

# ESCALA DE INFORMACIÓN, ESCALA DE FLUCTUACIÓN Y ENTROPÍA DE LAS LLUVIAS EN EL VALLE DE ABURRÁ, COLOMBIA

Por

Germán Poveda

## Resumen

**Poveda, G.:** Escala de información, escala de fluctuación y entropía de las lluvias en el valle de Aburrá, Colombia. *Rev. Acad. Colomb. Cienc.* **33** (128): 339-356, 2009. ISSN 0370-3908.

Presentamos dos parámetros estadísticos nuevos para el estudio de series de tiempo de variables geofísicas, que denominamos *escala de información*,  $\psi$ , y *escala de información normalizada*,  $\psi^*$ , útiles para cuantificar la dependencia global (no lineal) y la memoria de los procesos geofísicos en el tiempo. Estos nuevos parámetros constituyen una generalización de la escala de fluctuación,  $\theta$ , que cuantifica la dependencia lineal y la persistencia en procesos de memoria corta. Definimos la *escala de información* como la integral de la función de auto-información, análoga a la escala de fluctuación que se define como la integral de la función de autocorrelación. Estimamos las funciones de auto-información y de autocorrelación usando registros de lluvias en estaciones localizadas en el Valle de Aburrá sobre la cordillera central de los Andes de Colombia, con una resolución temporal de 15 min. durante el período 1998-2006. Estimamos tanto la *escala de información* como la escala de fluctuación, y estudiamos cómo se comporta la entropía de las series de lluvia cuando la lluvia se agrega intervalos de tiempo crecientes  $T=15$  y 30 min., así como 1, 3, 6, 12, y 24 horas. Los resultados indican que la entropía y las escalas de información son levemente dependientes del número de intervalos de clase requeridos para estimar la función de distribución de probabilidades del proceso estocástico. Encontramos que las funciones de autocorrelación y de auto-información exhiben un patrón de decaimiento muy rápido (exponencial), lo cual implica convergencia de la escala de fluctuación a en el rango  $\theta \in (58 \text{ min.} - 93 \text{ min.})$ , y de la *escala de información*

$\psi \in (5 \text{ min} - \text{bits a } 16 \text{ min} - \text{bits})$ , mientras que la *escala de información normalizada* exhibe valores en el rango  $\psi^* \in (39 \text{ min.} - 56 \text{ min.})$ . Además, la relación entre las escalas de fluctuación y de información exhibe valores  $\phi = \theta/\psi^* \in (1,41 - 1,79)$ . Finalmente, encontramos que la entropía crece como una función potencial casi perfecta del intervalo de agregación temporal, tal que  $S \sim T^\beta$ , con  $\beta \in (0,533 - 0,758)$ . Este resultado debería explicarse en términos de la ganancia de información sobre la lluvia a medida que transcurre el tiempo, pero que también debería poder ser explicado como consecuencia de la segunda ley de la termodinámica en la lluvia tropical de montaña.

**Palabras clave:** Procesos no lineales, Entropía, Precipitación, Andes tropicales, Colombia.

### Abstract

The scale of information,  $\psi$ , and its normalized version,  $\psi^*$ , are introduced herein as two brand new statistical parameters to quantify the global and nonlinear dependence in time series of geophysical records. They constitute natural extensions of the scale of fluctuation,  $\theta$ , which quantifies linear correlations and short time persistence. Just as the scale of fluctuation is defined as the integral of the auto-correlation function, the scale of information is defined by the integral of the auto-information function. The auto-information and auto-correlation functions are estimated using 15 min.-resolution rainfall data at 18 raingauges located inside inter-Andean Aburrá Valley in the Central Andes of Colombia, for the period 1998-2006. Both the scale of information and the scale of fluctuation are quantified along with the entropy of rainfall for increasing time aggregation intervals,  $T=15$  and 30 minutes, 1, 3, 6, 12, and 24 hours. Results indicate that entropy and the scales of information are slightly dependant on the number of class intervals required to define the probability distribution function. Exponentially decaying auto-correlation and auto-information functions were found, thus implying finite scale of fluctuation  $\theta \in (58 \text{ min.} - 93 \text{ min.})$ , and of the scale of information  $\psi \in (5 \text{ min} - \text{bits a } 16 \text{ min} - \text{bits})$ , whereas the normalized scale of information  $\psi^* \in (39 \text{ min.} - 56 \text{ min.})$ . The relation between the scales of fluctuation and information was found to be  $\phi = \theta/\psi^* \in (1,41 - 1,79)$ . Besides, clear-cut direct power laws were found relating entropy with time aggregation interval, such that  $S \sim T^\beta$ , with  $\beta \in (0,533 - 0,758)$ . This result needs to be explained as a result of the gaining of information on rainfall as time goes by, but also as a consequence of the second law of thermodynamics in tropical mountain rainfall.

