

NUEVA INFLACION Y RESTRICCIONES AL POTENCIAL EFECTIVO DE SU (5)

por

Alexis De Greiff¹ & Juan Manuel Tejeiro²

In Memoriam
Otto de Greiff (1903-1995)

Resumen

De Greiff, A. & J.M. Tejeiro.: Nueva inflación y restricciones al potencial efectivo de SU(5). Rev. Acad. Colomb. Cienc. **20** (76): 93-109, 1996. ISSN 0370-3908.

En primer término, se hace una revisión detallada del modelo estándar de la cosmología y de sus principales problemas. A partir de la solución de Sitter se presenta el modelo inflacionario. Se muestra el cálculo de las cotas que impone la cosmología de la “nueva inflación” a los parámetros del potencial efectivo de Coleman-Weinberg para SU(5). Se encuentra que las restricciones más fuertes, i.e. las impuestas por las fluctuaciones de la densidad de energía, son comunes para los potenciales de la forma general $\lambda\phi^4$.

Palabras claves: Cosmología - inflación - radiación cósmica de fondo - potencial efectivo - física de Altas Energías - teorías de Gran Unificación.

Abstract

We present a detailed review of the Standard Model of Cosmology and its main problems. Starting from the de Sitter solution, the Inflationary Model is introduced. We show the constraints that “New Inflation” imposes to the parameters of the SU(5) Coleman-Weinberg effective potential. It is found that the strongest constraint, i.e. energy density fluctuations, is common to the potentials of $\lambda\phi^4$ type.

Key words: Cosmology - inflation - cosmic background radiation - effective potential - High Energy physics - Grand Unification theories.

1. Introducción

Desde que el modelo del Big Bang Caliente, donde el Universo tiene su origen en una singularidad con densidad de energía infinita, se constituyó en paradigma de las teorías acerca del Universo, las relaciones entre la astronomía y la

¹ Observatorio Astronómico Nacional, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Colombia. Apartado Aéreo 2584, Bogotá, D.C. E-Mail: alegreif@ciencias.campus.unal.edu.co.

² Departamento de Física, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, D.C. E-Mail: jtejeiro@ciencias.campus.unal.edu.co.

física de altas energías se han estrechado cada vez más. Esta circunstancia obliga a pensar en la necesidad de que el modelo cosmológico y el de física de partículas sean consistentes, es decir que las pruebas experimentales de uno no contradiga las predicciones del otro.

En este artículo se expone de modo sistemático la relación entre las variables de cada uno de estos modelos, lo que ha implicado reunir en un solo texto material que se encuentra diluido en múltiples fuentes. El objetivo ha sido encontrar las cotas que imponen algunas mediciones de la astrofísica a los modelos de gran unificación del tipo $\lambda\phi^4$.

Para ello, hemos comenzado exponiendo en la Sección 2 los principales aspectos de la Teoría General de la Relatividad. Esto incluye una introducción a la ecuación de campo de Einstein, la métrica de Robertson-Walker, las ecuaciones de estado y finalmente las ecuaciones de Friedmann-Lemaître. En la Sección 3 mostramos los principales problemas que se presentan en la cosmología no inflacionaria, i.e. Planitud, Horizonte, Monopolos Magnéticos y Unicidad. De estos tres problemas, hemos hecho particular énfasis en el de horizonte y, más exactamente, en el cálculo del ángulo de separación de eventos, dado que si bien el resultado suele presentarse en muchos textos (Turner & Kolb, 1990; Börner, 1988), hasta el momento no hemos encontrado una deducción y completa. La Sección 4 pretende establecer la relación entre la energía del vacío y la "constante cosmológica". De esta manera en la Sección 5 se muestran los requisitos exigidos a la inflación para solucionar los problemas comentados en la Sección 3. Para dar un panorama completo de la evolución del modelo inflacionario, en la Sección 6 presentamos la primera propuesta, o "Vieja Inflación", así como sus principales inconvenientes. En la Sección 7 se encuentra el nuevo escenario y su relación con el Potencial Efectivo, lo que permite establecer el puente entre el modelo cosmológico y la física de partículas. Así pues, en la Sección 8 desarrollamos el potencial efectivo del tipo Coleman-Weinberg para el grupo de gran unificación SU(5). Para terminar en la Sección 9 hemos deducido las cotas a los parámetros del Potencial Efectivo dadas las de anisotropías de la Radiación Cómica de Fondo. En la Sección 10 se encuentran las conclusiones.

Debemos señalar que la contribución de este artículo radica, por un lado, en reunir un material disperso y desordenado, presentando de manera ordenada el modelo inflacionario y algunas relaciones entre física de altas energías y astrofísica. De otro lado, en este estudio hemos llegado a la conclusión que todos los modelos del tipo $\lambda\phi^4$ comparten el inconveniente de predecir fluctuaciones en la densidad de energía mucho más grandes que las evidenciadas a través de las mediciones de la Radiación Cómica de Fondo. Este hecho obliga a pensar en otras alternativas no sólo para los

modelos de gran unificación, sino para el mismo Big Bang Caliente.

2. Dinámica de la cosmología moderna

El punto de partida de la cosmología moderna es la ecuación de campo de Einstein¹:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}R g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} \quad (2.1)$$

donde $R_{\mu\nu}$ es el tensor de Ricci, R es el escalar de Ricci, $g_{\mu\nu}$ el tensor métrico, $T_{\mu\nu}$ el tensor momentum-energía, $G^{-1/2} \approx 1.2 \times 10^{19}$ GeV es el inverso de M_p (la masa de Planck) y Λ la "constante cosmológica" o energía del vacío. Esta ecuación implica que la distribución de la materia determina la forma y evolución del Espacio-Tiempo (E-T) que la contiene y viceversa.

Dado que esta ecuación es de carácter general, es necesario imponer ciertos requisitos con el fin de poder ponerla en términos de parámetros medibles y buscarle soluciones que puedan ser contrastadas con las evidencias experimentales.

Asumiendo como válido el "principio cosmológico", i.e. homogeneidad e isotropía, la métrica máximamente simétrica, y en consecuencia más apropiada para nuestra descripción, es la de Robertson-Walker (R-W):

$$ds^2 = dt^2 - R^2(t) \left(\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right) \quad (2.2)$$

donde hemos utilizado la convención de signo de Landau y Lifshitz (1966), i.e. $ds^2 = dt^2 - dx^2$, y ha sido escrita en términos de las coordenadas comovientes (r, θ, ϕ) ; $R(t)$ es el factor de escala y k una constante que por como se ha definido r sólo puede tomar los valores 1, -1 y 0 (para una discusión detallada ver Misner *et al.*, 1973).

En cuanto al tensor momentum-energía, supondremos que los campos de materia los podemos describir como un fluido perfecto isotrópico y homogéneo; entonces

$$T_{\nu}^{\mu} = (\rho, -p, -p, -p) \quad (2.3)$$

¹ A menos de que se indique lo contrario, utilizaremos "Unidades Naturales", i.e. $c = \hbar/2\pi = k = 1$. Igualmente usamos el subíndice 0 para referirnos a valores actuales de las variables.

con r la densidad de energía y p la presión o densidad de momentum.

Si aplicamos la ecuación de continuidad, $T^{\mu\nu}_{;\nu} = 0$ (el punto y coma aquí es derivada covariante), para $\mu = 0$ obtenemos que la conservación de la energía implica

$$d(\rho R^3) = -p d(R^3) \quad (2.4)$$

i.e. la primera ley de la termodinámica siendo R el "radio del Universo"².

Por último, debemos caracterizar el tipo de fluido por una ecuación de estado, es decir una relación entre ρ y p . Para nuestros fines, la supondremos de la forma general

$$p = \omega \rho \quad (2.5)$$

con el único requisito de que w sea una constante independiente del tiempo que especifica si la energía del sistema está dominada por partículas relativistas/radiación ($\omega=1/3$), por campos gravitacionales/materia ($\omega=0$) o por la energía del vacío ($\omega=-1$).

Si introducimos (2.5) en (2.4) e integramos, tenemos que

$$\rho \propto R^{-3(1+\omega)} \quad (2.6)$$

Así pues, las etapas del Universo corresponden a una fase primigenia dominada por la radiación y una fase tardía (hoy), en ausencia de Λ , dominada por materia. El caso de dominio del vacío corresponde a la fase inflacionaria, como veremos.

Una ventaja de utilizar la ecuación de estado de la forma (2.5), es que nos permite describir el Universo en términos de un solo parámetro: $R(t)$. Para hacer esto, construimos el tensor y el escalar de Ricci, utilizando la métrica de R-W (ec. 2.2). Si introducimos el resultado en (2.1), con (2.3) obtenemos que para $\mu=\nu=0$

$$H^2 + \frac{k}{R^2} = \frac{8\pi}{3M_p^2} \rho + \frac{\Lambda}{3} \quad (2.7)$$

donde $H = \frac{\dot{R}}{R}$, el parámetro³ de Hubble; mientras que para la componente $i-i$:

$$H^2 + \frac{k}{R^2} = \frac{8\pi}{3M_p^2} \rho + \frac{\Lambda}{3} \quad (2.8)$$

Estas ecuaciones constituyen las ecuaciones de Friedmann-Lemaître (F-L) y, junto con (2.4) son las herramientas necesarias para la descripción de nuestro sistema. Sin embargo, estas tres ecuaciones no son independientes ya que están acopladas a través de las identidades de Bianchi, luego sólo dos de ellas lo son. Lo más apropiado es utilizar (2.4) y escoger (2.7) entre las ecuaciones de F-L dado que, a diferencia de (2.8), es una ecuación de primer orden.

De otro lado, si dividimos (2.8) por H^2 , para $\Lambda=0$ se tiene

$$\frac{k}{H^2 R^2} = \Omega - 1 \quad (2.9)$$

donde $\Omega = \rho/\rho_c$ y $\rho_c = 3H^2/8\pi G$ es la densidad crítica. Lo que implica que el Universo es cerrado ($k = +1$) si $\Omega > 1$, plano ($k = 0$) si $\Omega = 1$ o abierto ($k = -1$) si $\Omega < 1$.

