

DESCRIPCIÓN DEL CURSO DE CÁLCULO DIFERENCIAL DE AIMÉ BERGERON EN EL *COLEJIO MILITAR*

por

Víctor Samuel Albis-González* & Clara H. Sánchez*

Resumen

V. S. Albis-González & C. H. Sánchez: Descripción del Curso de Cálculo de Aimé Bergeron en el Colejio Militar. Rev. Acad. Colomb. Cienc. **23**(86): 73-79. 1999. ISSN 0370-3908.

En este trabajo hacemos la descripción de un manuscrito, que reposa en la Biblioteca Nacional de Colombia, el cual contiene las notas de Sixto I. Barriga tomadas en el curso de cálculo diferencial, dictado en el *Colejio Militar* por Aimé Bergeron, en 1851. La importancia de este manuscrito estriba en que documenta de manera incontestable la enseñanza del cálculo en Colombia a nivel universitario, en el siglo XIX, aunque no podemos afirmar que se trate de la primera vez que esta materia se hubiese enseñado en el país. Recalcamos, así mismo, la hipótesis de que la edición de textos por parte de los profesores del *Colejio Militar* era parte de una política institucional, inspirada posiblemente en las influencias francesas en su estructura y funcionamiento.

Palabras claves: Historia de la matemática, enseñanza de la matemática, Colombia, siglo XIX.

Abstract

In this paper we describe a manuscript containing the classroom notes, by Sixto I. Barriga, of a course on Differential Calculus taught by Aimé Bergeron at the *Colejio Militar* (1851). The manuscript documents indisputably the teaching of Calculus in Colombia as part of a higher education curriculum during the 19th century, though we cannot assert this was the first time. Also, we heavily stress our hypothesis on the existence of a publishing policy in the *Colejio Militar*, as a result of the French influence in the structure and functioning of the institution.

Key words: History of mathematics, mathematical education, Colombia, 19th Century.

Departamento de Matemáticas y Estadística, Universidad Nacional de Colombia, Santafé de Bogotá, Apartado aéreo 91480. Email: <valbis@acefyn.org.co.>; <clsanche@ciencias.ciencias.unal.edu.co.>.

El levantamiento de este texto se hizo usando el paquete TEX de la AMS.

§1. Introducción

En el marco de un programa de recuperación de la producción matemática colombiana en el siglo XIX [ALBIS & SÁNCHEZ 1997], presentamos hoy la descripción de un manuscrito continente de las notas de clase, tomadas por SIXTO I. BARRIGA¹ en el curso de cálculo diferencial dictado por AIMÉ BERGERON en el *Colejio Militar*, durante el año escolar de 1851.

Con el citado programa, se pretende continuar el trabajo iniciado por CELINA A. LÉRTORA [1995] en la identificación y análisis de las fuentes primarias para la historia de las ciencias exactas en Colombia en el período colonial, pasando ahora a la época republicana.

La enseñanza de las matemáticas en el *Colejio Militar*, “destinado a formar oficiales científicos de Estado Mayor, de ingenieros, artillería, caballería e infantería, e ingenieros civiles” [Ley del 10. de junio de 1847], como en uno de sus modelos inspiradores, la *École Polytechnique* (ÉP) de Francia², tenía un papel preponderante. Este papel se lo imprimió, sin duda alguna, LINO DE POMBO³, uno de los primeros ingenieros colombianos y alma del *Colejio*, aunque nunca fue su director. Durante tres años los alumnos del *Colejio*, debían tomar, además de otras materias de interés científico e ingenieril, los siguientes cursos de ma-

temáticas: aritmética, álgebra, geometría especulativa y práctica, trigonometría rectilínea y esférica, geometría analítica, secciones cónicas, geometría descriptiva y *cálculo diferencial e integral*.

Estos últimos eran, en la reglamentación escrita, el *coronidis loco* de la enseñanza matemática en el *Colejio* [SAFFORD 1976, pág. 173 *et seq.*].

En 1848, comenzó allí su labor de profesor de matemáticas el ciudadano francés AIMÉ BERGERON⁴, para apoyar y asistir a LINO DE POMBO, hasta entonces el único profesor de la materia en la institución. BERGERON había sido contratado por el gobierno de TOMÁS C. DE MOSQUERA para trabajar inicialmente en el *Instituto de ciencias naturales y matemáticas*⁵, creado por el mismo gobierno el mismo año que el *Colejio* [F. SAFFORD 1976, pág. 125].

