sufre la acción. Aun descontando la velocidad de aplicación de la carga y la temperatura, el fenómeno sigue siendo complicado, ya que la rotura es precedida por una especie de ablandamiento gradual de la textura del cuerpo, en la mayor parte de los casos, el cual pasa a ser plástico o semiplástico. Por consiguiente no le son aplicables las denominaciones corrientes de esfuerzo principal de la teoría elástica, desde luego que en tal estado no hay lugar a considerar un estado elástico propiamente dicho. Ahora bien, estos estados plásticos no están aún bien estudiados a pesar de los muchos trabajos inte-

clusión de que no es raro el caso de que aun bajo las cargas corrientes de trabajo se lleguen a sobrepasar en algunos lugares de la estructura las sollicitaciones elásticas de seguridad, sin que de ello resulte ningún perjuicio para su estabilidad, debido a que en los lugares afectados se producen deslizamientos plásticos que dan lugar a una redistribución de los esfuerzos hacia formas estables que garantizan el equilibrio ulterior de la construcción. Este fenómeno ha sido llamado por A. Caquot, proceso de adaptación, y su estudio se conoce ya con el nombre de teoría de adaptación, nuevo capítulo de la Resistencia de materiales que estudia las sollicitaciones o tensiones una vez producidos deslizamientos locales. Estos deslizamientos locales obligarán a realizar un estudio menos



- 1 — ACERO
- 2 — RESINA ARTIFICIAL
- 3 — ALUMINIO BRONCE
- 4 — FUNDICION
- 5 — CEMENTO
- 6 — MARMOL
- 7 — PORCELANA

Figura 11

resantes que comienzan a realizarse. En otros casos la rotura sobreviene como consecuencia de una súbita perturbación del equilibrio interior, fenómeno en el cual tienen influencia ciertas combinaciones inestables de las tensiones interiores, en cuya producción no es extraña la forma exterior del cuerpo unida a la clase de sollicitación.

Se podría contestar a todo esto que no interesa para el constructor el comportamiento del material en aquel período plástico, puesto que toda estructura debe mantenerse lejos de aquel estado límite en proporción del coeficiente de seguridad elegido. Sin embargo, si se examina a la luz de la Teoría Matemática de la Elasticidad o por la experiencia directa mediante la fotoelasticimetría, el resultado de los métodos empleados usualmente para el cálculo de estructuras, se llega a la con-

clusión de que no es raro el caso de que aun bajo las cargas corrientes de trabajo se lleguen a sobrepasar en algunos lugares de la estructura las sollicitaciones elásticas de seguridad, sin que de ello resulte ningún perjuicio para su estabilidad, debido a que en los lugares afectados se producen deslizamientos plásticos que dan lugar a una redistribución de los esfuerzos hacia formas estables que garantizan el equilibrio ulterior de la construcción. Este fenómeno ha sido llamado por A. Caquot, proceso de adaptación, y su estudio se conoce ya con el nombre de teoría de adaptación, nuevo capítulo de la Resistencia de materiales que estudia las sollicitaciones o tensiones una vez producidos deslizamientos locales. Estos deslizamientos locales obligarán a realizar un estudio menos

resumido, y mucho más preciso de las tensiones en el interior de una estructura, ya que los llamados esfuerzos secundarios hasta ahora despreciados, son los que pueden llegar a determinar tensiones de dos a diez veces mayores que las del trabajo; por ejemplo, en las uniones de piezas imperfectamente diseñadas, o alrededor de los orificios de los remaches en estructuras trianguladas.

Sin embargo, a pesar de las reservas anteriores, es evidente que existen algunas conclusiones que pueden considerarse como tierra firme, o sólidos puntos de partida para nuevas investigaciones, o para guiar al calculista en la elección de los coeficientes de trabajo. Nos atrevemos a mencionar las siguientes:

1ª Todos los materiales, en general, pueden resistir enormes presiones, sin que se produzca ro-

tura, cuando estas presiones obran idénticamente en todos sentidos (presión hidrostática). Estas grandes presiones que pueden producirse o que existen en las profundidades del océano, y en el interior de la tierra, pueden producir en los cuerpos sólidos deformaciones permanentes cuando el sólido no es suficientemente compacto, o deformaciones elásticas que se pueden prolongar indefinidamente para cualquier valor de la presión<sup>32</sup>. Las roturas accidentales producidas en mármoles, etc., se explican por una falta de homogeneidad en la masa sólida o por la existencia de vacíos, donde penetra el líquido trasmisor del esfuerzo.

