

# CRITICA DE LOS METODOS DE CALCULO Y MEDICION DE SUPERFICIES GEOLOGICAS Y RECOMENDACIONES PARA SU REFORMA Y SIMPLIFICACION

LUIS GUILLERMO DURAN S.

Profesor Asociado de Geología. Laboratorio de Geología Experimental. Facultad de Ciencias. Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.

## ABSTRACT

*This paper is a critical analysis of the methods traditionally used in geological cartography in connection with areal measurements and calculations, especially in relation to oil concession applications in Colombia. The author's contention is that at least fifty per cent of the work conventionally done for this purpose is inconsistent and superfluous. He proposes modifications for its improvement, which of course may be extended to other fields of surveying and cartography. In the Introduction, an attempt is made to explain the reasons for the amazing inconsistency of methods and policies traditionally followed in this matter, attributing it mainly to the fact that the problem is characteristically one of overlapping fields (geology and surveying).*

*The main criticism is inspired on the very elementary but quite disregarded principle of the "significant figures" (derived from the theories of probabilities and errors), upon which professor J. C. Tracy of Yale University called attention in his book, referring to inconsistent and worthless refinements and procedures in calculations as "stupid and unnecessary labor". In support of his assertions, the author examines and analyses the scope and limitations of the different surveying and cartographic methods, including compass, plane table, transit, astronomical points, projection systems, and photogrammetric methods.*

*The principal recommended modifications and simplifications for areal calculations and measurements derived from this study are: a) Statement of areal figures in round hectares, without decimal places; b) Elimination of double-meridian-distances calculations; c) Use of natural functions tables with only 5 or 6 decimal places; d) Approximation of distances, projections and coordinates to the nearest meter, and angular values to the nearest minute; e) Substantial simplification of Gauss projection calculations, especially in relation to astronomical points; f) Reduction of planimeter measurements to a minimum of compensated readings, and g) Improved methods for oil reservoir calculations (volumetric). The advocated practical and technical advantages of these proposed modifications and simplifications are: a) More consistent results; b) Labor economy of at least fifty per cent, and c) Reduction of size and number of calculations sheets and accompanying papers and documents.*

## I. INTRODUCCION

*"...la idea errónea de que el número de cifras decimales con que se expresa un resultado indica la precisión de éste, es responsable de una gran cantidad de trabajo estúpido e innecesario".*

Profesor J. C. TRACY  
Universidad de Yale (1947)

### a) Síntesis

El presente estudio representa la aplicación al problema del cálculo y medición de superficies o áreas en geología, de análisis semejantes realizados y publicados por nosotros anteriormente en el campo de la cartografía y los levantamientos geológicos. Llegamos aquí a la conclusión de que por lo menos el 50% del trabajo y los refinamientos usados tradicionalmente por geólogos, ingenieros y calculistas en esta materia, es inconsistente e inútil, y a él puede aplicarse en todo su rigor la tajante observación del profesor Tracy, de la Universidad de Yale, con que encabezamos estas páginas (107, "Eliminating Worthless Refinements", p. 620). Estamos seguros de que este análisis y sus conclusiones pueden hacerse extensivos a muchos otros problemas y campos de la cartografía, pero aquí nos limitaremos al tema indicado en el título.

Como las conclusiones a que llegamos, y las simplificaciones que proponemos pueden parecer a algunos demasiado drásticas, excesivas, o infundadas, hemos creído conveniente extendernos en algunos detalles (que a otros

pueden parecer superfluos), e inclusive repetir acaso más de lo necesario, pues así esperamos que la solidez de aquellas conclusiones y recomendaciones quede establecida fuera de toda duda. Por la misma razón hemos querido ser particularmente prolijos en la bibliografía y sus referencias, tratando de ofrecer una información bastante completa y al día sobre los diversos tópicos que directa o indirectamente se relacionan con el problema. Para facilitar la consulta del trabajo hemos resumido las conclusiones en el capítulo final.

La mayoría de las simplificaciones aquí propuestas se funda en el muy elemental pero olvidado o descuidado principio de las "cifras significativas" en mediciones y cálculos, derivado de la teoría de las probabilidades y los errores (9, 16, 29, 85, 107). Según este principio, si en cualquier rama de la técnica se dice, por ejemplo, que una superficie mide 642 Has. y 8.325 m<sup>2</sup>., la cifra sugiere que el área se ha medido o determinado con un error probable de  $\pm 1$  m<sup>2</sup>. Pero si el error probable fuera, en cambio, de  $\pm 500$  m<sup>2</sup>., la cifra debería expresarse matemática y técnicamente así: 642 Has. y 8.325 m<sup>2</sup>.  $\pm 500$  m<sup>2</sup>., o, sencilla y prácticamente: 642 Has. y 8.000 m<sup>2</sup>., ó, 642,8 Has.

En la cartografía geológica del petróleo es usual (tradicional) dar el área de un polígono de concesión así, por ejemplo: 42.643 Has. y 6.825, 30 m<sup>2</sup>. Normalmente este resultado, según el principio enunciado, y como lo demostraremos en su lugar, puede y debe escribirse así: 42.644 Has., dentro de un amplísimo margen de seguridad, pues todavía la última cifra (con seguridad) y la penúltima (probablemente) son inciertas. Las 6 cifras de los metros cuadrados no significan absolutamente nada, y sugieren una precisión inexistente, inalcanzable, y por lo tanto el criterio en que semejante resultado se basa es erróneo, inconsistente, antitécnico y por añadidura impráctico. La obtención del resultado en la primera forma expresada implica una cantidad de trabajo nada despreciable en refinamientos inútiles, de todo orden, sin contar las dificultades que impone en la escritura, copia, transcripción y conversión de tales cifras (en números y en palabras) en mapas, cuadros, hojas de cálculos, gráficos, informes, publicaciones, estadísticas y demás documentos técnicos y legales (privados, oficiales y públicos, con frecuencia en dos idiomas).

En síntesis, proponemos en este trabajo simplificar los sistemas de cálculo y medición de superficies en cartografía geológica, para todos los fines técnicos y legales, así:

1. Usando sólo 5 ó 6 cifras decimales en las funciones para los cálculos de coordenadas y áreas.
2. Eliminando el cálculo de las dobles distancias meridianas.
3. Expresando distancias, proyecciones y coordenadas en metros, sin centímetros.
4. Expresando las áreas en hectáreas, o hectáreas y décimas, cuando más.
5. Reduciendo las lecturas planimétricas al mínimo indispensable (compensadas).
6. Sistematizando la medición y el cálculo para las áreas bajo cierre estructural en el caso de los yacimientos petrolíferos.

Creemos que la adopción de estas simplificaciones reducirá considerablemente el trabajo requerido para la presentación de propuestas sobre explotación de petróleo al ministerio del ramo, sin detrimento alguno de la calidad del trabajo, antes bien, haciéndolo más práctico, más técnico y más consistente con los datos de campo. En vista de la utilidad teórica y práctica que por esto suponemos en nuestro trabajo, nos permitimos encarecida y comedidamente llamar la atención sobre él al Departamento Técnico de aquella entidad, y a los departamentos de geología y de ingeniería de las compañías de petróleo.

#### b) Antecedentes

Nos sorprende verdaderamente que en nuestros días continúen usándose métodos cartográficos y topográficos absolutamente inconsistentes (es decir, reñidos con la técnica, y anacrónicos), haciendo caso omiso de los adelantos en estas disciplinas, que han culminado en el desarrollo admirable de la fotogrametría (3, 5, 28, 74, 103), la geodesia física (51, 52), la topografía electrónica (57, 68), la radagrametría (69) y la cartografía espacial (32). Pero es que en la historia de la ciencia (27, 64) no son tan raras las paradojas, si bien se mira, y así el hecho no es quizá tan insólito como parece. En

efecto, es bien conocido en la historia de la cartografía (82, 7, 18, 25), por ejemplo, el hecho de que el cálculo del tamaño de la tierra efectuado por Posidonio un siglo después del de Eratóstenes (siglo II a. C.), resultó más errado que el de éste, subestimando en un 25% el valor del radio, y repercutiendo ostensiblemente en la geografía y la cartografía de Tolomeo, las cuales predominaron hasta el siglo XVI, e influyeron paradójicamente en favor de la decisión de Colón en su aventura a través de un océano que él creyó mucho más pequeño. De la misma manera, cabe observar que el descubrimiento de Pratt y Airy en las cercanías del Himalaya, de la desviación de la vertical debida a las anomalías gravimétricas, que conllevó la postulación del importantísimo principio de la isostasia a mediados del siglo pasado (51, 79), no ha sido tenido en cuenta en relación con los errores de los puntos astronómicos, en la práctica, sino en época relativamente reciente, y en Colombia todavía no ha sido "aceptado legalmente" (94, 95, 35, 22, 91).

Y el problema de las inconsistencias aquí discutidas y criticadas vendría a ser, a nuestro juicio, un ejemplo más, aunque de características peculiares, por cuanto la cartografía geológica es una rama especializada (5, 13, 15, 20, 24, 23, 35, 48, 49, 66, 70, 72, 73, 36, 53, 86), pero que necesariamente acoge y utiliza métodos de la topografía, la fotogrametría, la geodesia y la cartografía generales. El problema radica entonces en el hecho de que los geólogos no conocen generalmente a fondo los sistemas cartográficos que usan, y los ingenieros, por su parte, desconocen por lo regular los objetivos que persiguen y el papel real que representan sus métodos en la geología. Es, en suma, un problema de campos limítrofes, de aquella falta de "integración de ciencias afines" a que se refiere la observación de Santayana en "La Razón en la Ciencia" (97), que usamos como epígrafe y esencia filosófica de nuestro trabajo sobre "Topografía y Fisiografía", en 1949 (36).

Pero hay, además, otro aspecto que tal vez explique el fenómeno de estas inconsistencias: los cálculos en cuestión son generalmente practicados tradicional y rutinariamente por calculistas bajo la supervisión de geólogos o ingenieros que desafortunadamente no se interesan por los detalles, sino únicamente por los resultados. El calculista que presenta un área de cierre estructural con diezmilésimas de hectárea, las coordenadas de un vértice de concesión con centímetros, o la elevación de una estación de nivel con milímetros, no sabe probablemente nada de los instrumentos y sistemas usados en el levantamiento, ni de las posibilidades y limitaciones físicas y matemáticas de ellos, ni del problema gravimétrico de la desviación del punto o puntos astronómicos involucrados; ni de los errores inherentes a la interpretación y restitución fotogramétricas; ni de los factores geológicos medidos o inferidos; ni del peso relativo de las observaciones y mediciones de buzamientos, profundidades, espesores estratigráficos, variaciones de las isopacas, localización e interpolación de contactos, horizontes, capas índices, curvas estructurales, planos axiales o de fallas; ni del valor relativo o absoluto del control sísmico, gravimétrico o magnético, etc., etc., factores todos que sí deben conocer y poder evaluar el geólogo y el ingeniero para establecer el grado de precisión que realmente se necesita y debe alcanzarse, y para modificar y especificar en consecuencia los sistemas de levantamientos y cálculos.

### c) La Bibliografía

Podría parecer que hay en la Bibliografía incluída trabajos ajenos al problema. No es así en nuestro concepto, y esta visión panorámica, global, del problema, es precisamente la filosofía esencial en que se apoyan la crítica a los sistemas tradicionales y las reformas que proponemos. Nos interesa señalar a los geólogos las vastas y sólidas bases que en todas direcciones presentan los métodos cartográficos, topográficos y geodésicos, y a los ingenieros la complejidad y diversidad de los problemas y datos geológicos que convergen en la síntesis maravillosa del mapa. Sólo con este criterio, sostenemos, podrán reformarse y agilizarse en la cartografía geológica los sistemas inconsistentes, innecesariamente dispendiosos, establecidos con información unilateral y perpetuados por la tradición y la rutina. Porque no se trata de simplificar y reformar, a secas; es preciso saber exactamente dónde se simplifica o se reforma, por qué, cuándo, cómo y para qué. La ordenación de las referencias bibliográficas dentro de los paréntesis obedece a la importancia relativa de los trabajos en cada caso.

### d) Agradecimientos

Este trabajo fue iniciado hace algunos años, sucesivamente en los departamentos de Geología y de Ingeniería de la Texas Petroleum Co., y lo continuamos y concluimos en el Laboratorio de Geología Experimental de la Facultad de Geología de la Universidad Nacional (Bogotá).