El parámetro de Hubble es una medida del lapso de tiempo (propio) durante el cual hay algún tipo de dominio particular. Este es un punto fundamental y se puede ver si definimos este tiempo de la manera siguiente:

$$t = \int_0^{R(t)} \frac{dR}{R} \quad (2.10)$$

en cuyo caso tenemos en general (ver Turner & Kolb, 1990)

$$t \propto H^{-1} \quad (2.11)$$

Además podemos ver que si $\Omega = 1$,

$$H^2 \propto \frac{\rho}{M_p^2} \quad (2.12)$$

y, en consecuencia,

$$R(t) \propto t^{\frac{2(1+\omega)}{3}} \quad (2.13)$$

para el caso de dominio de materia y de radiación.

Tomemos ahora el caso que mayormente nos interesará: el del dominio de vacío, i.e. $T_{\mu\nu} = 0$; luego, integrando la ecuación de F-L se obtiene

$$t = \left(\frac{\Lambda}{3}\right)^{-\frac{1}{2}} \arccos h(R) \quad (2.15)$$

² Esta identificación es estrictamente válida únicamente para el caso bidimensional con curvatura positiva, i.e. S^2 .

³ La denominación constante de Hubble es incorrecta a la luz de su definición, por cuanto aunque es constante en el espacio, obviamente no lo es en el tiempo.

lo que para $k=0$ se reduce a

$$R(t) \propto \exp[Ht] \quad (2.16)$$

y, en consecuencia, el Universo se expande muy rápidamente durante un tiempo propio característico $\tau = H^{-1}$. Es posible verificar que este resultado es consistente con tener una presión negativa (!), i.e. $\omega = -1$ en (2.5). A esta época la llamamos inflacionaria y la métrica con estas características fue introducida por el astrónomo holandés Wilhelm de Sitter en 1917.

3. Problemas de la cosmología estándar no inflacionaria

El éxito del modelo estándar de la cosmología, o "Modelo del Big Bang Caliente", se puede remitir a la explicación de las siguientes evidencias observacionales: (1) RCF con una temperatura de aproximadamente 2.7K, isotrópica hasta $o(10^{-5})$ en $\Delta T/T$; (2) expansión universal (flujo de galaxias de Hubble); (3) abundancia de elementos livianos (H:He: todos los otros elementos = 2500:450:8). Sin embargo este modelo presenta serios problemas que motivan el planteamiento de la fase inflacionaria. A éstos suele llamarse problemas de "Suficiente Inflación".

a. El problema de planitud o de entropía. Si bien la métrica de R-W no posee vectores de Killing como de tiempo, en buena aproximación podemos hablar de un equilibrio térmico a nivel local en el Universo. Adicionalmente, las mediciones del espectro de Radiación Cósmica de Fondo (RCF) evidencian un comportamiento planckiano de esta radiación (Mather *et al.*, 1990) que validan nuestra suposición de que el Universo ha estado en equilibrio térmico (para una revisión ver De Greiff, 1992: Apéndice A).

En consecuencia, podemos calcular la densidad de entropía en función de la temperatura:

$$s = \frac{2\pi^2}{45} g_s(T) T^3 \quad (3.1)$$

donde $g_s(T) = \sum_B g_B \left(\frac{T_B}{T}\right)^3 + \frac{7}{8} \sum_F g_F \left(\frac{T_F}{T}\right)^3$, i.e. la contribución de grados de libertad espinoriales tanto de bosones como de fermiones (el 7/8 se debe a la diferencia entre la estadística bosónica y fermiónica).

Teniendo en cuenta que las partículas que contribuyen de manera significativa en el cálculo de $g_s(T)$ hoy (dentro de un modelo de partículas no exóticas), son las tres especies de

neutrinos y los fotones, y que el cociente de la temperatura de los primeros con respecto a los segundos es $\left(\frac{T_\nu}{T_\gamma}\right)_0 = \left(\frac{4}{11}\right)^{1/3}$, se puede hacer un estimativo de la densidad actual de entropía por volumen comoviente a partir de $T_\gamma \approx 2.73K$:

$$s_0 \approx \left(\frac{2\pi^2}{45}\right) (3.90)(2.73) \approx 2800 \text{cm}^{-3}$$

Dado que la entropía dentro de un volumen comoviente (tamaño físico al cubo del horizonte) es

$$S_0 = s_0 d_H^3 \quad (3.2)$$

donde d_H es la distancia física al horizonte (intervalo como de luz), y que

$$d_H(t_0) = 2ct_0 = \frac{2c}{H_0} \approx 12000 \text{Mpc} \approx 10^{28} \text{cm}$$

tomando $H_0 = 50 \text{Km/s.Mpc}$ (Tammann, 1994) obtiene

$$S_0 = 10^{88}$$

Ahora bien, nuestra estructura a gran escala y el espectro de RCF parecen evidenciar que hemos sufrido una expansión adiabática, por consiguiente el valor actual de la entropía es una *condición inicial* de nuestro Universo, i.e. el problema de entropía. Además, la condición de 'adiabaticidad' implica que $R_0 T_0 = RT$, por lo que, dado que la densidad de energía viene dada por la ley de Stephan-Boltzmann, i.e. $\rho \propto T^4$, podemos reescribir la ecuación de F-L en términos de S y de T ,

$$H^2 = \frac{4\pi^3}{45} g(T) \frac{T^4}{M_P^2} - \frac{k}{S^{2/3}} \left(\frac{2\pi^2}{45}\right)^{2/3} g(T)^{2/3} T^2;$$

donde usamos la condición $dS = 0$; luego, utilizando la definición de (2.9), obtenemos

$$\frac{|1-\Omega|}{\Omega} = \frac{90}{8\pi^3} \left(\frac{2\pi^2}{45}\right)^{2/3} g(T)^{-1/3} S^{-2/3} \left(\frac{M_P}{T}\right)^2 \quad (3.3)$$

Esto implica que $R_0 T_0 = RT$ varía de 10^{-15} a 10^{-49} cuando la temperatura pasa de los MeV a 10^{14} GeV, i.e. $\Omega \approx 1$ siempre, dado el valor tan grande de S . Por ésto el problema del valor inicial de la entropía es equivalente al problema de planitud: ambos problemas se refieren a las condiciones iniciales que requiere el modelo estándar no inflacionario para dar cuenta de un valor tan grande de la entropía hoy.

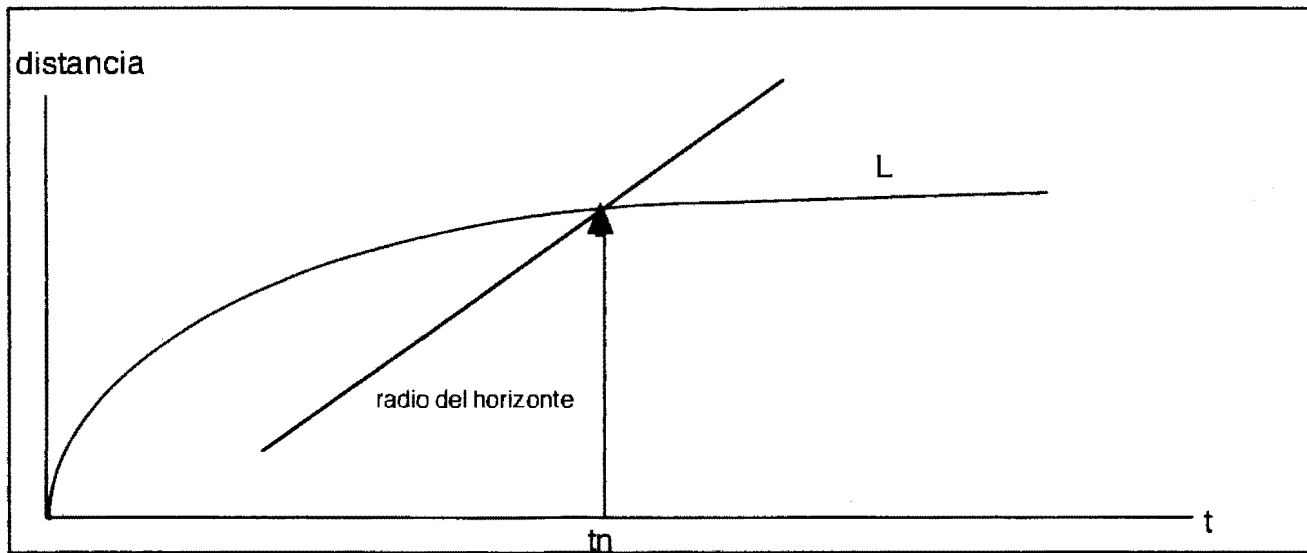


Figura 1. En algún momento durante el Universo primigenio el radio del horizonte es menor a la distancia entre puntos que, de acuerdo con la isotropía de la RCF, debieron estar en contacto causal.

b. *El problema del horizonte o de isotropía*. Según los experimentos realizados bien sea en tierra, globos y satélites, la RCF es isótropa hasta un nivel de $30\mu K$, en escalas angulares que van de 0.5° a 90° . Sin embargo, mientras $d_H \propto 2t$, la distancia a un punto cualquiera que, en el tiempo t entra a nuestra región del Universo observable, $L = L_0 \frac{R(t)}{R_0} = \sqrt{t}$.

Por consiguiente, tendremos lo que se muestra en la figura 1, i.e. regiones que hoy se encuentran dentro de una región causalmente conectada no estuvieron en contacto causal en etapas tempranas del Universo, cuando debió producirse la termalización isotrópica que hoy observamos.

Para ver esto de forma explícita, es oportuno hacer el cálculo del ángulo de separación correspondiente a regiones causalmente conectadas en el momento de desacople radiación-materia.

⁴ Un punto importante es que el factor $R(t)$ juega las veces de "escalador espacial" de distancias físicas, es decir, si para $t=t_1$ la distancia física entre dos puntos es $l(t_1)$, entonces en un tiempo posterior $t=t_0$ su distancia física será $l(t_0) = R(t_0) l(t_1)$.

Una consecuencia de lo anterior es que el cociente entre las longitudes de onda de un fotón emitido en $t=t_1$ y recibido en $t=t_0$ viene dado por

$$\frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{R(t_0)}{R(t_1)} = 1+z$$

que define el factor de corrimiento al rojo z y de donde se sigue la ley de Hubble.