2ª Contrastando con lo anterior, la materia sólida en general tiene una resistencia limitada a la tracción hidrostática; es decir, a la tracción distribuida uniformemente en todos sentidos. En estas condiciones, la materia no presenta deformaciones plásticas y la rotura sobreviene por separación o desgarramiento, bajo la acción de una tensión que se considera íntimamente relacionada con la cohesión del material.

3ª La rotura se presenta solamente en dos formas: por deslizamiento y por desgarramiento. Hemos dicho que estos dos géneros de rotura no son peculiares, a la temperatura corriente, de ningún material, sino de la forma de sollicitación o de la velocidad de aplicación del esfuerzo.

4ª La rotura depende principalmente, en las condiciones ordinarias de velocidad de aplicación de las cargas y de temperatura, de la mayor diferencia entre los esfuerzos principales, siempre que se trate de esfuerzos combinados. El esfuerzo intermedio tiene poca influencia relativamente.

5ª Al haber sido definido un material, por medio de su curva de resistencia elástica, se puede asegurar que la estructura a que pertenece se conservará indefinidamente si, para cualquiera de sus puntos, el círculo de Mohr correspondiente a los esfuerzos principales máximo y mínimo puede inscribirse en la región comprendida por dicha curva. Se puede decir que esta regla es necesaria y suficiente, y de carácter absolutamente general, siempre que no se salga de las condiciones ordinarias de aplicación de las cargas.

#### 8. Criterio para la elección de los coeficientes de trabajo. Coeficiente de seguridad.

Los temas anteriormente expuestos nos capacitan para apreciar el peligro de rotura en una estructura, la cual puede arruinarse por la falla del material en cualquiera de los elementos que la forman, como consecuencia de las tensiones allí desarrolladas.

La falla del material puede ser causada por tensiones directas de compresión o de tracción, cuyo efecto hemos analizado extensamente en los párrafos anteriores, y también por tensiones de cizallamiento, o por la combinación de tensiones de esta clase en los estados elásticos doble y tri-

ple, o en el caso de que coincidan en combinación sollicitaciones diversas, como sucede al combinar flexión y torsión, flexión y compresión, etc. Este último caso será tratado separadamente.

Se comprende que los coeficientes de trabajo elegidos, es decir, las tensiones permitidas en cada punto, deben estar íntimamente ligadas con el peligro de rotura correspondiente, de tal manera que la economía en material sea la máxima compatible con un margen prudente de seguridad uniforme en toda la estructura, hasta donde ello sea posible.

Ya en el N° 45 quedó dicho que este margen de seguridad debe ser apreciado en función de varias consideraciones imposibles de valorar numéricamente, y cuya complejidad es tan grande que hacen de la fijación de los coeficientes de trabajo una operación enteramente arbitraria, cuando no interviene en ella la experiencia relativa a cada caso particular.

Comencemos por suponer un caso sencillo de sollicitación, como sería el de una varilla de acero sometida a una fuerza de tracción, de tal manera que dicha fuerza esté aplicada rigurosamente según su eje, como en las experiencias de laboratorio atrás descritas. Es evidente que por una fuerza  $T$  de tracción la tensión correspondiente será:

$$t = \frac{T}{A}$$

en la que  $A$  es el área de la sección transversal de la varilla. Si dicha sección  $A$  se proporciona de tal manera que la fatiga o tensión de tracción tenga por valor

$$f_{A-T} = \frac{f_{F-T}}{c}$$

en que  $f_{F-T}$  es el límite de fluencia a la tracción en el acero, y  $c$  un número entero mayor que uno, es evidente que no habría peligro de rotura para la pieza considerada. Sin embargo, para afirmar lo anterior debemos estar seguros:

1º De que la fuerza exterior es realmente  $T$ , y está dirigida rigurosamente según el eje geométrico del prisma que se considera. Ahora bien: de todos es sabido que en muchos casos para evitar el tener que hacer cálculos excesivamente complicados y hasta impracticables, se substituye la estructura real por otra más sencilla, con lo cual se desprecian esfuerzos que se supone sean secundarios, cuya influencia nos es desconocida hasta cierto punto. Aun para el caso que contemplamos ya hemos explicado las precauciones que es necesario tomar en la práctica a fin de que la experiencia tan sencilla de tracción pueda ser interpretada por la fórmula anterior.

