

# Correlación Difusiva de la Corriente de Espín y Electrones Itinerantes en Sistemas Magnéticos Confinados

Hernán Vivas Calderón\*

Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia, Sede Manizales, A.A. 127, Col.\*\*

La interacción de ondas de espín y portadores electrónicos en un medio magnético es descrita desde la aproximación semiclásica de Landau-Lifshitz-Gilbert-Bazaliy (LLGB), adaptando el formalismo del propagador de difusión en sistemas infinitamente extendidos y confinados. La corrección estática y termodinámica de las fluctuaciones transversales en la susceptibilidad magnética es obtenida en términos de la densidad de corriente de portadores y la intensidad del campo magnético externo, encontrándose una relación crítica del tipo  $J_e \sim H_{0Z}^{1/2}$  en sistemas unidimensionales. La respuesta asociada a la distribución de la densidad de portadores en función de  $J_e$ , así como su correlación de la corriente de espín ( $J_S$ ) en estado estacionario son discutidas para diferentes valores del campo aplicado y la diferencia de fase en la magnetización de las fronteras. El diagrama de fases del tiempo de vida medio de la emisión de ondas de espín estimuladas en función de la temperatura es calculado. El *rôle* del factor del Gilbert en la estabilidad térmica de las ondas de espín es estimado cuantitativamente.

**Palabras claves:** Ondas de Espín, Densidad de Corriente, Propagador Difusivo

## Diffusive Correlation for Spin Current and Itinerant Electrons in Confined Magnetic Systems

Spin waves - electron carrier interaction in a magnetic medium is described from the Landau-Lifshitz-Gilbert-Bazaliy (LLGB) semiclassical approximation, by adapting the diffusion propagator formalism on infinitely extended and confined systems. The static and thermal correction due to the transverse fluctuations on the magnetic susceptibility are obtained in terms of the carrier density current and the external applied field, providing a critical relationship in the form  $J_e \sim H_{0Z}^{1/2}$ , valid for 1D systems. The response of the carrier density distribution as a function  $J_e$  as well as its correlation with the spin current ( $J_S$ ) in steady state are discussed for different values of the applied field and boundary magnetization phase difference. Average lifetime phase diagram for stimulated spin waves as a function of temperature is also calculated. The Gilbert factor *rôle* on thermal stability in spin waves has been quantitatively found.

**Keywords:** Spin Waves, Current Density, Diffusive Propagator

### I. Introducción

La *espintrónica* puede considerarse un área interdisciplinaria muy activa que estudia las características singulares en la transferencia, transporte y acumulación del flujo de electrones con espín polarizado [1]. El estudio de la fenomenología asociada a la interacción de espines electrónicos itinerantes en un medio magnéticamente ordenado ha ganado especial relevancia en la última década, aunque existen desarrollos teóricos importantes que han sido reportados desde los años 60 [2–4]. La interacción mínima entre espines de diferente naturaleza es usualmente descrita a través del Hamiltoniano *s-d* propuesto por P. Anderson en 1961 [5] y definido por:

$$\hat{\mathcal{H}} = -\mathcal{A}\mathbf{s} \cdot \mathbf{S}, \quad (1)$$

en donde  $\mathbf{s}$  ( $\mathbf{S}$ ) corresponde al operador de espín de los electrones itinerantes (localizados) en el sistema, y  $\mathcal{A}$  es

una constante de acople. En el marco de la aproximación semiclásica, estos operadores se aproximan a sus respectivos valores medios  $\vec{\mu} = \langle \mathbf{s} \rangle$  y  $\mathbf{S} \equiv \mathbf{SM}/M_0$ , en donde  $M_0$  es el valor de la magnetización promedio. Este formalismo aplica, entre una amplia variedad de situaciones en la ciencia del magnetismo, en el estudio de los fenómenos de contacto en una configuración metal no magnético (N) y un ferromagneto (F) bajo la acción de una corriente de espín desde F hacia el metal N en el régimen de microondas. Mencionaremos algunos casos específicos. La distribución espacial de la corriente de espín inyectada desde un sistema (YIG) hacia un metal (Pt) puede medirse utilizando técnicas propias del efecto Hall de espín inverso ISHE [6]. La correlación entre la densidad de corriente de carga  $J_C$  y la corriente de espín inyectada en sistemas de tricapa del tipo Pd/Al/Ni<sub>80</sub>Fe<sub>20</sub> también ha sido confirmada. La precesión del campo de magnetización en la película ferromagnética induce una densidad de corriente de espín  $J_S$  en el conductor metálico (Al). La densidad de corriente de portadores de *carga* medida en el Paladio (Pd) es producida por  $J_S$  vía ISHE [7]. Ondas de espín inducidas en películas de

\*☎(6)8879400x55760

\*\*Electronic address: hvivasc@unal.edu.co

CoFe/Pd-Cu por transferencia del torque han sido detectadas recientemente utilizando la técnica de dispersión de Brillouin  $\mu$ -BLS [8]; y previamente, en un experimento de Resonancia del Espín Electrónico (ESR) en multicapas de  $(\text{Co/Cu})_N$ , considerado en ese entonces como una demostración *realizable* de la generación controlada por emisión de radiación (SWASER) en el rango de 40-60 GHz [9]. La observación directa del espectro de la radiación direccional del tipo BLS desde un arreglo de multicapas de  $\text{CuPyCuCo}_{70}\text{Fe}_{30}\text{Au}$  en el intervalo de 7 a 11 GHz constituye otra evidencia experimental del fenómeno de emisión de radiación de magnones producida por nanosciladores (STNO) [10]. Este contexto permite plantear la construcción de una base teórica para el cálculo de la función de la respuesta espectral en arreglos del tipo Py/Metal/Metal (PMM) utilizando el formalismo del propagador de difusión, y considerando que los fenómenos de transporte de corriente de electrones y de espín coexisten simultáneamente. Este artículo está organizado de la siguiente forma: en la Sección (II) se desarrollan las ecuaciones de Landau-Lifshitz-Gilbert-Bazaliy (LLGB) en estado estacionario para un sistema magnético confinado en una de las dimensiones; en la Sección (III) se discuten los modos de ondas de espín tipo *bulk*, la longitud de coherencia, el tiempo de vida termodinámico y el propagador propio de la dinámica de las excitaciones colectivas modificadas bajo la acción de una fuente externa de corriente de portadores electrónicos; en la Sección (IV) se discute la relación de criticalidad entre la corriente y la magnitud del campo externo aplicado en sistemas 1D. En el apéndice (I) se presenta una solución general utilizando el método de Dirichlet para condiciones de contorno arbitrarias en la densidad de espín.