Algunos historiadores de la ciencia mencionan, sin aludir específicamente a ninguna fuente primaria, que fue BERGERON la primera persona en dictar un curso de cálculo en el *Colejio* [PERRY 1973, págs. 5-32] y agregan otros que *escribió* un libro “sobre el Cálculo Diferencial pero tanto su nombre como su contenido se desconocen” [I. CASTRO 1997, pág. 6]. Esta mención continuada e iterativa de la “existencia del curso” de BERGERON por una serie de historiadores, sin aportar pruebas de su eventual existencia, ha podido originarse en el hecho de que alguien hubiese consultado el manuscrito, asunto de este trabajo, en la Biblioteca Nacional de Colombia (BNC) (algo que no es improbable pues ha estado registrado en sus ficheros públicos desde 1919 [*vide infra*, nota al pie de página no. 8]), y comunicado su existencia a otros, quienes a su vez contribuyeron a difundir la leyenda de un texto o manuscrito acabado y supuestamente escrito por BERGERON.

A la luz del manuscrito que describimos a continuación y del análisis de otras circunstancias, sí podemos afirmar ahora, con absoluta seguridad, que BERGERON fue el primero en dictar un curso de cálculo diferencial en el *Colejio*. Las razones para esta aseveración son las siguientes: el alumno SIXTO I. BARRIGA pertenecía a la primera promoción de la institución, que empezó sus

¹SIXTO I. BARRIGA era hijo del General JOAQUÍN BARRIGA, quien desde la *Secretaría de Guerra y Marina*, a la cual estaba adscrito el *Colejio*, ejercía un enorme control sobre éste. Por ejemplo, en 1847, la solicitud de LINO DE POMBO de libros científicos e instrumentos, fue atendida por BARRIGA (quien durante ese año fue también Secretario de Hacienda), pasando por encima del director del *Colejio*, General JOSÉ MARÍA ORTEGA, quien los consideraba “absolutamente innecesarios”. Más tarde fue su Director. También fue el candidato presidencial de TOMÁS C. MOSQUERA para la elección que ganó JOSÉ HILARIO LÓPEZ. SIXTO I. BARRIGA pertenecía a la clase de estudiantes que pagaban en el *Colejio Militar* tanto el valor de su pensión como el de los uniformes y el resto de la dotación. En cambio, uno de sus hermanos, quien inició simultáneamente sus estudios en el *Colejio*, estaba pensionado (becado) por la provincia de Bogotá. Una buena porción de los estudiantes eran hijos de generales.

²El otro modelo era la *Academia Militar de West Point*, en los EE. UU. AA. La ÉP fue creada en 1792, por decreto del 6 de febrero, del año III. Entre sus creadores académicos debemos mencionar a GASPARD MONGE, LAZARE CARNOT y MARIE RICHE DE PRONY. Creada inicialmente bajo el nombre de *Escuela Central de Obras Públicas*, tenía un pénsium eminentemente ingenieril, orientado hacia los aspectos prácticos de la ingeniería. Los aspectos teóricos, a partir de 1816, bajo el impulso de LAPLACE, quien estuvo desde 1800 en su Consejo de Perfeccionamiento, se hicieron cada vez más importantes, con mayor fuerza en la segunda década del siglo XIX con la presencia e influencia de A. CAUCHY (durante la restauración de la monarquía). Esta tendencia hacia el ideal teórico continúa aún en nuestros días.

³LINO DE POMBO (1797-1862) hizo sus estudios de ingeniería en la Universidad de Alcalá de Henares y en la *École de ponts et chaussées* en París.

⁴Se conoce muy poco sobre la vida de AIMÉ BERGERON. Parece que su formación era la de ingeniero, probablemente formado en la *École des ponts et chaussées*, en la cual pudo conocer a LINO DE POMBO, quien además tuvo que ver con su contratación. Basada en una descripción física de JOSÉ MARÍA CORDOVEZ MOURE [1957], hemos propuesto una caricatura conjetural de BERGERON [ALBIS 1998].

⁵No es muy claro qué devino este Instituto, sucesor probable de la Academia creada por FRANCISCO DE PAULA SANTANDER y, por ende, antecesor probable de la actual *Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*.

estudios en la llamada *clase preparatoria*, en enero de 1848. De modo que el intervalo de tiempo 1848-1851, la obligatoriedad de la clase preparatoria previa (instaurada ante la deficiente preparación de los admitidos) y la duración de los estudios de matemáticas nos muestran que sólo esta promoción pudo recibir de BERGERON el curso de cálculo diferencial de 1851.

