

Correlación difusiva de la corriente de espín y electrones itinerantes en sistemas magnéticos confinados

Hernán Vivas-Calderón

Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia, Sede Manizales, Colombia

Resumen

La interacción de las ondas de espín y los portadores electrónicos en un medio magnético es descrita desde la aproximación semiclásica de Landau-Lifshitz-Gilbert-Bazaliy (LLGB), adaptando el formalismo del propagador de difusión en sistemas infinitamente extendidos y confinados. La corrección estática y termodinámica de las fluctuaciones transversales en la susceptibilidad magnética es obtenida en términos de la densidad de corriente de portadores de carga J_e y la intensidad del campo magnético externo H_{oz} , encontrándose una relación crítica del tipo $J_e \sim H_{oz}^{1/2}$ en sistemas unidimensionales. La respuesta de la distribución de la densidad de portadores de espín en función de J_e , así como su correlación con la corriente de espín (J_s) en estado estacionario, son discutidas para diferentes valores del campo aplicado y la diferencia de fase en la magnetización sobre las fronteras. El diagrama de fases asociado al tiempo de vida medio de la emisión de ondas de espín estimuladas térmicamente es calculado. El *rôle* del factor del Gilbert en la estabilidad térmica de los estados de ondas de espín es analizado cuantitativamente en este escenario.

Palabras claves: ondas de espín, densidad de corriente, propagador difusivo.

Diffusive Correlation for Spin Current and Itinerant Electrons in Confined Magnetic Systems

Abstract

Spin waves - electron carrier interaction in a magnetic medium is described from the Landau-Lifshitz-Gilbert-Bazaliy (LLGB) approximation, by adapting the diffusion propagator formalism on both infinitely extended and confined systems. The static and thermal correction due to the transverse fluctuations on the magnetic susceptibility are obtained in terms of the carrier density current J_e and the externally applied field H_{oz} , providing a critical relationship giving by $J_e \sim H_{oz}^{1/2}$, which is valid for 1D systems. The spin density distribution response as a function of J_e , as well as its correlation with the spin current (J_s) in steady state, are discussed for different values of the applied field and boundary magnetization phase difference. Average lifetime phase diagram for thermally stimulated spin waves is also calculated. The Gilbert factor *rôle* on the thermal stability for the spin waves states is also quantitatively analyzed in this scenario.

Key words: Spin waves, current density, diffusive propagator.

Introducción

La *espintrónica* puede considerarse como un área interdisciplinaria muy activa que estudia las características singulares en la transferencia, transporte y acumulación del flujo de electrones con espín polarizado (Žutić I. et-al, 2004). El estudio de la fenomenología asociada a la interacción de espines electrónicos itinerantes en un medio magnéticamente ordenado ha ganado especial relevancia en la última década, aunque existen desarrollos teóricos importantes reportados desde los años 60 (Kondo J., 1964), (Hertz J., 1973), (Berger L., 1996). La interacción mínima entre espines de diferentes especies es usualmente descrita a través del Hamiltoniano *s-d*, propuesto por Anderson (Anderson P., 1961) y definido por:

$$\hat{\mathcal{H}} = -\mathcal{A}\mathbf{s} \cdot \mathbf{S}, \quad (1)$$

en donde \mathbf{s} (\mathbf{S}) corresponde al operador de espín de los electrones itinerantes (localizados) en el sistema, y \mathcal{A} es una constante de acople. En el marco de la aproximación semiclásica, estos operadores toman los respectivos valores del momento de espín promedio (o densidad de

espín electrónico) $\bar{\mu} = \langle \mathbf{s} \rangle$ y $\bar{\mathbf{S}} \equiv \mathbf{SM}/M_0$, en donde M_0 es el máximo valor de la magnetización del sistema. En particular, el estudio de los fenómenos de contacto en la interfaz de una configuración de un metal no magnético (N) y un ferromagneto (F), bajo la acción de una corriente inducida de espín desde (F) hacia (N) en el régimen de microondas, ha captado la atención de los investigadores en años recientes, dado que este tipo de arreglo permite inferir la relación entre corrientes de diferente naturaleza: la de portadores de carga y la de portadores del espín. Mencionaremos algunos casos específicos. La distribución espacial de la corriente de espín inyectada desde un sistema (YIG) hacia un metal (Pt) puede medirse utilizando técnicas propias del efecto Hall de espín inverso (ISHE) (Maekawa S., et-al, 2013). La correlación entre la densidad de corriente de carga J_C y la corriente de espín inyectada en sistemas de tricapa del tipo Pd/Al/Ni₈₀Fe₂₀

Correspondencia:

Hernán Vivas-Calderón, hvivasc@unal.edu.co

Recibido: 12 de octubre de 2015

Aceptado: 15 de febrero de 2016

también ha sido confirmada (Kitamura Y., et-al, 2013). En este caso, la precesión del campo de magnetización en la película ferromagnética genera una densidad de corriente de espín J_S en el conductor metálico (Al). La densidad de corriente de portadores de carga medida en el Paladio (Pd) es producida por J_S vía ISHE. Ondas de espín inducidas en películas de CoFe/Pd-Cu han sido caracterizadas utilizando la técnica de dispersión de Brillouin μ -BLS (Madami M., et-al, 2011); y previamente, en un experimento de Resonancia del Espín Electrónico (ESR) en multicapas de (Co/Cu) $_N$, considerado en ese entonces como una demostración realizable de la generación controlada de ondas de espín por emisión de radiación (SWASER) en el rango de 40 a 60 GHz (Tsoi M., 2000). La observación directa del espectro de la radiación direccional del tipo BLS desde un arreglo de multicapas de CuPyCuCo₇₀Fe₃₀Au en el intervalo de 7 a 11 GHz, constituye otra evidencia experimental del fenómeno de emisión de radiación de magnones producida por nano-osciladores (STNO) (Demidov V. E., 2010). Estos resultados incentivan la construcción de una base teórica conducente al cálculo de la respuesta de la corriente de espín en arreglos de tricapas del tipo Py/Metal/Metal (PMM), configuración en la cual se ha detectado recientemente el efecto Hall de espín inverso (Saitoh E. et-al, 2013). En este artículo se desarrollan las ecuaciones de Landau-Lifshitz-Gilbert-Bazaliy (LLGB) utilizando el formalismo del propagador de difusión y considerando la coexistencia de los fenómenos de transporte en J_e y J_S (Sección II). En la Sección (III) se discuten las propiedades de los modos de las ondas de espín en un sistema volumétrico, su longitud de coherencia, el tiempo de vida termodinámico y el propagador propio de la dinámica de las excitaciones colectivas modificadas bajo la acción de una fuente externa de corriente de portadores electrónicos de carga. En la Sección (IV) se calcula la relación de criticidad entre la corriente y la magnitud del campo externo aplicado en sistemas unidimensionales. En el apéndice (I) se presenta una solución general utilizando el método de Dirichlet para condiciones de contorno arbitrarias en la densidad de espín.