**Key words:** Nonlinear Processes, Entropy, Precipitation, Tropical Andes, Colombia.

## 1. Introducción

**1.1. La lluvia en los Andes de Colombia.** Uno de los mayores retos de las geociencias actuales es el entendimiento, diagnóstico y pronóstico de la lluvia sobre regiones tropicales de montaña. Un caso paradigmático es el de la lluvia en los Andes de Colombia, debido a su alta variabilidad espacio-temporal causada por: (i) altos gradientes topográficos en las tres cordilleras de los Andes que cruzan a Colombia de suroeste a noreste, (ii) la influencia climática de las cuencas de los ríos Amazonas y Orinoco, (iii) la influencia de los patrones de circulación atmosféricos sobre el mar Caribe y los océanos Pacífico y Atlántico circundantes, y (iv) las fuertes interacciones de los procesos hidrológicos que suceden en la interfaz suelo-atmósfera (Poveda et al., 2006).

El reciente trabajo de Alvarez et al. (2009) presenta nuevos campos de precipitación promedia multianual

para Colombia, incluyendo los océanos y países circunvecinos.

Tales mapas han sido construidos usando información de más de 1200 estaciones de registro de lluvia en tierra, mediante la implementación de métodos de interpolación geoestadísticos (Kriging y sus variantes), y apoyándose en información de lluvias de la Misión de Medición de la Lluvia Tropical (TRMM) (Kummerow et al., 1998), para una mejor estimación de los mapas de lluvia sobre el país, con énfasis en una mejor estimación de la lluvia sobre los Andes.

En escalas de tiempo intra-anales, la migración meridional de la Zona de Convergencia Intertropical (ZCIT), ejerce un fuerte control del ciclo anual de la hidro-climatología de Colombia (Snow, 1976; Mejia et al., 1999; León et al., 2001; Poveda, 2004; Poveda et al., 2007; Killeen et al., 2007). Pero no sólo la ZCIT

condiciona el ciclo anual de las lluvias sobre Colombia, ya que otros patrones de la circulación atmosférica interactúan con la ZCIT, entre los que se destacan una corriente en chorro superficial sobre el Mar Caribe (**Poveda & Mesa, 1999; Magaña et al., 1999**), otra sobre las regiones de la Orinoquia y la Amazonia (**Montoya et al., 2001**), además de la corriente superficial de vientos del Chorro del Chocó que sopla desde el Océano Pacífico hacia el interior de Colombia (**Poveda & Mesa, 1999, 2000**). El Chorro del Chocó a su vez está estrechamente ligado con la dinámica de sistemas convectivos de mesoescala que se desarrollan sobre la Costa Pacífica, los cuales exhiben un claro ciclo diurno (**Velasco & Frisch, 1987; Poveda & Mesa, 2000; Mapes et al., 2003a; Houze, 2004; Mejia & Poveda, 2005**).

La variabilidad interanual de la lluvia está fundamentalmente controlada por los efectos de las dos fases (El Niño y La Niña) del sistema El Niño-Oscilación del Sur (ENSO) (**Hastenrath, 1976; Aceituno, 1988; Lau & Sheu, 1988; Kiladis and Diaz, 1989; Aceituno, 1989; Hastenrath, 1990; Montealegre et al., 1990; Poveda & Mesa, 1993; Poveda, 1994; Mesa et al., 1994; Poveda & Mesa, 1996, 1997; Montealegre & Pabón, 2000; Poveda et al., 2001; Gutiérrez & Dracup, 2001; Waylen & Poveda, 2002; Poveda et al., 2006; Tootle et al., 2008**).