2º De que la misma fórmula representa con exactitud la tensión en el interior del cuerpo con-

<sup>32</sup> V. A. Nadai, ob. cit.

siderado. En el caso tan sencillo propuesto no habría duda; mas en cualquiera otro más complicado, la determinación de las tensiones interiores correlativas de las fuerzas exteriores, se hace por medio de fórmulas deducidas a partir de hipótesis más o menos inexactas, y por lo tanto, los valores calculados son apenas aproximados aun para las estructuras más sencillas. Para estructuras o formas de sollicitación diferentes de las propuestas, puede suceder que la repartición de las tensiones sea muy diferente a la expresada por las fórmulas usuales, como sucede, por ejemplo, cuando aparecen concentraciones de la tensión debido a cambios bruscos de sección, orificios, etc.

3º De que el límite de fluencia introducido sea el que corresponde al material empleado y sea el mismo en toda la estructura. Sin embargo, ya hemos hecho notar el carácter convencional que tiene este límite, y cómo él depende de las condiciones de la experiencia, aparte de que la homogeneidad e isotropía supuestas en el material están ligadas al proceso de fabricación por muchas condiciones que pueden variarse o alterarse accidentalmente en perjuicio de tales cualidades.

Todas estas causas de incertidumbre se deben corregir mediante la introducción del coeficiente que figura en la fórmula, el cual puede variar entre 1 y un valor mayor cualquiera, tanto mayor cuanto mayores sean las causas de incertidumbre atrás enumeradas. Este número viene a ser por consiguiente, un verdadero factor de ignorancia. Cuanto mayor sea, tanto mayores serán las dimensiones de la pieza calculada, y menor la economía de la construcción. Para valores de  $c$  muy pequeños se tendrán construcciones más económicas, pero más atrevidas.

*Coficiente de seguridad es, pues, el número por el cual es preciso dividir el límite o coeficiente de fluencia, límite de proporcionalidad o coeficiente de rotura, para obtener el llamado coeficiente de trabajo del material.*

Se desprende de lo dicho que no existe un criterio único para elegir el coeficiente de trabajo, sino que este coeficiente dependerá de la clase de material, género de esfuerzo, forma de estructura, etc. Al proporcionar una estructura, el ideal sería, pues, que en todas sus partes, la fatiga estuviese proporcionada al grado de seguridad elegido de antemano; sin embargo, tal cosa no siempre es posible dado lo complejo del problema.

Sin pretender, por tanto, fijar normas exclusivas, ni proponer que ellas sean iguales para todos los materiales, se pueden dar las siguientes indicaciones sobre elección de coeficiente de trabajo:

En materiales dúctiles, en las condiciones ordinarias, el coeficiente de trabajo se suele determinar a partir del límite de fluencia, de tal manera que se tenga para la tracción o compresión:

$$(6) \quad f_A = \frac{f_F}{c}$$

en que  $c$  es el factor de seguridad, el que se suele tomar igual a 1,5 o 2, cuando se han tomado en consideración todas las circunstancias desfavorables.

Si se ha determinado el coeficiente de trabajo a los esfuerzos simples de tracción o compresión, la fatiga para cualquier otra clase de tensión o combinación de tensiones se determina sobre la base de la teoría del esfuerzo secante máximo explicado atrás, o sea:

$$(7) \quad f_{A-S} = \frac{1}{2} \frac{f_{R-T}}{c}$$

Según esto, la fatiga admisible se determina de tal manera que se tenga para cualquier punto de la estructura:

$$\frac{n_1 - n_3}{2} = f_{A-S} = \frac{1}{2} \frac{f_{R-T}}{c}$$

Como es fácil comprobarlo, este criterio coincide con el de la curva de resistencia intrínseca, el cual consiste en que para los casos de sollicitación tripe el círculo de Mohr debe estar comprendido o encerrado por dicha curva.

Para el caso de tensiones variables, pulsantes u oscilantes, son muchas las fórmulas que se han propuesto para interpretar los resultados de Wöhler a quien se deben las experiencias sobre esta clase de esfuerzos. La regla práctica dada por el mismo Wöhler es la siguiente: Si se representa por tres (3) la tensión admisible para cargas permanentes, la tensión para cargas intermitentes o pulsantes del mismo sentido se representará por dos, y la tensión por cargas alternativas u oscilantes de sentidos contrarios, por 1<sup>33</sup>.