Utilizando la relación entre el radio coordenado de un punto, r , y su correspondiente corrimiento al rojo z^4

$$r_0 \int_{r_1}^{\infty} \frac{dr}{\sqrt{1-kr^2}} = \int_{R_1}^{R_0} \frac{dR(t')}{R(t')R(t')}$$

se obtiene, para $k=0$ ($\Omega=1$),

$$\int_{r_e}^{r_0} dr_1 = \int_{z_e}^{z_0} \frac{dz}{R_0 H_0 (1+z)^{3/2}} \tag{3.4}$$

siendo r_e la coordenada del emisor y r_0 la del receptor. Con las condiciones $r_e=0, z_e=0$ y $r_0=r_0, z_0=z$, y calculando la distancia física al objeto hoy ($t=t_0$), i.e multiplicando por el factor de escala R_0 (y con $c \neq 1$), se obtiene de (3.4)

$$cR_0 r_0 \equiv d_0 = d_H \left[1 - (1+z)^{-1/2} \right],$$

donde $d_H = 2cH^{-1}$ es la distancia al horizonte.

Para estimar el ángulo subtendido por un objeto con radio a (en el momento de emisión), a una distancia física d_e (cuando el objeto atravesó el cono de luz), se tiene

$$\theta = \frac{2a}{d_e} \tag{3.5}$$

Pero, existe una relación entre d_e y d_0 fijada precisamente por el corrimiento al rojo $(1+z)$:

$$d_e = \frac{d_0}{(1+z)} \quad (3.6)$$

Sin embargo, d_e como tal no es una distancia medible directamente. Para calcular distancias físicas medibles directamente, debemos remontarnos a un método astronómico e introducir la llamada "distancia de luminosidad": si escribimos el flujo de energía por unidad de área, F , emitida por un objeto,

$$F = \frac{L}{4\pi D^2} \quad (3.7)$$

donde L es la luminosidad absoluta, i.e. energía por unidad de tiempo, y D la distancia al objeto. Para espacios de R-W, el área está dada por $4\pi r^2 R(t_0)^2$. Además, durante el intervalo temporal Δ , la energía total emitida es ΔL , pero por el corrimiento al rojo $\Delta_{emitido} \rightarrow \Delta_{recibido} = (1+z)\Delta_{emitido}$; concomitantemente, la frecuencia se reduce en el mismo factor. En consecuencia, la ecuación (3.7) debe ser corregida:

$$F = \frac{L}{4\pi r^2 R(T_0)^2 (1+z)^2}$$

con lo que

$$D(z) = r_0 R(t_0)(1+z) = d_0(1+z) \quad (3.8).$$

Si comparamos (3.8) con (3.6),

$$d_e = D(z)(1+z)^{-2}$$

por lo que la relación (3.5) queda

$$\theta = \frac{2a}{D(z)}(1+z)^2 \quad (3.9)$$

siendo

$$D(z) = 2H_0^{-1} \left[(1+z) - (1+z)^{1/2} \right]$$

Por último, a se puede estimar como $2ct_d$ con lo que finalmente la distancia angular requerida para el momento de desacople es (con: $(1+z_d) \approx 1100$, $t_d = 4.39 \times 10^{12} s$, $H_0^{-1} = 3.0856 \times 10^{17} s$)

$$\theta = \frac{t_d}{H_0^{-1}} \left[(1+z_d) - (1+z_d)^{1/2} \right]^{-1} (1+z_d)^2 \approx 0.8^\circ \quad (3.10);$$

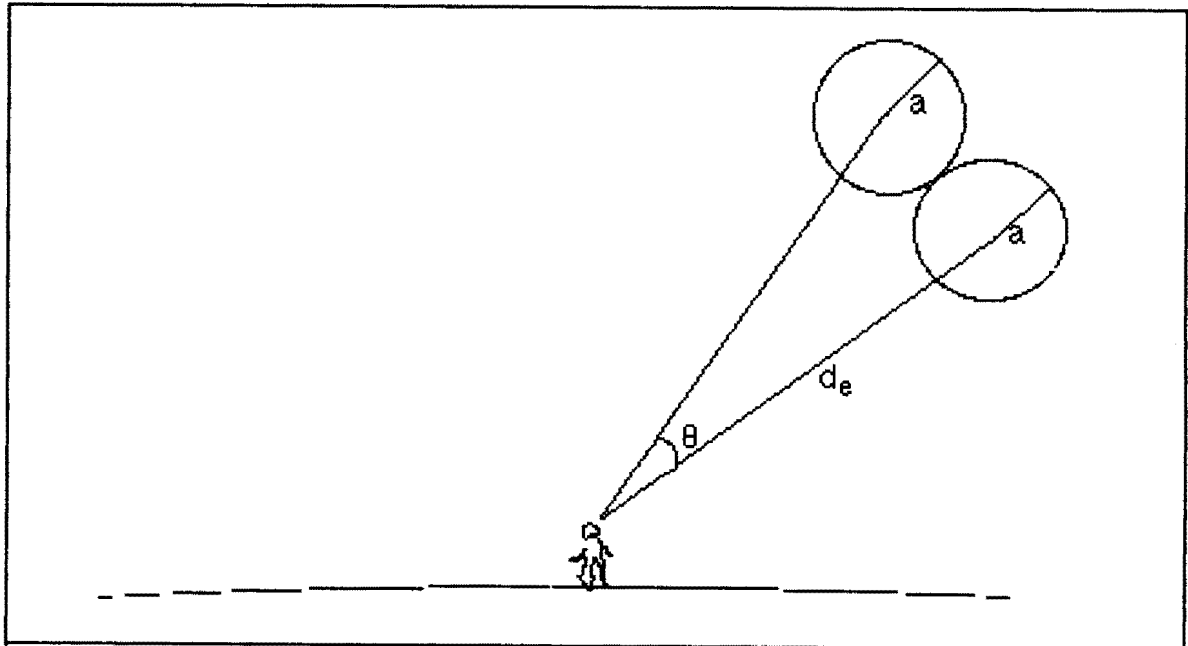


Figura 2. En el modelo estándar no inflacionario, dos puntos separados una distancia angular mayor a 0.8° no habrían estado en contacto causal, de modo que sus temperaturas deberían ser muy diferentes; sin embargo, la RCF es isotrópica. d_e es aquí la distancia correspondiente al momento de nucleosíntesis y a la distancia del horizonte de los puntos en ese mismo momento.

esto significa que, dado que la distancia de Hubble en el momento de desacople subtende un arco máximo de 0.8° , no debería haber correlación de temperaturas entre puntos separados una distancia angular mayor como se muestra en la figura 2.

Como se ve, regiones que hoy se encuentran dentro de nuestro radio del horizonte estuvieron causalmente desconectadas entre sí en épocas tempranas; no obstante, la RCF es isótropa en al menos una parte en 10^5 (Smoot, 1992) en todas las direcciones. Si comparamos el valor de la entropía en un radio del horizonte hoy y en el momento de recombinación, t_n , entonces en nuestro volumen de Hubble debe haber 10^5 regiones desconectadas, lo que significa que dado que la distancia de Hubble en el momento de recombinación subtende un arco máximo de 0.8° , no debería haber correlación de temperaturas de puntos separados una distancia angular mayor.

c. *El problema de monopolos magnéticos*. Las Teorías de Gran Unificación (TGU) contienen, dentro de su espectro de partículas, monopolos magnéticos del tipo predicho por 't'Hooft (1974) y por Polyakov (1974) de masas muy grandes ($M_m \approx M_X / \alpha \approx 10^{17}$ donde M_X es la masa del bosón X y α la constante de acople de gran unificación).

Estos "objetos" son topológicamente estables y su tasa de producción se da íntimamente relacionada con la transición de fase que permite el Rompimiento Espontáneo de Simetría (RES) (Nanopoulos, 1983).

Podemos escribir la densidad de monopolos producidos en TGU como (Ellis, 1978)

$$(n_m)_{T_C} \approx \frac{1}{(\xi_C)^3}$$

donde ξ_C es la longitud de correlación del campo Higgs (responsable del RES) a la temperatura crítica T_C . Dado que $\xi_C \leq ct_C$, la distancia al horizonte, y con un estimativo del tiempo crítico característico, $t_C \approx M_p / T_C^2$, se tiene que teóricamente

$$\left(\frac{n_m}{n_\gamma}\right)_0 \geq \alpha(10^{-10}). \quad (3.11)$$

Sin embargo, dado que la proporción total de monopolos no puede ser mayor a la de materia bariónica,

$$n_m M_m \leq \alpha(n_B m_B)$$

siendo n_B y m_B la densidad y la masa de bariones respectivamente, tenemos que (Nanopoulos, 1983)

$$\left(\frac{n_m}{n_\gamma}\right)_0 \leq \frac{m_B n_B}{M_m n_{\gamma 0}} \approx 10^{-17} 10^{-10} \approx 10^{-27} \quad (3.12)$$

lo que claramente muestra una preocupante discrepancia (ec. 3.11 y 3.12) de 17 órdenes de magnitud entre la predicción teórica y la cota experimental.

d. *El problema de la Unicidad del Universo*. Esta es probablemente la cuestión más profunda a la cual aspira dar respuesta la física teórica y se refiere al esfuerzo por explicar por qué es el Universo tal como se presenta a nivel de lo que vemos, i.e. como nuestros instrumentos lo miden.

Este problema se refiere, en su versión más débil, al valor de las "Constantes Universales" (G, c, h, α , etc.) que puedan predecir las teorías de renormalización para espacios curvos, i.e. donde los efectos gravitacionales son importantes ($T \approx M_p \approx 10^{19}$ GeV). La pregunta de fondo es entonces ¿Por qué son los valores experimentales de las "Constantes Universales" precisamente esos?

Sin embargo hay cuestiones aún más profundas por ser explicadas. Por ejemplo, en teorías con $dim > 4$ (entre las cuales se enmarcan las de supercuerdas), e.g. $dim = 10$, donde el proceso de reducción de dimensiones se realiza a través de compactificación, el resultado final $dim = 4$ no es único. Son posibles modelos con otras dimensiones. Entonces ¿Por qué nuestro Universo es de cuatro dimensiones?

El problema mayormente aludido en la literatura, relacionado con la Unicidad del Universo, se refiere al hecho de que, en la ecuación de campo de Einstein, la transformación $T_{\mu\nu} \rightarrow T_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu}$ no altera la invariancia de las ecuaciones por cuanto la derivada covariante de $g_{\mu\nu}$ es siempre cero. Sin embargo, el valor experimental estimado para la constante Λ es prácticamente. ¿Por qué esta constante fundamental es exacta o prácticamente cero? Ese es el "Problema de la Constante Cosmológica".