## II. Formalismo LLGB: Análisis en Estado Estacionario

La ecuación generalizada de continuidad para la corriente de difusión del espín itinerante genera una contribución del tipo torque  $\mathbf{T} \propto \vec{\mu} \times \mathbf{M}$  sobre la evolución dinámica del campo  $\mathbf{M}$  en un ferromagneto. Esta evolución es descrita desde la ecuación de Landau modificada, introduciendo los efectos de la interacción de la densidad de espín electrónico  $\vec{\mu}$  sobre  $\mathbf{M}$  [11]. Explícitamente:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{eff} + \frac{\alpha}{M_0} \mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} + \mathbf{T}, \quad (2)$$

en donde  $\mathbf{H}_{eff}$  corresponde al campo magnético efectivo del tipo Phillips-Rosenberg [13]:  $\mathbf{H}_{eff} \approx \mathbf{H}_0 + 2J\gamma^{-2} (\mathcal{K} + a_m^2 \nabla^2) \mathbf{M}$ ;  $\mathcal{K}$  como el número de sitios más cercanos al lugar  $\mathbf{x}$  en donde se calcula la magnetización instantánea  $\mathbf{M}(\mathbf{x}, t)$ ;  $a_m$  corresponde al valor medio del parámetro de red del sistema magnético y  $J$  define la interacción de intercambio entre primeros sitios. Estos términos son convenientemente normalizados a una *constante de difusión*  $\mathcal{D}(J) = 2JM_0a_m^5/\hbar^2\gamma^2$ .  $\mathbf{H}_0$  corresponde al campo magnético externo aplicado en el sistema. El término que contiene el factor  $\alpha$  (Gilbert) introduce el efecto de atenuación del campo de magnetización [12].

El torque inducido  $\mathbf{T}$  en la geometría particular ilustrada en la figura (1) se reduce a [14–16]:

$$\mathbf{T} = -\frac{b_{J_e}}{M_0^2} \mathbf{M} \times \left( \mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial z} \right) - \frac{c_{J_e}}{M_0} \mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial z}, \quad (3)$$

en donde los parámetros  $b_{J_e} = \mu_B J_e / e M_0 D_0$  y  $c_{J_e} = (\tau_{ex} / \tau_{SF}) b_{J_e}$  son directamente proporcionales a la magnitud de la densidad de corriente de conducción en la dirección  $Z$ :  $\mathbf{J}_e = J_e \hat{\mathbf{z}}$ .  $\tau_{SF}$  es tomado como el tiempo de relajación del espín localizado (*spin flip*) y  $\tau_{ex}$  es un parámetro característico del orden del inverso de la magnitud del acople entre los espines itinerantes y localizados  $\hbar / \mathcal{A}$  [Ec. (1)], mientras que la densidad de corriente de espín  $\mathbf{J}_S$  está relacionada con la densidad de espín electrónico  $\vec{\mu}$  a través de la ecuación de difusión  $\mathbf{J}_\mu^\nu = -D_0 \nabla \mu^\nu$ . La solución para  $\mu^\pm = \mu^X \pm i\mu^Y$  en términos de las componentes del campo de magnetización transversal de los espines localizados en esta aproximación puede obtenerse desde:

$$D_0 \nabla^2 \vec{\mu} - \frac{1}{\tau_{ex} M_0} \vec{\mu} \times \mathbf{M} - \frac{1}{\tau_{SF}} \vec{\mu} = -\frac{\mu_B}{e M_0} (\mathbf{J}_e \cdot \nabla) \mathbf{M},$$

y en el caso unidimensional desde la ecuación:

$$\frac{\partial^2 \mu^\pm}{\partial z^2} + \kappa_{1,2}^2 \mu^\pm = D_0^{-1} H_{J_e}^\pm, \quad (4)$$

con  $m^\pm = m^X \pm i m^Y$ , y

$$H_{J_e}^\pm = \frac{n_0}{M_0} \frac{\partial m^\pm}{\partial t} - \frac{\mu_B J_e}{e M_0 D_0} \frac{\partial m^\pm}{\partial z}, \quad 0 < z < \ell, \quad (5)$$

y  $\mathbf{M}(\mathbf{x}, t) = M_0 \hat{\mathbf{z}} + \mathbf{m}(\mathbf{x}, t)$ . El valor de los coeficientes  $\kappa_i$  están definidos por  $\kappa_{1,2} = \left[ \pm i D_0^{-1} (\tau_{ex}^{-1} \pm i \tau_{SF}^{-1}) \right]^{1/2}$ . El término  $\partial^2 \mu^\pm / \partial z^2$  es relevante en el caso en el cual se considera la dimensión de la pared de dominio suficientemente pequeña comparada con la longitud de difusión  $\kappa^{-1}$  o cuando existen cambios abruptos de la magnetización en las interfaces en un sistema de multicapas. Los dos términos en la ecuación (5) pueden reconocerse directamente: el primero corresponde a las fluctuaciones temporales del campo  $m^\pm$  y el segundo está asociado su variación espacial. Centramos inicialmente nuestro análisis en la condición  $\partial m^\pm / \partial t \rightarrow 0$ , o en forma equivalente, bajo la consideración de una dinámica de magnetización mucho mas lenta que la de los portadores electrónicos de transporte. Las figuras (2) y (3) ilustran las distribuciones de la densidad de espín para diferentes valores de la corriente de conducción  $J_e / J_{S0}$  y un valor fijo del campo magnético aplicado. El régimen de estado estacionario para el campo de magnetización puede interpretarse como la condición intrínseca de equilibrio que existe entre el torque magnético inducido por la corriente aplicada  $\mathbf{T}$  y el torque producido por el campo magnético uniforme y las fluctuaciones asociadas a la interacción de intercambio. En términos explícitos,  $\mathbf{T} = \gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{eff}$ .

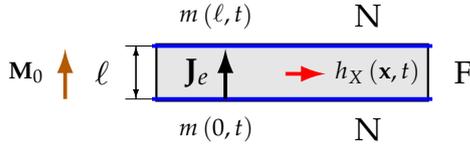


Figura 1: Sistema de una película ferromagnética (F) en contacto con electrodos metálicos no magnéticos (N). La dinámica del campo de magnetización en la región (F) inyecta corrientes de espín en (N) vía interacción del tipo  $s-d$  en las interfaces.