No nos es posible afirmar que éste haya sido el *primer* curso de cálculo diferencial dictado en el país, puesto que, según SAFFORD [1976, págs. 125 *et seq.*], otros profesores traídos de Francia, como FRANÇOIS CHASSARD, en Cali, tuvieron en otras regiones del país la misión de enseñar matemáticas para ingenieros. El mismo autor indica también que en la década de los 40 del siglo pasado, un colombiano, educado en el exterior, ofreció cursos de *matemáticas superiores* en Panamá [SAFFORD 1976, pág. 129]. Por otra parte, en el siglo XVIII, circularon con cierta amplitud en la Nueva Granada las *Observaciones astronómicas* [1748] de JORGE JUAN & ANTONIO DE ULLOA⁶ y, en el XIX, el *Tratado elemental de matemáticas* [1815-1832] de JOSÉ MARIANO VALLEJO, ambas obras continentales de exposiciones sistemáticas del cálculo infinitesimal. Esto apunta hacia la posibilidad de que otras personas hayan aprendido y comprendido los fundamentos del cálculo infinitesimal sin necesidad de cursos formales y a su vez intentar enseñarlo a otras. Pero éste es aún terreno inexplorado en la historia de la enseñanza del cálculo en Colombia.

Ya hemos mencionado que la ÉP sirvió en buena parte de modelo al *Colejio*. Una de las características de las Grandes Escuelas (*les Grandes Ecoles*) francesas, generadas por la Revolución y apoyadas por el Imperio napoleónico, para la paz y para la guerra, fue la *profesionalización* de los científicos franceses (*les savants*), en especial de los matemáticos, como *enseñantes*, y como parte de esa profesionalización existió en la *École Polytechnique*, para sus profesores, la obligación de escribir *textos* para los estudiantes. Aquí, si no la obligación, por lo menos existió la intención de sus profesores de escribir las lecciones dadas en el *Colejio* y publicarlas posteriormente. Hacia esta hipótesis apunta el hecho de que LINO DE POMBO haya escrito sus *Lecciones de geometría analítica*, publicadas en 1850 [DE POMBO 1850] y sus *Lecciones de arit-*

mética y álgebra, en 1856 [DE POMBO 1856], y tuviese apuntes para textos de trigonometría, topografía, geometría descriptiva y cálculo diferencial e integral, según lo registra, en 1894, el informe del Rector de la Facultad de Matemáticas e Ingeniería de la Universidad Nacional de Colombia, MANUEL PONCE DE LEÓN [BATEMAN 1972, pág. 499]. Que BERGERON publicara la primera parte de sus *Lecciones de matemáticas. Parte primera. Aritmética* [BERGERON 1848], siendo profesor del *Colejio*, y que más tarde INDALECIO LIÉVANO, egresado y luego profesor del *Colejio*, escribiera y publicara, como resultado de sus enseñanzas en el mismo, sus textos *Tratado de aritmética* [LIÉVANO 1856] y *Tratado de álgebra* [LIÉVANO 1876]. Finalmente, recordemos también que LIÉVANO en sus *Investigaciones científicas* [LIÉVANO 1871, Prólogo] no sólo anuncia la publicación de su libro de álgebra [LIÉVANO 1876] sino también la de uno de geometría. Este último aunque aparentemente estaba listo, nunca salió a la luz⁷.

Dado lo anterior, no podemos descartar de plano que BERGERON tuviese la intención de publicar un texto de cálculo y que tuviese, además, dispuesto un manuscrito con tal fin, pero nada nos permite asegurarlo. Si tal fuese, muy probablemente se apartaría muy poco de las lecciones orales recogidas por SIXTO I. BARRIGA. Naturalmente, la turbulencia política de la época, que puso en peligro la existencia misma del *Colejio* y lo condujo finalmente a su cierre temporal, más las dificultades tipográficas que un libro de esa naturaleza imponía y que muy seguramente eran en su momento y lugar insalvables, hubiesen hecho casi impracticable su edición en el país.

La localización e identificación del documento que nos ocupa en la BNC, *Fondo Pineda*, no sólo nos permite hoy aclarar algunos aspectos de la historia de la enseñanza del cálculo en Colombia, sino también realizar su transcripción completa, la cual aparecerá, precedida de una introducción y de notas pertinentes exhaustivas, en una planeada serie de publicaciones que hemos llamado los *Textos matemáticos del Colejio Militar*.