Formalismo LLGB: análisis en estado estacionario

La ecuación generalizada de continuidad para la corriente de difusión del espín itinerante contiene una contribución del tipo torque $\mathbf{T} \propto \vec{\mu} \times \mathbf{M}$ sobre la evolución dinámica del campo \mathbf{M} en un ferromagneto. Esta evolución es descrita desde la ecuación de Landau modificada, introduciendo los efectos de la interacción de la densidad de espín electrónico $\vec{\mu}$ sobre \mathbf{M} (Zhang S., Li Z., 2010). Explícitamente:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{eff} + \frac{\alpha}{M_0} \mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} + \mathbf{T}, \quad (2)$$

en donde \mathbf{H}_{eff} corresponde al campo magnético efectivo del tipo: $\mathbf{H}_{eff} \approx \mathbf{H}_0 + 2J\gamma^{-2} (\mathcal{K} + a_m^2 \nabla^2) \mathbf{M}$; \mathcal{K} como el número de sitios más cercanos al punto \mathbf{x} en donde se cal-

cula la magnetización instantánea $\mathbf{M}(\mathbf{x}, t)$, a_m es el valor medio del parámetro de red del sistema magnético y J define la interacción de intercambio entre primeros sitios (Phillips T. G., Rosemberg H. M., 1966). Estos términos son convenientemente normalizados a una constante de difusión del campo de magnetización $\mathcal{D}(J) = 2JM_0a_m^5/\hbar^2\gamma^2$. \mathbf{H}_0 denota el campo magnético externo aplicado. El término que contiene el factor α introduce el efecto de atenuación sobre $\mathbf{M}(\mathbf{x}, t)$ (Gilbert T. L., 2004). El torque inducido \mathbf{T} en la geometría particular ilustrada en la Figura (1) se reduce a (Bazaliy Ya et-al, 1998), (Li Z., 2006), (Zhang S., 2009):

$$\mathbf{T} = -\frac{b_{J_e}}{M_0^2} \mathbf{M} \times \left(\mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial z} \right) - \frac{c_{J_e}}{M_0} \mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial z}, \quad (3)$$

en donde los parámetros $b_{J_e} = \mu_B J_e / e M_0 D_0$ y $c_{J_e} = (\tau_{ex} / \tau_{SF}) b_{J_e}$ son directamente proporcionales a la magnitud de la densidad de corriente de conducción en la dirección Z: $\mathbf{J}_e = J_e \hat{\mathbf{z}}$. El factor τ_{SF} es tomado como el tiempo de relajación del espín localizado (*spin flip*), τ_{ex} es un parámetro característico del orden del inverso de la magnitud del acople entre los espines itinerantes y localizados \hbar / A [Ec. (1)], mientras que la densidad de corriente de espín J_S está relacionada con $\vec{\mu}$ a través de la ecuación de difusión de Fick: $\mathbf{J}_\mu^v = -D_0 \nabla \mu^v$. La solución para $\vec{\mu}$ en la representación de las coordenadas circulares $\mu^\pm = \mu^X \pm i\mu^Y$, puede obtenerse desde la expresión:

$$D_0 \nabla^2 \vec{\mu} - \frac{1}{\tau_{ex} M_0} \vec{\mu} \times \mathbf{M} - \frac{1}{\tau_{SF}} \vec{\mu} = -\frac{\mu_B}{e M_0} (\mathbf{J}_e \cdot \nabla) \mathbf{M},$$

y en el caso unidimensional:

$$\frac{\partial^2 \mu^\pm}{\partial z^2} + \kappa_{1,2}^2 \mu^\pm = D_0^{-1} H_{J_e}^\pm, \quad (4)$$

con $m^\pm = m^X \pm im^Y$,

$$H_{J_e}^\pm = \frac{n_0}{M_0} \frac{\partial m^\pm}{\partial t} - \frac{\mu_B J_e}{e M_0 D_0} \frac{\partial m^\pm}{\partial z}, \quad 0 < z < \ell, \quad (5)$$

y $\mathbf{M}(\mathbf{x}, t) = M_0 \hat{\mathbf{z}} + \mathbf{m}(\mathbf{x}, t)$. El parámetro n_0 corresponde a la densidad de electrones, mientras que los valores de los coeficientes κ_i están definidos por:

$$\kappa_{1,2} = \left[\pm i D_0^{-1} \left(\tau_{ex}^{-1} \pm i \tau_{SF}^{-1} \right) \right]^{1/2}. \quad (6)$$

El término $\partial^2 \mu^\pm / \partial z^2$ es relevante en el caso en el cual se considera la dimensión de la pared de dominio suficientemente pequeña comparada con la longitud de difusión κ^{-1} , o cuando existen cambios abruptos de la magnetización en las interfaces en un sistema de multicapas. Los dos términos en la ecuación (5) pueden reconocerse directamente: el primero corresponde a las fluctuaciones temporales del campo m^\pm y el segundo está asociado su variación espacial. Centraremos inicialmente nuestro

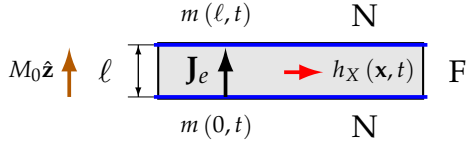


Figura 1. Sistema de una película ferromagnética (F) en contacto con electrodos metálicos no magnéticos (N). La dinámica del campo de magnetización en la región (F) inyecta corrientes de espín en (N) vía interacción del tipo $s - d$ en las interfaces.

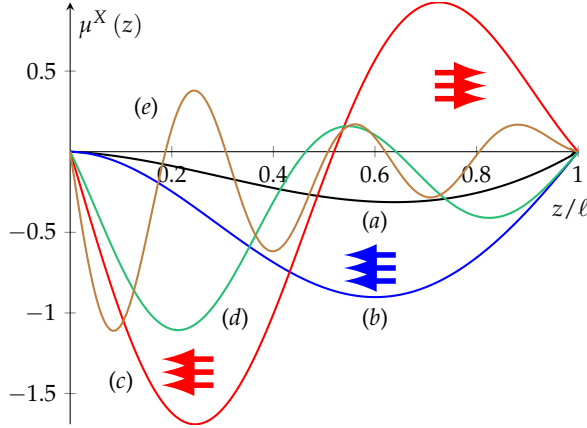


Figura 2. Distribución espacial de la densidad de espín electrónico $\mu^X \equiv \text{Re}\{\mu^+\}$ con J_e/J_{e0} dado por (a) 1, (b) 2, (c) 3.5, (d) 5 y (e) 10. El campo magnético aplicado se define por $h_0 = \tau_{SF}\gamma x^{-1}H_0 = 5$ y la diferencia de fase en los planos $z = 0$ y $z = \ell$ de la película es $\Delta\phi = \pi$. La densidad de espín en los planos de contacto es cero. El parámetro $x = m_0/M_0$ define la relación de las amplitudes de la magnetización en el plano XY y perpendicular al mismo.