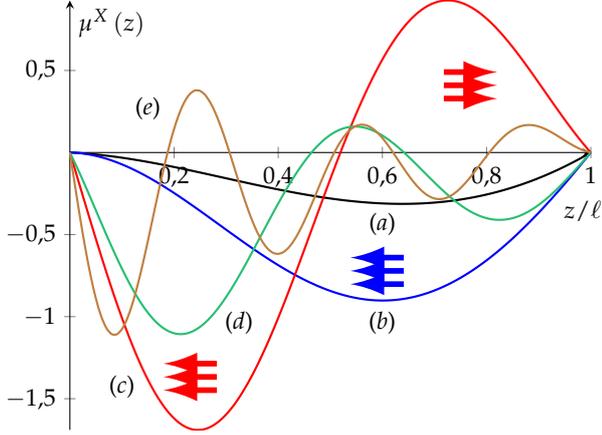


Figura 2: Distribución espacial de la densidad de espín electrónico  $\mu^X \equiv \text{Re}\{\mu^+\}$  con  $J_e/J_{e0}$  dado por (a) 1, (b) 2, (c) 3.5, (d) 5 y (e) 10. El campo magnético aplicado se define por  $h_0 = \tau_{SF}\gamma x^{-1}H_0 = 5$  y la diferencia de fase en los planos extremos de la película es  $\Delta\phi = \pi$ . La densidad de espín en los planos de contacto es cero.

La acumulación de la densidad de portadores  $\mu$  en las superficies se toman iguales a cero en primera instancia, aunque generalizaciones basadas en el criterio de irreversibilidad termodinámica han sido desarrolladas para interfaces en contacto del tipo F/F, F/N y N/N [17]. Existe un valor crítico de la corriente aplicada entre  $2,0 < J_e/J_{e0} < 3,5$  para el cual emerge un cambio en la orientación relativa del espín electrónico [curvas (c)], mientras que un incremento en  $J_e$  genera un patrón cuasiperiódico con longitud de onda  $\lambda_\mu(J_e)$  el cual afecta el gradiente de la densidad del espín electrónico, y a su vez, la corriente de espín intrínseca. En el rango valores de  $J_e \rightarrow 0$ , predomina la contribución de intercambio cuántico  $2J\gamma^{-2}(\mathcal{K} + a_m^2\nabla^2)\mathbf{M}$ , mientras que los efectos de transporte electrónico se reflejan en las perturbaciones del perfil de la corriente de espín  $J_S$ . La correlación  $J_S(J_e)$  es esencialmente de carácter lineal para valores de la relación  $J_e/J_{e0} > 10$ , excepto en el caso simétrico en el cual la diferencia de fase en las fronteras de la película es cero:  $\Delta\phi = 0$  [Ver Fig. (4)]. El parámetro de referencia  $J_{e0}$  es definido por  $J_{e0} = en_0D_0^2/\ell\mu_B x$ , con  $x = m_0/M_0$  como la relación de las amplitudes de la magnetización en el plano XY y la magnetización perpendicular al mismo.

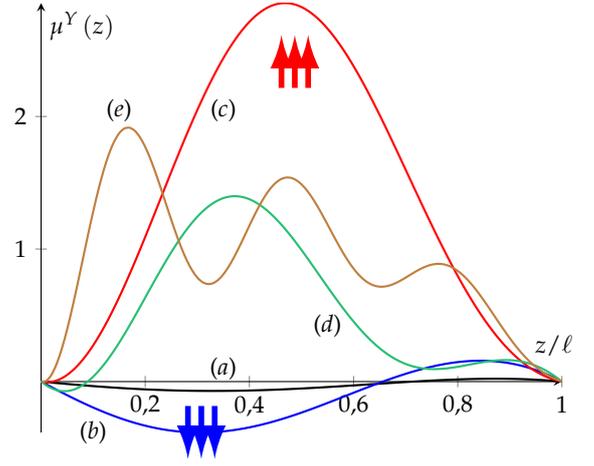


Figura 3: Distribución espacial de la densidad de espín electrónico  $\mu^Y \equiv \text{Im}\{\mu^+\}$  con  $J_e/J_{e0}$  dado por (a) 1, (b) 2, (c) 3.5, (d) 5 y (e) 10.  $h_0 = \tau_{SF}\gamma x^{-1}H_0 = 5$ ,  $\Delta\phi = \pi$ .

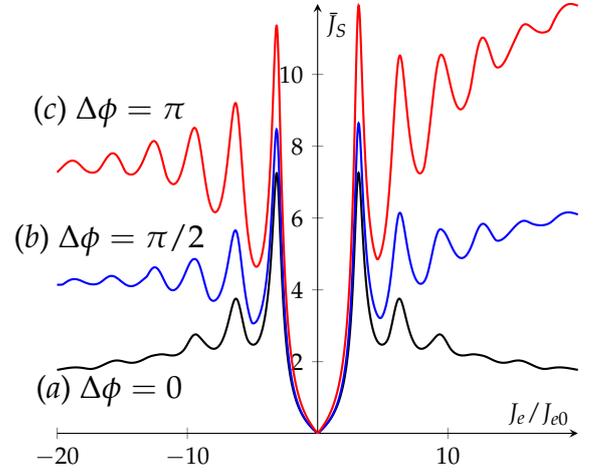


Figura 4: Valor medio de la corriente de espín  $\bar{J}_S$  en función de la corriente de carga  $J_e$  con  $\mathcal{D}(J)\tau_{SF}/\ell^2 = 0,5$  y de fases relativas  $\Delta\phi$ . Las corrientes están normalizadas en los parámetros:  $\bar{J}_S = J_S/J_{S0}$ ,  $J_{S0} = D_0n_0/\ell$ . El campo exterior se define por  $h_0 = \tau_{SF}\gamma x^{-1}H_0 = 5$ .

Las amplitudes de oscilación en la corriente de espín en el régimen intermedio de valores de  $J_e/J_{e0}$  tienden a ser mayores para una diferencia de fase  $\Delta\phi = \pi$ , mientras que para valores pequeños de  $J_e/J_{e0}$   $\bar{J}_S$  exhibe un incremento monótono en su perfil hasta cierto valor crítico en donde la respuesta de la corriente de difusión presenta un carácter oscilatorio en su amplitud. La densidad de corriente de espín promedio en función del campo magnético transversal aplicado, con diferentes magnitudes de  $J_e/J_{e0}$ , es mostrada en la figura (5).  $\bar{J}_S$  aumenta uniformemente con el incremento de  $h_0$  y  $J_e/J_{e0}$ , observándose un valor de la corriente de espín fuertemente dependiente de la asimetría de la polarización de la magnetización en las superficies y en ausencia del campo externo.

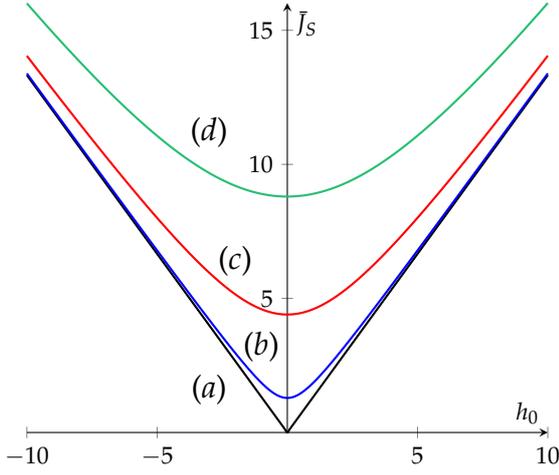


Figura 5: Corriente de espín en función del campo magnético aplicado con  $J_e/J_{e0} = 3,3$  y (a)  $\Delta\phi = 0$ , (b)  $\Delta\phi = \pi/4$ , (c)  $\Delta\phi = \pi/2$ , (d)  $\Delta\phi = \pi$ .