Queremos dejar constancia de nuestro agradecimiento al Dr. Guillermo Rodríguez Defrancisco (proyección

de Gauss) y a los señores Severo Soler (planímetro) y Guillermo Nieto (cálculo) por su colaboración en aquella empresa, y a Dn. Antonio Reyes (planímetro y dibujo) por la suya en este Laboratorio. Asimismo, agradecemos a los Dres. José Ignacio Ruiz, Decano de la Facultad de Geografía de la Universidad de Bogotá, Jorge Segura Franco, Manuel Silva Mújica y Rafael Olarte, sus valiosas sugerencias y comentarios; al Sr. Carlos Maldonado F., de la Colombian Petroleum Co., sus puntos de vista referentes al trabajo de cálculo en las compañías de petróleo. También agradecemos al profesor Ph. Kissam, de la Universidad de Princeton, su gentil información y alentadoras sugerencias en relación con el problema del efecto de la refracción diferencial del aire en las lecturas de estadia; al profesor F. Domínguez García-Tejero, de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros Agrónomos de Madrid, sus estimulantes observaciones respecto de nuestro análisis de los errores en la plancheta; al profesor J. M. Ríos, del Instituto Geológico y Minero de España, Madrid, sus amables comentarios sobre algunos puntos de nuestra cartografía geológica; finalmente, a los Dres. Sergio Quintana y Jorge Brieva B., del Ministerio de Minas y Petróleos, sus juiciosas observaciones atinentes a aspectos generales del tema de este trabajo, y al Dr. Clemente Garavito B., de la Estación Ionosférica de la Universidad Javeriana, sus valiosos datos sobre las variaciones diurnas de la declinación magnética.

La responsabilidad total de las ideas, conclusiones y recomendaciones aquí expresadas, sin embargo, es exclusivamente nuestra, y en manera alguna pretendemos hacerla extensiva a ninguna de las personas nombradas.

## II. PRINCIPIOS GENERALES

### a) El Problema General

En topografía y geología se requiere con frecuencia medir el área de un terreno o de una superficie cualquiera de éste o del subsuelo, para diversos fines. Estas mediciones se hacen con base en los respectivos levantamientos y mapas, siendo la precisión alcanzable de índole muy variable.

Los métodos principales para la determinación de las áreas son de tres clases:

- 1) *Analíticos, basados en los datos de los levantamientos.*
- 2) *Gráficos, consistentes en la descomposición del área en figuras geométricas.*
- 3) *Mecánicos, basados en el empleo de planímetros.*

En la práctica se usan casi exclusivamente el primero y el último de los sistemas descritos, y a ellos se refiere el presente estudio.

### b) Levantamientos con Tránsito

Como es obvio, la precisión en los métodos para calcular y medir superficies en la oficina, está supeditada a la precisión de los respectivos levantamientos en el terreno (Tabla I).

En los métodos analíticos, por coordenadas o por dobles distancias meridianas, la precisión alcanzable en la determinación del área depende exclusivamente de la

precisión lineal y angular en el levantamiento, y por lo tanto es indispensable conocerla, para no usar en los cálculos ni más ni menos refinamientos que los necesarios (cifras decimales en las distancias, en las funciones de los ángulos, en las coordenadas, etc.). En el uso del planímetro intervienen además otros factores que se analizarán en su lugar (pág. 288).

Existen varios criterios y métodos para analizar los errores probables en la determinación de superficies en topografía y geodesia, según se consideren los errores sistemáticos en las mensuras proporcionales a las longitudes o a sus raíces cuadradas, y según se introduzca en las fórmulas la relación entre mayor y menor longitud de la figura, o su diagonal, etc. (Jordan, vol. 1, 60; Kneissl, vol. 2, 61). Para los efectos de este estudio, sin embargo, bastará considerar el problema desde el sencillo punto de vista que se analiza a continuación.

En el levantamiento de una superficie cuadrada de 10.000 Has. ( $S$ ), con lados  $a$  y  $b$  de 10.000 metros, medidos con una precisión de 1:5.000 (tránsito), se tendrán errores probables de  $\pm 2$  m. en cada lado. Si suponemos, de acuerdo con la teoría de los errores, que solamente la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de dichos errores parciales prevalecerá como error total para el área ( $\Delta S$ , despreciando el pequeño sector  $\Delta a \Delta b$ ), y si llamamos  $\epsilon$  al error lateral en el caso del cuadrado de lado  $l$ , tendremos (Fig. 1):

$$\Delta S = \pm \sqrt{(b \Delta a)^2 + (a \Delta b)^2}$$

$$\Delta S = \pm \sqrt{2(\epsilon)^2} = \pm 2,8 \text{ Has.}$$

TIPO DE TRABAJO	CLASE DE PROYECTO		
	RECONOCIMIENTO	DETALLE	
TRIANGULACIONES	A plancheta $\begin{cases} H=1:2.000 \\ V=0,50\sqrt{K} \text{ a } 0,20\sqrt{K} \end{cases}$		
	Geodésica (tránsito o teodolito) $\begin{cases} H=1:5.000 \text{ a } 1:20.000 \\ V=0,05\sqrt{K} \end{cases}$		
	A plancheta $\begin{cases} H=1:2.000 \text{ a } 1:5.000 \\ V=0,10\sqrt{K} \text{ a } 0,05\sqrt{K} \end{cases}$		
POLIGONALES	A plancheta	1) Escala 1:10.000 Para visuales promedias hasta 400 m. $\begin{cases} H=2\sqrt{n} \\ V=0,50\sqrt{K} \text{ a } 0,20\sqrt{K} \end{cases}$	Tránsito y cinta $\begin{cases} H=1:1.000 \text{ a } 1:5.000 \\ V=1 \text{ m. por Km. a } 0,12\sqrt{K} \end{cases}$
		Para visuales promedias entre 400 y 1.000 m. $\begin{cases} H=20\sqrt{n} \\ V=0,80\sqrt{K} \text{ a } 0,20\sqrt{K} \end{cases}$	
		2) Escala 1:20.000 Para visuales promedias hasta 400 m. $\begin{cases} H=4\sqrt{n} \\ V=\text{como en (1)} \end{cases}$	Tránsito y estadia $\begin{cases} H=1:500 \text{ a } 1:1.000 \\ V=1 \text{ m. por Km. a } 0,12\sqrt{K} \end{cases}$
		Para visuales promedias entre 400 y 1.000 m. $\begin{cases} \text{como en (1)} \end{cases}$	Plancheta y estadia $\begin{cases} H=1:100 \text{ a } 1:300 \\ V=0,50\sqrt{K} \text{ a } 0,20\sqrt{K} \end{cases}$
		3) Escala 1:25.000 Para visuales promedias hasta 400 m. $\begin{cases} H=5\sqrt{n} \\ V=\text{como en (1)} \end{cases}$	Brújula con trípode (o tránsito usado como tal) y estadia $\begin{cases} H=1:200 \text{ a } 1:300 \\ V=0,80\sqrt{K} \end{cases}$
		Para visuales promedias entre 400 y 1.000 m. $\begin{cases} \text{como en (1)} \end{cases}$	
		Brunton y cadena 3 a 1:100	Brunton y cadena $\begin{cases} H=3 \text{ a } 1:100 \end{cases}$
Brunton y pasos 10 a 5:100			

L.G.D.-G.R.D.

Notación:

H=error horizontal total en metros, o por ciento; V= error vertical en metros.

K= longitud de poligonal o de circuito de nivel en kilómetros

n= número de visuales o de lados de la poligonal

Los coeficientes 2,4,0.50, etc., se hallan expresados en metros.

Tabla I — Especificaciones de precisión (horizontal y vertical) para los diversos métodos de levantamientos y control en cartografía general y geológica (Durán, 35).

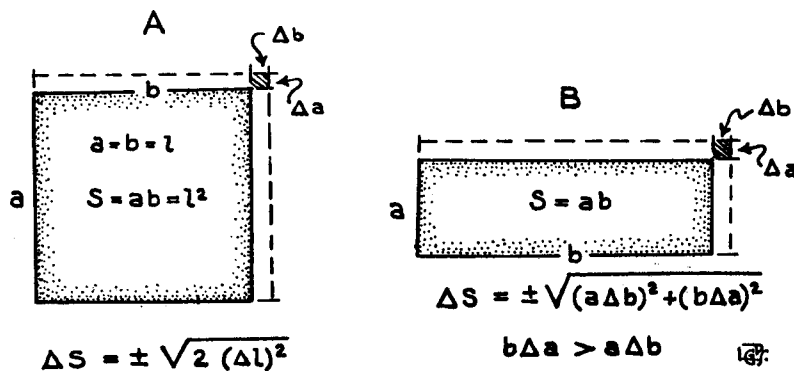


Fig. 1 — Errores teóricos en las áreas calculadas.

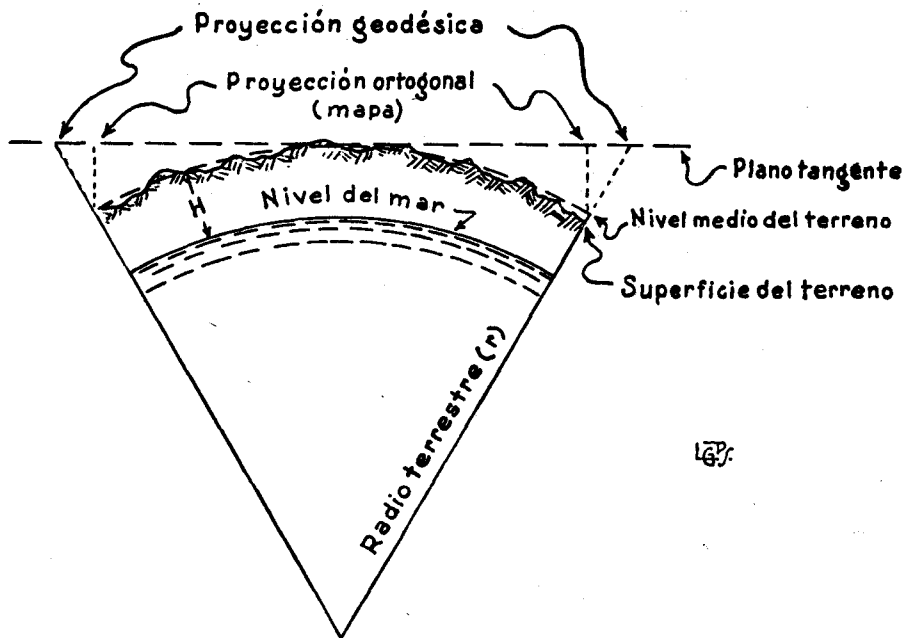


Fig. 2—Elementos geométricos en la proyección topográfica y cartográfica de las superficies terrestres.

Si en lugar de 1:5.000 suponemos en el levantamiento una precisión de 1:10.000 (casi geodésica), tendremos para el error probable en el área, según la misma ecuación:  $\Delta S = \pm 1$  Ha.

Si, por otra parte, consideramos la influencia de la curvatura terrestre y de la altura del terreno sobre el nivel del mar, es evidente que las áreas dadas por el simple cálculo basado en el levantamiento involucran errores probables todavía mayores. En efecto, para ser más exactos, a las superficies calculadas deberían hacerse las correcciones mencionadas, la primera de las cuales es positiva, y la segunda negativa, de acuerdo con las expresiones siguientes (Jordan, vol. 1, 60; Domínguez, 33; véase Fig. 2):

$$C_c = -2S(m-1); C_a = +2S \frac{H}{r},$$

en las cuales  $m$  representa la relación entre longitud topográfica y de arco,  $r$  el radio terrestre,  $S$  el área calculada, y  $H$  la altura sobre el nivel del mar.

Para tener una idea aproximada de la magnitud de estas correcciones puede decirse que, de acuerdo con las fórmulas de Jordan, la de la curvatura ( $C_c$ ) alcanza a unas  $-2$  Has. en 10.000 Has., y la de la altitud ( $C_a$ ) a unas  $+3$  Has. para cada 10.000 Has. y 1.000 m. de elevación sobre el mar. No se acostumbran estas correcciones en topografía, sin embargo, y su conveniencia sería discutible.