Similarmente, se puede preguntar por qué la simetría de bajas temperaturas (hoy) corresponde al grupo $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$, si bien es sabido que el proceso de ruptura de simetrías no es único; por ejemplo, $SU(5)$ puede romperse en $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$, i.e. el modelo electrodébil; pero también es posible que antes pase por un vacío intermedio con simetría $SU(4) \otimes U(1)$ (Nanopoulos, 1983).

4. La energía del vacío y la constante cosmológica

Hasta el momento nos hemos referido a Λ como una constante que, si se introduce dentro de las ecuaciones de F-L, el factor de

escala $R(T)$ crece exponencialmente. Además, podemos ver que este crecimiento es consistente con $\omega = -1$ en la ecuación de estado, i.e. Λ actúa como una presión negativa, lo que implica que la densidad de energía ρ permanece constante (2.6). Cómo se justifica la introducción de dicha constante y el significado que se le asigna es la cuestión que sigue.

La idea central es suponer que el Universo ha pasado a lo largo de su "historia" por una serie de estados, cada uno caracterizado por un tipo de simetría particular que determina el tipo de interacciones admitidas en el sistema. El parámetro clave es la energía del mismo y el paso de un tipo de simetría a otra se da a través de un RES (para una revisión ver **Bailin & Love, 1986**). Podemos esquematizar la evolución así:

$$G \longrightarrow G_n \longrightarrow \dots \longrightarrow G_0$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ & & M_n & & M_{n-1} & & M_0 \end{array}$$

donde G_0 es el grupo de simetría actual y G el "grupo original"; M_i es la escala de energía a la cual se rompe la simetría $i+1$ -ésima, y corresponde básicamente a la masa de los bosones intermediarios de las nuevas interacción. A partir

de la unificación de las interacciones electromagnética y débil (**Weinberg, 1967; Salam, 1968; Glashow, 1958**), sabemos que $G_1 = SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ y que $G_0 = SU(3)_C \otimes U(1)_{E.M.}$ de tal modo que c hace referencia a la fuerza fuerte (cromodinámica cuántica) y $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ describe la interacción electrodébil. La escala de energía es del orden de la masa del bosón W , i.e. $M_W \approx 100$ GeV.

Bajo la suposición de que a escalas de energía más altas de la actual se restaura un tipo de simetría "más fundamental", se asume que existe un grupo G donde sólo existe un tipo de interacción y, por consiguiente, una sola constante de acople. Estos modelos son justamente los que se llaman Teorías de Gran Unificación (TGU).

El RES está basado en el mecanismo de Higgs (**Bailin & Love, 1986**), donde se supone la existencia de un campo (el campo Higgs) que, en la fase de mayor simetría, tiene un valor esperado del vacío igual a cero, $\langle \phi \rangle = 0$. Este campo está sometido a un Potencial Efectivo (PE) que tiene como característica fundamental que depende de la temperatura tal y como se muestra en la figura 3.

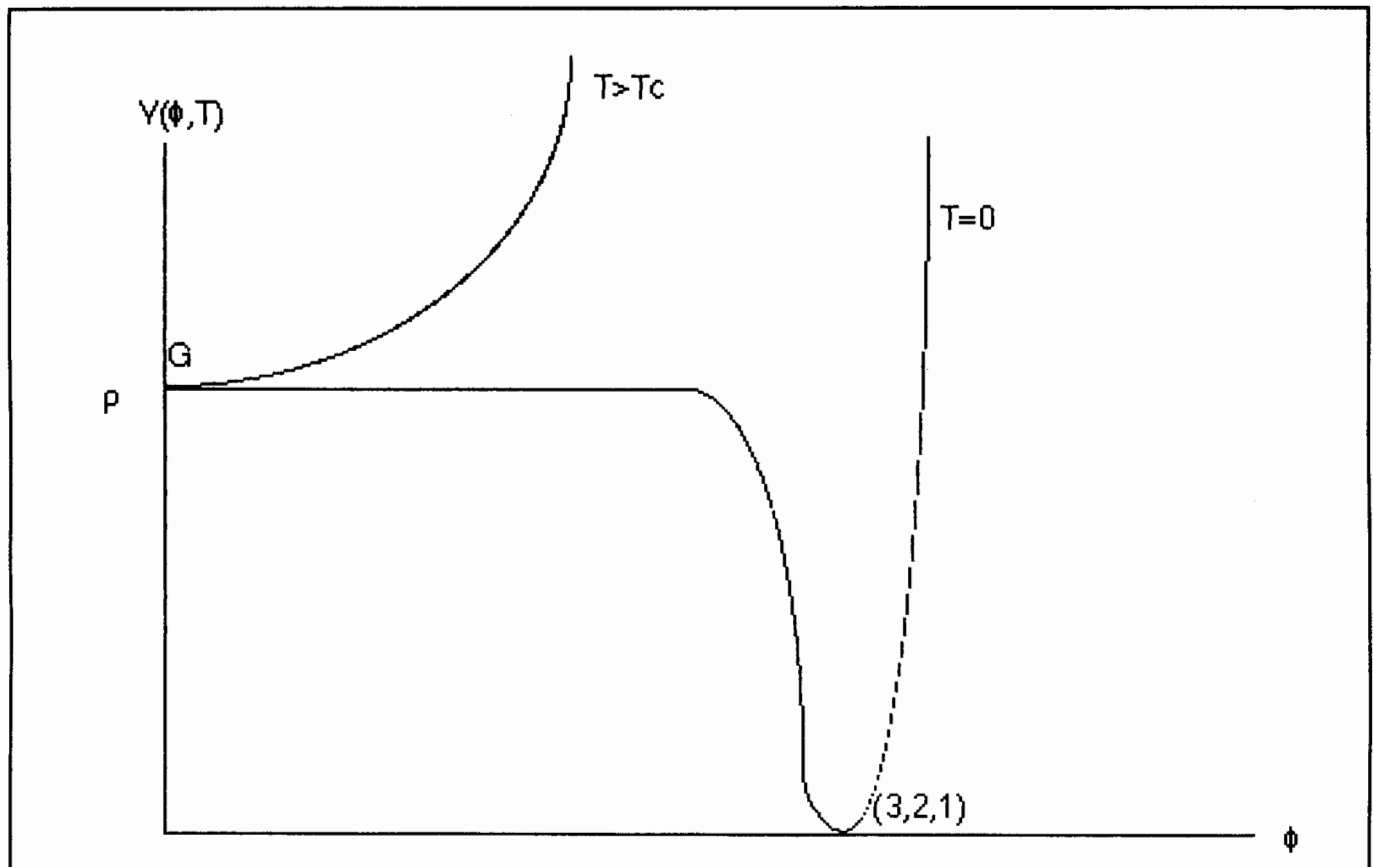


Figura 3. Potencial efectivo del campo Higgs.

Así pues, para temperaturas muy altas $\langle \phi \rangle = 0$ (simetría G) es estable, mientras que, cuando la temperatura alcanza un valor crítico T_c (escala de energía para RES), el sistema presenta dos mínimos estables; finalmente, cuando $T < T_c$, $\sigma \neq 0$ es el mínimo global mientras que cero es un mínimo local. Ya que el sistema tiende al mínimo estado de energía, cuando la temperatura desciende hasta $T < T_c$, se instaura una nueva simetría.

La adquisición de un valor esperado del vacío distinto de cero implica un RES por cuanto las partículas intermediarias de las posibles interacciones bajo la nueva simetría adquieren una masa proporcional a $g\langle \phi \rangle$ (g la constante de acople), i.e. aparece un nuevo tipo de interacción mediado por estos "nuevos bosones masivos".

La naturaleza misma del campo Higgs se desconoce, pero el punto central aquí es que el valor esperado del vacío es cero cuando el grupo de simetría es G, y cuando $\langle \phi \rangle = \sigma \neq 0$ la simetría se rompe al nuevo grupo G_n .

Como ya se ha señalado, la escala de energía para el modelo electrodébil es $\alpha(100\text{GeV})$. En principio, para el caso de TGU, puede ser cualquiera, sin embargo dado que para energías superiores a la masa de Planck los efectos gravitacionales pueden ser significativos y que en este contexto no pretendemos unificar esta interacción, supondremos que $M < M_p$.

La cota inferior de M viene dada por la masa de los bosones intermediarios de la nueva simetría; si admitimos un rompimiento de la forma

$$G \longrightarrow SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \longrightarrow SU(3)_C \otimes U(1)_{E.M.} \quad (4.1)$$

entonces, según el grupo de renormalización, $M \approx M_X \approx \alpha(10^{15})$ (ver Halzen & Martin, 1983), donde M_X es la masa de los bosones X e Y encargados de producir barigénesis por decaimientos de quarks.

En este modelo debemos notar que mientras $\langle \phi \rangle = 0$ no hay campos de materia presentes, luego la única contribución proviene de la energía del vacío contenida en el PE del campo Higgs. Entonces hacemos la asignación

$$\langle 0 | T_{\mu\nu} | 0 \rangle = \Lambda g_{\mu\nu} \quad (4.2)$$

y

$$\Lambda \equiv \frac{8\pi}{M_p^2} V(\phi=0) \approx \alpha \left(\frac{T_c^4}{M_p^2} \right) \quad (4.3),$$

donde $|0\rangle$ es el estado de vacío; para la segunda igualdad hemos hecho uso de $\rho \approx V(0) \approx T^4$ (ley de Stephan-Boltzmann).

Debemos recalcar que la transformación $T_{\mu\nu} \longrightarrow T_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu}$ no viola la covariancia de las ecuaciones y por consiguiente tampoco la ley de conservación (2.4), de manera que aunque nosotros hemos introducido la contribución del vacío en un término independiente en (2.1), estrictamente puede incorporarse dentro del tensor momentum-energía, teniendo en cuenta que los efectos cuánticos son significativos para las contribuciones de punto cero.

Por último es necesario recordar que la existencia de una energía del vacío no sólo permite introducir un "marco natural" para el RES, sus efectos han sido medidos en otros sistemas, e.g. efecto Cassimir, (Aitchinson, 1985).

5. Solución a los problemas de "Suficiente Inflación": primeros requisitos

Hasta aquí el panorama es el siguiente: por un lado es posible, a través de la introducción de Λ en las ecuaciones de Einstein, producir una expansión exponencial del Universo (ec. 2.15-2.16); del otro, se tiene que el Universo da evidencia de ser plano, isótropo y con ausencia de monopolos magnéticos (al menos hasta límites muy cercanos a cero). La pregunta es entonces ¿un crecimiento fuertemente acelerado del factor de escala proporciona un Universo como el que observamos? ¿Es posible, a través de la incorporación de una energía del vacío, hacerle frente a los problemas de la cosmología estándar (Sección 3)?