### III. Ondas de Espín: Longitud de Propagación y Tiempo de Vida

Una primera aproximación al cálculo de los modos de magnetización transversal puede obtenerse considerando que un campo magnético de prueba con polarización  $\mathbf{h}(\mathbf{x}, t) = (h_{0X} \exp[i(q_X x + q_Z z - \omega t)], 0, H_{0Z})$  y frecuencia  $\omega$  incide sobre el sistema generando una magnetización  $(m^X, m^Y, M_{0Z})$  definida a través de las componentes de la susceptibilidad  $\chi_{ij}$ :  $m^X = \chi_a h^X$ ;  $m^Y = -\chi_b h^X$ . Los campos varían temporalmente según  $\exp[-i\omega t]$ , y la solución físicamente plausible corresponde a la condición  $\text{Im}\{\omega\} < 0$ . Las ecuaciones extendidas para el caso tridimensional se modifican desde la relación

$$\hat{L}^\pm m^\pm = i\omega_M h^\pm, \quad (6)$$

con el operador  $\hat{L}^\pm$  dado por:

$$\hat{L}^\pm = \mp(1 \mp i\alpha) \frac{\partial}{\partial t} - iD(J) \nabla^2 - i(c_{J_e} \pm ib_{J_e}) \frac{\partial}{\partial z} + i\omega_H, \quad (7)$$

con  $\omega_M = \gamma M_{0Z}$  y  $\omega_H = \gamma H_{0Z}$ . Bajo la condición  $\nabla \cdot (\mathbf{h} + \mathbf{m}) = 0$ , se obtiene  $(1 + \chi_a) q_X = 0$ , el cual tiene una solución del tipo  $\chi_a = -1$  [18, 19]. El propagador asociado a la ecuación (7) toma la forma:

$$K_\infty^{3D\pm}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; t) = \frac{1}{8(\pi a_\pm^2 t)^{3/2}} \exp\left[-\frac{G^{\pm 3D}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; t)}{4a_\pm^2 t}\right]; \quad (8)$$

con

$$G^{3D\pm}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; t) = \left(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'| + b_\pm t\right)^2 - 4a_\pm^2 t^2 \bar{\omega}_H^\pm, \quad (9)$$

$a_\pm^2 = \mp iD(J) / (1 \mp i\alpha)$ ,  $b_\pm = (b_{J_e} \mp ic_{J_e}) / (1 \mp i\alpha)$  y  $\bar{\omega}_H = \pm i\omega_H^\pm / (1 \mp i\alpha)$ . El cálculo de la expresión (8) es discutido en el Apéndice II. Las funciones  $2\chi_a = \chi_q^+ + \chi_q^-$  y  $-2i\chi_b = \chi_q^+ - \chi_q^-$  tienen la forma explícita en el dominio de la frecuencia y del momentum:

$$\chi_q^+ = \frac{i\omega_M}{\Delta_q^+}, \quad \chi_q^- = \frac{i\omega_M}{\Delta_q^-}; \quad (10)$$

con  $\Delta_q^\pm = \pm i\omega(1 \mp i\alpha) + B_q \pm ib_{J_e} q_Z + i\omega_H$ . La frecuencia de los modos de ondas de espín se obtiene desde la condición  $\Delta_q^\pm = 0$  ( $\alpha = 0$ ) y poseen una dependencia con la corriente aplicada  $J_e$  de la forma:

$$\omega_q = -b_{J_e} q_Z \pm \sqrt{\bar{\omega}_{Hq} (\bar{\omega}_{Hq} + \omega_M)} \quad (11)$$

con  $B_q = c_{J_e} q_Z + iD(J) (q_X^2 + q_Z^2)$  y  $\bar{\omega}_{Hq} = \omega_H - iB_q$ . En el límite de las excitaciones en el continuo ( $q \rightarrow 0$ ) la expresión (11) se reduce al resultado clásico de Damon-Eshbach (DE) [20]:  $\omega_{DE} = \sqrt{\omega_H (\omega_H + \omega_M)}$ . La longitud de propagación de las ondas de espín es definida por  $\ell_p^{-1} = 2k''$ , con  $k'' = \text{Im}\{\omega_q/v_g\}$ , en donde  $v_g$  es la velocidad de grupo de las excitaciones colectivas  $\partial\omega_q/\partial q_Z$ . En este caso  $\ell_p$  es calculado para modos no evanescentes ó  $\text{Im}\{\omega_q\} = 0$  (Fig. (6)). Los procesos de relajación de los portadores de espín en medios conductores limitan fuertemente la longitud de coherencia de las ondas de tipo SFW (*Spin Flip Waves*), afectando a su vez las propiedades de transporte o control de la información lógica. En consecuencia, es de interés identificar los máximos de  $\ell_p$  y sus posibles mecanismos de control vía campo externo ( $\omega_h$ ) o corriente aplicada ( $J_e$ ). Esta dependencia está en concordancia con el resultado experimental obtenido desde la técnica de dispersión Raman electrónica resonante (ERRS) en un gas electrónico bidimensional en estructuras de pozos cuánticos del tipo  $\text{Cd}_{1-x}\text{Mn}_x\text{Te}/\text{Cd}_{0,8}\text{Mg}_{0,2}\text{Te}$  [21]. Los efectos de la intensidad de la corriente de portadores y el campo aplicado en la estructura de bandas para ondas de espín transversales se muestra en la figura (7). La región de las frecuencias permitidas para el caso  $J_e = 0$  se denotan con (A). El ancho de banda tiende a disminuir para valores normalizados de  $q_Z \rightarrow \pi/2$ . Cuando la corriente es aplicada en dirección  $+\mathbf{z}$  (banda B) las frecuencias límites de los modos permitidos yacen en un intervalo de menor valor comparadas con aquellas asociadas (A), y con valores relativamente constantes en el régimen de grandes longitudes de onda. En el caso de corriente aplicada en dirección  $-\mathbf{z}$ , (C) emerge una región de frecuencias prohibidas de baja energía para  $q_Z \lesssim 0,5$  la cual puede interpretarse como la destrucción de los estados de onda de espín producida por el incremento de la componente del torque de oposición  $\mathbf{T}^\pm$  sobre la magnetización transversal  $m^\pm$  (Eq. 3). Las componentes transversales de la susceptibilidad (10) pueden escribirse en términos de las autoenergías propias  $\Sigma_\pm^\pm$  asociadas a la propagación de las ondas de espín interactuando con la fuente

de corriente  $J_e$ :