Los efectos del evento El Niño están asociados, en general, con una disminución de la precipitación, y un aumento durante La Niña, dado que las anomalías en las temperaturas de la superficie del océano Pacífico colombiano controlan la intensidad de los vientos y de la advección de humedad a cargo del Chorro del Chocó, reduciéndolos durante El Niño, e intensificándolos durante La Niña, en conjunción con las teleconexiones atmosféricas y con los efectos de retroalimentación entre los procesos hidro-climáticos de la interfaz tierra-atmósfera (**Poveda & Mesa, 1997; Poveda et al., 2001; Poveda, 2004; Poveda et al., 2006**).

En escalas de tiempo intra-estacionales (menores que 4 meses), la oscilación intra-estacional de 40-50 días, también conocida como Oscilación de Madden-Julian, ejerce un importante control sobre la hidroclimatología de Colombia. El trabajo de **Poveda et al. (2005)** demostró que las lluvias sobre los Andes se intensifican durante la fase oeste de la oscilación de Madden-Julian, y disminuyen durante la fase este. El trabajo más completo conocido por el autor en relación con la oscilación intra-estacional y su influencia sobre la hidroclimatología de Colombia es el de **Arias (2005)**, el cual

no ha sido publicado. A escalas de tiempo mucho más cortas, las ondas tropicales del este (OTE) influyen sobre los regímenes de precipitación de diferentes regiones de Colombia (**Martínez, 1993; León et al., 2001; Poveda et al., 2005**). Las OTE son ondas viajeras en la ZCIT con periodicidad entre 4-8 días, que ocurren durante la temporada verano-otoño del hemisferio Norte, sobre el Atlántico Norte, con origen en África occidental.

El rol que ejerce la topografía es fundamental en la génesis y en la dinámica de los patrones del tiempo atmosférico sobre los Andes. Este rol se hace manifiesto en la existencia del llamado *Óptimo Pluviométrico* sobre los valles interandinos (**Oster, 1979; Mesa et al., 1997; Alvarez et al., 2009**). La convección profunda que se desarrolla sobre los altos gradientes topográficos de los Andes induce la formación de tormentas altamente intermitentes en espacio y tiempo, con una estructura altamente fractal (**Gómez & Poveda, 2008**), y de extrema intensidad. Es así que la distribución de la lluvia en las escalas espacio-temporales más pequeñas exhibe una alta variabilidad reflejada en máximos de pluviosidad a distintas horas del día, aún entre sitios muy cercanos (**Poveda et al., 2005**). El trabajo de **Poveda et al. (2009)** demuestra que las lluvias en el Valle de Aburrá exhiben un claro ciclo diurno cuya fase cambia con la época del año, con aguaceros generalmente durante las horas de la tarde (15:00-17:00) en el período Septiembre-Marzo, y con lluvias de madrugada (01:00-04:00) en el período Mayo-Agosto.

El trabajo de **Hurtado & Poveda (2009)** estudia las estructuras de dependencia lineal y no lineal de las lluvias sobre el Valle de Aburrá, mediante análisis de correlaciones ( $\rho$ ) espacio-temporales, y mediante la estimación de la información mutua espacio-temporal, **IM**, entre estaciones de registro de lluvia a una resolución temporal de 15 minutos. En ese estudio de la dependencia espacial de la lluvia se desarrollaron análisis para valores crecientes de: (i) el intervalo de agregación temporal,  $T=15$  min. a  $T=24$  horas; y (ii) el rezago temporal,  $\tau=15$  min. hasta  $\tau=120$  min. Los resultados para (i) indican que tanto **IM** como  $\rho$  decaen como una función potencial del espacio y el intervalo de agregación, es decir  $I(\lambda, T)=A(T)\lambda^{-\alpha(T)}$ , pero además con  $A(T)=aT^\mu$ , y  $\alpha(T)=bT^{-\omega}$ . Con respecto a (ii), el trabajo de **Hurtado & Poveda (2009)** encuentra que las funciones exponenciales se ajustan mejor para representar el decaimiento espacial tanto de **IM** como de  $\rho$ , de tal forma que  $I(\lambda, \tau)=F(\tau)\exp[-\phi(\tau)\lambda]$ , con  $F(\tau)=\exp[-d\tau]$ , y

$\phi(\tau)=j-k\tau$ . Los mapas de **IM** y  $\rho$  sugieren que la información mutua es un estadístico mucho más potente que la correlación lineal para capturar los rasgos de alta singularidad espacio-temporal de la lluvia tropical de montaña.