La respuesta es, en principio, sí; pero se deben imponer algunas condiciones a esta expansión. Para entender este punto es necesario que entendamos el proceso de RES como una transición de fase de un sistema termodinámico. En el caso de nuestro sistema particular, el parámetro de orden es el valor esperado del campo Higgs ($\langle \phi \rangle$) y la energía libre es el PE.

Por lo descrito en párrafos anteriores, cuando $T < T_c$ el valor esperado del campo es σ y por consiguiente la transición de fase se produce. Al mismo tiempo, mientras la configuración energética del Universo se encuentra en el falso vacío, la métrica viene dada por la de de Sitter. Este crecimiento exponencial implica un super-enfriamiento del sistema ya que $T \propto R^{-1}$.

Sin embargo, dado que se ha producido una transición de fase, la energía almacenada en el PE ha de convertirse en calor latente que se libera una vez el sistema entra en la nueva fase (simetría). La liberación de este calor latente recalienta el Universo hasta una temperatura del orden de la temperatura

crítica, i.e. termodinámicamente, una vez termina la superexpansión (super-enfriación) comienza un proceso de recalentamiento de $T = 0$ a $T \approx T_C$, lo que conlleva a un aumento de la entropía en un factor igual al de la expansión, i.e. el recalentamiento no es un proceso adiabático, lo que es clave para la solución de los problemas enunciados:

$$(R_0^3 S_0) = Z^3 (R^3 S) \quad (5.1)$$

donde

$$Z = \frac{R(t_f)}{R(t_c)} \quad (5.2)$$

con t_c el instante en que comienza la inflación y t_f en el que termina, de modo que la densidad entropía por volumen comoviente es constante.

El punto fundamental ahora es determinar qué valor debe tomar Z en (5.2) para cumplir con los requisitos que imponen los problemas referidos a Suficiente Inflación.

a. *El problema de planitud o de entropía*. De acuerdo con (3.1), (3.2) y con un estimativo del radio del horizonte $\alpha(H^{-1})$, cuando la inflación empieza, el valor de la entropía dentro de una región causalmente conectada es

$$S_i = T_C^3 (H^{-1})^3 \approx 10^{14}$$

i.e. $S_i = S_0$; durante el proceso de recalentamiento (5.1) es válida y, en consecuencia

$$S_f = Z^3 \alpha(10^{14}) = (\exp(H\Delta t))^3 \alpha(10^{14})$$

Entonces,

$$H\Delta t = N \approx 60 \quad (5.3)$$

es suficiente para solucionar el problema de la entropía, i.e. $S_f = S_0 \approx 10^{88}$.

Además usando la ecuación de F-L (ecs. 2.12 y 4.2-4.3),

$$H \approx \sqrt{\Lambda} \approx \frac{\rho}{M_p}$$

con ρ la densidad de energía del vacío, y además la ley de Stephan-Boltzmann, la duración de la fase inflacionaria debe ser

$$\Delta t \approx \frac{M_p}{T_C} 60 \approx 10^{-9} (\text{GeV})^{-1} \approx 10^{-36} \text{ s} \quad (5.4)$$

para $T_C = 10^{14} \text{ GeV}^5$.

b. *El problema del horizonte o de isotropía*. Asumiendo que en etapas muy tempranas (antes de la inflación) el Universo estaba dominado por radiación, de acuerdo con (2.13) y la definición de H ,

$$H^2 \approx \frac{1}{2} t^{-2},$$

y usando la ecuación de F-L, la inflación comienza en un tiempo crítico

$$t_c \approx \alpha(1) \left(\frac{M_p}{T_C^2} \right) \approx 10^{-36} \text{ s} \approx 10^8 t_p \quad (5.5)$$

donde t_p es el tiempo de Planck

$$t_p = \left(\frac{h}{2\pi M_p^2 c^5} \right) = 5.3904 \times 10^{49} \text{ s}.$$

Entonces, el tamaño físico del horizonte en este tiempo es

$$d_H(t_c) \approx ct_c = 10^{-40} (\text{GeV})^{-1} \approx 10^{-25} \text{ cm}$$

Pero, si el Universo sufre una expansión exponencial, con la condición impuesta por el problema de entropía (ec. 5.3), después de la inflación la distancia a un punto que se encontraba en el borde del universo causalmente conectado será

$$d_H(t_c + \Delta t) = Z d_H(t_c) \approx 10^4 \text{ cm} \quad (5.6).$$

Luego, mientras el radio del horizonte observable después de la inflación es $c(t_c + \Delta t) \approx 10^{-22} \text{ cm}$, las regiones que en algún momento estuvieron causalmente conectadas son muchísimo más grandes (ec. 5.6). Dicho de otra manera, lo que hace la inflación es sacar del horizonte puntos que causalmente estuvieron conectados, de tal modo que cuando entran nuevamente a éste ya han sido termalizados gracias a que han estado en contacto térmico antes de que el Universo se infle (Fig. 4).

c. *El problema de monopolos magnéticos*. Dado que el cociente de la densidad de monopolos magnéticos a la densidad

⁵ La escogencia de esta temperatura crítica responde a los requisitos exigidos por el grupo de renormalización de la Teoría de Gran Unificación. De acuerdo con las estimaciones realizadas la escala de energía donde se restablece la simetría de Gran Unificación, T_C , debe ser del orden de $(10^{14} - 10^{15}) \text{ GeV}$.

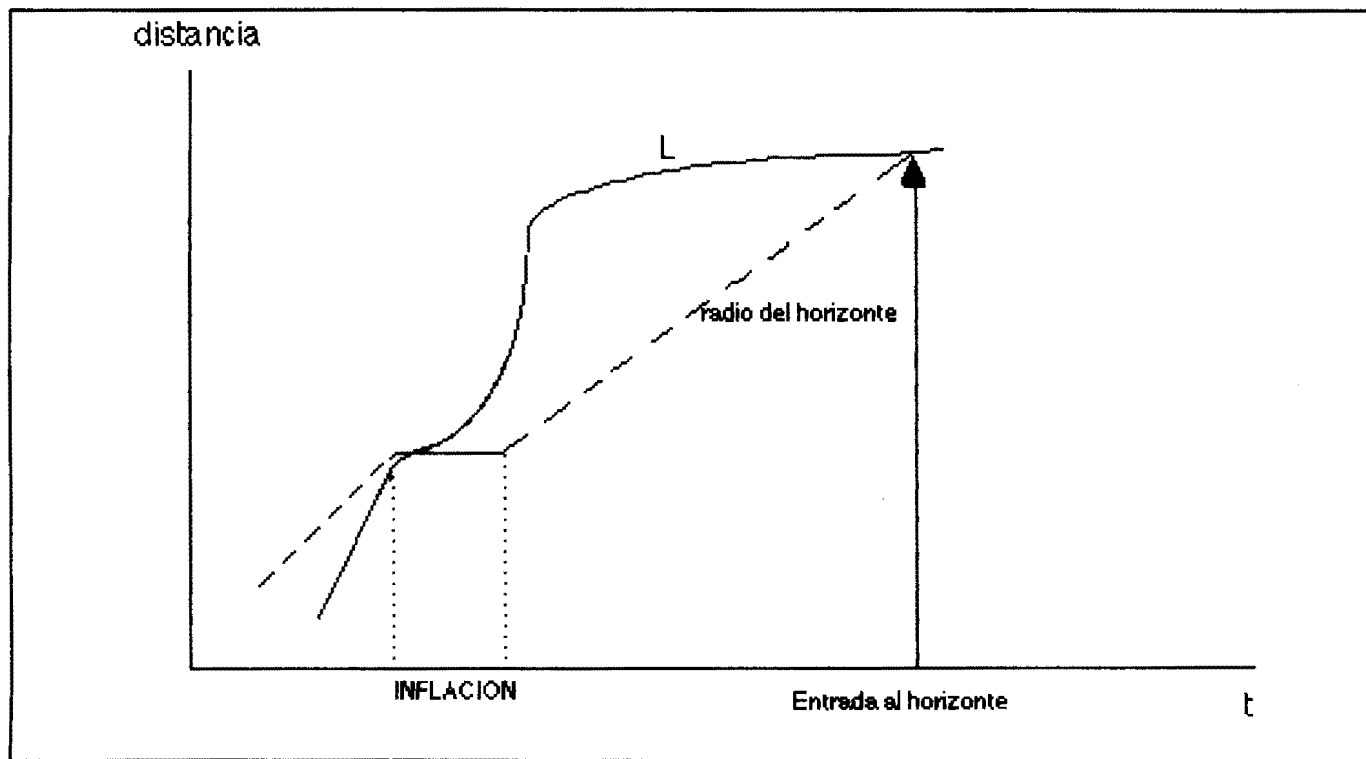


Figura 4. Regiones que antes de inflación se encuentran causalmente conectadas, salen del radio del horizonte durante la expansión exponencial. Después de algún tiempo, estos puntos vuelven a entrar al horizonte y, ya que han estado en contacto causal han quedado termalizados.

de fotones se puede escribir en términos de la densidad de entropía ($n_\gamma \propto s$), i.e. n_m/s , entonces tenemos que (con $n_m \propto a^{-3}$) después de la inflación

$$\left(\frac{n_m}{s}\right)_f = Z^{-3} \left(\frac{n_m}{s}\right)_i$$

donde los subíndices i y f denotan los estados antes y después de la inflación respectivamente; con la condición (5.3), todos los monopolos producidos antes de inflación se diluyen quedando un promedio de 1 por radio de horizonte observable. Vale decir que este efecto sobre la abundancia de monopolos es válido para todas las demás partículas producidas antes de la inflación, de modo que, cualquier abundancia actual, e.g. bariones/antibariones, debió generarse después de la inflación (!).

d. El Problema de Unicidad del Universo. Este problema definitivamente no se soluciona con la simple introducción de una etapa durante la cual el factor de escala crezca de manera exponencial. Se sabe, en cambio, que es necesario introducir hipótesis aun más fuertes, tales como la existencia de una ecuación de onda del Universo como la postulada por Wheeler-De Witt (ver, por ejemplo, Misner *et al.*, 1973).