En los materiales frágiles, los coeficientes de trabajo para la tracción y compresión se deducen del coeficiente de rotura, por las fórmulas:

$$(8) \quad f_{A-T} = \frac{f_{R-T}}{c}; \quad f_{A-C} = \frac{f_{R-C}}{c}$$

en las que  $f_R$  es el límite de rotura al respectivo esfuerzo, y  $c$  es el coeficiente ya definido de seguridad. Para materiales como el concreto o la fundición, etc., este factor se toma comparativamente más alto, que para materiales dúctiles, o sea de 4 a 8.

En el caso de esfuerzos o tensiones combinadas se usa también la teoría del esfuerzo principal máximo; es decir, las dimensiones se establecen de manera que la tensión de tracción máxima no pueda pasar o ser mayor que el coeficiente de trabajo o tracción simple, y la compresión máxima no sea tampoco mayor que dicho coeficiente a la compresión simple. No hay que olvidar que para materiales frágiles deben tenerse en cuenta los fenómenos de concentración de tensiones al calcular dichas tensiones máximas de compresión

<sup>33</sup> Véase Wöhler, Zeitschrift für Bauwesen.

o tracción. También se emplea como criterio el de las curvas de resistencia intrínseca.

### 9. Caso de solicitaciones combinadas.

Se comprende que la falla de una estructura tiene que provenir de una combinación desfavorable de las tensiones en cualquiera de sus puntos; por consiguiente, si se conocen con la precisión necesaria los esfuerzos que solicitan la estructura, y las tensiones correlativas en su interior, parece fácil poder decir si se cumplen o no las condiciones de seguridad requeridas; sin embargo, no hay que olvidar que en ciertos casos se producen fenómenos de inestabilidad que provienen de la combinación de solicitaciones no previstas en el planteo inicial del problema, debido a que originan solicitaciones nuevas a causa de la deformidad de la estructura, ya sea por defectos de forma no previstos, o ya por la incorrecta aplicación de las fuerzas, falta de homogeneidad del material, etc.

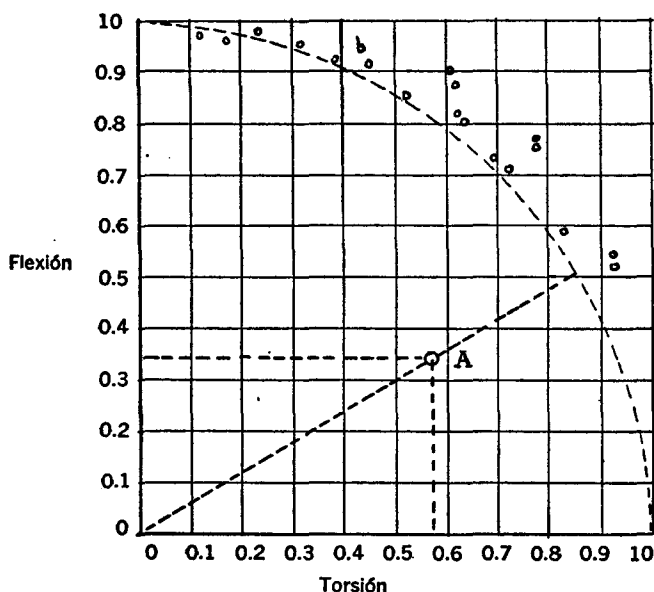


Figura 12

La falla por estabilidad proviene naturalmente en último análisis de la rotura del material por las tensiones locales que se originan; pero el fenómeno tiene por causa inicial una combinación de solicitaciones fácil de prever en la mayoría de los casos prácticos. La inestabilidad puede ser general o local. Por ejemplo, la rotura de una columna tubular puede ocurrir por una flexión lateral del tubo (inestabilidad general), o por falla de las paredes bajo una tensión inferior a la requerida para una falla general de la columna (inestabilidad local).

La inestabilidad puede sobrevenir tanto dentro del período elástico o por debajo del límite de proporcionalidad, como más allá de este límite. La primera se llama inestabilidad elástica, y la otra plástica. Es de notar que la inestabilidad no está generalmente asociada con el límite de rotura del material.

Para prevenir el peligro de rotura por inestabilidad se ha empleado el método llamado de las curvas de interacción<sup>34</sup>. Este método se basa en la definición de la relación de tensión como sigue:

$$R = \frac{\text{carga o tensión aplicada}}{\text{carga o tensión admisible}} = \frac{f}{f_A}$$

Así para flexión se tendrá  $R_{F1} = f_{F1}/f_{A-F}$ , y para la torsión  $R_{Se} = f_{Se}/f_{A-S}$ .