$$\chi_q^\pm = \pm \omega_M \check{\mathbf{G}}_q^\pm = \pm \omega_M \left( \omega \pm \hbar^{-1} \varepsilon_q^0 - \Sigma_\pm^* \right)^{-1}, \quad (12)$$

con  $\varepsilon_q^0 = \hbar \mathcal{D}(J) q^2$  y  $\Sigma_\pm^* = \pm i \omega \alpha \pm i c_{J_e} q_Z \mp \omega_H - b_{J_e} q_Z$ . El tiempo característico de relajación de las excitaciones colectivas está definida desde:

$$\frac{1}{\tau_q} = - \frac{2 \text{Im} \Sigma^*|_{\varepsilon_q/\hbar}}{1 - \frac{\partial}{\partial \omega} \text{Re} \Sigma^*|_{\varepsilon_q/\hbar}}, \quad (13)$$

en donde las componentes real e imaginaria de  $\Sigma^*$  deben evaluarse para valores de frecuencias definidos por la energía *renormalizada*  $\varepsilon_q = \varepsilon_q^0 + \text{Re}\{\hbar \Sigma^*\}$  [22]. El promedio del inverso del tiempo de vida relativo a la emisión de ondas de espín de puede calcularse utilizando la prescripción en el marco de la aproximación de Maxwell-Boltzmann [23, 24]:

$$\langle \tau^{-1} \rangle = \frac{\Omega^{-1} \int \tau_q^{-1} \exp(-\beta \varepsilon_q) d^3 \mathbf{q}}{\Omega^{-1} \int \exp(-\beta \varepsilon_q) d^3 \mathbf{q}}, \quad (14)$$

con  $\beta^{-1} = kT$ . El denominador del lado derecho de la ecuación (14), con  $\varepsilon_q = \varepsilon_q^0 + \hbar \omega_H - \hbar b_{J_e} q_Z$ , corresponde al promedio termodinámico del número de estados excitados de ondas de espín  $\langle n \rangle$  a temperatura  $T$  y  $\Omega \equiv 1$ :

$$\langle n \rangle = \frac{\pi^{3/2}}{(\hbar \beta \mathcal{D}(J))^{3/2}} \exp \left[ -\hbar \beta \left( \omega_H - \frac{b_{J_e}^2}{4 \mathcal{D}(J)} \right) \right], \quad (15)$$

el cual conduce a la relación clásica de Bloch  $\langle n \rangle \sim T^{3/2}$  en el caso  $J_e = 0$  y  $\omega_H = 0$ . El tiempo medio de emisión de ondas de espín en función de la temperatura es una relación lineal definida por  $\langle \tau^{-1} \rangle = \tau_0^{-1} + 3\alpha \hbar^{-1} kT$ ;  $\tau_0^{-1} = 2\alpha \omega_H + (2\tau_{ex}/\alpha \tau_{SF} - 1) \alpha b_{J_e}^2 / 2 \mathcal{D}(J)$ . El diagrama de fases  $[\langle \tau^{-1} \rangle, T]$  se describe en la figura (8). El parámetro  $2\tau_{ex}/\alpha \tau_{SF}$  define dos tipos de excitaciones: (I) ondas de espín inducidas (ISW) con tiempo de vida restringido a un valor de temperatura finito bajo la condición  $2\tau_{ex}/\alpha \tau_{SF} \geq 1$ , y (II) ondas de espín térmicamente generadas a temperaturas mayores que cierto valor crítico  $T_C$ , bajo la condición  $0 < 2\tau_{ex}/\alpha \tau_{SF} < 1$ . En este caso, el tiempo de emisión es mayor a temperatura fija comparado con los tiempos característicos asociados a la fase (I). Ondas coherentes de espín (CSW) con  $\langle \tau^{-1} \rangle = 0$  surgen en este régimen bajo la condición:  $kT_C = (1 - 2\tau_{ex}/\alpha \tau_{SF}) b_{J_e}^2 / 6\hbar^{-1} \mathcal{D}(J)$ , con  $\omega_H = 0$ . Este diagrama de fases demuestra el *rôle* del factor de Gilbert en la configuración de los modos de propagación, la estabilidad, el tiempo medio de vida de ondas emitidas y su correlación con la temperatura: el valor crítico de  $\alpha$  es del orden de  $2\tau_{ex}/\tau_{SF}$ , el cual define la escala de prevalencia en los efectos de relajación en las fluctuaciones de la magnetización transversal ( $\tau_{SF}$ ), sobre el mecanismo de

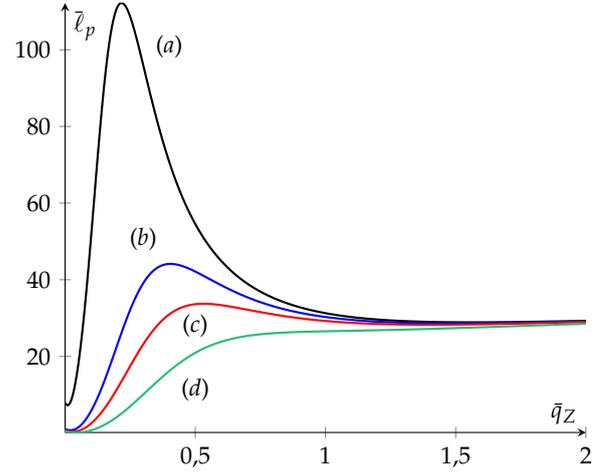


Figura 6: Longitud de propagación de las ondas de espín en función del vector de onda  $q_Z$  para diferentes valores de  $\omega_h$ . Con los valores normalizados  $\omega_m/\omega_{DE} = 10$ ,  $\mathcal{D}(J)/\omega_{DE} = 5$ ,  $b_{J_e}/\omega_{DE} = 1$ ,  $c_{J_e}/\omega_{DE} = 0,3$ . (a)  $\omega_h/\omega_{DE} = 0,01$ , (b)  $\omega_h/\omega_{DE} = 0,1$ , (c)  $\omega_h/\omega_{DE} = 0,2$ , (d)  $\omega_h/\omega_{DE} = 0,5$ .