Si nos atenemos a las afirmaciones de PONCE DE LEÓN, mencionadas anteriormente, también debió dic-

⁶Una copia de la obra de JUAN & ULLOA, perteneciente a FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS, se encuentra en la Biblioteca del Observatorio Astronómico de la Universidad Nacional. Aunque CALDAS cita con frecuencia las fórmulas y resultados meteorológicos contenidos en esta obra, nada nos permite afirmar que hubiese estudiado o comprendido sus fundamentos teóricos, en particular los del cálculo infinitesimal.

⁷Para corroborar su intención de publicar un tratado de geometría y que tenía consigo un manuscrito, basta observar que en la página 5 (la primera del libro) de sus *Investigaciones*, cuando empieza a explicar su primer método para demostrar el postulado euclídeo de las paralelas, dice textualmente: "Antes hemos visto que dos rectas perpendiculares a una tercera, cumplen perfectamente con esta definición [la de ser paralelas]...", lo que pareciera indicar que el texto citado lo ha tomado del manuscrito que tenía preparado.

tarse un curso de cálculo integral por parte de LINO DE POMBO.

§2. Descripción del manuscrito

Descripción del ejemplar

Originalmente el manuscrito estaba encuadernado, con otros doce documentos o piezas, en un volumen, de tapas duras, cubiertas de papel marmolado, y lomo de cuero, de 25×18 cms., en regular estado, identificado con el número de índice 2310, del *Fondo Pineda* de la BNC⁸.

En 1998, en el proceso de modernización de la BNC, estos documentos fueron separados y archivados individualmente, de manera que el documento que nos interesa (conocido como la Pieza 13 del volumen original) puede ahora consultarse independientemente. El documento consta de 13 folios útiles con paginación propia de la 1 a la 24, sin incluir la página titular. Cada uno de los folios mide 16 × 22cms. y el promedio de renglones que aparecen escritos en cada uno es 26. El papel es fino, hecho a mano. La letra es moderna y clara. La tinta se encuentra en buen estado. Con respecto a la ortografía, aparecen con frecuencia el intercambio de *c* por *s*, y viceversa, el uso de la *n* en vez de la *m* antes

⁸Los trece documentos o piezas cosidos en este volumen son los siguientes: Índice de las piezas contenidas en el volumen (fls. 1, 2). Pieza 1: Diploma de la Sociedad Filológica de Bogotá al señor VARGAS TEJADA admitiéndolo como miembro. Bogotá, 1828. Impreso con textos manuscritos. Sello en lacre (fl. 3). Pieza 2, 2bis: Constancias de matrícula de ANTONIO B. PINEDA para cursar Analogía Latina e idioma patrio en la Universidad del Primer Distrito. Bogotá, enero de 1848. Impresos con textos manuscritos (fls. 4, 5). Pieza 3: Clave analítica de la lectura. Instrucción para el maestro (s/f). Impreso, plegado, 76,5×55 cms (fl.6). Pieza 4: Cuadro sinóptico de las partes de la oración castellana. Impreso, plegado, 76,5×55 cms (fl. 7). Pieza 5: Catálogo de adefesios. Disparates o barbarismos sustituidas a las dicciones de la columna de la derecha respectiva, que son las que el buen uso ha recibido (s/f). Impreso, plegado, 64 × 45 cms. (fl. 8). Pieza 6: Reglamento de la casa de refugio, instrucción y beneficencia de Bogotá. Redactado por su presidente Don RUFINO CUERVO. Impreso, foliación a lápiz (fls. 9-26). Pieza 7: Nueva tabla de cuentas para instruir a los niños que las comienzan a practicar en las escuelas de la República Mexicana. México, 1831. Impreso, plegado, foliación a lápiz (fl. 27). Pieza 8: Tabla de la división de los pesos granadinos (fl. 28). Pieza 9: Tabla de la división de pesos y pesas castellanos (fl 29). Pieza 10: Tabla de intereses: cantidad, número de días, producto (fl. 30). Pieza 11: Lecciones de metafísica dictadas por su catedrático, el doctor JOSÉ FÉLIX RESTREPO (de letra de sus alumnos PIOQUINTO ROJAS y RAFAEL MARÍA VELÁZQUEZ (s/l), 1822 (fls, 31-80). Pieza 12: Física por Beltrán, lecciones para el uso de FELIPE LEÓN, 24 de octubre de 1837. Foliación a lápiz (fla. 81-119). Pieza 13: Cuaderno de calculo diferencial. Lecciones dictadas por *Aimé Bergeron* / de SIXTO I. BARRIGA / Bogotá, 1851 (fls. 120-132). La donación de éste (el 4 de octubre de 1919), como los de los otros documentos del Fondo Pineda, fue hecha por ANSELMO PINEDA D.