Estas relaciones de tensión  $R$  son números menores que la unidad, sin dimensiones, que denotan la fracción de tensión admisible que es utilizada, o que puede llegar a desarrollarse sin perjuicio para la estructura cuando interviene en combinación con otras relaciones.

Si se supone que intervienen en combinación solicitaciones de flexión y de torsión pueden realizarse ensayos para obtener los valores de  $R_{Se}$  que produzcan la rotura a partir de diferentes valores de  $R_{F1}$ . Los resultados de estos ensayos se pueden representar en el gráfico de la figura 12. El área comprendida por esta curva y los ejes representa para cada uno de sus puntos combinaciones aceptables de ambas solicitaciones, mientras que la curva misma representa aquellas combinaciones que producirían la rotura de la estructura.

La forma más común de las ecuaciones de líneas de interacción es la siguiente:

$$(9) \quad R_x^a + R_y^b = 1$$

en la que  $R_x$  y  $R_y$  representan dos solicitaciones simples, y  $a$  y  $b$  son exponentes que les dan su forma a dichas líneas de interacción. En la figura 13 se muestran varias líneas de interacción y sus ecuaciones respectivas.

Naturalmente la forma anterior (9) se puede generalizar si se suponen más de dos solicitaciones en combinación, por ejemplo: flexión, compresión y torsión. La ecuación sería entonces:

$$(10) \quad R_x^a + h_y^b + R_z^c = 1$$

la cual representaría ya no una línea sino una superficie de interacción.

En las relaciones anteriores la rotura sólo puede ocurrir cuando la suma de las relaciones de tensión, elevada cada relación a la potencia indicada, es igual o superior a uno. Si  $a$  o  $b$ , en la fórmula (9) crecen hasta acercarse al infinito, sucede que la línea de interacción se aproxima a sus dos valores límites  $R_x = 1$ ;  $R_y = 1$ , lo cual significa que no hay interdependencia alguna entre las solicitaciones consideradas. O si estos exponentes son menores que la unidad, se presenta el caso contrario en que la línea se acerca al lí-

<sup>34</sup> Primitivamente llamado método de las relaciones de tensión. Véase R. R. Shanley and E. I. Rider, "Stress Ratios", Aviation, New York, June 1937.

mite  $R_x = 0$ , y  $R_y = 0$ , lo que indica un grado elevado de interacción.

Se llama *margen de seguridad* para cada valor de  $R$  la relación:

$$(11) \quad M.S. = \frac{f_A - f}{f} = \frac{1 - \frac{f}{f_A}}{\frac{f}{f_A}} = \frac{1}{R} - 1$$

El margen de seguridad para una combinación de cargas cuando sólo intervienen dos relaciones  $R$  está dado por la posición del punto  $A$ , figura 12, que corresponde a las relaciones  $R_{A-S}$  y  $R_{A-F}$  del caso contemplado. Este margen se obtiene del modo siguiente:

Se une  $A$  con el origen  $0$  y se prolonga la recta hasta la curva en  $B$ . Se miden entonces  $R_{B-F}$ ,  $R_{B-S}$ . El *factor de utilización* es la relación:

$$U = \frac{R_{A-F}}{R_{B-F}} = \frac{R_{A-S}}{R_{B-S}}$$

El margen de seguridad será en este caso:

$$M.S. = \frac{1}{U} - 1$$

Se comprende por lo dicho que cada ecuación de interacción tiene una fórmula especial que da el margen de seguridad. Así, si la ecuación es de la forma

$$R_x + R_y = 1$$

se deduce, aplicando analíticamente el proceso ya indicado que dicho margen es:

$$M.S. = \frac{1}{R_{A-x} + R_{A-y}} - 1$$

en que  $R_{A-x}$  y  $R_{A-y}$  son las relaciones de tensión admisibles.