### 1.2. La enorme amenaza de la deforestación.

A pesar de los avances reportados en el entendimiento de la dinámica espacio-temporal de la lluvia en Colombia, existen muchos vacíos, en particular en las escalas espacio-temporales menores. Es necesario entender los mecanismos físicos que gobiernan la (termo-)dinámica de la lluvia sobre los Andes de Colombia. Este reto es aún más urgente ante la evidencia que indica que los Andes tropicales son el sitio del planeta donde se está destruyendo más rápidamente la biodiversidad por causa de la deforestación (Myers et al., 2000). Tal hecho constituye una amenaza real para el desarrollo (sostenible) del país. Colombia todavía pudiera ser una potencia ambiental mundial en biodiversidad, en términos de los enormes beneficios económicos derivados de la explotación sostenible de los productos del bosque tropical y de los servicios ambientales que proveen sus ecosistemas, pero tales metas están seriamente amenazadas por la deforestación de los Andes tropicales.

En este trabajo se avanza en el estudio de las propiedades estadísticas de las lluvias del Valle de Aburrá, usando para ello herramientas de la teoría de la información como la entropía, la escala de fluctuación, y la información mutua. Además, proponemos dos estadísticos nuevos en la literatura, que denominamos *escala de información*, y *escala de información normalizada*, y los cuantificamos para la región de estudio. Adicionalmente, nos interesa estudiar cómo varía la entropía de las lluvias en función del intervalo de agregación temporal. Para ello, este trabajo está distribuido de la siguiente manera: en la sección 2 se presentan los métodos de análisis, en la sección 3 se describe la información usada; los resultados obtenidos y sus análisis se presentan en la sección 4, y las conclusiones se consignan en la sección 5.

## 2. Métodos

**2.1. Correlación e información mutua.** La dependencia lineal entre dos series de tiempo se puede cuantificar mediante el coeficiente de correlación cruzada de rezago  $\tau$ . Sean  $X_t^{(i)}$  y  $X_t^{(j)}$  dos series de tiempo registradas sitios  $i$ , y  $j$ , entonces el coeficiente de correlación cruzada de rezago  $\tau$ , denotado por  $\rho_{ij}(\tau)$  se

estima mediante (Salas et al., 1980),

$$\rho_{ij}(\tau) = \frac{\sum_{t=1}^{n-\tau} (X_t^i - \mu_t^i)(X_{t+\tau}^j - \mu_{t+\tau}^j)}{\left[ \sum_{t=1}^{n-\tau} (X_t^i - \mu_t^i)^2 \sum_{t=1}^{n-\tau} (X_{t+\tau}^j - \mu_{t+\tau}^j)^2 \right]^{1/2}}, \quad (1)$$

para valores de  $\tau=0, 1, 2, \dots$ . Cuando  $i=j$ , la ecuación (1) denota la función de autocorrelación temporal (FAC) de la serie.

La *información mutua (IM)* es un parámetro estadístico que cuantifica la dependencia global entre dos variables aleatorias,  $X$  e  $Y$ . La **IM** es una medida de dependencia no lineal que cuantifica la reducción en la incertidumbre en  $X$  cuando se conoce el valor de  $Y$ , y viceversa (Simon & Verleysen, 2007). La definición de la **IM** se basa en el concepto de *Entropía de Shannon*, la medida estadística que cuantifica el grado incertidumbre y desorden de una variable aleatoria con base en su función de distribución de probabilidades, la cual se estima como (Shanon, 1948),