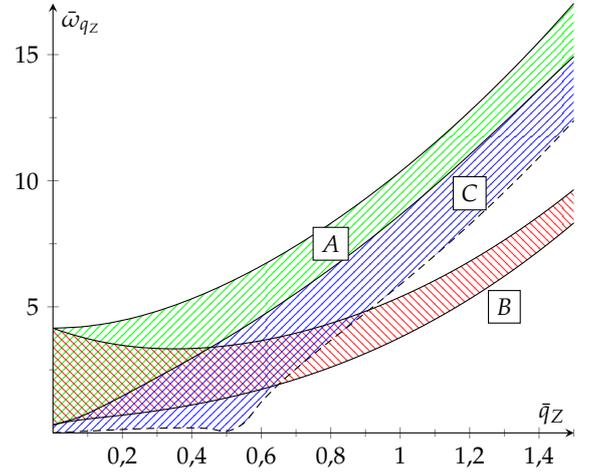


Figura 7: Estructura de bandas para los modos de propagación de las ondas de espín transversales en interacción con la corriente de portadores electrónicos. En todos los casos,  $0,01 \leq \omega_h/\omega_{DE} \leq 1,5$  y (A)  $b_{J_e}/\omega_{DE} = 0,0$ ,  $c_{J_e}/\omega_{DE} = 0,0$ ; (B)  $b_{J_e}/\omega_{DE} = 5$ ,  $c_{J_e}/\omega_{DE} = 1,5$ ; (C)  $b_{J_e}/\omega_{DE} = -5$ ,  $c_{J_e}/\omega_{DE} = -1,5$ .

interacción entre los electrones itinerantes y electrones localizados ( $\tau_{ex}$ ). El diagrama de fases indica que no es posible la emisión de ondas transversales de espín en el rango  $0 < T < T_C$  con  $2\tau_{ex}/\alpha \tau_{SF} < 1$ .

#### IV. Condición de Criticalidad en 1D

La ecuación (7) en un medio infinitamente extendido tiene una solución en términos del propagador *compuesto*

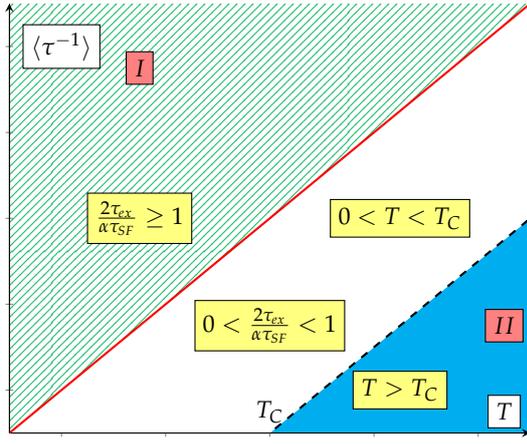


Figura 8: Diagrama de fases asociado al inverso del tiempo de vida promedio de las excitaciones de ondas de espín en función de la temperatura absoluta  $T$  y el parámetro característico  $2\tau_{ex}/\alpha\tau_{SF}$ .

$K_{\infty}^{\pm}(z, z'; t)$ :

$$m^{\pm}(z, t) = \int_{-\infty}^{\infty} K_{\infty}^{\pm}(z, z'; t) m^{\pm}(z', 0) dz' + \int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} K_{\infty}^{\pm}(z, z'; t - \tau) F^{\pm}(z', \tau) dz' d\tau, \quad (16)$$

con  $K_{\infty}^{\pm}(z, z'; t)$  igual a:

$$K_{\infty}^{\pm}(z, z'; t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi a_{\pm}^2 t}} \exp\left[-\frac{G^{\pm}(z, z'; t)}{4a_{\pm}^2 t}\right], \quad (17)$$

y  $G^{\pm}(z, z'; t) = (z - z' + b_{\pm}t)^2 - 4a_{\pm}^2 t^2 \bar{\omega}_H^{\pm}$ . La función  $K_{\infty}^{\pm}$  reproduce la solución de la ecuación del calor en una dimensión, en ausencia de corriente externa aplicada ( $b_{\pm} = 0$ ) y  $\omega_H = 0$  [25]. En la representación del momentum y la frecuencia (en notación reducida)  $K_{\infty}(iv, p)$  tiene la forma:

$$K_{\infty}(iv, p) = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{2a^2 \sigma(iv)} \frac{\sigma'(iv)}{(\sigma'^2(iv) + p^2)}, \quad (18)$$

con las funciones  $\sigma'(iv) = \sigma(iv) + b/2a^2$ ,  $a\sigma(iv) = \xi(iv - \bar{\omega}_H - ib^2/4a^2)^{1/2}$ ,  $\xi = i^{1/2}$ . En el caso  $b = \bar{\omega}_H = 0$ , la expresión (18) concuerda con la función de correlación de las fluctuaciones transversales de la magnetización  $\langle m^{\pm}(p, iv) m^{\pm}(-p, -iv) \rangle$ :

$$-iK_{\infty}(iv, p) \sim \frac{1}{\mathcal{D}(J)p^2 - iv}, \quad (19)$$

demonstrando el carácter estrictamente difusivo de estas perturbaciones. La presencia de una corriente externa modifica la naturaleza de la propagación de las fluctuaciones magnéticas hacia un régimen intermedio difusivo-ondulatorio con una velocidad de *arrastre* proporcional a

la magnitud de  $b_{\pm}$  y a su vez asociada a las distorsiones de la pared de dominio [26]. Si se aplica un pulso magnético instantáneo  $H(t) = H_0\delta(t)$  que da lugar a un campo espectral de ruido blanco  $H(iv) = H_0$ , la corrección en la susceptibilidad estática ( $iv \rightarrow 0$ ) en una dimensión converge para  $\sigma'(0)\sigma(0) \neq 0$  y está definida para todos los posibles valores del momentum de las ondas de espín por:

$$\Delta\chi(0) \propto \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp}{2\pi} K_{\infty}(0, p) = \frac{1}{8\pi a^2 \sigma(0) \sigma'(0)}. \quad (20)$$

En el caso  $\sigma(0) = 0$ ,  $\omega_H = b_{J_e} c_{J_e} / 2\mathcal{D}(J)$  y  $\sigma'(0) = 0$ ,  $\omega_H = b_{J_e} c_{J_e} / \mathcal{D}(J)$  cuyas soluciones tienen la estructura  $J_{eC} \sim H_{0Z}^{1/2}$ . Para frecuencias diferentes de cero, la Ec. (20) se debe modificar como:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp}{2\pi} K_{\infty}(iv, p) = \frac{1}{8\pi a^2 \sigma(iv)}. \quad (21)$$

La suma sobre las frecuencias complejas de Matsubara  $iv$  (Bosónicas) permite obtener la dependencia con la temperatura de la corrección de la susceptibilidad  $\Delta\chi$ :

$$\Delta\chi(T) \sim \frac{1}{8\pi a^2} \sum_{iv} \frac{1}{\sigma(iv)} = \frac{1}{8\pi a^2} \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{n_{BE}(z)}{\sigma(z)} dz, \quad (22)$$

en donde  $n_{BE}(z) = (\exp[\beta z] - 1)^{-1}$  es el factor estadístico de Bose-Einstein. El resultado de la integración conduce a [27]:

$$\Delta\chi(T) \sim \frac{\xi}{16\pi^2 a} \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) \text{Li}_{\frac{1}{2}}(\exp(-\beta w)), \quad (23)$$

$w = \bar{\omega}_H + ib^2/4a^2$ , con  $\text{Li}_n(z)$  como la función Polilogarítmica con argumento  $z$  [28]. La componente real de  $\text{Li}_{\frac{1}{2}}(z)$  es indefinida en  $z = 1$  ( $w = 0$ ) y en consecuencia, una relación de crítica del tipo  $|J_{eC}| = |H_{0Z}|^{1/2}$  surge bajo este criterio. Esta relación coincide en general con aquella obtenida en el régimen estático.