de la *p*, el uso de la *j* por la *g*, como era costumbre en Colombia en esa época, la ausencia de muchas tildes que usaríamos hoy, así como también la hoy en desuso presencia de tildes en algunas palabras (e.g.: *á*). También aparecen dibujadas 4 figuras alusivas al texto. La escritura es reposada y esmerada, lo cual indicaría que se trata de las notas en limpio de las tomadas durante las lecciones orales.

De ahora en adelante, distinguiremos este manuscrito con la sigla MS y seguiremos su paginación original.

Su página titular es la siguiente

Cuaderno de calculo / Diferencial / Lecciones dictadas / por / Aimé Bergeron, comprende 4 lecciones / Año de 1851, Bogota. de Sixto I. Barriga

Descripción del contenido

El curso consta de cuatro lecciones: La lección primera (MS, págs. 1-6) empieza con las definiciones de variable, función y variable independiente. La definición de función corresponde a la de EULER, de aceptación y uso en la matemática europea contemporánea. La notación funcional y su representación gráfica cartesiana, así como las definiciones de funciones continua, explícita e implícita y de límite aparecen en una sección titulada *Representacion geometrica de las funciones de una sola variable*. En la misma se indica que el límite

$$\lim \frac{\text{sen } x}{x} \quad (1)$$

vale 1 cuando $x \rightarrow 0$. Usando algo muy cercanamente correspondiente al simbolismo $\epsilon - \delta$, al que estamos acostumbrados actualmente, demuestra que⁹

$$\lim \frac{\text{sen } x}{x} = 0$$

⁹Transcribimos la parte pertinente: "Puede suceder que una cantidad variable al acercarse a su limite se vuelva alternativamente mayor o menor que dicho limite. v.g.

$$\frac{\text{sen } x}{x}$$

suponiendo que x aumenta indefinidamente. Se acerca a *cero*, [pues] se tiene $\frac{\text{sen } x}{x} < \frac{1}{x}$ i para que se tenga $\frac{1}{x} < \epsilon$, basta que $x > \frac{1}{\epsilon}$, siendo ϵ una cantidad tan pequeña como se quiera determinarla; luego $\frac{\text{sen } x}{x}$ tiene límite *cero*. En el mismo tiempo todas las veces que x creciendo, se vuelve igual a un multiple de la circunferencia se tiene $\text{sen } x = 0$ y la razón $\frac{\text{sen } x}{x}$ pasa por *cero* cambiando de signo."

cuando $x \rightarrow \infty$. Siguen la noción de igualdad de límites y las de infinitésimos e infinitos. En la sección titulada *Origen del cálculo diferencial*, se le da como tal a la construcción de tangentes a una curva plana, y en la siguiente (*Objeto del cálculo diferencial*), se da la definición de derivada y se calculan las derivadas de las funciones $y = x^m$ (m entero > 0), $y = ax^m + bx^n + c^p + \dots$ (m, n, p enteros > 0), $y = \frac{1}{x^m}$ (m entero > 0) e $y = \sqrt{x^2 - a^2}$. La sección concluye con una discusión de la noción de diferencial.

La lección segunda (MS, págs. 7-11) empieza con la sección *Determinación del sentido en que varía una función según el signo de la derivada* y aplica ésta, en la segunda sección, al estudio de la función $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$, para obtener sus máximos y sus mínimos. Se demuestra que si la derivada de una función es nula entre dos valores de la variable, entonces la función es constante, y recíprocamente. También, que si dos funciones difieren por una constante, tienen la misma diferencial y la misma derivada. Las secciones siguientes se dedican a calcular las derivadas de una función de función, de la suma y diferencia de funciones, del producto de dos o más funciones, del cociente de dos funciones y de la potencia fraccionaria de una variable. La última sección, muy corta, explica cómo calcular la derivada de funciones de la forma $y(x) = u(x) + iv(x)$, donde i es la unidad imaginaria.