$$S(p) = - \sum_{i=1}^k p_i \log(p_i), \quad (2)$$

en donde  $p_1, p_2, \dots, p_k$  representa la función de densidad de probabilidades, que satisface  $\sum_{i=1}^k p_i = 1$ , y  $p_i \geq 0, \forall i$ , para una variable aleatoria. La expresión (2) es válida para cualquier base logarítmica, la que a su vez define las unidades de entropía, siendo el “bit” la unidad asociada con la base 2. Por ejemplo, la entropía del proceso de tirar una moneda al azar es 1 bit (Cover & Thomas, 1991). De otra parte, en forma análoga a la correlación, es posible definir la **IM** entre dos variables aleatorias en función de un tiempo de rezago  $\tau$ , como

$$I_{ij}(\tau) = \sum_{ij} p_{ij}^{\tau} \log \left( \frac{p_{ij}^{\tau}}{p_i \cdot p_j} \right), \quad (3)$$

en donde,

$$p_{ij}^{\tau} = P(X_t = x_i, Y_{t+\tau} = y_j), \quad p_j = \sum_i p_{ij} \quad y$$

$$p_i = \sum_j p_{ij}. \quad (4)$$

Cuando  $i=j$ , la ecuación (3) define la función de autoinformación (FAI) de la serie (Chapeau-Blondeau, 2007; Hurtado & Poveda, 2009).

A diferencia del coeficiente de correlación, el cual puede ser nulo para variables enteramente dependientes, como en el caso de una serie generada con el mapa

logístico en régimen caótico,  $x_{n+1}=4x_n(1-x_n)$  ((**Peitgen et al.**, 1992), cap. 11, pág. 585), la **IM** es siempre mayor o igual que cero, y toma el valor nulo sí, y solo sí, las variables son estadísticamente independientes (**Herzel & Große**, 1995; **Gray**, 2007). Se trata de una propiedad muy fuerte que contrasta radicalmente con la débil propiedad de la correlación (**Brillinger**, 2002).

Además, la **IM** tiene la posibilidad de capturar grados mixtos de asociación. Por ejemplo, en el caso de dos variables  $X$  e  $Y$  que exhiban una asociación lineal cuya pendiente toma valores positivos y negativos, ó en casos donde la asociación es no lineal con diferentes tipos de relaciones funcionales. Por ejemplo, para un par de variables  $X$  e  $Y$  de 60.000 datos cada una, que exhiben correlación positiva perfecta,  $\rho_{xy} = 1,0$  y  $I_{xy} = 4,17$ , mientras que para el caso en que la asociación es lineal con una pendiente  $\beta$  la mitad del tiempo, y con pendiente  $-\beta$  la otra mitad del tiempo, se obtiene  $\rho_{xy} = 0$  y  $I_{xy} = 3,17$ . La correlación lineal es nula aunque haya una fuerte asociación de forma relativamente simple, mientras que la **IM** sí captura tal tipo de asociación. Además, la **IM** también es sensible a dependencias que no se manifiestan en la estructura de covarianza del proceso (**Krashov et al.**, 2007), independientemente de la distribución de probabilidades ó modelo de dependencia específico que se asuma a priori (**Dionisio et al.**, 2004; **Li**, 1990).

Tanto la correlación como la información mutua tienen propiedades teóricas complementarias, y por tanto son simultáneamente útiles para investigar procesos y señales aleatorias complejas. El concepto de **IM** tiene multiples aplicaciones en física y geociencias (**Porporato & Ridolfi**, 2003), pero casi no ha sido usado como una medida de dependencia global, con contadas excepciones (**Harrold et al.**, 2001; **Molini et al.**, 2006; **Hurtado & Poveda**, 2009).

**2.2. Escala de fluctuación.** La escala de fluctuación es un parámetro estadístico que fue propuesto por G. I. Taylor para estimar el intervalo de tiempo óptimo de muestreo de flujos en régimen turbulento. La escala de fluctuación se define como, (**Taylor**, 1921)

$$\theta = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\tau) d\tau, \quad (5)$$

y ha sido estudiada para flujos turbulentos en la atmósfera y en laboratorio (**Bacon et al.**, 1970; **Comte-Bellot & Corrsin**, 1971; **Meneveau & Sreenivasan**, 1991; **Sullivan**, 1971; **Shukla**