De lo dicho se infiere que para una superficie de 10.000 Has., que es relativamente pequeña, es prácticamente imposible, aún en levantamientos de muy buena precisión, mantener el error probable en el área calculada por debajo de las unidades de las hectáreas.

Si ahora consideramos la precisión especificada y alcanzable en el común de los levantamientos topográficos, de 1:2.000 (tránsito y cinta o estadia invar), obtendremos para el error  $\Delta S$  un valor del orden del 0,07%, cuyas magnitudes serían las siguientes, para áreas de 100 a 100.000 Has.:

100 Has.	$\Delta S = \pm 700 \text{ m}^2$ .
1.000 Has.	$\Delta S = \pm 6.800 \text{ m}^2$ .
10.000 Has.	$\Delta S = \pm 7 \text{ Has.}$
100.000 Has.	$\Delta S = \pm 70 \text{ Has.}$

De todo lo anterior se deduce que es absolutamente inconducente, y erróneo además, tratar de obtener en los cálculos de las áreas una precisión de metros cuadrados y fracciones. Será más que suficiente, pues, expresar estas superficies en hectáreas únicamente, o en hectáreas y décimas en el caso de superficies inferiores a 2.000 Has. (Tracy, 107). En caso de que al área calculada haya que añadir algebraicamente sectores planimetrados, la aproximación de la última cifra de las hectáreas puede hacerse en la suma total.

### c) Levantamientos con Plancheta

En el caso de los levantamientos con plancheta, la precisión en las áreas desciende considerablemente. En efecto, llamando  $e$  y  $e'$ , respectivamente a los errores del levantamiento y del planímetro, el error probable total vendría dado por la expresión:

$$\Delta S = \pm \sqrt{e^2 + e'^2}$$

la cual daría aproximadamente  $\pm 1$  Ha. para una superficie de 400 Has. (2.000 m. por lado), suponiendo una óptima precisión de 1:500 en el levantamiento (Low, 72), en escala de 1:5.000, y de acuerdo con el gráfico de la Fig. 16. Esta precisión sería, pues, aproximadamente del 0,25% para el área, pero si la precisión en el levantamiento de este tipo se limita a su más probable valor en nuestra opinión, o sea a 1:200 (Durán, 35, 38), el error probable total se elevaría en el caso considerado a  $\pm 2$  Has., es decir, al 0,5% del área.

Respecto de la calidad de estos levantamientos creemos necesario insistir sobre los límites aludidos de su precisión. Los gráficos de la Fig. 3 resumen nuestras investigaciones sobre el problema (Durán, 38) y proporcionan una guía útil, tanto para planear los trabajos de le-

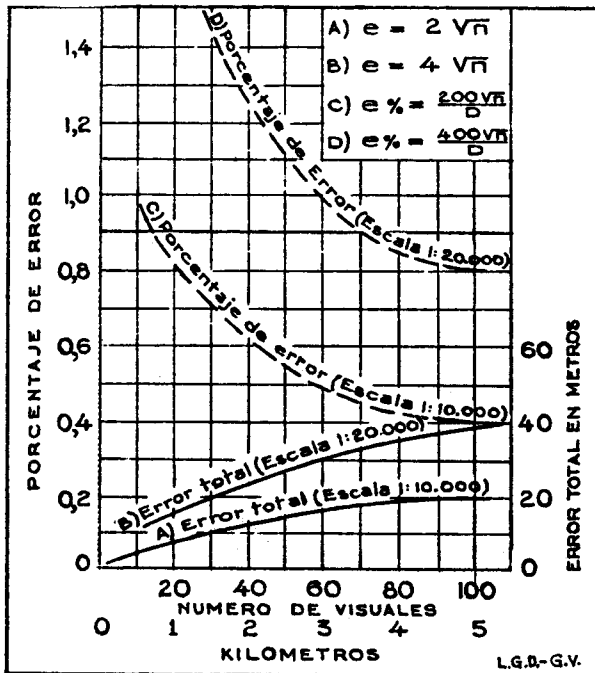
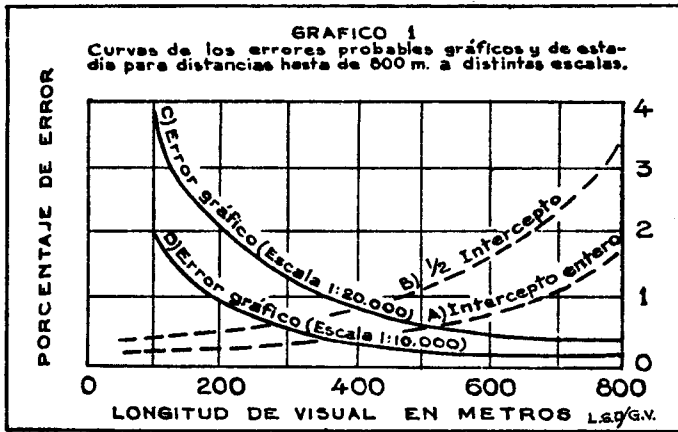


GRAFICO 2  
Curvas de los errores de cierre totales y relativos para una poligonal con visuales promedias de 50 m. a distintas escalas.

Fig. 3 — Errores probables (horizontales) en los levantamientos con plancheta. El gráfico 1 ilustra las relaciones entre los errores gráficos y los de estadia. El gráfico 2 indica los errores de cierre totales, en función de las escalas, las longitudes medias de las visuales y la longitud de las poligonales (Durán, 38).

vantamiento como para evaluar los ya hechos y para poder efectuar correctamente los ajustes, compilaciones y cotejos con otros datos.

También creemos conveniente aclarar que uno de los factores que entre nosotros adquiere especial importancia en la plancheta, para mantener los errores probables dentro de los límites expresados, y no como los expresa Low (Low, 72), es el de la refracción diferencial del aire en las lecturas de estadia. Pensamos que los resultados de nuestras investigaciones sobre este fenómeno (Durán, 34), inspiradas en 1944 por las del profesor L. S. Smith, de Wisconsin (Johnson, 59), se aplican mejor a nuestras latitudes y climas cálidos que las de aquél, y que las de los profesores Kneissl (Jordan, vol. 3, 61) y Kissam (Kissam, 65, y comunicación per-

sonal, VI, 1964), y por ello reproducimos aquí nuestro gráfico de la Fig. 4.

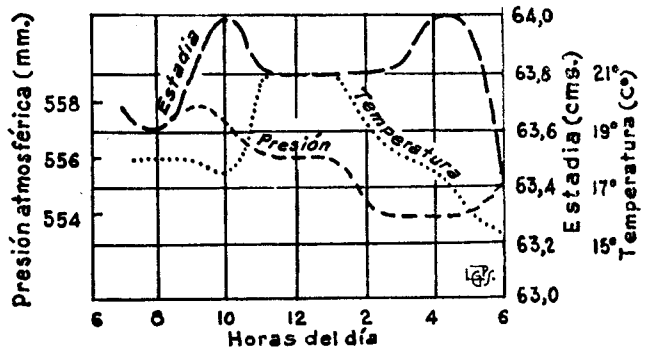


Fig. 4 — Variación diurna de las lecturas de estadia (Durán, 34).

La influencia de la orientación magnética en la plancheta resulta involucrada en las fórmulas de los errores totales de nuestro análisis, y en todo caso es muy pequeña en Colombia. Las variaciones diurnas de la declinación magnética son en nuestras latitudes despreciables para el caso, como puede verse en la Fig. 5, donde se indican las variaciones observadas y registradas con toda precisión en el Observatorio Geomagnético de Fúquene, del Instituto Geográfico, según el Dr. Clemente Garvito, y las que nosotros mismos obtuvimos experimentalmente con un tránsito Gurley provisto de brújula con micrómetro, en el río Patía (Cauca) en 1937.

Tiene especial importancia también, en los levantamientos con plancheta, el hecho de que en las figuras alargadas influyen más fuertemente en el error del área los errores de los lados más cortos. Esto se advierte fácilmente inspeccionando la Fig. 1, en donde se ve que, en el error  $\Delta S$  del rectángulo B, tiene mayor influencia el producto  $b \Delta a$  que el  $a \Delta b$ . De lo cual se infiere que cuando se efectúan estos levantamientos para áreas de propiedades, fincas, etc., debe tenerse especial cuidado en la medición de los lados cortos (Fig. 3).

Por último, otro factor importante en estos levantamientos, algunas veces, es el de las variaciones de escala o distorsiones de las hojas. Si dichas variaciones son apreciables, deben hacerse correcciones; hay varios métodos para ello, pero el siguiente es muy sencillo y suficiente (Fossi, 43): elíjase un área conocida, A, dentro de la hoja (puede ser un cuadrado de su cuadrícula); mídase dicha área con el planímetro, con todo cuidado, lo cual dará un valor A'. El valor corregido, S', para cualquier área medida dentro de esa hoja, S, será:

$$S' = S \frac{A'}{A}$$

#### d) Los Puntos Astronómicos

Las observaciones astronómicas no tienen, como control cartográfico, el valor que generalmente se les asigna en la práctica; por el contrario, constituyen puntos muy débiles y vulnerables de los mapas. El uso que de dichas observaciones se hace en geodesia, en los llamados puntos de Laplace, es un problema de índole diferente, que no tiene cabida en el presente análisis.

Teóricamente, puede determinarse una posición astronómica con una precisión del orden de  $\pm 0,5$  a  $\pm 0,05$  segundos, es decir, dentro de 15 a 1,5 metros (Gandarías, 44; Mascheroni, 75; Tardi, vol. 2, 104; Hosmer, 56; Breed, 17). Sin embargo, esta precisión es meramente virtual, pues el error que por lo general introduce la

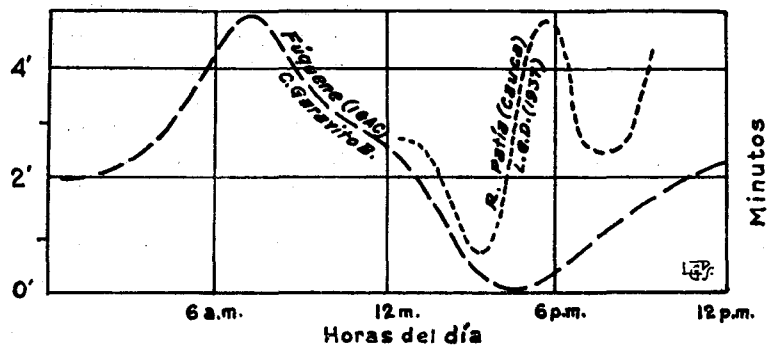


Fig. 5 — Variaciones diurnas de la declinación magnética. (Garavito-Durán).

desviación de la parte inferior de la vertical, o la plomada (Fig. 6-A), el cual es impredecible e indeterminable con precisión aceptable, tanto en magnitud como en dirección, es del orden de 50 a 1.800 metros en Colombia (Ruiz, 94, 95; Rozo, 91; Durán, 35), y por lo tanto invalida casi totalmente los puntos astronómicos para fines cartográficos (Fig. 7).

El considerable error introducido por las desviaciones de la vertical se debe a la influencia gravitacional de las masas terrestres vecinas a la estación de observación. Esta desviación "topográfica" es calculable en segundos de arco por la siguiente fórmula de Clarke, basada en la ley de Newton, cuya notación se refiere a la Fig. 6-B (Ruiz, 94; Ney, 79; Rannie, 84):

$$d'' = 3,87 [2,30259 PX 2 \log. \left( \frac{PS'}{PS} \right) + 2,30259 PQ \operatorname{sen} 2\phi \log. \left( \frac{PS'}{PY} \right) + 2PQ \operatorname{sen}^2 \phi' (\phi + QPS')]$$

Pero sucede que la influencia de las anomalías gravimétricas hace este cálculo inoperante. No es este el lugar para discutir el problema en detalle, sin embargo, y remitimos al lector a los trabajos citados, y además a los de Heiskanen (51, 52), Karara (62), Durksen (40) y Bhattachargi (10). En nuestro trabajo de 1945 (Durán, 35) intentamos un análisis e interpretación de la anomalía isostática de la gravedad, tendiente a deducir y establecer correcciones para las posiciones astronómicas en Colombia, por este concepto, pero dicho análisis es solamente tentativo, general, y no resuelve el problema en cada caso (auncuando sirve para orientar el criterio).