análisis en la condición $\partial m^\pm / \partial t \rightarrow 0$, o en forma equivalente, bajo la consideración en la cual la dinámica de la magnetización es mucho más lenta que aquella asociada a la de los portadores electrónicos de transporte de carga. Las Figuras (2) y (3) ilustran las distribuciones de la densidad de espín para diferentes valores de la corriente de conducción J_e/J_{S0} y un valor fijo del campo magnético aplicado. El régimen de estado estacionario para el campo de magnetización puede interpretarse como la condición intrínseca de equilibrio que existe entre el torque magnético inducido por la corriente aplicada, \mathbf{T}_e , y el torque producido por la combinación del campo magnético externo y las fluctuaciones asociadas a la interacción de intercambio. En términos explícitos, $\mathbf{T}_e = \gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{eff}$. La acumulación de la densidad de portadores de espín μ^\pm en las superficies se toman iguales a cero en primera instancia, aunque generalizaciones basadas en el criterio de irreversibilidad termodinámica han sido desarrolladas para interfaces en contacto del tipo F/F, F/N y N/N (Sears M. R., 2012). Existe un valor crítico de la corriente aplicada entre $2.0 < J_e/J_{e0} < 3.5$ para el cual emerge un cambio en la orientación relativa de la densidad del es-

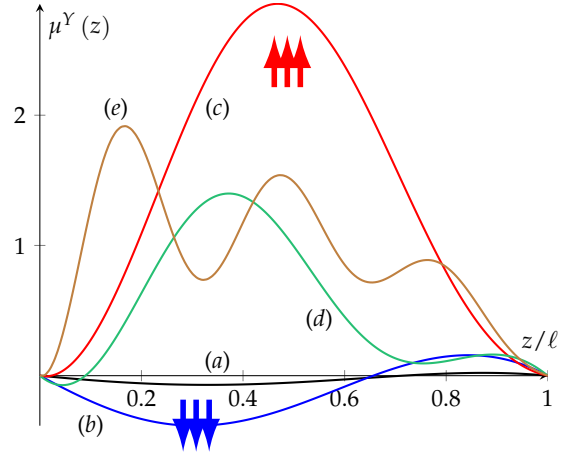


Figura 3. Distribución espacial de la densidad de espín electrónico $\mu^Y \equiv \text{Im}\{\mu^+\}$ con J_e/J_{e0} dado por (a) 1, (b) 2, (c) 3.5, (d) 5 y (e) 10. $h_0 = \tau_{SF}\gamma x^{-1}H_0 = 5$, $\Delta\phi = \pi$.

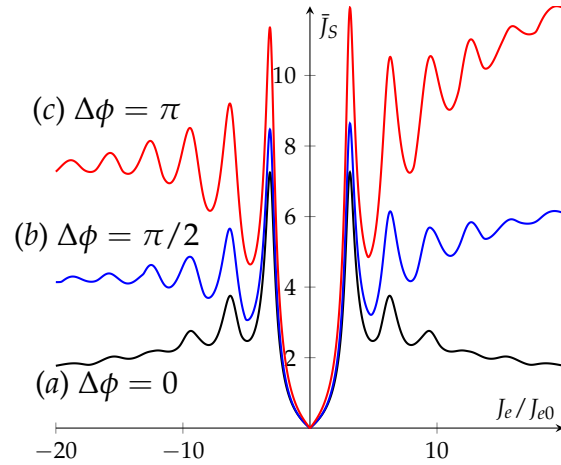


Figura 4. Valor medio de la corriente de espín \bar{J}_S en función de la corriente de carga J_e con $\mathcal{D}(J) \tau_{SF} / \ell^2 = 0.5$ y de fases relativas $\Delta\phi$. Las corrientes están normalizadas en los parámetros: $\bar{J}_S = J_S / J_{S0}$, $J_{S0} = D_0 n_0 / \ell$. El campo exterior se define por $h_0 = \tau_{SF}\gamma x^{-1}H_0 = 5$.

pín electrónico [curvas (c)], mientras que un incremento en J_e genera un patrón cuasiperiódico con longitud de onda $\lambda_\mu(J_e)$ el cual afecta el gradiente de la densidad del espín electrónico $\nabla \mu^\nu$, y a su vez, la corriente de espín J_μ^ν . En el rango valores de $J_e \rightarrow 0$, y con campo externo aplicado cero, predomina la contribución de intercambio cuántico $2J\gamma^{-2} (\mathcal{K} + a_m^2 \nabla^2) \mathbf{M}$, mientras que los efectos de transporte electrónico se reflejan en las perturbaciones del perfil de la corriente de espín J_S . La correlación $J_S(J_e)$ es esencialmente de carácter lineal para valores de $J_e/J_{e0} > 10$, excepto en el caso simétrico en el cual la diferencia de fase en las fronteras de la película es cero: $\Delta\phi = 0$ [Ver Figura (4)]. La densidad de corriente de referencia J_{e0} está definida por $J_{e0} = en_0 D_0^2 / \ell \mu_{BX}$. Las

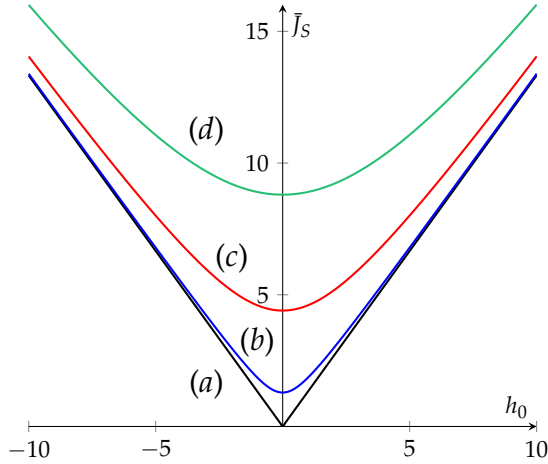


Figura 5. Corriente de espín en función del campo magnético aplicado con $J_e/J_{e0} = 3.3$ y (a) $\Delta\phi = 0$, (b) $\Delta\phi = \pi/4$, (c) $\Delta\phi = \pi/2$, (d) $\Delta\phi = \pi$.

variaciones de la oscilación en la corriente de espín en el régimen intermedio de valores de J_e/J_{e0} tienden a ser mayores para una diferencia de fase $\Delta\phi = \pi$, mientras que para valores pequeños de J_e/J_{e0} ($J_e/J_{e0} < 2$), \bar{J}_s exhibe un incremento monótono en su perfil hasta cierto valor crítico en donde la respuesta de la corriente de difusión presenta un carácter oscilatorio en su amplitud. La densidad de corriente de espín promedio en función del campo magnético transversal aplicado, con diferentes magnitudes de J_e/J_{e0} , es representada en la Figura (5). \bar{J}_s aumenta uniformemente con el incremento de h_0 y J_e/J_{e0} , observándose una fuerte dependencia del valor de la corriente de espín con la asimetría de la polarización de la magnetización en las superficies, y en ausencia del campo externo.