& **Gutzer**, 1983; **Lenschow & Stankov**, 1986; **Quintarelli**, 1993). El texto de **Vanmarcke** (1983) es referencia fundamental sobre la escala de fluctuación. Para el caso de procesos discretos, la escala de fluctuación se estima como,

$$\theta = 1 + 2 \sum_{\tau=1}^k \rho_{\tau}. \quad (6)$$

En forma equivalente, es posible estimar  $\theta$  mediante la función de varianza (**Vanmarcke** (1983), pág. 188),

$$\theta = \lim_{T \rightarrow \infty} T\Gamma(T), \quad (7)$$

en donde  $\Gamma(T)$  representa la varianza del proceso original promediado en un intervalo de tiempo  $T$ . Otra manera alternativa de estimar  $\theta$  es mediante la función de densidad espectral normalizada (de área unitaria), evaluada alrededor de la frecuencia cero,  $g(0)$ , es decir (**Vanmarcke**, 1983; **Mesa & Poveda**, 1993; **Katul et al.**, 2007),

$$\theta = \pi g(0). \quad (8)$$

**2.3. Escala de fluctuación en procesos de memoria corta.** Con el propósito de ilustrar el concepto, es sabido que para un proceso estocástico autorregresivo de primer orden, ó AR(1), con coeficiente de autocorrelación serial de rezago uno,  $\rho_1$ , definido como,

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \varepsilon_t, \quad (9)$$

su escala de fluctuación se estima como (**Siddiqui**, 1976; **Poveda**, 1987),

$$\theta = \frac{1 + \phi_1}{1 - \phi_1} = \frac{1 + \rho_1}{1 - \rho_1}, \quad (10)$$

Para un proceso estocástico autorregresivo de segundo orden, ó AR(2), con coeficientes de autocorrelación serial de rezagos uno y dos,  $\rho_1$  y  $\rho_2$ , respectivamente, y definido como,

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \varepsilon_t, \quad (11)$$

su escala de fluctuación se estima como (**Troutman**, 1978),

$$\theta = \left( \frac{1 + \rho_1}{1 - \rho_1} \right) \left( \frac{1 + \rho_2 - 2\rho_1}{1 - \rho_2} \right). \quad (12)$$

Para un proceso estocástico autorregresivo de tercer orden, ó AR(3), con coeficientes de autocorrelación serial de rezagos uno, dos, y tres,  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ , y  $\rho_3$ , respectivamente, y definido como,

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \phi_3 X_{t-3} + \varepsilon_t, \quad (13)$$

la escala de fluctuación es (**Poveda**, 1987),

$$\theta = \left( \frac{1 + \rho_2 - 2\rho_1}{1 - \rho_2} \right) \frac{(1 + \rho_1)(1 + \rho_3) - (\rho_1 + \rho_2)^2}{(1 - \rho_1)(1 - \rho_3) - (\rho_1 - \rho_2)^2}. \quad (14)$$

Igualmente, para un proceso autorregresivo de orden  $p$  y promedio móvil de orden  $q$ , ó ARMA( $p, q$ ), que se define como,

$$X_t = \sum_{i=1}^p \phi_i X_{t-i} + \varepsilon_t - \sum_{j=1}^q \alpha_j \varepsilon_{t-j}, \quad (15)$$

la escala de fluctuación es (**Siddiqui**, 1976; **Mesa & Poveda**, 1993),

$$\theta = \frac{1}{\gamma_0} \left[ \frac{(1 - \sum_{j=1}^q \alpha_j)^2}{(1 - \sum_{i=1}^p \phi_i)} \right], \quad (16)$$

en donde  $\gamma_0$  es la relación entre la varianza del proceso y la varianza del ruido estocástico  $\varepsilon$ .

Para procesos autorregresivos de orden  $m$  que tienen una cierta periodicidad, de la forma,