Para los fines del presente trabajo bastará señalar que no se puede asignar a los puntos astronómicos sino un peso de último orden en la cartografía general, y que cualquier refinamiento en el cálculo de sus coordenadas y sus conversiones, o en los procedimientos de ajuste, para los efectos de las áreas aquí considerados, es inconsistente y superfluo.

e) Los Métodos Fotogramétricos

Resulta difícil analizar la precisión de los métodos fotogramétricos en cartografía geológica porque en ella se combinan los datos obtenidos de las aerofotografías en una gran diversidad de formas, que naturalmente tienen límites de precisión muy variables (Bagley, 5; Daniel, 28; Talley, 103).

Para tratar de circunscribir estos conceptos a términos prácticos, podemos considerar los datos fotogramétricos en el problema que nos ocupa, en los siguientes casos generales (Fig. 8):

- 1) Fotocalco sin ajustar.
- 2) Fotocalco ajustado (triangulación radial, sin control terrestre).
- 3) Fotocalco ajustado (triangulación radial, con control terrestre).
- 4) Restitución de 1º ó 2º orden.

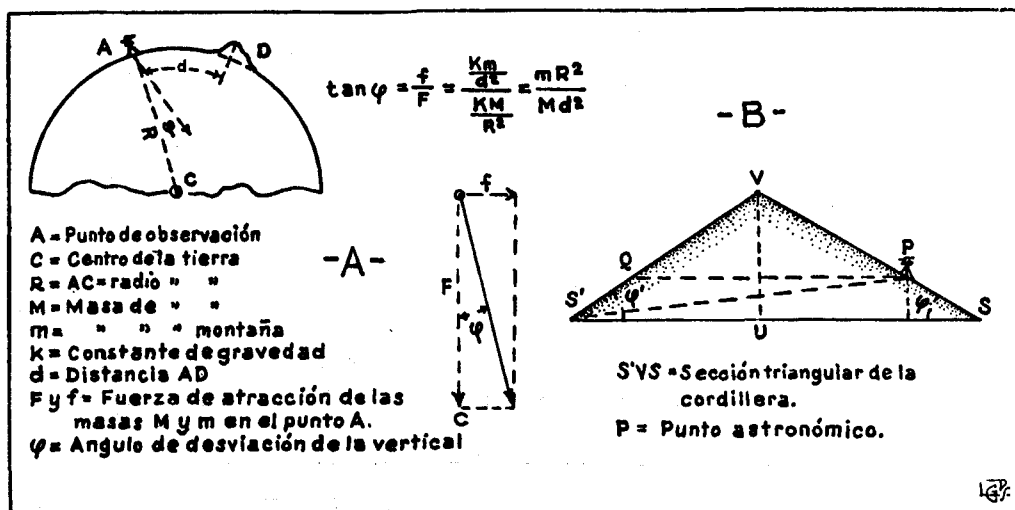


Fig. 6 — Efecto de la desviación de la vertical en los puntos astronómicos. (Ruiz, 94; Ney, 79).

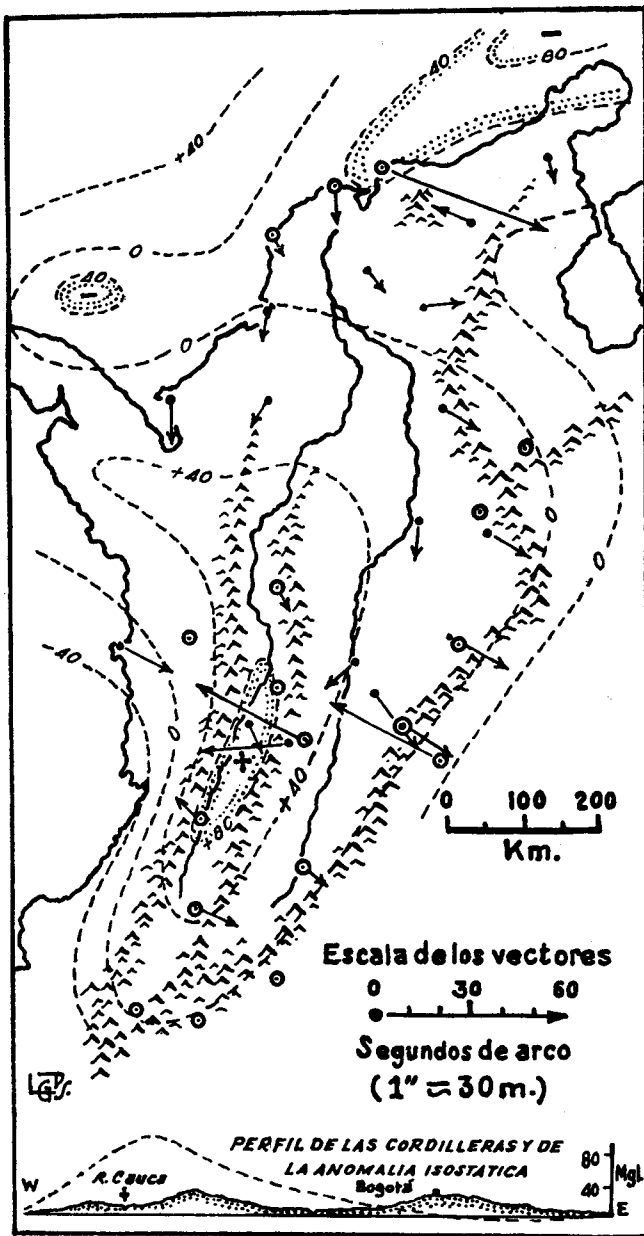


Fig. 7 — Algunas de las desviaciones (absolutas) de la vertical en Colombia (Ruiz, 95), y anomalía isostática en miligales. Las desviaciones teóricas (topográficas) resultan alteradas por la isostasia (Durán, 35). Los errores de coordenadas se producen en el sentido opuesto al de las desviaciones aquí indicadas.

En el primer caso, o sea cuando se han calcado los detalles de una o varias aerofotografías sin control ninguno, los errores pueden ser muy grandes, y el mapa tiene en esta zona una precisión aún inferior a la de los levantamientos de último orden (brújula y cinta, o pasos), sin que sea posible especificarla en general.

El segundo caso supone que el fotocalco ha sido ajustado (Fig. 8) mediante una triangulación radial gráfica o mecánica, pero sin controles terrestres. La precisión resultante puede ser comparable a la de los levantamientos con brújula o con plancheta, según los casos.

En el tercer caso, que supone el ajuste de la triangulación radial al control terrestre, la precisión depende

$$X = m + \frac{\Delta\lambda^2 \text{sen}^2 1'' N \text{sen}\phi \cos\phi}{2} + \frac{\Delta\lambda^4 \text{sen}^4 1'' N \text{sen}\phi \cos^3\phi (5 - \text{tg}^2\phi)}{24}$$

$$Y = \Delta\lambda \cos\phi N \text{sen} 1'' + \frac{\Delta\lambda^3 \text{sen}^3 1'' N \cos^3\phi (N/p - \text{tg}^2\phi)}{6} + \frac{\Delta\lambda^5 \text{sen}^5 1'' N \cos^5\phi (5 - 18 \text{tg}^2\phi + \text{tg}^4\phi)}{120}$$

de la densidad de éste, y si el ajuste gráfico, o con el restituidor óptico (sketch master) ha sido cuidadosamente efectuado (Fig. 9), la precisión general puede ser comparable a la de un buen levantamiento con plancheta. La siguiente ecuación de Trorey (American Society of Photogrammetry, 3, Chap. VIII) da una idea aproximada del error  $e$  que puede esperarse, en milímetros, a la escala final, en función del número de aerofotos ( $t$ ), el número de puntos de control terrestre ( $c$ ), siendo  $k$  una constante de  $0,16 \pm$  (Fig. 9):

$$e = k (t/c)^{1/2}$$

En el último caso, que se refiere a las restituciones efectuadas generalmente para las cartas del Instituto Geográfico de Colombia, con instrumentos de 1º y 2º orden (estereoplanígrafos, múltiplex, Balplex, etc.), ajustadas al control geodésico o topográfico auxiliar, la precisión es comparable a la de los levantamientos con tránsito (Thompson, 105).

No sería pertinente detallar aquí más este aspecto del problema, pero creemos que lo dicho servirá como orientación general en la evaluación de los datos fotogramétricos para los efectos de las áreas. Además de las obras especiales citadas, pueden consultarse los respectivos capítulos en los tratados modernos de topografía incluidos en la Bibliografía, especialmente Davis (29), Breed (17), Rayner (85), Rubbey (93), Whitmore (112), Domínguez (33) y Berlese (9, vol. 1). En relación con los levantamientos geológicos y el uso de las aerofotografías véanse: Low (72, 73), Compton (23), Lahee (66), Durán (35), Eardley (41) y Moody (77).

#### f) La Proyección Cartográfica

El problema de la proyección cartográfica (Robinson, 88, 89; Raisz, 82, 83; Balchin, 8; Deetz, 31; Steers, 99) es secundario en sí mismo, en lo que respecta a las áreas en geología. Dado el tamaño relativamente reducido de éstas, la influencia de diferentes sistemas de proyección resulta despreciable frente a los errores procedentes de las demás fuentes analizadas. La proyección en general es muy importante en cartografía, pero también se puede abusar de ella, como opina Stewar en su trabajo (Stewar, 101), cuyas ideas compartimos en buena medida.

El Instituto Geográfico de Colombia adoptó para sus mapas la proyección conforme de Gauss, o transversa de Mercator (Tardi, vol. 1, fasc. 2, 104; Kneissl, vol. 3, 61; Raisz, 82) con base en el estudio que del problema hicieron en 1942 los Dres. Darío Rozo M. (92) y Belisario Arjona E. (4). Así quedó abolida en la cartografía colombiana la proyección sinusoidal empleada por la antigua Oficina de Longitudes, cuyo estudio hizo también el Dr. Rozo (Rozo, 90), y del cual hemos tomado la Tabla II, comparativa de los dos sistemas mencionados.

Las expresiones empleadas para calcular las coordenadas rectangulares de un punto cualquiera en la proyección conforme de Gauss, en función de sus coordenadas geográficas, son de la forma:

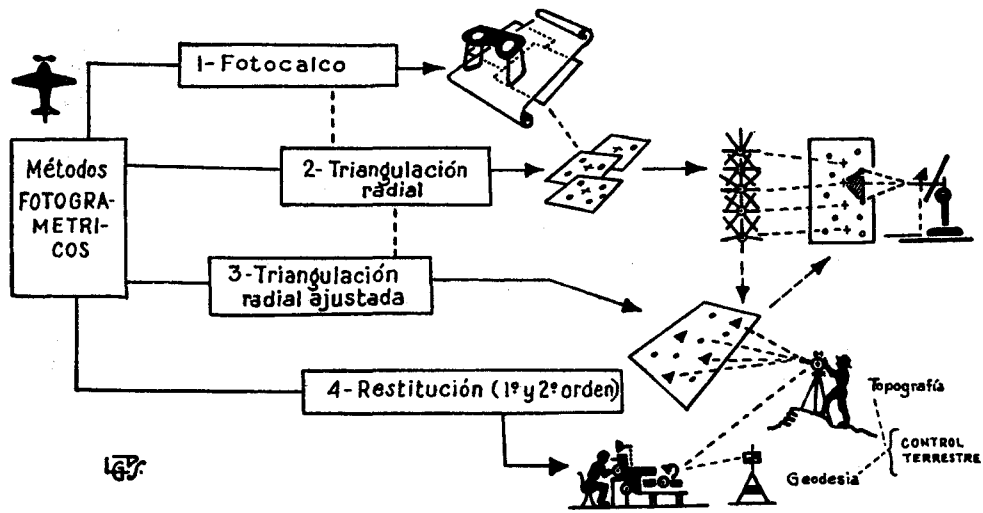


Fig. 8 — Diagrama de los diversos métodos fotogramétricos usados en cartografía geológica.

Estas fórmulas implican largos y cuidadosos cálculos y el empleo de tablas especiales, y están plenamente justificadas cuando se aplican a levantamiento y observaciones geodésicas o de topografía de precisión, donde se persigue una exactitud de metros y centímetros, pero es inexplicable que no se las haya simplificado substancialmente para su uso en cartografía geológica. La simplificación ideada en 1954 por Mr. J. H. Addison, de la International Petroleum Co., por medio de la tabulación parcial de las fórmulas, es excelente, pero en nuestra opinión resulta todavía innecesariamente laboriosa para estos casos.