Ondas de espín: longitud de propagación y tiempo de vida

Una primera aproximación al cálculo de los modos de magnetización transversal puede obtenerse considerando que un campo magnético de prueba con polarización $\mathbf{h}(\mathbf{x}, t) = (h_{0X} \exp[i(q_X x + q_Z z - \omega t)], 0, H_{0Z})$ y frecuencia ω incide sobre el sistema generando una magnetización (m^X, m^Y, M_{0Z}) , definida a través de las componentes de la susceptibilidad χ_{ij} : $m^X = \chi_a h^X$; $m^Y = -\chi_b h^X$. Los campos varían temporalmente según $\exp[-i\omega t]$, y la solución físicamente plausible corresponde a la condición $\text{Im}\{\omega\} < 0$. Las ecuaciones extendidas para el caso tridimensional se modifican desde la relación

$$\hat{L}^\pm m^\pm = i\omega_M h^\pm, \quad (7)$$

con el operador \hat{L}^\pm definido por:

$$\hat{L}^\pm = \mp(1 \mp i\alpha) \frac{\partial}{\partial t} - iD(J) \nabla^2 - i(c_{J_e} \pm ib_{J_e}) \frac{\partial}{\partial z} + i\omega_H, \quad (8)$$

y $\omega_M = \gamma M_{0Z}$, $\omega_H = \gamma H_{0Z}$. Bajo la condición $\nabla \cdot (\mathbf{h} + \mathbf{m}) = 0$, se obtiene $(1 + \chi_a) q_X = 0$, el cual tiene una solución del tipo $\chi_a = -1$ (Cottam M., 1989)¹. El propagador asociado a la ecuación (8) toma la forma:

$$K_\infty^{3D\pm}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; t) = \frac{1}{8(\pi a_\pm^2)^{3/2}} \exp\left[-\frac{G^{\pm 3D}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; t)}{4a_\pm^2 t}\right]; \quad (9)$$

con

$$G^{3D\pm}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; t) = \left(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| + b_\pm t\right)^2 - 4a_\pm^2 t^2 \bar{\omega}_H^\pm, \quad (10)$$

$a_\pm^2 = \mp iD(J)/(1 \mp i\alpha)$, $b_\pm = (b_{J_e} \mp ic_{J_e})/(1 \mp i\alpha)$ y $\bar{\omega}_H = \pm i\omega_H^\pm/(1 \mp i\alpha)$. El cálculo de la expresión (9) es discutido en el Apéndice II. Las funciones $2\chi_a = \chi_q^+ + \chi_q^-$ y $-2i\chi_b = \chi_q^+ - \chi_q^-$ tienen la forma explícita en el dominio de la frecuencia y del momentum:

$$\chi_q^+ = \frac{i\omega_M}{\Delta_q^+}, \quad \chi_q^- = \frac{i\omega_M}{\Delta_q^-}; \quad (11)$$

con $\Delta_q^\pm = \pm i\omega(1 \mp i\alpha) + B_q \pm ib_{J_e} q_Z + i\omega_H$. La frecuencia de los modos de ondas de espín se obtiene desde la condición $\Delta_q^\pm = 0$ ($\alpha = 0$) y poseen una dependencia con la corriente aplicada J_e de la forma:

$$\omega_q = -b_{J_e} q_Z \pm \sqrt{\bar{\omega}_{Hq}(\bar{\omega}_{Hq} + \omega_M)}, \quad (12)$$

con $B_q = c_{J_e} q_Z + iD(J)(q_X^2 + q_Z^2)$ y $\bar{\omega}_{Hq} = \omega_H - iB_q$. En el límite de las excitaciones en el continuo ($q \rightarrow 0$) y en ausencia de una corriente externa, la expresión (12) se reduce al resultado clásico de Damon-Eshbach (DE) (Eshbach J. R., 1960): $\omega_{DE} = \sqrt{\omega_H(\omega_H + \omega_M)}$. La longitud de propagación de las ondas de espín es definida por $\ell_p^{-1} = 2k''$, con $k'' = \text{Im}\{\omega_q/v_g\}$, en donde v_g es la velocidad de grupo de las excitaciones colectivas: $\partial\omega_q/\partial q_Z$. Los procesos de relajación de los portadores de espín en medios conductores limitan la longitud de coherencia de las ondas de tipo SFW (Spin Flip Waves), afectando a su vez las propiedades de transporte o control de la información lógica. En consecuencia, es de interés identificar

¹ Desarrollando el operador divergencia $\nabla \cdot (\mathbf{h} + \mathbf{m}) = 0$, $(1 + \chi_a)(\partial_X h_X + \partial_Y h_Y) + \chi_b(\partial_X h_Y - \partial_Y h_X) = 0$. En el caso particular con $q_Y = 0$ y $h_Y = 0$, la solución de la ecuación anterior se reduce a $\chi_a = -1$.

los máximos de ℓ_p y sus posibles mecanismos de control vía campo externo (ω_H) o corriente aplicada (J_e). ℓ_p es calculado para modos no evanescentes ó $\text{Im}\{\omega_q\} = 0$ [Figura (6)]. La dependencia de la longitud de propagación de ondas de espín con el vector de onda $\ell_p(q_Z)$ está en concordancia con el resultado experimental obtenido desde la técnica de dispersión Raman electrónica resonante (ERRS), aplicada sobre un gas electrónico bidimensional de pozos cuánticos del tipo $\text{Cd}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}/\text{Cd}_{0.8}\text{Mg}_{0.2}\text{Te}$ (Gómez J. et-al, 2011). Los efectos de la intensidad de la corriente de portadores y el campo aplicado en la estructura de bandas para ondas de espín transversales se muestra en la Figura (7). La región de las frecuencias permitidas para $J_e = 0$ se denota con (A) y su ancho de banda tiende a disminuir para valores de $\bar{q}_Z \rightarrow \pi/2$. Cuando la corriente es aplicada en dirección $+\mathbf{z}$ (banda B), las frecuencias límites de los modos permitidos yacen en un intervalo de menor valor comparadas con aquellas asociadas a la banda (A) con valores relativamente constantes en el régimen de grandes longitudes de onda. En el caso de corriente aplicada en dirección $-\mathbf{z}$ (banda C), emerge una región de frecuencias prohibidas de baja energía para $\bar{q}_Z \lesssim 0.5$, la cual puede interpretarse como la aniquilación de los estados de onda de espín producida por el incremento de la componente del torque de oposición \mathbf{T}^\pm sobre la magnetización transversal m^\pm (Eq. 3). Las componentes transversales de la susceptibilidad (11) pueden re-escribirse en el marco del formalismo de Dyson, en particular, desde el concepto de *autoenergía propia*: Σ_\pm^* .