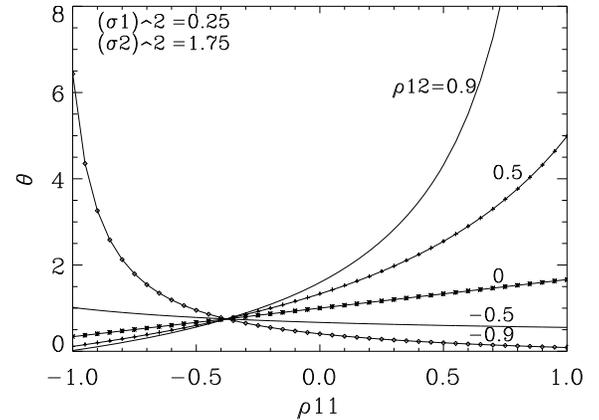
$$(X_s - \mu_s)/\sigma_s = \sum_{j=1}^m \beta_{i,s-i} (X_{s-i} - \mu_{s-i})/\sigma_{s-i} + \beta_s^* \varepsilon_s, \quad (17)$$

en donde  $\beta_{i,s}$ , y los  $\beta_s^*$  son los parámetros (media, desviación típica y coeficientes de correlación), periódicos en  $s$  con periodo  $K$ . Para  $K = 2$  (periodicidad semestral), la escala de fluctuación es,

$$\theta = \frac{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)(1 + \rho_{11}\rho_{12}) + 2\sigma_1\sigma_2(\rho_{11} + \rho_{12})}{2(1 - \rho_{11}\rho_{12})}. \quad (18)$$

En las Figuras 1, 2, y 3 se presentan los resultados de la estimación de la escala de fluctuación para diversos procesos autorregresivos que exhiben una periodicidad (ecuación 17), para diferentes combinaciones de los parámetros involucrados. Obsérvese que la escala de fluctuación es altamente dependiente de los parámetros. El trabajo de **Góez & Poveda** (2005) estima la escala de fluctuación de series de registros de caudales medios mensuales en varios ríos de Colombia y la cuenca Amazónica, y estudia su variación con el área de la cuenca. A primera vista podría afirmarse que la escala de fluctuación de los caudales medios mensuales crece con el área de la cuenca, dada la mayor capacidad de regulación de los caudales en cuencas de mayor tamaño, pero los datos no muestran tal comportamiento. Los resultados mostrados en las Figuras 1, 2, y 3 sugieren que la periodicidad involucrada en las series de caudales medios mensuales de los ríos de Colombia podría explicar por qué la escala de fluctuación no crece con el área de la

cuenca, pero esto trasciende los objetivos de este trabajo y por ello se deja para una investigación posterior.



**Figura 1.** Escala de fluctuación,  $\theta$ , para un proceso autorregresivo de orden uno, periódico (con período semestral,  $K = 2$ ),  $\bar{\mu} = 0$ ,  $\sigma_1^2 = 0,25$ ,  $\sigma_2^2 = 1,75$ ,  $\bar{\sigma}^2 = 1$ , para diferentes valores de  $\rho_{12} = -0.9, -0.5, 0, 0.5, 0.9$ .

**2.4. Escala de información.** Como mencionamos anteriormente, para  $i=j$  la ecuación (3) define la función de auto-información (FAI) (**Chapeau-Blondeau**, 2007; **Hurtado & Poveda**, 2009), y a su vez la entropía de Shanon está definida como  $I_{ii}(\tau = 0) = S$ . Así, en forma análoga a la escala de fluctuación, definiremos la *escala de información* para el caso continuo como:

$$\psi = \int_{-\infty}^{\infty} I(\tau) d\tau, \quad (19)$$

Para procesos discretos, la escala de información se puede estimar como:

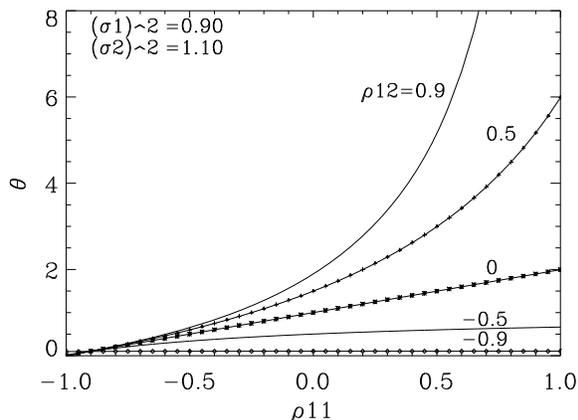
$$\psi = S + 2 \sum_{\tau=1}^k I_{\tau}, \quad (20)$$