No nos extenderemos más en este problema, por cuanto hasta donde son admisibles los modelos teóricos, parece que este problema aun no tiene solución plausible. No obstante, debemos mencionar una nueva alternativa que ha sido sugerida por una nueva versión del modelo inflacionario. Se trata de la Inflación Caótica (Linde, 1990) y de los modelos de "Universos Bebés" introducidos por Hawking. Su relación con el Modelo del Estado Fijo (o Estacionario), desarrollado desde hace más de cuarenta años por Hoyle, Gold y Bondi entre otros (Bondi, 1951), es francamente desafiante para los seguidores del paradigma del Big Bang (todos!) (Linde, 1990; 1994).

6. La propuesta original y pre-paradigmática: "vieja inflación"

En la literatura de la cosmología moderna (e.g. Börner, 1988; Turner & Kolb, 1990), se le atribuye la postulación del modelo inflacionario original a Alan Guth (1981). No obstante, el primer modelo inflacionario data de mediados de la década del sesenta y se debe al físico soviético, del Instituto Tecnológico de Moscú, Erast Gliner (1965).

Para esquematizar este modelo, es posible enunciar las hipótesis en que se basa (Linde, 1994):

- H-1. El Universo es muy caliente en sus etapas tempranas.
 H-2. Existe un campo tal que a altas temperaturas su valor promedio ($\langle \phi \rangle$) es cero y para temperaturas menores a cierto valor crítico, distinto de cero.
 H-3. La transición de $\langle \phi \rangle = 0$ a $\langle \phi \rangle = \sigma \neq 0$ es instantánea.
 H-4. Antes de que se produzca la transición de fase, el Universo se expande exponencialmente (inflación) y se superenfía.
 H-5. El recalentamiento del Universo se produce por colisión de burbujas donde se ha roto la simetría.

De estas cinco hipótesis, las dos primeras se mantienen en el "nuevo" modelo inflacionario. En cuanto a las tres últimas, las consecuencias de ellas derivadas obligan a desecharlas.

En el modelo de Guth, el PE es de la forma esquematizada en la figura 3, luego, el crecimiento exponencial se da justamente mientras $\phi = 0$. ¿Cómo pasa el campo de este valor nulo a $\sigma \neq 0$? En principio, son posibles dos medios: efecto túnel cuántico y fluctuaciones térmicas (o una combinación de ambas). La segunda alternativa es definitivamente ineficiente (Witten, 1981). Entonces, el mecanismo que queda es el efecto túnel (H-3); así pues, el panorama que ofrece este modelo es el siguiente: mientras el campo está atrapado en el falso vacío, en algunas regiones ("nucleos", para utilizar el lenguaje termodinámico), i.e. burbujas, el campo pasa del falso al verdadero vacío, i.e. de la fase de alta temperatura a la de baja temperatura. En asocio con la transición de fase de primer

orden, a este proceso se le llama "nucleación" refiriéndose a la formación de nucleos donde $\langle \phi \rangle = \sigma$ (RES).

El primer problema que plantea este modelo es que la "rata de nucleación" (la velocidad con las que se forman burbujas en la nueva fase) es demasiado lenta, de modo que no alcanza el valor crítico necesario para terminar la inflación (Börner, 1988). En segundo lugar, este modelo no permite termalizar el Universo. La razón es la siguiente: en una transición de fase de primer orden, como se supone ésta, la energía de las regiones con nueva simetría se concentra muy rápidamente en las paredes, de modo que estas adquieren una velocidad cercana a la de luz, mientras que al interior la entropía es muy baja. La alternativa para recalentar al Universo es entonces a través de la colisión de burbujas, transformando su energía cinética en energía térmica. No obstante, la "rata de percolación" es sumamente baja (Hawking, 1982).

Entonces, si la versión inflacionaria original fuese correcta tendríamos el siguiente panorama: dado que la nucleación producida a $T \rightarrow 0$ es muy baja y que no hay un mecanismo efectivo de colisión, el Universo debería presentarse como grandes burbujas con muy baja entropía en su interior (regiones en la nueva fase) rodeadas por una región en la vieja fase (Fig.5), i.e. H-5 falla.

En consecuencia se perfilan las siguientes alternativas:

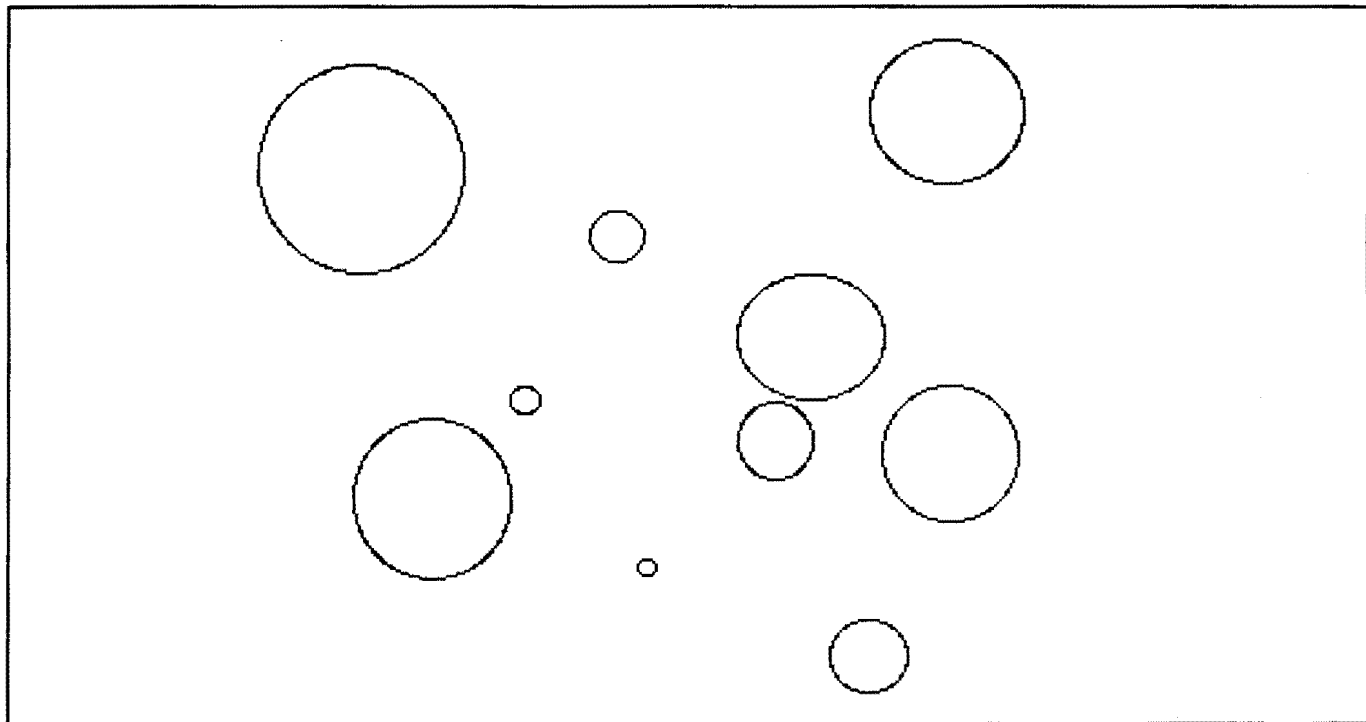


Figura 5. En la "vieja inflación" el Universo presentaría burbujas con enormes vacíos interiores y materia concentrada en las paredes. El espacio inter-burbujas estaría en la antigua fase. Luego, el panorama de este Universo se asemeja al de un queso Emmental y no al Universo con distribución homogénea que observamos al menos a grandes escalas.

1. Abandonar la aproximación hecha para calcular la rata de nucleación, i.e. el método de Callan y Coleman (1977)
2. Introducir efectos gravitacionales (Abbott, 1981)
3. Trabajar con los parámetros de SU(5) escogiendo las condiciones de Coleman-Weinberg (C-W)⁶.

7. "Nueva Inflación" y Potencial Efectivo de Coleman-Weinberg

A raíz de los problemas señalados, incluso por el mismo Guth (1981) en el artículo en que se expone este modelo, Linde (1982), Albrecht & Steinhardt (1982) propusieron, de manera separada, una nueva versión de la inflación.

Dado que el principal problema se debe a que el RES se realiza a través de una transición de fase de primer orden, con un salto discontinuo del parámetro de orden (H-3) —el valor esperado del campo en este caso—, la "nueva inflación" propone una evolución continua, y lenta del campo, desde el falso hasta el verdadero vacío. A través de una aproximación semiclásica, en la que se admiten fluctuaciones cuánticas pero mucho más pequeñas que el valor medio del campo, se obliga al potencial a ser lo más plano posible cerca al valor inicial del campo.

La condición de aproximación semiclásica implica que el comportamiento del campo está regido por la ecuación de Klein-Gordon,

$$\square \phi = -\frac{\partial V}{\partial \phi}$$

La expresión correspondiente al dalambertiano, para una métrica de R-W, viene dada por la siguiente ecuación de movimiento del campo:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} - \frac{1}{R^2} \nabla^2 \phi = -\frac{\partial V}{\partial \phi} \tag{7.1}$$

donde el punto establece derivada temporal. El término espacial disminuye como R⁻², lo que en el caso de un espacio de de Sitter implica que decrece de manera exponencial (e^{-2Ht}), luego el campo escalar Higgs es homogéneo al menos en regiones causalmente conectadas; el término 3Hφ actúa efectivamente como un término de rozamiento. La forma

de la ecuación (7.1) es idéntica a la de una partícula puntual rodando por una colina con un factor de rozamiento dado por el segundo término; de aquí que a esta fase se le llame de rozamiento suave o lento (*slow rollover*).

Pero, si se espera que el campo ruede lentamente, el término de aceleración en la ecuación (7.1) debe ser despreciable comparado con el término de fricción; en tal caso la ecuación de movimiento se reduce a

$$\dot{\phi} = -\frac{V'(\phi)}{3H} \tag{7.2}$$

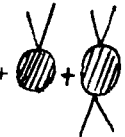
Esta expresión, para ser aplicada a un modelo particular, exige conocer el PE. La exigencia de un potencial muy plano en el origen y compatible con un término de autointeracción en el lagrangiano de la forma λφ⁴ sugiere incorporar el mismo tipo de potencial que produce RES en el modelo estándar de partículas (Coleman, 1973, Coleman & Weinberg, 1973).