Si la ecuación es:

$$R_x^2 + R_y^2 = 1$$

el margen de seguridad será:

$$M.S. = \frac{1}{\sqrt{R_{A-x}^2 + R_{A-y}^2}} - 1$$

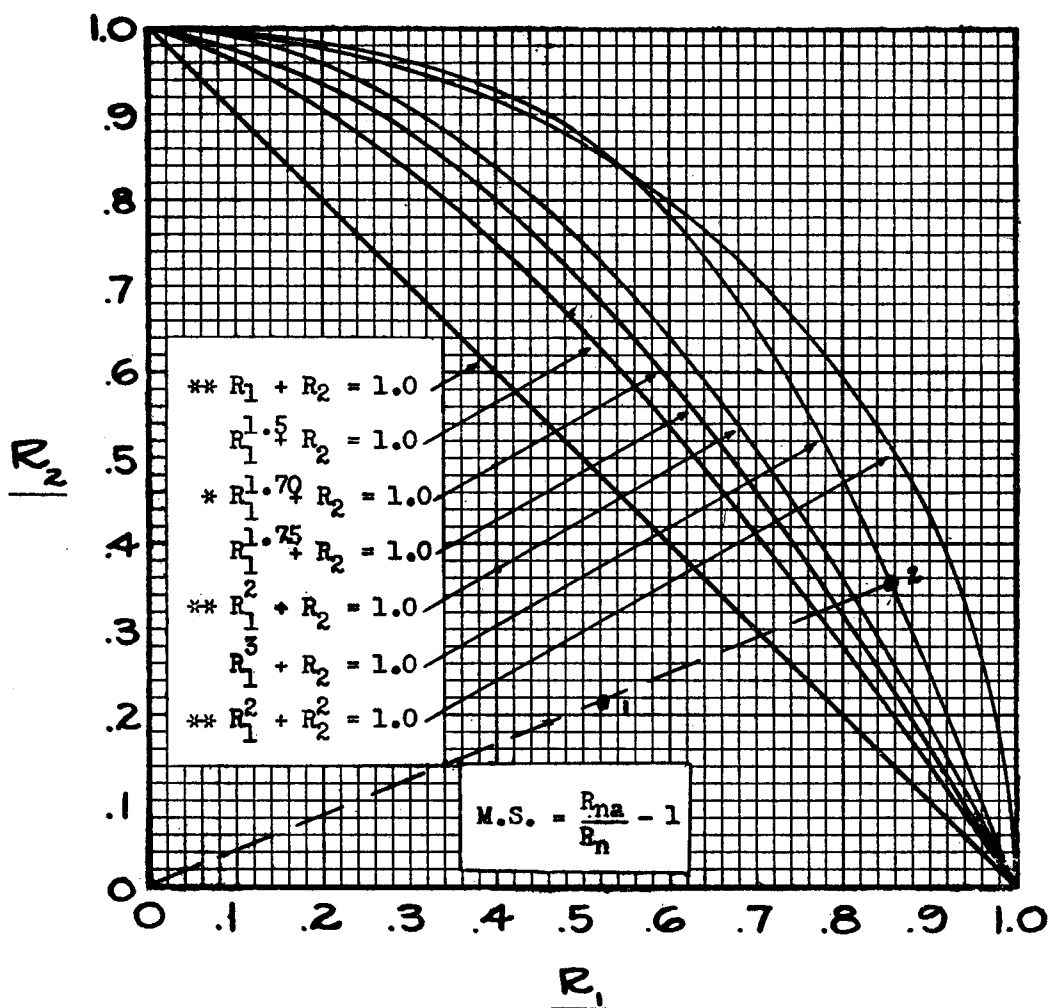


Figura 13

\* Ecuación empleada para planchas corrugadas bajo esfuerzos combinados secantes y de compresión.

\*\* El *M. de S.* para cada ecuación se calcularía como se indica adelante, quiere decir relación entre la abscisa u ordenada de un punto 1 cualquiera, con la abscisa u ordenada del punto 2 de la curva correspondiente en la prolongación de (0,0) a 1.

De idéntica manera se puede deducir el margen de seguridad para otras formas de la ecuación de interacción, o para las superficies de interacción <sup>35</sup>.

Ejemplo: Si se admite para el acero ordinario un coeficiente de rotura a la tracción de 40 kilogramos por milímetro cuadrado, y al esfuerzo secante de 25 kilogramos por milímetro cuadrado, trazar la curva de interacción para sollicitación combinada de tracción y esfuerzo secante, según las siguientes hipótesis:

a) La rotura se produce cuando la tensión máxi-

ma normal es igual al coeficiente de rotura por tracción;

b) La rotura se produce cuando la tensión secante alcanza el valor del coeficiente de rotura por esfuerzo secante;

c) La rotura se produce según la relación (194) empleando el valor 2 para ambos exponentes  $a$  y  $b$ .

Tomar las tensiones de tracción verticales, y las secantes horizontales. No emplear relaciones, sino las tensiones directamente.

---

<sup>35</sup> Véase anc Bulletin. Strength of Aircraft Elements.