## V. Resumen y Conclusiones

En este artículo se presenta un análisis del efecto de la interacción de la corriente de portadores electrónicos sobre las ondas de espín en un medio metálico en fase ferromagnética. El término de acople entre la magnetización local y la corriente externa es del tipo *torque* inducido  $\mathbf{T}$  [Ec. (3)]. La solución a la ecuación LLGB resultante es estudiada utilizando una variante para el propagador de difusión en sistemas infinitamente extendidos en 1D y 3D, mientras que el efecto de las fronteras de contacto es analíticamente considerado en el caso más general posible en 1D y bajo la prescripción de una solución del tipo Dirichlet (Apéndice I). Diferentes resultados físicos son obtenidos y discutidos, en particular: (i) la variación de estructura de bandas asociadas a las energías de los

modos colectivos del tipo Damon-Esbach bajo los efectos de la corriente de portadores, (ii) el tiempo de vida de las ondas de espín estimuladas vía fuente externa (campo magnético o corriente de portadores), su dependencia con los tiempos característicos  $\tau_{SF}$ ,  $\tau_{ex}$  y el factor de Gilbert  $\alpha$  en la aproximación de la distribución de Boltzmann y (iii) la relación de inestabilidad para las ondas de espín en términos de la densidad de corriente de portadores y el campo magnético exterior desde la respuesta de susceptibilidad estática en sistemas 1D. Estos resultados permiten plantear problemas más específicos y de interés tecnológico actual relacionados con la emisión coherente de magnones en dispositivos híbridos de contacto del tipo grafito laminar/ferromagneto [29], considerando las funcionales de la acumulación de la densidad de portadores de espín en las superficies de frontera (tomadas cero en este desarrollo), y diferentes estados de polarización de la corriente y el campo exterior en el rango de la radiación de microondas.

## VI. Apéndice I: Solución tipo Dirichlet en 1D

Introduciendo las definiciones  $\mathbf{M} = (m^X, m^Y, M_0)$ ,  $F^\pm = \mp i\gamma M_0 H_{0Z} / (1 \mp i\alpha)$ , la ecuación (2) toma la forma:

$$\frac{\partial m^\pm}{\partial t} = a_\pm^2 \frac{\partial^2 m^\pm}{\partial z^2} + b_\pm \frac{\partial m^\pm}{\partial z} + \bar{\omega}_H^\pm m^\pm + F^\pm; \quad 0 < z < \ell, \quad (24)$$

con  $m^\pm = m^X \pm im^Y$ . La solución para las componentes  $m^\pm$  se obtienen desde la transformación:

$$m^\pm(z, t) = u^\pm(z, t) + \left(1 - \frac{z}{\ell}\right) m^\pm(0, t) + \frac{z}{\ell} m^\pm(\ell, t), \quad (25)$$

válida para  $t > 0$ ,  $0 < z < \ell$ , en donde  $m^\pm(0, t)$  y  $m^\pm(\ell, t)$  corresponden a las condiciones de frontera en  $z = 0$  y  $z = \ell$  respectivamente, y  $u^\pm(0, t) = u^\pm(\ell, t) = 0$ . La ecuación (25) debe reescribirse como:

$$\frac{\partial u^\pm}{\partial t} = a_\pm^2 \frac{\partial^2 u^\pm}{\partial z^2} + b_\pm \frac{\partial u^\pm}{\partial z} + \bar{\omega}_H^\pm u + \bar{F}^\pm; \quad 0 < z < \ell, \quad (26)$$

$t > 0$ . El término *fuentes* se escribe ahora como:

$$\begin{aligned} \bar{F}^\pm(z, t) = & F^\pm + \frac{b_\pm}{\ell} (m^\pm(\ell, t) - m^\pm(0, t)) \\ & - \left(1 - \frac{z}{\ell}\right) \left(\frac{\partial m^\pm(0, t)}{\partial t}\right) - \frac{z}{\ell} \left(\frac{\partial m^\pm(\ell, t)}{\partial t}\right) + \\ & \bar{\omega}_H^\pm \left[ \left(1 - \frac{z}{\ell}\right) m^\pm(0, t) + \frac{z}{\ell} m^\pm(\ell, t) \right]. \end{aligned} \quad (27)$$

La solución completa para  $u^\pm(z, t)$  puede escribirse en forma compacta como [30] (en notación reducida  $a \equiv a_\pm$ ,

$$b \equiv b_\pm, F \equiv F^\pm, \bar{\omega}_H^\pm = \bar{\omega}_H):$$

$$u(z, t) = \frac{2}{\ell} \int_0^\ell \sum_{n=1}^\infty U_n(z', t) \sin\left(\frac{n\pi z}{\ell}\right) \sin\left(\frac{n\pi z'}{\ell}\right) dz', \quad (28)$$

con los coeficientes de  $U_n(z', t)$  dados por:

$$U_n(z', t) = \exp\left[-Q_n(z - z', t)\right] u(z', 0) + \int_0^t \exp[-R_n(t - \tau)] \bar{F}(z', \tau) d\tau, \quad 0 < \tau < t. \quad (29)$$

Las funciones  $Q_n(z, t)$  y  $R_n(t)$  se definen como:

$$Q_n(z, t) = \left(\frac{a^2 \pi^2 n^2}{\ell^2} - \bar{\omega}_H\right) t + \frac{b}{2a^2} \left(z + \frac{b}{2}\right), \quad R_n(t) = Q_n(z, t) - \frac{bz}{2a^2}. \quad (30)$$

El caso particular  $b_\pm = \bar{F}^\pm = 0$ , reduce (28) a la solución típica de la ecuación del calor en una dimensión y condiciones de Dirichlet:

$$u^0(z, t) = \frac{2}{\ell} \int_0^\ell \sum_{n=1}^\infty U_n^0(z', t) \sin\left(\frac{n\pi z}{\ell}\right) \sin\left(\frac{n\pi z'}{\ell}\right) dz', \quad (31)$$

con  $U_n^0(z', t) = u(z', 0) \exp[-a^2 \pi^2 n^2 t / \ell^2]$ . Con un procedimiento similar, la solución para la densidad electrónica  $\mu(z, t)$  puede expresarse como:

$$\mu(z, t) = v(z, t) + \left(1 - \frac{z}{\ell}\right) \mu_0(t) + \frac{z}{\ell} \mu_\ell(t); \quad (32)$$

$$0 < z < \ell, v(0, t) = v(\ell, t) = 0$$

$$v(z, t) = \frac{2}{\ell} \int_0^\ell \sum_{n=1}^\infty \bar{h}_n(z', t) \sin\left(\frac{n\pi z}{\ell}\right) \sin\left(\frac{n\pi z'}{\ell}\right) dz', \quad (33)$$

y el kernel  $\bar{h}_n$  definido explícitamente por:

$$\bar{h}_n(z, t) = \frac{D_0^{-1} H_{J_e}(z, t) - \kappa_i^2 [(1 - z/\ell) \mu_0(t) + z \mu_\ell(t) / \ell]}{\kappa_i^2 - n^2 \pi^2 / \ell^2}. \quad (34)$$