$$\chi_q^\pm = \pm \omega_M \check{\mathbf{G}}_q^\pm = \pm \omega_M \left(\omega \pm \hbar^{-1} \varepsilon_q^0 - \Sigma_\pm^* \right)^{-1}, \quad (13)$$

con $\varepsilon_q^0 = \hbar \mathcal{D}(J) q^2$ y $\Sigma_\pm^* = \pm i \omega \alpha \pm i c_{J_e} q_Z \mp \omega_H - b_{J_e} q_Z$. Esta técnica permite calcular el tiempo característico de relajación de las excitaciones colectivas desde la prescripción:

$$\tau_q^{-1} = - \frac{2 \text{Im} \Sigma^*|_{\varepsilon_q/\hbar}}{1 - \frac{\partial}{\partial \omega} \text{Re} \Sigma^*|_{\varepsilon_q/\hbar}}, \quad (14)$$

en donde las componentes real e imaginaria de Σ^* deben evaluarse para valores de frecuencias definidos por la energía *renormalizada* $\varepsilon_q = \varepsilon_q^0 + \text{Re}\{\hbar \Sigma^*\}$ (Fetter A., 2002). El promedio del inverso del tiempo de vida relativo a la emisión de ondas de espín puede calcularse utilizando el resultado en el marco de la aproximación de Maxwell-Boltzmann (Chupis I. E., 1964), (Akhiezer I. A. et-al, 1961):

$$\langle \tau^{-1} \rangle = \frac{\Omega^{-1} \int \tau_q^{-1} \exp(-\beta \varepsilon_q) d^3 \mathbf{q}}{\Omega^{-1} \int \exp(-\beta \varepsilon_q) d^3 \mathbf{q}}, \quad (15)$$

con $\beta^{-1} = kT$. El denominador del lado derecho de la ecuación (15), con $\varepsilon_q = \varepsilon_q^0 + \hbar \omega_H - \hbar b_{J_e} q_Z$, corresponde al promedio termodinámico del número de estados excitados de ondas de espín $\langle n \rangle$ a temperatura T y volúmen

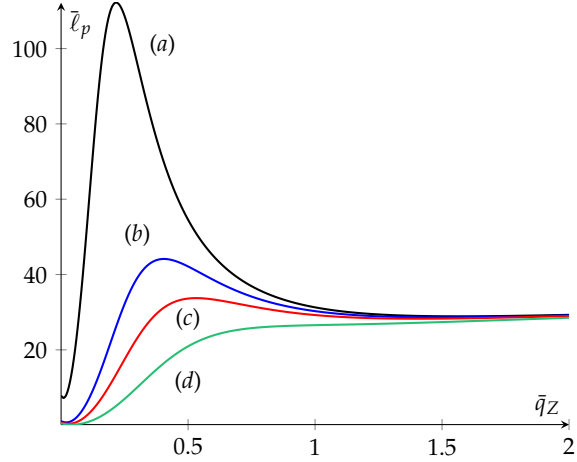


Figura 6. Longitud de propagación de las ondas de espín en función del vector de onda q_Z para diferentes valores de ω_h , con los valores normalizados $\ell_p = \ell_p/a_m$, $\omega_m/\omega_{DE} = 10$, $\mathcal{D}(J)/\omega_{DE} = 5$, $b_{J_e}/\omega_{DE} = 1$, $c_{J_e}/\omega_{DE} = 0.3$. (a) $\omega_h/\omega_{DE} = 0.01$, (b) $\omega_h/\omega_{DE} = 0.1$, (c) $\omega_h/\omega_{DE} = 0.2$, (d) $\omega_h/\omega_{DE} = 0.5$.

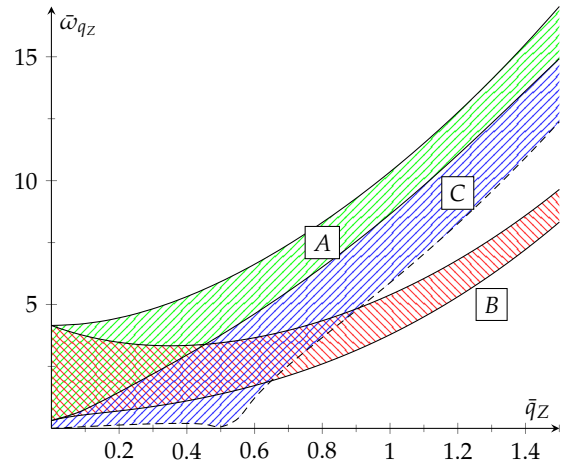


Figura 7. Estructura de bandas para los modos de propagación de las ondas de espín transversales en interacción con la corriente de portadores electrónicos. En todos los casos, $0.01 \leq \omega_h/\omega_{DE} \leq 1.5$ y (A) $b_{J_e}/\omega_{DE} = 0.0$, $c_{J_e}/\omega_{DE} = 0.0$; (B) $b_{J_e}/\omega_{DE} = 5$, $c_{J_e}/\omega_{DE} = 1.5$; (C) $b_{J_e}/\omega_{DE} = -5$, $c_{J_e}/\omega_{DE} = -1.5$.

unitario Ω^{-1} :

$$\langle n \rangle = \frac{\pi^{3/2}}{(\hbar \beta \mathcal{D}(J))^{3/2}} \exp \left[-\hbar \beta \left(\omega_H - \frac{b_{J_e}^2}{4 \mathcal{D}(J)} \right) \right], \quad (16)$$

el cual conduce a la relación clásica de Bloch $\langle n \rangle \sim T^{3/2}$ en el caso $J_e = 0$ y $\omega_H = 0$. El tiempo medio de emisión de ondas de espín en función de la temperatura es una relación lineal del tipo $\langle \tau^{-1} \rangle = \tau_0^{-1} + 3\alpha \hbar^{-1} kT$ y $\tau_0^{-1} = 2\alpha \omega_H + (2\tau_{ex}/\alpha \tau_{SF} - 1) \alpha b_{J_e}^2 / 2 \mathcal{D}(J)$. El diagrama

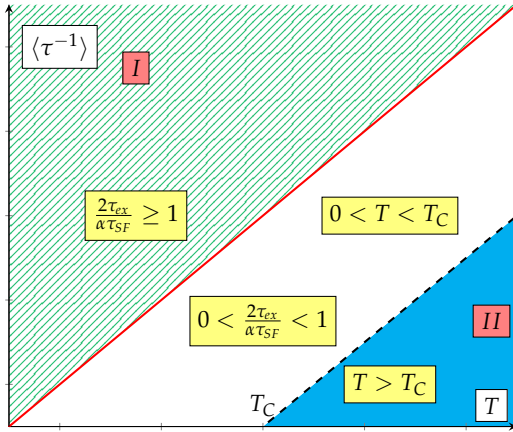


Figura 8. Diagrama de fases asociado al inverso del tiempo de vida promedio de las excitaciones de ondas de espín en función de la temperatura absoluta T y el parámetro característico $2\tau_{ex}/\alpha\tau_{SF}$.

ma de fases $[\langle \tau^{-1} \rangle, T]$ se describe en la Figura (8). El parámetro $2\tau_{ex}/\alpha\tau_{SF}$ define dos tipos de excitaciones: (I) ondas de espín inducidas (ISW) con tiempo de vida restringido a un valor de temperatura finito bajo la condición $2\tau_{ex}/\alpha\tau_{SF} \geq 1$, y (II) ondas de espín térmicamente generadas a temperaturas mayores que cierto valor crítico T_C , bajo la condición $0 < 2\tau_{ex}/\alpha\tau_{SF} < 1$. En este caso, el tiempo de emisión es mayor a temperatura fija comparado con los tiempos característicos asociados a la fase (I). Ondas coherentes de espín (CSW) con $\langle \tau^{-1} \rangle = 0$ surgen en este régimen bajo la condición: $kT_C = (1 - 2\tau_{ex}/\alpha\tau_{SF}) b_e^2 / 6\hbar^{-1} \mathcal{D}(J)$, con $\omega_H = 0$. Este diagrama de fases esquemático resalta el rôle del factor de Gilbert en la configuración de los modos de propagación, la estabilidad, el tiempo medio de vida de ondas emitidas y su correlación con la temperatura: el valor crítico de α es del orden de $2\tau_{ex}/\tau_{SF}$, el cual define la escala de prevalencia en los efectos de relajación de las fluctuaciones de la magnetización transversal (τ_{SF}), sobre el mecanismo de interacción entre los electrones itinerantes y electrones localizados (τ_{ex}). El diagrama de fases indica que no es posible la emisión de ondas transversales de espín en el rango $0 < T < T_C$ con $2\tau_{ex}/\alpha\tau_{SF} < 1$.