Por nuestra parte, realizamos en 1944 un estudio de las mencionadas fórmulas de la proyección, con la colaboración del Dr. Guillermo Rodríguez Defrancisco, con miras a su simplificación y aplicación a la cartografía geológica, cuyos resultados recomendamos entonces a todas las compañías petroleras, por intermedio del Instituto Colombiano de Petróleos. Tales resultados pueden apreciarse resumidos en el gráfico y el mapa de las Figs. 10 y 11, donde se indican los errores resultantes en las coordenadas rectangulares mediante la supresión total del tercer término en cada una de las fórmulas en cuestión (bloqueado).

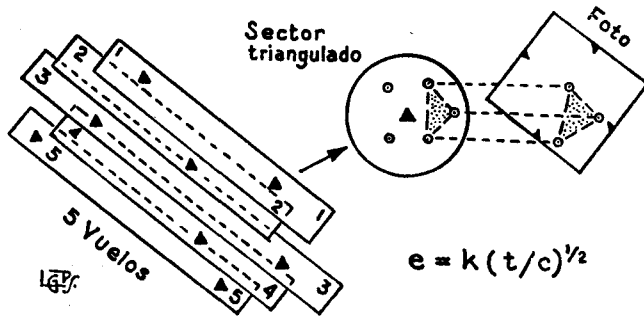


Fig. 9 — Distribución ideal del control terrestre para triangulación radial y detalle del principio de la restitución (gráfica u óptica) por triángulos o figuras homólogas.

Estamos convencidos de que las simplificaciones de este tipo son absolutamente válidas en cartografía geológica, pero sostenemos que es posible simplificar aún más, sin disminuir sensiblemente la precisión (virtual) por la vía de la tabulación (y tal vez de los gráficos). Sería posible y suficiente calcular tablas más detalladas que las incluidas por el Dr. Arjona en su estudio (Arjona, 4), para cuartos de minuto, por ejemplo, en las cuales podrían obtenerse por interpolación las coordenadas de cualquier punto dentro del país con un error del orden de 1 ó 2 metros, máximo. Estos resultados serían suficientes, repetimos, para el 90% de los casos en esta materia, y reducirían a minutos, y a una página, a lo

Tabla II — Comparación de las proyecciones sinusoidal y de Gauss (Rozo, 90)

SINUSOIDAL	GAUSS TRANSVERSA
Conserva áreas.	No conserva áreas.
No conserva rumbos.	Conserva rumbos.
Deforma las figuras.	No deforma las figuras.
Las escalas cambian para cada lugar y de modo diferente siguen la dirección.	Las escalas cambian para cada lugar, pero de igual modo sin depender de las direcciones.
La máxima deformación en distancias alcanza:	La máxima deformación en distancias alcanza:
La Guajira 5,6 <sup>0</sup> /00	La Guajira 1,0 <sup>0</sup> /00
Puerto Carreño 5,5 <sup>0</sup> /00	Puerto Carreño 6,4 <sup>0</sup> /00
Piedra del Cocuy 1,4 <sup>0</sup> /00	Piedra del Cocuy 7,0 <sup>0</sup> /00

sumo, las largas horas y las complejas y numerosas hojas de cálculos que para el efecto se emplean en los departamentos de ingeniería de las compañías de petróleo en la elaboración de propuestas de concesiones. La índole del presente trabajo no nos permite entrar en mayores detalles sobre este tópico, sin embargo.

De todas maneras, con respecto a las coordenadas de los vértices de un polígono cualquiera para los fines del cálculo o medición de su área, debemos decir que basta tener las coordenadas rectangulares Gauss de uno cualquiera de sus vértices y deducir las de los demás por simple adición algebraica de las coordenadas rectangulares parciales, sin necesidad de calcular las de cada vértice, como algunos pretenden. Esto último sólo se justifica en caso de que se trate de polígonos levantados con

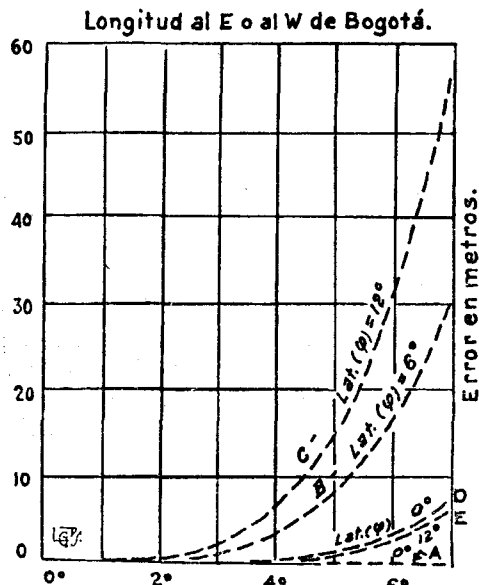


Fig. 10 — Errores resultantes (metros) en las latitudes (X, curvas A, B, C) y en las longitudes (Y, curvas D, E) rectangulares de Gauss al suprimir el tercer término (bloqueado) en sus fórmulas. Argumento: latitudes geográficas ( $\phi$ ) referidas al ecuador y longitudes ( $\lambda$ ) referidas a Bogotá (Durán-Rodríguez, 1944).

precisión, ajustados o enlazados a una red de triangulación o levantamiento de orden superior. Queremos decir que aquí también se han estado empleando, tradi-

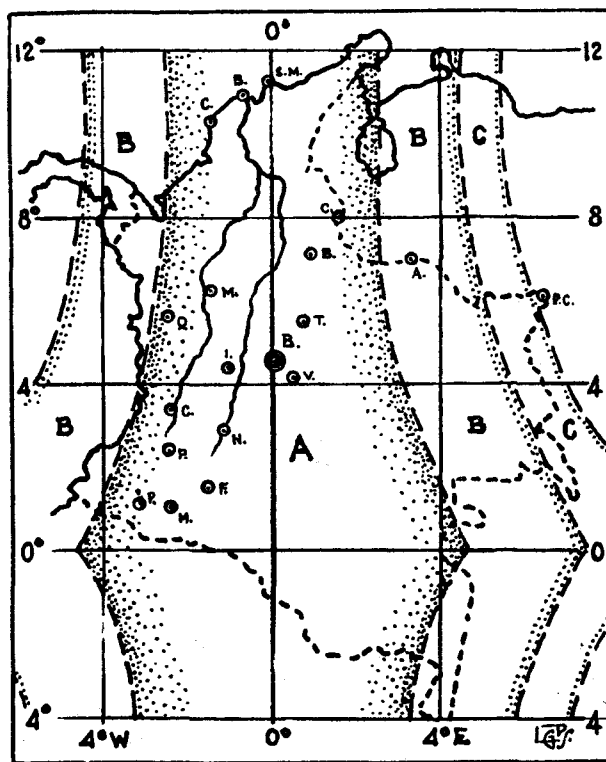


Fig. 11 — Distribución geográfica de los errores (metros) en las coordenadas rectangulares Gauss, según el gráfico de la Fig. 10.

Zona A: de 0m. a 1m.  
Zona B: de 1m. a 10m.  
Zona C: de 10m. a 20m.

(Durán-Rodríguez, 1944).

cional y rutinariamente, procedimientos de cálculo que persiguen una precisión virtual de metros y centímetros, cuando los respectivos datos de campo, o las medidas sobre los mapas, sólo garantizarían unos hectómetros, o unos cuantos decámetros, en el mejor de los casos. En otras palabras, se están empleando métodos de proyección geodésica o de topografía de precisión a levantamientos topográficos de último orden, y aún a procedimientos cartográficos (gráficos o semigráficos), en los cuales los radios de indeterminación de los vértices son del orden de los 100 a los 300 metros, y aún de los 500 metros, cuando intervienen posiciones astronómicas, como ya se vio.

### III. METODOS ANALITICOS

#### a) Principios Generales

Los ingenieros y calculistas usan casi siempre el método de las "dobles distancias meridianas" para calcular las áreas de los polígonos, especialmente en el caso de las propuestas de concesiones. Este procedimiento, sin embargo, no es el más directo cuando se requiere calcular también las coordenadas, como es el caso de las concesiones. En este caso, el método indicado y lógico es precisamente el llamado "por coordenadas", que se recomienda en consecuencia, en lugar del primeramente citado (Davis, 29; Torres, 106).

En este sistema, como su nombre lo indica, se obtiene la doble área del polígono multiplicando las coordenadas cruzadas, como se ve en la Fig. 12, dando signos opuestos a los dos productos totales, y sumándolos algebraicamente.

No se requieren columnas especiales para este cálculo, y se evita el de las dobles distancias meridianas y las dobles áreas. Para simplificar las operaciones se puede restar (aun mentalmente) cantidades comunes a las longitudes y a las latitudes, lo cual equivale a aproximar al polígono los ejes de referencia, tanto como sea posible (Fig. 13). Así por ejemplo, si las longitudes fluctúan entre 802.975 y 832.406, se puede restar a todas ellas 800.000 (esto es, suprimir la primera cifra de la izquierda); y si las latitudes van de 1.730.463 a 1.748.511, se les puede restar a todas 1.730.000. De esta manera se evitarán los productos con numerosas cifras, reduciéndolos a proporciones más cómodas. En cuanto a la precisión teórica, los métodos de las dobles distancias meridianas y de las coordenadas son exactamente iguales, pues ambos se basan en el mismo principio de la descomposición del polígono en trapezoides (Fossi, 43; Davis, 29).

**Ejemplo**

Coordenadas		Est.
X	Y	
X <sub>1</sub>	Y <sub>1</sub>	A
X <sub>4</sub>	Y <sub>4</sub>	D
X <sub>3</sub>	Y <sub>3</sub>	C
X <sub>2</sub>	Y <sub>2</sub>	B
X <sub>1</sub>	Y <sub>1</sub>	A

$$2S = \sum \downarrow - \sum \uparrow$$

$$S = \frac{\sum \downarrow - \sum \uparrow}{2}$$

Fig. 12 — Diagrama del sistema de cálculo de áreas por coordenadas (Davis, 29; Torres, 106).

*b) Simplificaciones*

Naturalmente, en los polígonos de las propuestas de concesiones puede operarse con coordenadas en metros únicamente, sin centímetros. Lo mismo puede hacerse con las proyecciones de sus lados, en cuyo cálculo, además, serán suficientes funciones con sólo 5 ó 6 cifras decimales, en lugar de las de 6 y 8 que algunos acostumbra (Tracy, 107; Davis, 29).

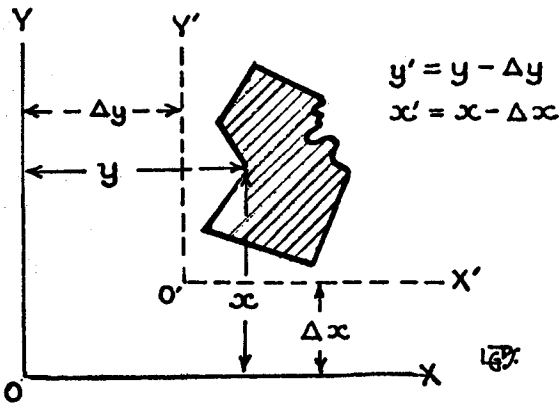


Fig. 13 — Simplificación de las coordenadas para el cálculo.

La razón para esta simplificación es que este cálculo de coordenadas para las propuestas de concesiones es apenas un sustituto convencional del método gráfico que podría perfectamente usarse, dados el tipo y la calidad de los datos cartográficos en que se basa (ya que sólo por excepción se trata del levantamiento real del polígono, siendo éste por lo general planeado y medido en un mapa) y que en consecuencia no se justifica tratar de conseguir una mayor precisión, que en todo caso sólo sería aparente, virtual, o ilusoria (Raisz, 82; Robinson, 89; Monkhouse, 76; Thompson, 105).