Las funciones  $\mu_0(t)$ ,  $\mu_\ell(t)$  definen las distribuciones de las densidades de espín electrónico en las superficies  $z = 0$  y  $z = \ell$  respectivamente. La función  $H_{J_e}(z, t)$  en (34) es, en términos del momento electrónico  $\vec{\mu}$ :

$$\mathbf{H}_{J_e}(z, t) = D_0 \nabla^2 \vec{\mu} - \frac{1}{\tau_{ex}} \vec{\mu} \times \hat{\mathbf{z}} - \frac{\vec{\mu}}{\tau_{sf}}. \quad (35)$$

Las componentes de la proyección del campo  $H_{J_e}(z, t)$  en el plano XY en la representación de onda de espín rotada (SWRR) son equivalentes a las definidas en la ecuación (5).

## VII. Apéndice II

En notación simplificada, la solución a la ecuación homogénea  $\hat{L}^\pm m^\pm = 0$  [Cfr. (Ec. 7)] toma la forma:  $m^\pm(q, t) \sim \exp[-M_q t]$ , con  $M_q = a_\pm^2 q^2 - ib_\pm q \cos \theta - \bar{\omega}_H^\pm$ . Integrando en el dominio del momentum, se obtiene el resultado (8), con  $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ .

$$\int_0^\pi \int_0^\infty \exp[-M_q t + iqR \cos \theta] q^2 \sin \theta d\theta dq \quad (36)$$

$$\sim K_\infty^{3D\pm}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'; t).$$

*El autor no reconoce conflicto de interés alguno en el proceso de escritura y publicación de este artículo.*

- 
- [1] I. Žutić, J. Fabian, S. Das Sarma, arXiv:cond-mat/0405528v1 (2004), Rev. Mod. Phys. **76**, 323 (2004).
- [2] J. Kondo, Prog. Theor. Phys. **2** (1): 37-49, DOI: 10.1143/PTP.32.37 (1964).
- [3] J. A. Hertz and D. M. Edwards, J. Phys. F: Metal Phys., **3** 2174 (1973).
- [4] L. Berger, Phys. Rev. B **54**, 9353 (1996).
- [5] P. W. Anderson, Phys. Rev. **124**, 41 (1961).
- [6] S. Maekawa, H. Adachi, K. Uchida, J. Ieda and E. Saitoh, Journal of the Physical Society of Japan **82** 102002 (2013).
- [7] Kitamura, Y., Shikoh, E., Ando, Y., Shinjo, T. Shiraishi, M. Sci. Rep. **3**, 1739; DOI:10.1038/srep01739 (2013).
- [8] M. Madami *et-al*, Nature Nanotechnology **6**, 635 (2011). [DOI:10.1038/nnano.2011.140]
- [9] M. Tsoi, A. G. M. Jansen, J. Bass, W. -C. Chiang, V. Tsoi and P. Wyder Nature **406**, 46 (2000).
- [10] V. E. Demidov, S. Urazhdin and S. O. Demokritov, Nature **9**, 984 (2010).
- [11] S. Zhang and Z. Li, Physical Review Letter **93**, 127204 (2004).
- [12] T. L. Gilbert, IEEE Transactions on Magnetics, Vol. **40**, **6**, 3443 (2004).
- [13] T. G. Phillips and H. M. Rosenberg, Rep. Prog. Phys. **29** 285 (1966).
- [14] Ya. B. Bazaliy, B. A. Jones and S. -C. Zhang, Phys. Rev. B **69**, 054408 (2004).
- [15] Z. Li, J. He and S. Zhang, arXiv:cond-mat/0508735v1 (2005).
- [16] S. Zhang and S. S.-L. Zhang, Physical Review Letter **108**, 086601 (2009).
- [17] M. R. Sears and W. M. Saslow, Phys. Rev. B **85**, 014404 (2012).
- [18] M. Cottam, D.R. Tilley, *Introduction to Surface and Superlattice Excitations*, Cambridge University Press, (1989).
- [19] Desarrollando el operador divergencia  $\nabla \cdot (\mathbf{h} + \mathbf{m}) = 0$ :
- $$(1 + \chi_a) (\partial_X h_X + \partial_Y h_Y) + \chi_b (\partial_X h_Y - \partial_Y h_X) = 0.$$
- En el caso particular para la onda incidente polarizada con  $q_Y = 0$  y  $h_Y = 0$  reduce la solución de la ecuación anterior a  $\chi_a = -1$ .
- [20] J. R. Eshbach and R. W. Damon, Phys. Rev. **118**, 1208 (1960).
- [21] J. Gómez, F. Pérez, B. Jusserand, K. Karczewski and T. Wojtowicz, Journal of Physics: Conference Series **334** (2011) 012055.
- [22] A. Fetter and J. D. Walecka, *Quantum Theory of Many Particle Systems*, Dover Publications (2002).
- [23] I. E. Chupis, Soviet Physics JETP **19**, 212 (1964).
- [24] I. A. Akhiezer, V. G. Bar'yakhtar and S. V. Peletminski, Soviet Physics JETP **13**, 249 (1961).
- [25] En este resultado deben considerarse las identidades:
- $$\partial_\tau K_\infty + a^2 \partial_{z'}^2 K_\infty - b \partial_{z'} K_\infty + \bar{\omega}_H K_\infty = 0,$$
- con  $K_\infty(z, z', t \rightarrow 0) = \delta(z - z')$ .
- [26] A. Yamaguchi *et al.*, Phys. Rev. Lett. **92**, 077205 (2004).
- [27] Complex integration, method of. A.F. Lavrik (originator), Encyclopedia of Mathematics. URL: <http://www.encyclopediaofmath.org>
- [28] <http://functions.wolfram.com/10.08.02.0001.01>
- [29] Z. Tang, E. Shikoh, H. Ago, K. Kawahara, Y. Ando, T. Shinjo, and M. Shiraishi, Phys. Rev. B **87**, 140401 (R) (2013).
- [30] R. B. Guenther, J. W. Lee, *Partial Differential Equations of Mathematical Physics and Integral Equations*, Dover Publications (1988).