Si se considera el lagrangiano

$$L(\phi) = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} \mu^2 \phi^2 - \frac{1}{4!} \lambda \phi^4 + \frac{1}{2} A \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} B \phi^2 - \frac{1}{4!} C \phi^4 \tag{7.3}$$

donde A, B y C son los contratérminos necesarios para que la teoría sea renormalizable. Dado que A no está relacionado con el PE, tenemos que

$$V_{\text{eff}}^{(1)}(\phi_c) = \frac{\lambda}{4!} \phi_c^4 + \frac{1}{2} B^{(1)} \phi_c^2 + \frac{1}{4!} C^{(1)} \phi_c^4 + \text{diagramas} \tag{7.4}$$



Aquí B⁽¹⁾ y C⁽¹⁾ son los contratérminos a orden (ħ/2π). Los diagramas que aparecen son las contribuciones radiativas. En este punto se debe recordar que los momenta externas son cero (las piernas externas están cortadas para la Acción Efectiva y el PE). En consecuencia, podemos escribir explícitamente la suma de estos gráficos en (7.4), recordando que por cada línea externa hay un factor de φ_c y por la indistinguibilidad de líneas otro 1/2n (n es el número de vértices) (Branderberger, 1985). Entonces la suma de gráficos es

$$i \sum_{n=1}^{\infty} \int \frac{dk^4}{(2\pi)^4} \frac{1}{2n} \left[\frac{1}{2} \lambda \phi_c^2 \right]^n = \frac{1}{2} \int \frac{dk_E^4}{(2\pi)^4} \ln \left(1 - \frac{1}{2} \lambda \phi_c^2 \right)$$

de modo que en la última igualdad se hizo una rotación de Wick al espacio euclidiano. De otro lado, note que cada uno de los

⁶En el artículo original de Guth (1981), se hace referencia a esta posibilidad; los cálculos allí aludidos son los realizados por Witten a quien lamentablemente no se le reconoce esta propuesta que más tarde sería la base de la "nueva inflación".

gráficos individuales presenta singularidad infrarroja, pero la suma sólo posee divergencia logarítmica, lo que mejora substancialmente la situación.

Así, para el caso de un campo escalar único, se tiene que el PE a temperatura cero es

$$V_{\text{eff}}^{(1)}(\phi_c) = \frac{\lambda}{4!} \phi_c^4 + \frac{\lambda^2}{256\pi^2} \phi_c^4 \left[\ln\left(\frac{\phi_c}{M}\right)^2 - \frac{25}{16} \right].$$

Teniendo en cuenta que, para los modelos que no incluyen efectos gravitacionales o de estructuras topológicas "exóticas" (e.g. supercuerdas), de las tres componentes que contribuyen en el lagrangiano (bosones de Higgs, fermiones y bosones gauge) sólo son significativos los efectos de los bosones gauge, el PE de tipo C-W para un campo Higgs escalar general, con un lagrangiano de la forma de la ec. 7.3, viene dado por

$$V_{\text{eff}}^T(\phi_c, T) = B\phi_c^4 \left[\ln\left(\frac{\phi_c}{\sigma}\right)^2 - \frac{1}{2} \right] + \frac{1}{2} B\sigma^4 + CT^2\phi_c^2 \quad (7.5);$$

$$B = \frac{3}{64\pi^2} \left[\sum_B g_B \left(\frac{m_B}{\sigma}\right)^4 - \sum_F g_F \left(\frac{m_F}{\sigma}\right)^4 \right] \quad (7.6);$$

$$M_X^2 - M_Y^2 - m_B^2 = \frac{1}{12} \text{Tr}\{M^2\} - \frac{5}{12} g^2 \text{Tr}\{\phi_c^2\} \quad (7.7).$$

De modo que se está trabajando en la base diagonalizada de masas; g_B y g_F se refieren al número de grados de libertad bosónicos y fermiónicos.

8. Potencial Efectivo de C-W para SU(5)

Para el caso de grupo de Gran Unificación SU(5), es posible calcular explícitamente algunos de los parámetros del PE.

$$SU(5) \xrightarrow{\mathbf{24}} SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \xrightarrow{\mathbf{5}} SU(3)_C \otimes U(1)_{EM}. \quad (8.1);$$

Para el primer rompimiento, debemos escoger la siguiente configuración para el valor esperado del 24-plete Higgs (ver Martínez, 1986):

$$\phi_c = \sigma \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{3}{2} \end{pmatrix} \quad (8.2).$$

Para este modelo, las contribuciones provienen de los bosones intermedarios X e Y. En consecuencia, con (7.7) y (8.2) aplicadas a (6.6), se tiene que

$$B = \frac{3}{64\pi^2} 12 \left[\left(\frac{25}{8}\right)^2 g^4 \right] - \frac{5625}{1024\pi^2} g^4 = \alpha(10^{-2}) \quad (8.3)$$

con $g^2=1/3$ —la constante de acople de Gran Unificación— y $\sigma=10^{14}\text{GeV}$. De modo que para SU(5) se tiene que

$$\lambda = 80B.$$

9. Cotas a parámetros del PE por mediciones de $\delta T/T$ en la RCF

Si la densidad de energía en las primeras etapas hubiera sido completamente homogénea, nuestro Universo sería un plasma isótropo sin estructura alguna, lo que obviamente presentaría un panorama bastante poco interesante. Es claro que la evidencia muestra una situación muy distinta: si bien a escalas muy grandes el Universo es prácticamente homogéneo e isótropo⁷, a partir de escalas menores a $50h^{-1}\text{Mpc}$ (h es el parámetro de Hubble normalizada, $H/100$; dada la incertidumbre en su valor, $0.4 < h < 1$) es posible identificar estructuras bien determinadas.

Al formalismo que permite generar estructuras a gran escala a partir de inhomogeneidades en la densidad de energía se le llama de "invariancia gauge de la relatividad general" (Bardeen, 1980; Bardeen *et al.*, 1983).

El resultado más importante del análisis de Bardeen *et al.* es que si bien $\delta\rho/\rho$ no es invariante, sí lo es la siguiente cantidad

⁷ Es interesante notar que la suposición de Einstein de un Universo homogéneo e isótropo no se basó en evidencias observacionales, sino en requisitos matemáticos, i.e. la simplicidad que implica tal supuesto para solucionar las ecuaciones de campo dado que toda la dinámica queda descrita en términos de un sólo parámetro (el factor de escala).

$$\epsilon = \frac{\delta\rho}{\rho + p} \quad (9.1).$$

La constancia de la cantidad ϵ , permite calcular las amplitudes de las densidades cuando re-cruzan el horizonte, $\left(\frac{\delta\rho}{\rho}\right)_{\text{HOR}}$, a partir del valor de ϵ cuando la perturbación sale del horizonte durante la inflación.

Además, por la identificación hecha en la ec. (4.3), y la ley de Stephan-Boltzmann, podemos encontrar la relación entre las fluctuaciones de la densidad de energía y el PE:

$$\delta\rho = V'(\phi)\delta\phi \quad (9.2).$$

Si se calculan las componentes del tensor momentum-energía, es posible ver fácilmente que $\rho_\phi + p_\phi = \dot{\phi}^2$; de modo que si usamos (9.1) y (9.2), se obtiene

$$\epsilon_{N_\lambda} = \left(\frac{\delta\rho}{\rho}\right)_{\text{HOR}} = \left(\frac{V'(\phi)}{\dot{\phi}^2}\delta\phi\right)_{N_\lambda} \quad (9.3).$$

donde N_λ denota el número de veces que crece una fluctuación de longitud λ ; no confundir con la constante de autoacople del potencial!

Si se acepta que las fluctuaciones cuánticas del campo, $\delta\phi$, en la fase de generación vienen dadas por la temperatura de Hawking, i.e. $H/2\pi$, podemos usar la ecuación de movimiento durante el rodamiento suave (ec. 7.2), resulta que

$$\left(\frac{\delta\rho}{\rho}\right)_{\text{HOR}} = \left(\frac{H^2}{\dot{\phi}}\right)_{N_\lambda} \quad (9.4a);$$

Para efectos de relacionar los parámetros del PE con las fluctuaciones, es conveniente mantener la dependencia de V' . Luego, a través de (7.2), la ecuación (9.4a) queda

$$\left(\frac{\delta\rho}{\rho}\right)_{\text{HOR}} = \left(\frac{2H^3}{V'}\right)_{N_\lambda} \quad (9.4b).$$

De otro lado, podemos calcular la dependencia del número de veces que crece el Universo durante la inflación con el valor del campo:

$$N = \int_{\phi_1}^{\phi_2} H dt = - \int_{\phi_1}^{\phi_2} \frac{3H^2}{V'(\phi)} d\phi \quad (9.5);$$

para un potencial de la forma (7.5) la siguiente aproximación es válida

$$V'(\phi) \approx -\lambda\phi^3 \quad (9.6)$$

y por consiguiente, reemplazando en (9.5),

$$N = \frac{3H^2}{2\lambda} \left(\frac{1}{\phi_1^2} - \frac{1}{\phi_2^2}\right) \approx \frac{3H^2}{2\lambda\phi_1^2} \quad (9.7)$$

donde en la segunda expresión hemos utilizado el hecho de que $\phi_2 \gg \phi_1$, i.e. el intervalo $[\phi_1, \phi_2]$ es "grande".

En consecuencia, retomando la ec. (9.4b) es posible reemplazar H^3 por N_λ , para obtener finalmente

$$\left(\frac{\delta\rho}{\rho}\right)_{\text{HOR}} \approx \left(\frac{8\lambda}{3}\right)^{1/2} (N_\lambda)^{3/2} \quad (9.8).$$

Ahora bien, para una estructura típica $N_\lambda \approx 50$. Si tomamos el caso de SU(5), entonces $\lambda \approx 10^{-1}$ ($B \approx 10^{-2}$). Reemplazando estos valores en la ecuación (9.8),

$$\left(\frac{\delta\rho}{\rho}\right)_{\text{HOR}} \approx 10^2 \quad (9.9).$$

Sin embargo, las fluctuaciones de la densidad de energía están relacionadas con las anisotropías de la RCF. Es claro que el límite observacional impuesto por COBE, y posteriormente confirmado por las mediciones de MIT y Tenerife

$$\frac{\delta T}{T} < 10^{-4}$$

es incompatible con lo encontrado en (9.9).

De hecho, si se pretende alcanzar esta cota es necesario modificar el valor de la constante de acople en (9.8). Las cotas son:

$$\lambda < 10^{-15} \quad (9.10)$$

o en términos de B

$$B < 10^{-16} \quad (9.11).$$

Esta restricción es sin duda el mayor rescollo que deben enfrentar las TGU en lo que respecta a los requisitos impuestos por el modelo inflacionario.