Sería demasiado prolijo intentar recomendaciones respecto de la simplificación y tratamiento de los valores angulares en los polígonos (rumbos y acimutes), por cuanto el calculista debe conocer los métodos de campo, sus características, alcances y limitaciones, para poder simplificar técnicamente en cada caso. Podemos decir, sin embargo, que en la mayoría de los casos de la cartografía geológica, los ángulos deben tomarse sólo hasta los minutos, aproximando los segundos, cuando los haya, pues éstos no proceden en general de mediciones reales, sino de aproximaciones inadecuadas. En consecuencia, el uso de funciones con 5 ó 6 cifras, a lo sumo, es suficiente, y resulta absurdo el uso de tablas con 8 cifras decimales con que algunos pretenden "mejorar" los resultados. Aquí vale la pena llamar la atención nuevamente

sobre la observación del profesor Tracy que citamos al principio de la Introducción.

Un análisis de las curvas de "ratas de errores" (Fig. 13) de las funciones naturales (que son las generalmente usadas en estos cálculos, con la ayuda de calculadoras eléctricas) a la luz de las especificaciones de precisión de los diversos sistemas de levantamiento (Tabla I) permite puntualizar las siguientes conclusiones generales (Davis, 29; Tracy, 107): Para senos y cosenos de magnitud promedia (cerca de 45°) 4 cifras son suficientes para ángulos con errores de 20", 5 cifras para ángulos con errores menores de 20" y mayores de 5", y 6 cifras para ángulos con errores menores de 5" pero mayores de 1/2". De donde se deduce que el uso de 6 cifras decimales en las funciones ofrece amplio margen de seguridad en la cartografía geológica.

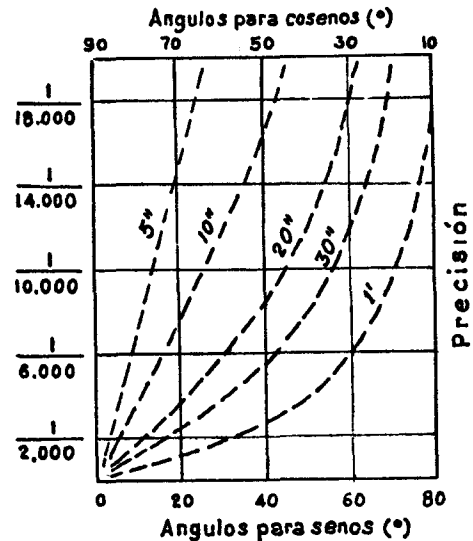


Fig. 14 — Ratas de precisión para senos y cosenos. Las curvas representan los errores angulares de 5" a 1'. Una de sus aplicaciones es la determinación de la precisión con que deben medirse los ángulos (abscisas) para obtener en el levantamiento la precisión deseada (ordenadas), y para juzgar sobre el número de cifras decimales necesarias en las funciones para cálculos de coordenadas y áreas. (Tomado de Davis, 29).

El calculista debe entender que de nada sirve el tener en un polígono uno o varios lados determinados con precisión de segundos (aún suponiéndola real, y no virtual, lo cual es improbable) si hay otros lados, o por lo menos uno, en el mejor de los casos, con errores de minutos, y por lo tanto bien puede prescindir de los segundos aproximándolos. Insistimos, no obstante, en que cada caso debe considerarse detenidamente, y no es fácil generalizar en este punto.

#### IV. METODO PLANIMETRICO

##### a) Principios Generales

Para las superficies limitadas por líneas curvas se usa en su medición el planímetro polar de compensación Amsler-Coradi (Gray, 46; Fossi, 43), que en condiciones normales puede proporcionar una precisión de 1% para áreas pequeñas (hasta  $1.000 \pm$  Has.) y de 0,2 a 0,1%

para las grandes (de  $5.000 \pm$  Has. en adelante), en la escala de 1:50.000. Otros tipos de planímetros, como el de rodillos, pueden proporcionar mayor precisión (Jordan, vol. 1, 60; Kneissl, vol. 2, 61; Berlese, vol. 1, 9), pero el análisis siguiente demostrará que su empleo no se justifica, al menos actualmente, en los problemas de la cartografía geológica.

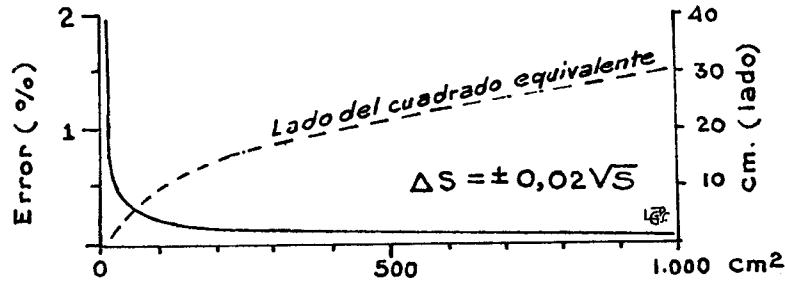


Fig. 15 — Error medio de una lectura con el planímetro. Basado en Jordan (vol. 1, 60).

Esta precisión alcanzable con el planímetro polar en la práctica, con dos lecturas en posiciones compensadas, está de acuerdo con las ecuaciones derivadas por Lorber de sus numerosas observaciones y experimentos, para los errores medios ( $e_m$ ) y los admisibles ( $e_a$ ), en metros cuadrados (Jordan, vol. 1, 60; Domínguez, 33; Kissam, 65):

$$e_m = \pm 0,02\sqrt{S}$$

$$e_a = \pm 0,0004M\sqrt{S}$$

En estas expresiones  $M$  es el denominador de la escala del mapa, y  $S$  la superficie medida, en metros cua-

drados. Jordan ha tabulado una serie de resultados obtenidos con las ecuaciones de Lorber, para diferentes escalas y clases de terrenos. Con base en estos datos hemos dibujado nosotros las curvas de las Figs. 15 y 16, que proporcionan una idea más sintética y práctica de los límites de los errores probables que se obtienen con el planímetro polar en las escalas de 1:50.000, 1:25.000 y 1:5.000, de las cuales las dos primeras son las más frecuentemente usadas en el trabajo de concesiones. Hemos añadido en los gráficos la curva punteada que representa el lado del cuadrado equivalente al área considerada (ordenadas a la derecha), para dar una idea de su magnitud que pueda ser captada inmediatamente, sin cálculos ni tanteos.

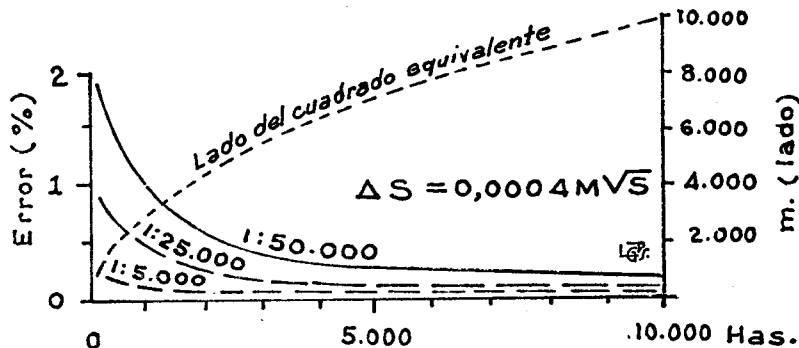


Fig. 16 — Error probable de dos lecturas con el planímetro. Basado en Jordan (vol. 1, 60).

##### b) Aplicaciones

Para obtener resultados correctos, sin embargo, no basta hacer un gran número de recorridos o lecturas con el planímetro, sino que es necesario hacer lecturas en posiciones de compensación. Estas consisten en colocar el instrumento con la ruedecilla en dos posiciones opuestas con respecto al centro de gravedad de la figura y el polo, como se indica en la Fig. 17 (Domínguez, 33; Berlese, vol. 1, 9; Volquardt, vol. 1, 108). Teniendo en cuenta estos principios y la naturaleza de los datos, creemos que puede especificarse que dos pares de lecturas en posiciones compensadas del instrumento son suficientes y pueden substituir con ventaja a las tediosas e

inútiles series de 10 lecturas que generalmente se acostumbra, y en las cuales no suele tenerse en cuenta la posición del instrumento. Nuestras mediciones experimentales (Durán-Soler-Reyes) hechas con dos instrumentos diferentes corroboran estas afirmaciones, como puede observarse en los resultados consignados en la Tabla III.

Es necesario, además, asegurarse de que el planímetro no está descorregido, controlándolo con la reglilla de comprobación. Se considera que existen errores de esta clase cuando los promedios de los dos grupos, o de series de lecturas en las dos posiciones de compensación, acusan discrepancias superiores al 0,5% con el área de con-

rol medida. En tal caso debe aplicarse la corrección correspondiente a la medida, o debe ajustarse el instrumento (Alvarez, 2). Este mismo criterio sobre las discrepancias del promedio debe tenerse para aceptar o rechazar las lecturas en los pares o en las series correspondientes a un área dada (Greegersen, 47).

Teniendo en cuenta la precisión del planímetro, es decir, que en áreas de 100 a 1.000 Has., como las que generalmente se miden para sumar algebraicamente a los polígonos de concesiones, se introducen errores probables que pueden alcanzar a una o varias hectáreas (Figs. 15 y 16), es evidente que el área total de dichos polígonos no debe darse con aproximación de metros cuadrados, ni mucho menos con fracciones de éstos, y se recomienda que tales áreas se aproximen sólo hasta las unidades de las hectáreas, o hasta sus décimas, si su magnitud es inferior a las 2.000 hectáreas (Tracy, 107).

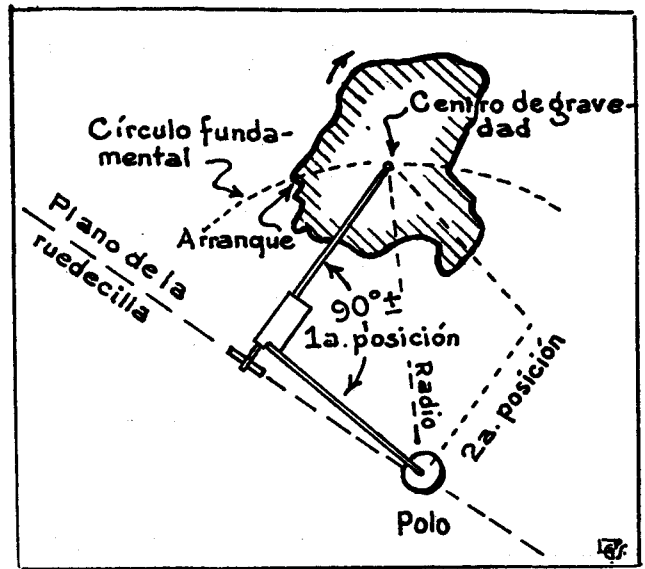


Fig. 17 — Posiciones del planímetro para un par de lecturas compensadas.

## V. AREAS EN GEOLOGIA

### a) Generalidades

El problema más frecuente de cálculo o medición de áreas para fines geológicos es el de la evaluación de los yacimientos de petróleo. Se trata, en esencia, de calcular o medir las "áreas bajo cierre estructural", comprendidas entre curvas estructurales del horizonte o estrato potencialmente productivo, para calcular el volumen. En tales casos debe usarse el planímetro en la misma forma indicada para los polígonos y áreas de las propuestas de concesión, aun cuando un solo par de lecturas compensadas bastará en general.

### b) Métodos Especiales

Los métodos especiales de que aquí se tratará brevemente no se refieren propiamente a las áreas, sino al cálculo volumétrico de evaluación del yacimiento (Campbell, 19; Haun, 49; Lalicker, 67; Pirson, 80; Moore, 78; Moody, 77). Como en ellos la medición de las áreas constituye el fundamento, no obstante, se les discute aquí para hacer hincapié sobre la necesidad de proceder metódica y cuidadosamente en la medición de aquéllas (véanse Figs. 15 y 16).

Cuando el yacimiento se encuentra en un estrato de considerable espesor (Fig. 18) debe procederse a medir las áreas comprendidas entre las curvas estructurales sucesivas, tabuladas convenientemente, y efectuar luego el cálculo volumétrico.

Una modificación de este método ha sido descrita por el profesor Pirson (Pirson, 80), quien da el volumen total del yacimiento ( $V_0$ ) integrando las áreas así:

$$V_0 = \int_0^H f(h) \cdot dh,$$

siendo  $H$  el espesor total o cierre estructural del yacimiento,  $h$  el intervalo vertical de las curvas y  $f(h)$  la ecuación de la curva esquematizada en la Fig. 18, de las áreas y las curvas de nivel. Como esta ecuación es prácticamente imposible de obtener, se recomienda la integración gráfica por la regla de Simpson o por la trapezoidal. En todos los casos se requiere medir planimétricamente las áreas ( $a_0 \dots a_n$ ), haciendo por lo menos dos lecturas compensadas para cada una.