Condición de criticalidad en 1D

La ecuación (8) tiene una solución en términos del propagador compuesto $K_\infty^\pm(z, z'; t)$ (para un medio infinitamente extendido):

$$m^\pm(z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} K_\infty^\pm(z, z'; t) m^\pm(z', 0) dz' + \int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} K_\infty^\pm(z, z'; t - \tau) F^\pm(z', \tau) dz' d\tau, \quad (17)$$

con $K_\infty^\pm(z, z'; t)$ igual a:

$$K_\infty^\pm(z, z'; t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi a_\pm^2 t}} \exp\left[-\frac{G^\pm(z, z'; t)}{4a_\pm^2 t}\right], \quad (18)$$

y $G^\pm(z, z'; t) = (z - z' + b_\pm t)^2 - 4a_\pm^2 t^2 \bar{\omega}_H^\pm$. La función K_∞^\pm reproduce la solución de la ecuación del calor en una dimensión, en ausencia de corriente externa aplicada ($b_\pm = 0$) y $\omega_H = 0^2$. En la representación del momentum y la frecuencia (en notación reducida), $K_\infty(iv, p)$ tiene la forma:

$$K_\infty(iv, p) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{2a^2 \sigma(iv)} \frac{\sigma'(iv)}{(\sigma'^2(iv) + p^2)}, \quad (19)$$

con las funciones $\sigma'(iv) = \sigma(iv) + b/2a^2$, $a\sigma(iv) = \xi(iv - \bar{\omega}_H - ib^2/4a^2)^{1/2}$, $\xi = i^{1/2}$. En el caso $b = \bar{\omega}_H = 0$, la expresión (19) concuerda con la función de correlación de las fluctuaciones transversales de la magnetización $\langle m^\pm(p, iv) m^\pm(-p, -iv) \rangle$:

$$-iK_\infty(iv, p) \sim \frac{1}{\mathcal{D}(J) p^2 - iv'}, \quad (20)$$

demonstrando el carácter estrictamente difusivo de estas perturbaciones. La presencia de una corriente externa modifica la naturaleza de la propagación de las fluctuaciones magnéticas hacia un régimen intermedio difusivo-ondulatorio, con una velocidad de arrastre proporcional a la magnitud de b_\pm , y a su vez asociada a las distorsiones de la pared de dominio (Yamaguchi A., 2004). Si se aplica un pulso magnético instantáneo $H(t) = H_0 \delta(t)$ que da lugar a un campo espectral de ruido blanco $H(iv) = H_0$, la corrección en la susceptibilidad estática ($iv \rightarrow 0$) en una dimensión converge para $\sigma'(0) \sigma(0) \neq 0$, y está definida para todos los posibles valores del momentum de las ondas de espín por:

$$\Delta\chi(0) \propto \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp}{2\pi} K_\infty(0, p) = \frac{1}{8\pi a^2 \sigma(0) \sigma'(0)}. \quad (21)$$

En el caso $\sigma(0) = 0$, $\omega_H = b_{J_e} c_{J_e} / 2\mathcal{D}(J)$ y $\sigma'(0) = 0$, $\omega_H = b_{J_e} c_{J_e} / \mathcal{D}(J)$ cuyas soluciones tienen la estructura $J_{eC} \sim H_{0Z}^{1/2}$. Para frecuencias diferentes de cero, la ecuación (21) se debe modificar como:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp}{2\pi} K_\infty(iv, p) = \frac{1}{8\pi a^2 \sigma(iv)}. \quad (22)$$

² En este resultado deben considerarse las identidades, con $K_\infty \equiv K_\infty(z, z'; t - \tau)$:

$$\partial_\tau K_\infty + a^2 \partial_{z'}^2 K_\infty - b \partial_{z'} K_\infty + \bar{\omega}_H K_\infty = 0,$$

$$\text{y } K_\infty(z, z'; t - \tau \rightarrow 0) = \delta(z - z').$$

La suma sobre las frecuencias complejas de Matsubara iv (Bosónicas) permite obtener la dependencia térmica de la corrección de la susceptibilidad $\Delta\chi$:

$$\Delta\chi(T) \sim \frac{1}{8\pi a^2} \sum_{iv} \frac{1}{\sigma(iv)} = \frac{1}{8\pi a^2} \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{n_{BE}(z)}{\sigma(z)} dz, \quad (23)$$

en donde $n_{BE}(z) = (\exp[\beta z] - 1)^{-1}$ es el factor estadístico de Bose-Einstein. El resultado de la integración conduce a (Lavrik A. F., 2011):

$$\Delta\chi(T) \sim \frac{\xi}{16\pi^2 a} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \text{Li}_{\frac{1}{2}}(\exp(-\beta w)), \quad (24)$$

$w = \bar{\omega}_H + ib^2/4a^2$ y $\text{Li}_n(z)$ como la función Polilogarítmica de orden n con argumento z (Función Li_n). La componente real de $\text{Li}_{\frac{1}{2}}(z)$ es indefinida en $z = 1$ ($w = 0$) y en consecuencia, una relación crítica del tipo $|J_{eC}| \sim |H_{0Z}|^{1/2}$ surge bajo este criterio. Esta relación coincide en general con aquella obtenida en el régimen de frecuencia cero.

Resumen y conclusiones

En este artículo se presenta un análisis del efecto de la interacción de la corriente de portadores electrónicos sobre las ondas de espín en un medio metálico en fase ferromagnética. El término de acople entre la magnetización local y la corriente externa es del tipo *torque* inducido \mathbf{T} [Ec. (3)]. La solución a la ecuación LLGB resultante es estudiada utilizando una variante para el propagador de difusión en sistemas infinitamente extendidos en 1D y 3D, mientras que el efecto de las fronteras de contacto es analíticamente considerado en el caso más general posible en 1D y bajo la prescripción de una solución del tipo Dirichlet (Apéndice I). Diferentes resultados físicos son obtenidos y discutidos, en particular: (i) la variación de estructura de bandas asociadas a las energías de los modos colectivos del tipo Damon-Esbach bajo los efectos de la corriente de portadores, (ii) el tiempo de vida de las ondas de espín estimuladas vía fuente externa (campo magnético o corriente de portadores de carga), su dependencia con los tiempos característicos τ_{SF} , τ_{ex} y el factor de Gilbert α en la aproximación de la distribución de Boltzmann, y (iii) la relación de inestabilidad para las ondas de espín en términos de la densidad de corriente de portadores de carga y el campo magnético exterior desde la respuesta de susceptibilidad estática en sistemas 1D. Estos resultados permiten plantear problemas más específicos y de interés tecnológico relacionados por ejemplo con la emisión coherente de magnones en dispositivos híbridos de contacto del tipo grafito laminar/ferromagneto (Tang Z. et-al, 2013), considerando las funcionales de la acumulación de la densidad de portadores de espín en las superficies de frontera (tomadas como cero en este desarrollo), y diferentes estados de polarización de la corriente y el campo exterior en el rango de la radiación

de microondas. Es necesario resaltar que el tratamiento presentado en este artículo es de carácter semiclásico. Una derivación rigurosa y muy reciente de la naturaleza *gauge* del efecto Hall de espín (SHE) puede encontrarse en (Tan S. G. et-al, 2015).