10. Conclusiones

En el intento por hacer una descripción completa del Universo en que vivimos, los cosmólogos han reducido el número de parámetros fundamentales a tres: la "constante" de Hubble (H), el parámetro de densidad (Ω) y el parámetro de desaceleración (q). El análisis presentado en este trabajo ha mostrado que de estos tres bastan los dos primeros, dado que el último está relacionado con aquellos de la misma manera en que las ecuaciones de F-L lo están con la ecuación conservación de la energía, i.e. identidades de Bianchi.

Del lado de la física de partículas, podemos decir que para la fase inflacionaria el PE dicta la dinámica del sistema. Este potencial está determinado por la constante de acople del campo Higgs consigo mismo (λ o B), y con la escala de energía a la cual se produce la unificación de interacciones ($T \approx (10^{14} - 10^{15} \text{ GeV})$).

En cuanto a la escala de energía, los efectos de su escogencia no afectan de forma significativa las predicciones hechas por la inflación; además, dado que viene determinada por las ecuaciones del grupo renormalización, para todos los modelos de GU es del mismo orden (no estamos considerando aquí modelos supersimétricos, donde las escalas de energía alcanzan la masa de Planck).

No podemos decir lo mismo de la constante de acople, determinada por el espectro de masas generado en el RES (ec.8.3). Para este caso, y como hemos mostrado en el desarrollo de la última sección, las exigencias cosmológicas obligan a hacer dicho parámetro tan pequeño que su ajuste parece poco natural. Debemos llamar la atención sobre el hecho de que esta restricción no se limita al caso de $SU(5)$, ya que en la deducción de las fluctuaciones de la densidad de energía sólo se supuso un modelo del tipo $\lambda\phi^4$, sin hacer referencia explícita a grupo de unificación alguno. En consecuencia: las restricciones al valor de λ , para ajustarse a los límites impuestos por las anisotropías de la RCF, son un escollo que deben enfrentar modelos $\lambda\phi^4$, incluso más complejos que $SU(5)$. No obstante, respecto a nuestro caso de juego podemos decir:

1. Es solución del modelo minimal del Modelo Estándar de Partículas.
2. Unifica las interacciones.
3. Predice correctamente el ángulo de Weinberg.
4. Explica por qué la masa del neutrino es cero.

Pero al mismo tiempo presenta los siguiente problemas:

1. Predice el decaimiento del protón.
2. Tiene, en total, 21 parámetros arbitrarios.
3. No explica el problema de la Constante Cosmológica

4. La constante de acople predice fluctuaciones en la densidad de energía $\sigma(10^2) \gg 10^{-4}$. Además, bajo este contexto la aproximación semiclásica deja de ser válida.

No podemos desconocer, para finalizar, los esfuerzos llevados a cabo para superar los problemas mencionados. En particular **Shafi y Vilenkin** (1984), han propuesto una extensión del modelo minimal, introduciendo un campo escalar Higgs (Inflatón) acoplado muy débilmente y encargado solamente de producir inflación. Sin embargo, este modelo es poco natural si se tiene en cuenta que el ajuste de la constante de acople se realiza precisamente para arreglar los problemas mencionados e introduce un nuevo campo *ad hoc*. De otro lado, los trabajos recientes de **Linde** (1990) se encaminan hacia la construcción de un modelo inflacionario que no parte de la condición de equilibrio térmico (la hipótesis $H=1$, que subsiste en la nueva inflación, desaparece) y que, por consiguiente, no obliga a partir de un Universo simétrico, donde haya unificación de interacciones. Este nuevo escenario, conocido como Inflación Caótica, no sólo pretende salirle al paso a las objeciones puestas sobre las TGU. Sus pretensiones llegan hasta tratar de explicar lo que más arriba hemos llamado el problema de la Unicidad del Universo. Dice **Linde** (1990: 160) al respecto: "*Unfortunately (or, may be, fortunately), it may take as much $10^{5.16}$ years until the significance of the current work on this problem will be fully appreciated*". Si queremos ser honestos con la evidencia, debemos comenzar a hacerle frente a la posibilidad de que la Gran Unificación deberá pasar al rincón de los juguetes viejos: si bien nos enseñó muchas cosas, ya no parece viable. Lo mismo podrá decirse del ampliamente aceptado "Modelo Estándar de la Cosmología".

Agradecimientos

En primer lugar queremos agradecer a la Fundación Mazda para el Arte y la Ciencia cuya beca a uno de los autores (De Greiff) fue indispensable para realizar este trabajo. Igualmente expresamos nuestros sinceros agradecimientos al Departamento de Física y al Observatorio Astronómico de la Universidad Nacional de Colombia por su apoyo.

Bibliografía

- Abbott, L.F.**. 1981. "Gravitational Effects on the $SU(5)$ Breaking Phase Transition for a Coleman-Weinberg Potential" Nucl. Phys., **B185**: 233.
- Aitchinson, I.J.R.**. 1985. "Nothing's Plenty". CONTEMP Phys., **26**: 333.
- Albrecht, A & P. Steinhardt**. 1982. "Cosmology for Grand Unified Theories with Radiatively-Induced Symmetry Breaking". Phys. Rev. Lett., **48**: 1220.

- Bailin, D. & A. Love.** 1986. "Introduction to Gauge Field Theory". Adam Hilger, Bristol and Boston. London.
- Bardeen, J.M.** 1980. "Gauge-Invariant Cosmological Perturbations". *Phys. Rev.*, **D22**: 1882.
- Bardeen, J.M., Steinhardt, P.J. & M.S Turner.** "Spontaneous Creation of Almost Scale-Free Density Perturbations in an Inflationary Universe". 1983. *Phys. Rev.*, **D28**: 679.
- Bondi, H.** 1951. "Cosmology". Cambridge University Press. Londres.
- Börner, G.** 1988. "The Early Universe-Facts and Fiction". Springer-Verlag. Berlín.
- Branderberger, R.H.** 1985. "Quantum field methods and inflationary universe models". *Rev. Mod. Phys.*, **57**, 1: 1.
- Callan, Jr. & S. Coleman.** "Fate of the False Vacuum. II: First Quantum Corrections". 1977. *Phys. Rev.*, **D16**: 1762.
- Coleman, S.** 1973. "Laws in Hadronic Matter". **Zichichi, A.** (Ed.). [1975] (Erice). Academic Press: New York.
- Coleman, S. & E. Weinberg.** 1973. "Radiative Corrections as the Origin of Spontaneous Symmetry Breaking". *Phys. Rev. D.*, **7**: 1888.
- De Greiff, A.** 1992. "Fenomenología de la anisotropía a gran escala de la radiación cósmica de fondo". Tesis FIS-92-I-02. Universidad de los Andes. Bogotá D.C..
- Ellis, J.** En **Corrigan, R.A. & W.P Trower** (Eds.). 1978. "Magnetic Monopoles", Plenum Publishing Corp.. Citado por **Börner** (1988).
- Glashow, S.L.** 1958. Ph. D. Thesis (Harvard University). Citado por **Börner** (1988).
- Gliner, E.** 1965. *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, **49**: 542 [1965. *Sov. Phys. JETP*, **22**: 378]. Citado por **Linde** (1990).
- Guth, A.** 1981. "Inflationary Universe: A Possible Solution to the Horizon and Flatness Problems". *Phys. Rev. D*, **23**: 347.
- Halzen, F., & A. Martin.** 1983. "Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics". John Wiley & Sons. New York.
- Hawking, S.** 1982. "The development of Irregularities in a Single Bubble Inflationary Universe". *Phys. Lett.*, **115B**: 295.
- Landau, L.D. & E.M. Lifshitz.** 1966. "Theorie du Champ". Editions MIR. Moscou.
- Linde, A.** 1982. "A New Inflationary Universe Scenario: A Possible Solution to Horizon, Flatness, Homogeneity, Isotropy and Primordial Monopoles Problems". *Phys. Lett.*, **108B**: 389.
- Linde, A.** 1990. "Inflation and Quantum Cosmology". Academic Press Inc.. Boston.
- Linde, A.**, 1994. "From the Big Bang theory to the theory of a Stationary Universe". **Sánchez, N. & A. Zichichi** (Eds.). *3rd Course "Current Topics in Astrofundamental Physics"*. (Erice). En prensa.
- Martínez, R.** 1986. "El Modelo de Georgi-Glashow", SU(5). Universidad de Antioquia, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Medellín. Especialmente las Secciones V y VI.
- Mather, J.C., et al.** "Measurements of the Cosmic Microwave Background Spectrum by the COBE FIRAS Instruments" 1994. *ApJ*, **420**: 439.
- Misner, C.W., Thorne, K.S. & J.A. Wheeler.** 1973. "Gravitation". W.H. Freeman & Co.. San Francisco.
- Nanopoulos, D.V.** 1983. "Unified Field Theories and The Early Universe". Conferencia dictada en el *First-ESO-CERN Symposium "Large Scale Structure of the Universe, Cosmology and Fundamental Physics"*. Geneva. Ref. TH. 3778-CERN.
- Polyakov, A.M.** 1974. *Zh. Eksp. Teor. Fiz. Pisma Red.*, **20**: 194 (*JETP Lett.*, **20**: 194). Citado por **Nanopoulos** (1983).
- Salam, A.** 1968. Proc. 8th Nobel Symp. on El. Theory. Alquist, Stokholm. Citado por **Börner** (1988).
- Shafi, Q. & A. Vilenkin.** 1984. "Inflation with SU(5)". *Phys. Rev. Lett.*, **52**: 691.
- Smoot, G., et al.** 1992. "Structure in the COBE DMR First Year Maps". *APJL*, **396**: L1.
- Tammann, G.A.** 1994. "Recent results on H₀ from Space Telescope and the time scale test". **Sánchez N. & A. Zichichi** (Eds.). (Erice). *3rd Course "Current Topics in Astrofundamental Physics"*. En prensa.
- t'Hooft, G.** 1974. *Nucl. Phys.*, **B79**: 276. Citado por **Nanopoulos** (1983).
- Turner, M.S. & E.W. Kolb.** 1990. "The Early Universe". Addison-Wesley Publishing Company.
- Weinberg, S.** 1967. "A Model of Leptons". *Phys. Rev. Lett.*, **19**: 1264.
- Witten, E.** 1981. *Nucl. Phys.*, **B171**: 477. Citado por **Guth** (1981).