Cuando el yacimiento se encuentra en un estrato de espesor relativamente pequeño, comparado con su extensión, y además se presenta en un plegamiento bastante

Planímetro: OTT (nuevo)		KEUFFEL (viejo)	
Sin compensar 6 lecturas	1 : 1.000	± 0,1 %	± 1,5 %
	1 : 5.000	± 0,1 %	± 0,1 %
Compensadas 6 pares	1 : 1.000	± 0,06 %	± 0,4 %
	1 : 5.000	± 0,02 %	± 0,5 %
2 pares 6 pares	1 : 1.000	± 0,01 %	± 0,5 %
	1 : 5.000	± 0,06 %	± 0,4 %

Tabla III — Errores probables con el planímetro, determinados experimentalmente con 2 instrumentos diferentes (Durán-Soler-Reyes).

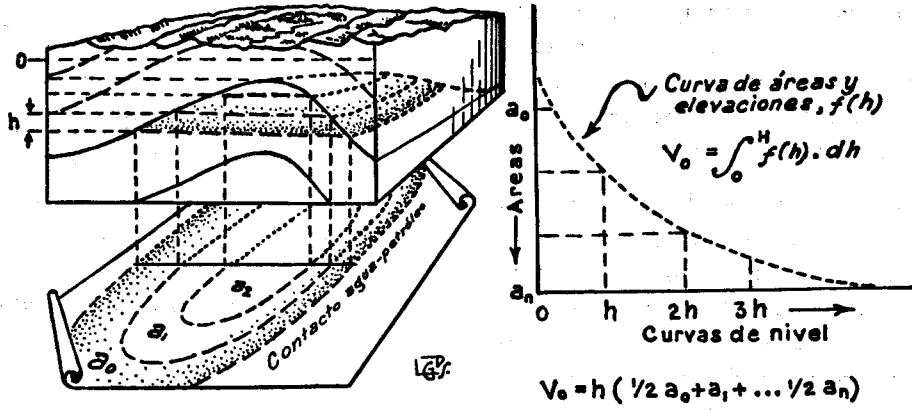


Fig. 18 — Cálculo volumétrico con curvas de nivel o estructurales (Basado en Pirson, 80).

acentuado (Fig. 19), se recomienda determinar las áreas corrigiendo la curvatura, es decir, aplanando o desarrollando las superficies, como lo explican Haun y Le Roy (Haun, 49).

Este último procedimiento mencionado se justifica cuando la curvatura del plegamiento es apreciable y cuando los datos de control de campo son suficientes, pues en tal caso las diferencias entre las áreas  $A$  y  $A'$ ,  $B$  y  $B'$  son considerables, como se comprenderá examinando la Fig. 19, que se explica por sí misma.

El método mencionado de Haun, para el desarrollo de las superficies en el caso en cuestión, utiliza sencillamente secciones transversales y longitudinales. En éstas

se pueden medir las longitudes reales sobre el estrato u horizonte curvado, localizar el exceso de longitud sobre las respectivas líneas de sección, y obtener así las superficies reales  $A'$  y  $B'$ . La medición planimétrica de éstas, con dos pares de lecturas compensadas para cada una, o para sus sectores componentes, será la base para el cálculo del volumen y la evaluación del yacimiento.

Se efectúan las conversiones de metros cuadrados o hectáreas a acres, multiplicando respectivamente por 0,000247, o por 2,47.

## VI. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### a) Conclusiones

1) Los errores probables en el cálculo de áreas son en geodesia del orden del 0,01%, y en topografía (tránsito) del 0,07%. Esto implica que en cualquier polígono de más de 2.000 Has. dichos errores probables sobrepasan las unidades de las hectáreas (alcanzando  $\pm 35$  Has. en 50.000 Has. y  $\pm 70$  Has. en 100.000 Has.).

2) Los sistemas empleados en el proyecto y cálculo de polígonos para propuestas de concesiones, y demás problemas geológicos en general, son una combinación de métodos de campo de baja precisión, puntos astronómicos, datos fotogramétricos y procedimientos gráficos, cuyos resultados implican para los vértices de los polígonos círculos de error o de indeterminación con radios que raras veces son inferiores a 100 metros, frecuentemente alcanzan a 200 metros, algunas veces a 500 metros, y pueden pasar de los 1.000 metros en algunos casos de puntos astronómicos.

3) Los métodos planimétricos dan para las áreas errores probables del orden del 0,2 al 1,0% en general, según la magnitud de las superficies medidas. Es decir, estos errores son en general mayores que los de los métodos analíticos.

### b) Recomendaciones

1) Siendo absolutamente inconsistente y superfluo el dar las áreas de los polígonos con metros cuadrados y fracciones, aquéllas deben expresarse únicamente en hectáreas, o en hectáreas y décimas, si se trata de superficies inferiores a 2.000 Has.

2) Siendo el objetivo del cálculo del área obtener resultados con precisión de hectáreas únicamente, se puede y se debe simplificar todo el proceso de cálculo, incluyéndolo en una hoja mucho más simple que la tradicio-

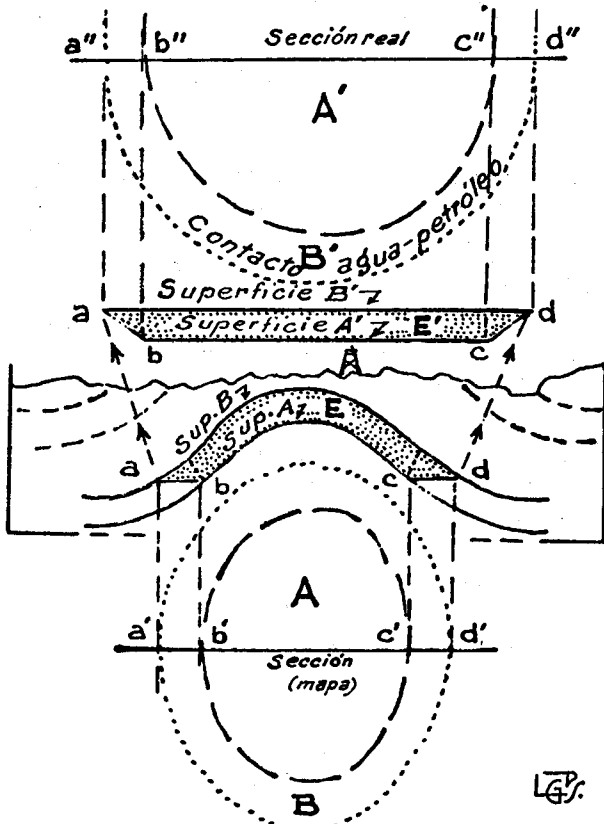


Fig. 19 — Cálculo volumétrico con superficies del plegamiento desarrolladas (según el método de Haun-Le Roy, 49).

- E, —Estrato plegado.
- E', —Estrato aplanado.
- A, B,—Proyección de las superficies plegadas (mapa).
- A', B',—Superficies reales (desarrolladas).

nalmente empleada para el efecto, así: a) Usando coordenadas y distancias en metros únicamente, sin centímetros. b) Eliminando los segundos en los ángulos, aproximándolos en los minutos. c) Usando funciones naturales de sólo 5 ó 6 cifras decimales, según el caso. d) Eliminando el cálculo de las dobles distancias meridianas y las dobles áreas, y haciendo en su lugar el cálculo "por coordenadas". e) Simplificando los cálculos de coordenadas Gauss, y en todo caso limitándolos al de uno solo de los vértices, deduciendo los demás por coordenadas rectangulares planas, parciales.

3) Los cálculos más complejos, con distancias y coordenadas en metros y centímetros y ángulos con segundos sólo se justifican cuando se trata de levantamientos hechos en el terreno, con instrumentos y métodos adecuados, lo cual sólo se hace por lo regular en geología en los amojonamientos definitivos de concesiones. Pero tampoco es consistente ni correcto expresar en estos casos las áreas con cifras más allá de las unidades de las hectáreas, y deben simplificarse de acuerdo con el criterio expuesto en 1).

4) Con el planímetro basta hacer dos pares de lecturas compensadas para cada sector, en lugar de las series de 10 o más lecturas acostumbradas. Los resultados promediados deben aproximarse con el mismo criterio expuesto en 1).

5) En las áreas geológicas para cálculos de yacimientos basta un par de lecturas compensadas en los estudios de carácter preliminar, y dos pares en los cálculos detallados, cuando se emplean los métodos de Pirson o Haun. Los resultados en todos los casos deben simplificarse y expresarse teniendo en cuenta sus errores probables.

#### BIBLIOGRAFIA

1. AGOSTINI, A.  
"Topografía e Disegno Topografico", Hoepli, Milano, 1940.
2. ALVAREZ VALDES, L.  
"Topografía", Dossat, Madrid, 3ª ed., 1945.
3. AMERICAN SOCIETY OF PHOTOGRAMMETRY  
"Manual of Photogrammetry", Washington, 2nd. ed., 1952.
4. ARJONA E., B.  
"Elección del Sistema de Proyección más Adecuado a la Construcción de la Carta Geográfica de Colombia", Instituto Geográfico de Colombia, Publ. Esp. N° 2, Bogotá, 1942.
5. BADGLEY, J. W.  
"Aerophotography and Aersurveying", McGraw-Hill Book Co., N. York, 1941.
6. BADGLEY, P. C.  
"Structural Methods for the Exploration Geologist", Harper & Brothers, N. York, 1959.
7. BAGROW, L.  
"Geschichte der Kartographie", Safari-Verlag, Berlin, 1951.
8. BALCHIN, W. G. V.  
"The Choice of Map Projections", Empire Survey Review, vol. 12, 1954.
9. BERLESE, T.  
"Corso di Topografia" (3 vols.), Cedam, Padova, 1951.
10. BHATTACHARGI, J. C.  
"On the Nature of Deflections of the Vertical Derived from Deep Observations in Oceanic Islands", The International Hydrographic Review, vol. 38, N° 1, 1961.
11. BILLINGS, M. P.  
"Structural Geology", Prentice-Hall Inc., N. York, 2nd. ed., 1954.
12. BIRCH, T. W.  
"Maps: Topographical and Statistical", Clarendon Press, Oxford, 1949.
13. BISHOP, M. S.  
"Subsurface Mapping", John Wiley & Sons, N. York, 1960.
14. BOAGA, G.  
"Trattato di Geodesia e Topografia", Cedam, Padova, 1944.
15. BONTE, A.  
"Introduction à la Lecture des Cartes Géologiques", Masson & Cie., Paris, 2ème. éd., 1953.
16. BOREL, E.; DELTHEIL, R.  
"Probabilités, Erreurs", A. Colin, Paris, 1934.
17. BREED, C. B.; HOSMER, G. L.; BONE, A. J.  
"Higher Surveying", John Wiley & Sons, N. York, 8th. ed., 1962.
18. BROWN, L. A.  
"The Story of Maps", Little Brown & Co., Boston, 1949.
19. CAMPBELL, J. M.  
"Oil Property Evaluation", Prentice-Hall Inc., N. York, 1959.
20. CHALMERS, R. M.  
"Geological Maps; the Determination of Structural Detail", Oxford University Press, 1926.
21. CLARK, D.; CLENDINNING, J.  
"Plane and Geodetic Surveying" (2 vols.), Constable & Co., London, 5th. ed., 1957.
22. COLBERT, L. O.  
"Geophysical Measurements in the American Republics", The Scientific Monthly, June, 1944.
23. COMPTON, R. R.  
"Manual of Field Geology", John Wiley & Sons, N. York, 1962.
24. COX, G. H.; DAKE, C. L.; MUILENBURG, G. A.  
"Field Methods in Petroleum Geology", McGraw-Hill Book Co., N. York, 1921.
25. CRONE, G. R.  
"Historia de los Mapas", Fondo de Cultura, México, 1956.
26. DAKE, C. L.; BROWN, J. S.  
"Interpretation of Topographic and Geologic Maps", McGraw-Hill Book Co., N. York, 1925.
27. DAMPIER, W. C.  
"A History of Science", Cambridge University Press, 3rd. ed., 1946.
28. DANIEL, R.  
"La Photogrammétrie Appliquée a la Topographie", Éditions Eyrolles, Paris, 1952.
29. DAVIS, R. E.; FOOTE, F. S.  
"Surveying", McGraw-Hill Book Co., N. York, 4th. ed., 1953.
30. DEETZ, C. H.  
"Cartography", U. S. Coast and Geodetic Survey, Sp. Pbl. 205, 1943.
31. DEETZ, C. H.; ADAMS, O. S.  
"Elementos de Proyección de Mapas", U. S. Coast and Geodetic Survey, Sp. Pbl. 68, 1944.