Apéndice I: solución tipo Dirichlet en 1D

Introduciendo las definiciones $\mathbf{M} = (m^X, m^Y, M_0)$, $F^\pm = \mp i\gamma M_0 H_{0Z} / (1 \mp i\alpha)$, la ecuación (2) toma la forma:

$$\frac{\partial m^\pm}{\partial t} = a_\pm^2 \frac{\partial^2 m^\pm}{\partial z^2} + b_\pm \frac{\partial m^\pm}{\partial z} + \bar{\omega}_H^\pm m^\pm + F^\pm; \quad 0 < z < \ell, \quad (25)$$

con $m^\pm = m^X \pm im^Y$. La solución para las componentes m^\pm se obtienen desde la transformación:

$$m^\pm(z, t) = u^\pm(z, t) + \left(1 - \frac{z}{\ell}\right) m^\pm(0, t) + \frac{z}{\ell} m^\pm(\ell, t), \quad (26)$$

válida para $t > 0$, $0 < z < \ell$, en donde $m^\pm(0, t)$ y $m^\pm(\ell, t)$ corresponden a las condiciones de frontera en $z = 0$ y $z = \ell$ respectivamente, y $u^\pm(0, t) = u^\pm(\ell, t) = 0$. La ecuación (26) debe reescribirse como:

$$\frac{\partial u^\pm}{\partial t} = a_\pm^2 \frac{\partial^2 u^\pm}{\partial z^2} + b_\pm \frac{\partial u^\pm}{\partial z} + \bar{\omega}_H^\pm u + \bar{F}^\pm; \quad 0 < z < \ell, \quad (27)$$

$t > 0$. El término *fuerza* se escribe ahora como:

$$\begin{aligned} \bar{F}^\pm(z, t) = & F^\pm + \frac{b_\pm}{\ell} (m^\pm(\ell, t) - m^\pm(0, t)) \\ & - \left(1 - \frac{z}{\ell}\right) \left(\frac{\partial m^\pm(0, t)}{\partial t}\right) - \frac{z}{\ell} \left(\frac{\partial m^\pm(\ell, t)}{\partial t}\right) + \\ & \bar{\omega}_H^\pm \left[\left(1 - \frac{z}{\ell}\right) m^\pm(0, t) + \frac{z}{\ell} m^\pm(\ell, t) \right]. \end{aligned} \quad (28)$$

La solución completa para $u^\pm(z, t)$ puede escribirse en forma compacta como (Guenther R. B. and Lee J. W., 1988) (en notación reducida $a \equiv a_\pm$, $b \equiv b_\pm$, $F \equiv F^\pm$, $\bar{\omega}_H^\pm = \bar{\omega}_H$):

$$u(z, t) = \frac{2}{\ell} \int_0^\ell \sum_{n=1}^\infty U_n(z', t) \sin\left(\frac{n\pi z}{\ell}\right) \sin\left(\frac{n\pi z'}{\ell}\right) dz', \quad (29)$$

con los coeficientes de $U_n(z', t)$ dados por:

$$U_n(z', t) = \exp\left[-Q_n(z - z', t)\right] u(z', 0) + \int_0^t \exp[-R_n(t - \tau)] \bar{F}(z', \tau) d\tau, \quad 0 < \tau < t. \quad (30)$$

Las funciones $Q_n(z, t)$ y $R_n(t)$ se definen como:

$$Q_n(z, t) = \left(\frac{a^2 \pi^2 n^2}{\ell^2} - \bar{\omega}_H \right) t + \frac{b}{2a^2} \left(z + \frac{b}{2} t \right),$$

$$R_n(t) = Q_n(z, t) - \frac{bz}{2a^2}. \quad (31)$$

El caso particular $b_{\pm} = \bar{F}^{\pm} = 0$, reduce (29) a la solución típica de la ecuación del calor en una dimensión y condiciones de Dirichlet:

$$u^0(z, t) = \frac{2}{\ell} \int_0^{\ell} \sum_{n=1}^{\infty} U_n^0(z', t) \sin\left(\frac{n\pi z}{\ell}\right) \sin\left(\frac{n\pi z'}{\ell}\right) dz', \quad (32)$$

con $U_n^0(z', t) = u(z', 0) \exp[-a^2 \pi^2 n^2 t / \ell^2]$. Con un procedimiento similar, la solución para la densidad electrónica $\mu(z, t)$ puede expresarse como:

$$\mu(z, t) = v(z, t) + \left(1 - \frac{z}{\ell}\right) \mu_0(t) + \frac{z}{\ell} \mu_{\ell}(t); \quad (33)$$

$0 < z < \ell, v(0, t) = v(\ell, t) = 0$ y

$$v(z, t) = \frac{2}{\ell} \int_0^{\ell} \sum_{n=1}^{\infty} \bar{h}_n(z', t) \sin\left(\frac{n\pi z}{\ell}\right) \sin\left(\frac{n\pi z'}{\ell}\right) dz', \quad (34)$$

y el kernel \bar{h}_n definido explícitamente por:

$$\bar{h}_n(z, t) = \frac{D_0^{-1} H_{J_e}(z, t) - \kappa_i^2 [(1 - z/\ell) \mu_0(t) + z \mu_{\ell}(t) / \ell]}{\kappa_i^2 - n^2 \pi^2 / \ell^2}. \quad (35)$$

Las funciones $\mu_0(t), \mu_{\ell}(t)$ corresponden a las distribuciones de las densidades de espín electrónico en las superficies $z = 0$ y $z = \ell$ respectivamente. La función $H_{J_e}(z, t)$ en (35) es, en términos de $\vec{\mu}$:

$$\mathbf{H}_{J_e}(z, t) = D_0 \nabla^2 \vec{\mu} - \frac{1}{\tau_{ex}} \vec{\mu} \times \hat{\mathbf{z}} - \frac{\vec{\mu}}{\tau_{sf}}. \quad (36)$$

Las componentes de la proyección del campo $H_{J_e}(z, t)$ en el plano XY en la representación de onda de espín rotada (SWRR) son equivalentes a las definidas en la ecuación (5).