La primera sección de la lección tercera (MS, págs. 13-18), llamada *Aplicación del cálculo a la determinación de curvas que tienen ciertas propiedades* enseña en casos particulares cómo determinar lugares geométricos representados por ecuaciones diferenciales. En la segunda sección, se consideran funciones de los tipos $y = f(u, v)$, $y = f(u, v, w)$, donde u , v y w son funciones de la variable real x , y se calculan las respectivas formas diferenciales:

$$dy = \frac{dy}{du} du + \frac{dy}{dv} dv \quad (2)$$

$$dy = \frac{dy}{du} du + \frac{dy}{dv} dv + \frac{dy}{dw} dw .$$

La tercera sección de esta lección empieza el estudio de las series. La convergencia o divergencia de series se define en términos de la existencia o no del límite de la sucesión de sumas parciales. Se demuestra que la serie geométrica sólo converge si el valor absoluto de su razón es menor que 1. Se establece en seguida que una condición necesaria para que una serie sea convergente es que el llamado residuo de la serie tienda a cero. Los criterios de convergencia explicados incluyen el de

comparación y el de LEIBNIZ. En la última sección se estudia la convergencia de las series

$$1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \quad \text{y} \quad 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!} \cos nx .$$

La cuarta lección (MS, págs. 19-24) repite parte del estudio de las series comenzado en la lección anterior, y define al número e (la constante de EULER) como el

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{m} \right)^m .$$

Una de las secciones de esta lección es la *Diferenciación de las funciones trascendentes*, en la cual se hace el estudio de las funciones logaritmo neperiano y decimal. En la sección denominada *Aplicaciones* se estudian las derivadas de las funciones exponencial y trigonométricas. Así termina el curso.

Citas y fuentes

No se encuentra ninguna cita. Los temas tratados formarían parte de un curso estándar sobre el tema en la Europa contemporánea.

Como posibles fuentes consideraríamos los textos usados en la ÉP y en la *École des ponts et chaussées*, más los libros adquiridos por el *Colejio*, en especial los siguientes títulos¹⁰:

PUISSANT, *Curso de Matemáticas*, 105 ejemplares.¹¹

VALLEJO, *Tratado elemental de matemáticas*.¹²

LACROIX, *Mathématiques* (10 vols.).

FRANCOEUR, *Mathématique pures*.

BOUCHARLAT, *Calcul différentiel*.

LACROIX, *Calcul différentiel* (3 vols.).¹³

De ninguno de ellos conocemos el número o el año de edición de los ejemplares que se compraron, pues no se

¹⁰Según los inventarios que reposan en el Archivo General de la Nación (SGM Tomo 763 (1849), fs. 558, 559, 560, 561, 563), se recibieron 4 cajas de libros, con 64 títulos, entregados al *Colejio* en 1849. De especial interés, además de los señalados en el texto, son los siguientes: HACHETTE, *Développments de géométrie*, HACHETTE, *Géométrie descriptive*, PAGE, *Complements de géométrie analytique*, MONGE, *Géométrie descriptive*, VALLE, *Géométrie descriptive* (texto y tablas de láminas), CALLET, *Tablas de logaritmos*, SIMONOFF, *Essai sur le calcul intégral*, ZORRAQUÍN, *Geometría descriptiva*, GARCÍA, *Matemáticas*, EUCLIDES, *Éléments de géométrie*, LAPLACE, *Mécanique celeste*, todos relativos a la enseñanza de las matemáticas

¹¹Como cada estudiante recibía una dotación completa, podemos suponer que cada uno recibía un ejemplar de este libro como parte de ella. Esto explicaría el elevado número de ejemplares adquiridos por el *Colejio*.

¹²Este tratado consta de 3 tomos, divididos en varias partes, publicadas en diferentes fechas.

¹³La primera edición del *Traité de Calcul différentiel et de Calcul Intégral* de LACROIX es de 1797/1798.

mencionan en los inventarios existentes en el Archivo General de la Nación (AGN). El proceso de localización de estos libros o sus copias contemporáneas aún está incompleto¹⁴.