32. DIERCKS, F. O.  
"Army Map Service Activities in the Space Age",  
The International Hydrographic Review, vol. 38,  
Nº 1, 1961.
33. DOMINGUEZ GARCIA-TEJERO, F.  
"Topografía General y Aplicada", Dossat, Madrid,  
3ª ed., 1963.
34. DURAN, L. G.  
"La Influencia de la Refracción Diferencial en las  
Lecturas Estadimétricas", Petróleo Interamericano,  
Tulsa, Mayo-Junio, 1944.
35. DURAN, L. G.  
"Topographic and Geologic Instructions to Field  
Men", Texas Petroleum Co. Manual, Bogotá, 1945-  
57.
36. DURAN, L. G.  
"Topografía y Fisiografía", Anales de Ingeniería,  
Sociedad Colombiana de Ingenieros, Bogotá, Di-  
ciembre, 1949.
37. DURAN, L. G.  
"Planificando Estratos Discordantes", Petróleo del  
Mundo, N. York, Mayo, 1948.
38. DURAN, L. G.  
"Analysis of Errors in Plane Table Surveying",  
Surveying and Mapping, vol. 10, Nº 2, 1950.
39. DURAN, L. G.  
"Trigonometric and Graphic Solution of Problems  
in Structural Geology", World Oil, N. York, Nov.,  
1951.
40. DURKSEN, J. A.  
"Deflections of the Vertical in the United States",  
U. S. Coast and Geodetic Survey, Sp. Pbl. 229, 1941.
41. EARDLEY, A. J.  
"Aerial Photographs, Their Use and Interpreta-  
tion", Harper & Brothers, N. York, 1942.
42. EARLE, K. W.  
"The Geological Map", Methuen & Co., London,  
1936.
43. FOSSI GUTIERREZ, I.  
"Tratado de Topografía Clásica", Dossat, Madrid,  
4ª ed., 1960.
44. GANDARIAS, V.  
"Geodesia e Hidrografía", Dossat, Madrid, 1956.
45. GIERHART, J. W.  
"Evaluation of Methods of Area Measurements",  
Surveying and Mapping, vol. 14, Nº 4, 1954.
46. GRAY, F. H.  
"The Polar Planimeter", Walter Scott, London,  
1909.
47. GREEGERSEN, L. F.  
"The Most Probable Value of a Set of Observa-  
tions", The Canadian Surveyor, vol. 15, Nº 6, 1961.
48. GREENLY, E.; WILLIAMS, H.  
"Methods in Geological Surveying", Th. Murby &  
Co., London, 1930.
49. HAUN, J. D.; LE ROY, L. W.  
"Subsurface Geology in Petroleum Exploration",  
Colorado School of Mines, Golden, Colo., 1958.
50. HAYES, C. W.  
"Handbook for Field Geologists", John Wiley &  
Sons, N. York, 1921.
51. HEISKANEN, W. A.; VENING MEINESZ,  
F. A.  
"The Earth and its Gravity Field", McGraw-Hill  
Book Co., N. York, 1958.
52. HEISKANEN, C. W.  
"The Last Achievements of Physical Geodesy",  
Journal of Geographical Research, vol. 65, Nº 9,  
1960.
53. HERSCHDORFER, S.; KUIPERS, G.  
"Hydrographic Surveying for Oil Exploration",  
The International Hydrographic Review, vol. 38,  
Nº 1, 1961.
54. HIGGINS, A. L.  
"Higher Surveying", Macmillan Co., London, 1944.
55. HOBSON, G. D.  
"Calculating the True Thickness of a Folded Bed",  
American Association of Petroleum Geologists, vol.  
26, Nº 12, 1942.
56. HOSMER, G. L.  
"Geodesy", John Wiley & Sons, N. York, 1930.
57. HOUGH, F. W.  
"New Developments in Electronic Distance Mea-  
suring Equipment", Photogrammetric Engineering,  
vol. 26, Nº 1, 1960.
58. IMHOF, E.  
"Terrain et Carte", E. Rentsch, Zurich, 1951.
59. JOHNSON, C. J.  
"Theory and Practice of Surveying", John Wiley  
& Sons, N. York, 1918.
60. JORDAN, W.; REINHERTZ, C.; EGGERT, O.  
"Tratado General de Topografía" (2 vols.), G. Gili,  
Barcelona, 1944.
61. JORDAN, W.; EGGERT, O.; KNEISSL, M.  
"Handbuch der Vermessungs Kunde" (10 vols.),  
J. B. Metzlersche Verlagsbuchhandlung, Stuttgart,  
1956-1960.
62. KARARA, H. M.  
"Reduction of the Effect of the Deflection of the  
Vertical on Photogrammetric Work in Geodetically  
Unexplored Regions", Photogrammetric Engineer-  
ing, vol. 26, Nº 1, 1960.
63. KARO, H. A.  
"Geological Aspects of Coast and Geodetic Survey  
Operations", Geo Times, vol. 5, Nº 6, 1961.
64. KIRBY, R. S.; WITHINGTON, S.; DARLING,  
A. B.; KILGOUR, F. G.  
"Engineering in History", McGraw-Hill Book Co.,  
N. York, 1956.
65. KISSAM, PH.  
"Surveying for Civil Engineers", McGraw-Hill  
Book Co., N. York, 1956.
66. LAHEE, F. H.  
"Geología Práctica", Omega, Barcelona, 5ª ed.  
(1952), 1957.
67. LALICKER, C. G.  
"Principles of Petroleum Geology", Appleton Cen-  
tury, Inc., N. York, 1949.
68. LAURILLA, S.  
"Electronic Surveying and Mapping", The Ohio  
State University, 1960.
69. LAVINE, D.  
"Radagrammetry", McGraw-Hill Book Co., N.  
York, 1960.
70. LEVORSEN, A. I.  
"Paleogeologic Maps", Freeman & Co., Sn. Fran-  
cisco, 1960.
71. LOBECK, A. K.; TELLINGTON, W. J.  
"Military Maps and Air Photographs", McGraw-  
Hill Book Co., N. York, 1944.
72. LOW, J. W.  
"Plane Table Mapping", Harper & Brothers, N.  
York, 1952.

73. LOW, J. W.  
"Geologic Field Methods", Harper & Brothers, N. York, 1956.
74. MARTIN, R.  
"Leçons de Photo-Topographie", Éditions Eyrolles, Paris, 1960.
75. MASCHERONI, J. G.  
"Curso de Geodesia", Editorial Alsina, Buenos Aires, 1952.
76. MONKHOUSE, F. J.; WILKINSON, H. R.  
"Maps and Diagrams — Their Compilation and Construction", Methuen & Co., London, 1952.
77. MOODY, G. B.  
"Handbook of Petroleum Exploration", McGraw-Hill Book Co., N. York, 1961.
78. MOORE, C. A.  
"Handbook of Subsurface Geology", Harper & Row, N. York, 1963.
79. NEY, C. H.  
"Some Geophysical Investigations of the Earth", The Canadian Surveyor, Jan., 1942.
80. PIRSON, S. J.  
"Elements of Oil Reservoir Engineering", McGraw-Hill Book Co., N. York, 2nd. ed., 1958.
81. PROUDFOOT, M.  
"The Measurement of Geographic Areas", Bureau of Census, Washington, D. C., 1946.
82. RAISZ, E.  
"Cartografía General", Omega, Barcelona, 2ª ed., 1953.
83. RAISZ, E.  
"Principles of Cartography", McGraw-Hill Book Co., N. York, 1962.
84. RANNIE, J. L.; ROSS, J. E. R.  
"Errors of Astronomical Points Due to Deflections of the Plumb Line", Geological Survey of Canada, Sp. Pbl. 13, Ottawa, 1925.
85. RAYNER, W. H.; SCHMIDT, M. O.  
"Surveying — Elementary and Advanced", Van Nostrand Co., N. York, 1957.
86. RIOS, J. M.  
"Criterios Cartográficos en Prospección de Petróleos", Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Minas, Madrid, 1960.
87. ROBERTS, A.  
"Geological Structures and Maps — A Course in Interpretation with Applications for Civil and Mining Engineers", Cleaver-Hume Press, London, 1958.
88. ROBINSON, A. H.  
"An Analytical Approach to Map Projections", Annals of the Association of American Geographers, vol. 39, 1949.
89. ROBINSON, A. H.  
"Elements of Cartography", John Wiley & Sons, N. York, 2nd. ed., 1960.
90. ROZO M., D.  
"Estudio de la Proyección Sinusoidal para el Mapa de Colombia", Revista de la Academia Colombiana de Ciencias, vol. 5, Nº 20, Bogotá, 1944.
91. ROZO M., D.  
"Informe sobre las Desviaciones de la Vertical en Colombia" (inédito), 1940.
92. ROZO M., D.  
"Teoría General de la Proyección de Gauss y su Aplicación a la Carta de Colombia", Instituto Geográfico de Colombia, Publ. Esp. Nº 2, Bogotá, 1942.
93. RUBBEY, H.; LOMMEL, G. E.; TODD, M. W.  
"Engineering Surveys — Elementary and Applied", Macmillan Co., N. York, 1942.
94. RUIZ, J. I.  
"Desviación de la Vertical en Algunos Lugares de Colombia", Instituto Geográfico de Colombia, Publ. Esp. Nº 3, Bogotá, 1942.
95. RUIZ, J. I.  
"Influencia de la Desviación de la Vertical en las Coordenadas y en las Cotas", IV Congreso Nacional de Ingeniería, Instituto Geográfico de Colombia, Bogotá, 1957.
96. RUIZ-CASTILLO, L.  
"Métodos Planimétricos", Escuela Especial de Ingenieros Industriales, Madrid, 1953.
97. SANTAYANA, G.  
"Reason in Science", Modern Library, 1936.
98. SHARP, H. O.  
"Geodetic Control Surveys", John Wiley & Sons, N. York, 1943.
99. STEERS, J. A.  
"An Introduction to the Study of Map Projections", University of London Press, London, 9th. ed., 1953.
100. STEGMAN, H. F.  
"Graphic Determination of Areas", Surveying and Mapping, vol. 13, Nº 1, 1953.
101. STEWAR, J. Q.  
"The Use and Abuse of Map Projections", The Geographical Review, vol. 33, 1943.
102. SWAINSON, O. W.  
"Topographic Manual", U. S. Coast and Geodetic Survey, Sp. Pbl. 144, 1928.
103. TALLEY, B. B.  
"Engineering Applications of Aerial and Terrestrial Photogrammetry", Pitman Publishing Co., Chicago, 1938.
104. TARDI, P.; LACLAVÈRE, G.  
"Traité de Géodésie" (2 vols.), Gauthier-Villars, Paris, 2ème. éd., 1955.
105. THOMPSON, M. M.  
"How Accurate is That Map", Surveying and Mapping, vol. 16, Nº 2, 1956.
106. TORRES, A.; VILLATE, E.  
"Topografía", Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, 1961.
107. TRACY, J. C.  
"Surveying: Theory and Practice", John Wiley & Sons, N. York, 1947.
108. VOLQUARDTS, G. Y H.; AGÜERO, N.  
"Tratado de Agrimensura General y Aplicada" (2 vols.), Editorial Labor, Buenos Aires, 1956.
109. WAR DEPARTMENT, U. S.  
"Surveying", Technical Manual 5-235, 1940.
110. WARNER, C. H.  
"Field Mapping for the Oil Geologist", John Wiley & Sons, N. York, 1921.
111. WEISSENSTEIN, H. G.  
"Simple Machine Method for Area Computation", Surveying and Mapping, vol. 14, Nº 1, 1954.
112. WHITMORE, G. D.  
"Advanced Surveying and Mapping", International Textbook Co., Scranton, 1952.
113. WILLIAMS, R. L.  
"The Hatchet Planimeter", Professional Geographer, Nº 2, 1954.