Apéndice II

En notación simplificada, la solución a la ecuación homogénea $\hat{L}^{\pm} m^{\pm} = 0$ [Cfr. Ec. (8)] toma la forma: $m^{\pm}(q, t) \sim \exp[-M_q t]$, con $M_q = a_{\pm}^2 q^2 - ib_{\pm} q \cos \theta - \bar{\omega}_H^{\pm}$. Integrando en el dominio del momentum, se obtiene el resultado (9), con $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$.

$$\int_0^{\pi} \int_0^{\infty} \exp[-M_q t + iqR \cos \theta] q^2 \sin \theta d\theta dq \sim K_{\infty}^{3D\pm}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; t). \quad (37)$$

Conflicto de intereses

El autor no reconoce conflicto de interés alguno en el proceso de escritura y publicación de este artículo.

Bibliografía

- Anderson P. W.** (1961). Localized Magnetic States in Metals, Phys. Rev. **124**: 41. doi: 10.1103/PhysRev.124.41
- Akhiezer I. A., Bar'yakhtar V. G. and Peletminskii S. V.** (1961). On the theory of low-temperature, high-frequency magnetic susceptibility of a ferroelectric, Soviet Physics JETP **13**: 249.
- Bazaliy Ya, B. Jones B. A. and Zhang S. -C.** (1998). Modification of the Landau-Lifshitz equation in the presence of a spin-polarized current in colossal- and giant-magnetoresistive materials, Phys. Rev. B **57**, R3213. doi: 10.1103/PhysRevB.57.R3213
- Berger L.** (1996). Emission of spin waves by a magnetic multilayer traversed by a current, Phys. Rev. B **54**, 9353. doi: 10.1103/PhysRevB.54.9353
- Chupis I. E.** (1964). Theory of Relaxation processes in a uniaxial antiferroelectric, Soviet Physics JETP **19**: 212. doi: http://www.jetp.ac.ru/cgi-bin/dn/e_019_01_0212.pdf.
- Cottam M. and Tilley M. R.** (1989). Introduction to Surface and Superlattice Excitations, Cambridge University Press, (1989).
- Demidov V. E., Urazhdin S. and Demokritov S. O.** (2010). Direct observation and mapping of spin waves emitted by spin-torque nanooscillators, Nature **9**: 984. doi: 0.1038/nmat2882
- Eshbach J. R. and Damon R. W.** (1960). Surface Magnetostatic Modes and Surface Spin Waves, Phys. Rev. **118**: 1208. doi: 10.1103/PhysRev.118.1208
- Fetter A. and Walecka J. D.** (2002). Quantum Theory of Many Particle Systems, Dover Publications.
- Función Lin (z)**, <http://functions.wolfram.com/10.08.02.0001.01>
- $$\text{Li}_n(z) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{z^k}{k^n}; \quad \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \text{Li}_{\frac{1}{2}}(e^{\mu}) = \int_0^{\infty} \frac{k^{-1/2} dk}{e^{(k-\mu)} - 1}.$$
- Gilbert T. L.** (2004). Classics in Magnetism: A Phenomenological Theory of Damping in Ferromagnetic Materials, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. **40** (6): 3443. doi: 10.1109/TMAG.2004.836740
- Gómez J., Pérez F., Jusserand B., Karczewski K. and Wojtowicz T.** (2011). Propagation length of spin waves in a conducting system, Journal of Physics: Conference Series **334** 012055. doi: 10.1088/1742-6596/334/1/012055
- Guenther R. B. and Lee J.W.** (1988). Partial Differential Equations of Mathematical Physics and Integral Equations, Dover Publications.
- Hertz J. and Edwards D. M.** (1973). Electron-magnon interactions in itinerant ferromagnetism: Formal theory, J. Phys. F: Metal Phys., **3** 2174. doi: 10.1088/0305-4608/3/12/018

- Kitamura Y., Shikoh E., Ando Y., Shinjo T., Shiraishi M.** (2013). Vertical spin transport in Al with Pd/Al/Ni₈₀Fe₂₀ trilayer films at room temperature by spin pumping, *M. Sci. Rep.* 3, 1739; doi: 10.1038/srep01739
- Kondo J.** (1964). Resistance Minimum in Dilute Magnetic Alloys, *Prog. Theor. Phys.* 2 (1): 37-49. doi: 10.1143/PTP.32.37
- Lavrik A. F.** Complex integration, method of. A.F. Lavrik (originator), *Encyclopedia of Mathematics*. URL: <http://www.encyclopediaofmath.org>.
- Li Z., He J. and Zhang S.** (2006). Effects of spin current on ferromagnets, *Journal of Applied Physics* 99 08Q702. doi: 10.1063/1.2166590
- Maekawa S., Adachi H., Uchida K., Ieda J. and Saitoh E.** (2013). Spin Current: Experimental and Theoretical Aspects, *Journal of the Physical Society of Japan* 82 102002. doi: 10.7566/JPSJ.82.102002
- Madami M., Bonetti S., Consolo G., Tacchi S., Carlotti G., Gubbiotti G., Mancoff F. B., Yar M. A. and Akerman J.** (2011). Direct observation of a propagating spin wave induced by spin-transfer torque, *Nature Nanotechnology* 6: 635. doi: 10.1038/nnano.2011.140
- Phillips T. G.** and Rosenberg H. M. (1966). Spin Waves in Ferromagnets, *Rep. Prog. Phys.* 29 285. doi: 10.1088/0034-4885/29/1/307
- Saitoh, E., Ueda, M., Miyajima, H. and Tatara, G.** (2006). Conversion of spin current into charge current at room temperature: Inverse spin-Hall effect. *Appl. Phys. Lett.* 88, 182509. doi: 10.1063/1.2199473
- Sears M. R. and Saslow W. M.** (2012). Spin accumulation at ferromagnet/nonmagnetic material interfaces, *Phys. Rev. B* 85, 014404. doi: 10.1103/PhysRevB.85.014404
- Tan S. G. et al.**, (2015). Gauge Physics of Spin Hall Effect, *Sci. Rep.* 5, 18409. doi: 10.1038/srep18409
- Tang Z, Shikoh E., Ago H., Kawahara K., Ando Y., Shinjo T., and Shiraishi M.** (2013). *Phys. Rev. B* 87, 140401 (R). doi: 10.1103/PhysRevB.87.140401
- Tsoi M., Jansen A. G. M., Bass J., Chiang W. -C, Tsoi V. and Wyder P.** (2000). Generation and detection of phase-coherent current-driven magnons in magnetic multilayers, *Nature* 406, 46. doi: 10.1038/35017512
- Yamaguchi A.** (2004). Real-Space Observation of Current-Driven Domain Wall Motion in Submicron Magnetic Wires *Phys. Rev. Lett.* 92, 077205. doi: 10.1103/PhysRevLett.92.077205
- Zhang S. and Li Z.** (2010). Roles of Nonequilibrium Conduction Electrons on the Magnetization Dynamics of Ferromagnets, *Physical Review Letters* 93, 127204. doi: 10.1103/PhysRevLett.93.127204
- Zhang S. and Zhang S. S. -L.** (2009). Generalization of the Landau-Lifshitz-Gilbert Equation for Conducting Ferromagnets, *Physical Review Letters* 102, 086601. doi: 10.1103/PhysRevLett.102.086601
- Žutić I., Fabian J., Das Sarma S.** (2004). Spintronics: Fundamentals and Applications, *Review of Modern Physics* 76: 323-414, arXiv:cond-mat/0405528v1.