Lo que sí es notable y transparente es que las definiciones de *variable*, *infinitésimos*, *infinitos*, *límites*, *continuidad*, etc. dadas por BERGERON parezcan traducciones casi literales de las que se encuentran en los libros de L.-A. CAUCHY [1821, 1823], como se muestra en las siguientes citas:

Variable

“On nomme quantité *variable* celle que l'on considère comme devant recevoir successivement plusieurs valeurs différentes les unes des autres”. [CAUCHY, 1821, pág. 4]

“Llamase *variable* una cantidad que puede tomar valores sucesivos diferentes, i *constante* la que guarda un valor fijo i determinado” [BERGERON, MS, pág. 1]

Infinitésimos

“On dit qu'une quantité variable devient *infinitement petite*, lorsque sa valeur numérique décroît indéfiniment de manière à converger vers la limite zéro” [CAUCHY, 1821, pág. 26]

“Cuando una cantidad variable toma valores que disminuyen sucesivamente i se acerca a 0, se dice que se vuelve infinitamente pequeña”. “Se llama cantidad *infinitamente pequeña*, una cantidad esencialmente variable que se acerca a cero.” [BERGERON, MS, pág. 3]

Límites

“Lorsque les valeurs successivement attribuées à une même variable s'approchent indéfiniment d'une valeur fixe, de manière à finir par en différer aussi peu que l'on voudra, cette dernière est appelée la *limite* de toutes les autres.” [CAUCHY, 1821, págs. 4-5]

“Cuando los valores sucesivos de una variable se acercan indefinidamente á una cantidad fija i determinada, de manera que su diferencia con ella sea muy pequeña, dicha cantidad fija es el límite de la variable.” [BERGERON, MS, pág. 2]

Funciones continuas

“... la fonction $f(x)$ restera continue par rapport à x entre les limites données, si, entre ces limites, un accroissement infiniment petit de la variable produit toujours un accroissement infiniment petit de la fonction elle-même.” [CAUCHY, 1821, pág. 43]

¹⁴Por ejemplo, en la biblioteca de Matemáticas, Física y Estadística de la Universidad Nacional de Colombia, en Santafé de Bogotá, se conservan copias de los dos tomos de la cuarta edición (1837) del libro de L.-B. FRANCOEUR *Cours complet de mathématiques pures*.

“De ordinaire si la curva es continua; es decir que x variando por grados insensibles, y varia tambien de ese modo, y es entonces función continua de x ” [BERGERON, MS, pág. 2]

Infinitos

“On dit qu'une quantité variable devient infiniment grande, lorsque sa valeur numérique croît indéfiniment de manière à converger vers la limite $\infty = \Omega$.” [CAUCHY, 1821, pág. 38]

“[Si] Una cantidad puede creciendo siempre pasar por toda magnitud dada, entonces se le llama infinitamente grande, se expresa por las notaciones ∞ i por $\frac{M}{0}$.” [BERGERON, MS, pág. 3]

Derivada

“Cette limite

$$\left[\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{i \rightarrow 0} \frac{f(x+i) - f(x)}{i} \right]$$

lorsqu'elle existe, a une valeur déterminée pour chaque valeur particulière de x ; mais elle varie avec x ... on donne à la nouvelle fonction le nom de fonction dérivée, et on la désigne à l'aide de'un accent, par la notation y' ou $f'(x)$.” [CAUCHY, 1823, págs. 22-23]

“El objeto del calculo diferencial es determinar para cada función el límite de la razón del aumento de la función al de la variable, cuando este último disminuye a *cero*. / Este límite que depende únicamente del valor arbitrario [*sic*] de x se llama la derivada de la función propuesta...” [BERGERON, MS, pág. 4]

Diferencial

“Soient toujours $y = f(x)$ une fonction de la variable indépendant x ; i une quantité infiniment petite, et h une quantité finie. Si l'on pose $i = \alpha h$, α sera encore une quantité infiniment petite, et l'on aura identiquement

$$\frac{f(x+i) - f(x)}{i} = \frac{f(x+\alpha h) - f(x)}{\alpha h},$$

d'où l'on conclura

$$\frac{f(x+\alpha h) - f(x)}{\alpha} = \frac{f(x+i) - f(x)}{i} \cdot h. \quad (1)''$$

[CAUCHY, 1823, pág. 27]

“Sea $y = f(x)$, se tiene dando a x un valor positivo o negativo, $y + k = f(x + h)$ el límite de $\frac{k}{h}$ es y' ; luego

$\text{Lim} \left(\frac{k}{h} \right) = y' + \alpha$, α es función de x i de h que se acerca a 0 i se vuelve nula con h . $k = y'h + \alpha \cdot h$. El aumento k de la función y se compone de dos partes

distintas, la primera $y'h$ es el producto de el aumento de la variable independiente por la derivada de la función, llamada su diferencial designándola por *dif. $dy = y'h$.*" [BERGERON, MS, pág. 6] .

También existen similitudes entre muchas partes del MS y algunas del *Resumé des leçons sur le calcul infinitésimal* de CAUCHY [1823]. Sobre ellas volveremos en detalle en un trabajo posterior, más minucioso.

Teniendo en cuenta lo anterior es muy posible que, entre sus maletas, BERGERON trajese ejemplares de los mencionados cursos de CAUCHY, cuya difusión y uso como libros de consulta eran comunes en Francia, y los usase en la preparación de su curso. Por otra parte, un examen de los libros comprados para el *Colejio*, nos permitirá posteriormente una comparación más amplia con otras probables fuentes del curso.

El manuscrito aparece dividido en la siguiente forma:

Lección primera

- [Sin título]
- Representación geométrica de las funciones de una sola variable

- Orígenes del cálculo diferencial
- Objeto del cálculo diferencial

Lección segunda

- Determinación del sentido en que varía una función según el signo de la derivada

- Aplicación a la función $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ i a la curva que representa

- Vamos a tratar de la diferenciación de función de funciones

- Diferenciación de sumas i diferencias de funciones
- Producto de dos funciones
- Producto de 3 funciones
- Producto de varias funciones
- Cociente de 2 funciones
- Potencia de una función $y = u^m$
- Exponente fraccionario $y = u^{p/q}$
- De las expresiones imaginarias

Lección tercera

- Aplicación del cálculo a la determinación de curvas que tienen ciertas propiedades

- Funciones compuestas de varias funciones de la variable independiente x

- De las series

- Ejemplos de series convergentes

Lección cuarta

- [Sin título]
- Diferenciación de las funciones trascendentes
- Aplicaciones

Bibliografía

- Albis, Víctor & Clara H. Sánchez** 1997. *Conservación del patrimonio matemático nacional. Lecturas Matemáticas* 18, 83-93.
- Albis, Víctor** 1998. *A falta de una iconografía de Aimé Bergeron*. Rev. Acad. Colombiana Ci. Ex. Fi. Nat. 22, 587-590.
- Bateman, Alfredo** 1972. *Páginas para la ingeniería en Colombia*. Bogotá: Editorial Kelly.
- Bergeron, Aimé** 1848. *Lecciones de matemáticas. Parte primera. Aritmética*. Bogotá: Imprenta de Ancizar.
- Castro Chadid, Iván** 1997. *Pasado, presente y futuro del cálculo en Colombia*. ISBN 958-95677-2-X. Santafé de Bogotá: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Cauchy, A.-L.** 1821. *Cours d'analyse de l'École Royale Polytechnique*. Paris: de Bure = *Oeuvres complètes*, Série 2, vol. 3. Paris: Gauthier-Villars, 1897.
- Cauchy, A.-L.** 1823. *Resumé des leçons sur le calcul infinitésimal*. Paris: de Bure = *Oeuvres complètes*, Série 2, vol. 4. Paris: Gauthier-Villars, 1899.
- Lértora Mendoza, Celina A.** 1995. *Fuentes para el estudio de las ciencias exactas en Colombia*. Colección Enrique Pérez Arbeláez, No. 9. ISBN 958-9205-14-3. Santafé de Bogotá: Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.
- Liévano, Indalecio** 1856. *Tratado de aritmética*. Bogotá.
- Liévano, Indalecio** 1871. *Investigaciones científicas*. Bogotá: Focion Mantilla.
- Liévano, Indalecio** 1875. *Tratado de álgebra*. Bogotá: Focion Mantilla.
- Perry Zubieta, Gustavo** 1973. *Apuntes para la historia de las ciencias básicas en Colombia*. Rev. Acad. Colombiana Ci. Ex. Fi. Nat. 14 (1973), 5-32.
- Pombo, Lino de** 1850. *Lecciones de geometría analítica*. Bogotá: Imprenta de El Día.
- Pombo, Lino de** 1858. *Lecciones de aritmética y álgebra*. Bogotá: Imprenta de la Nación.
- Safford, Frank** 1976. *The Ideal of the Practical. Colombia's Struggle to Form a Technical Elite*. Latin-American Monographs, No. 39. Austin & London: University of Texas Press.