en donde  $S$  es la entropía (eqn. 2), y la variable  $I_{\tau}$  representa el valor de la auto-información de rezago  $\tau$ . Para el caso general en el que  $i \neq j$ , es posible definir la *función de información mutua normalizada* mediante,

$$I_{ij}^*(\tau) = \frac{I_{ij}(\tau)}{\sqrt{S_i} \sqrt{S_j}}, \quad (21)$$

la cual toma valores entre 1 y 0; que para el caso de  $i = j$ ,  $I_{ii}(\tau = 0) = S$ , y entonces es posible definir:

$$I_{ii}^*(\tau) = \frac{I_{ii}(\tau)}{S_i}. \quad (22)$$



**Figura 2.** Escala de fluctuación,  $\theta$ , para un proceso autor-regresivo de orden uno, periódico (con período semestral,  $K = 2$ ),  $\bar{\mu} = 0$ ,  $\sigma_1^2 = 0,9$ ,  $\sigma_2^2 = 1,10$ ,  $\bar{\sigma}^2=1$ , para diferentes valores de  $\rho_{12}=-0,9$ ,  $-0,5$ ,  $0$ ,  $0,5$ , y  $0,9$ .

Con base en ello, proponemos estimar la *escala de información normalizada*, para el caso continuo como,

$$\psi^* = \int_{-\infty}^{\infty} I^*(\tau) d\tau, \quad (23)$$

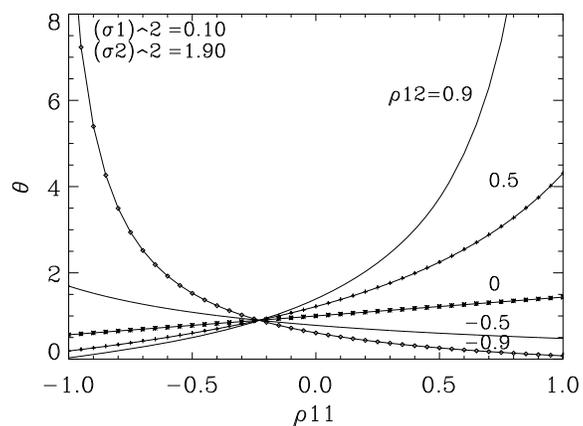
y análogamente para el caso discreto,

$$\psi^* = 1 + 2 \sum_{\tau=1}^k I_{\tau}^*. \quad (24)$$

Este trabajo tiene por objeto presentar la *escala de información* mediante las ecuaciones (19) y (20), para los casos continuo y discreto, respectivamente, y la *escala de información normalizada* mediante las ecuaciones (23) y (24), para los casos continuo y discreto, respectivamente. Se trata de dos parámetros estadísticos útiles para cuantificar la dependencia o memoria no lineal (global) de procesos estocásticos, y el intervalo óptimo de muestreo en procesos no lineales, así como el intervalo de tiempo de rezago usando para la reconstrucción artificial de las trayectorias en el espacio de fases de atractores extraños en sistemas dinámicos no lineales en régimen de caos determinístico, a partir de una sola serie

de tiempo observada, usando el teorema de embebimiento de Ruelle-Takens (Takens, 1981; Poveda-Jaramillo & Puente, 1993).

Hasta donde conoce el autor, tanto la *escala de información* como la *escala de información normalizada* son parámetros desconocidos en la literatura, y por tanto constituyen un aporte novedoso de este trabajo para el entendimiento, diagnóstico y pronóstico de procesos estocásticos. Aquí los estimamos para el caso de las lluvias sobre el Valle de Aburrá. Además, estimamos la escala de fluctuación mediante la ecuación (6), e investigamos el comportamiento de la entropía de las series de lluvias del Valle de Aburrá para valores crecientes del intervalo de agregación temporal,  $T$ .



**Figura 3.** Escala de fluctuación,  $\theta$ , para un proceso autor-regresivo de orden uno, periódico (con período semestral,  $K = 2$ ),  $\bar{\mu} = 0$ ,  $\sigma_1^2 = 0,1$ ,  $\sigma_2^2 = 1,9$ ,  $\bar{\sigma}^2=1$ , para diferentes valores de  $\rho_{12}=-0,9$ ,  $-0,5$ ,  $0$ ,  $0,5$ , y  $0,9$ .

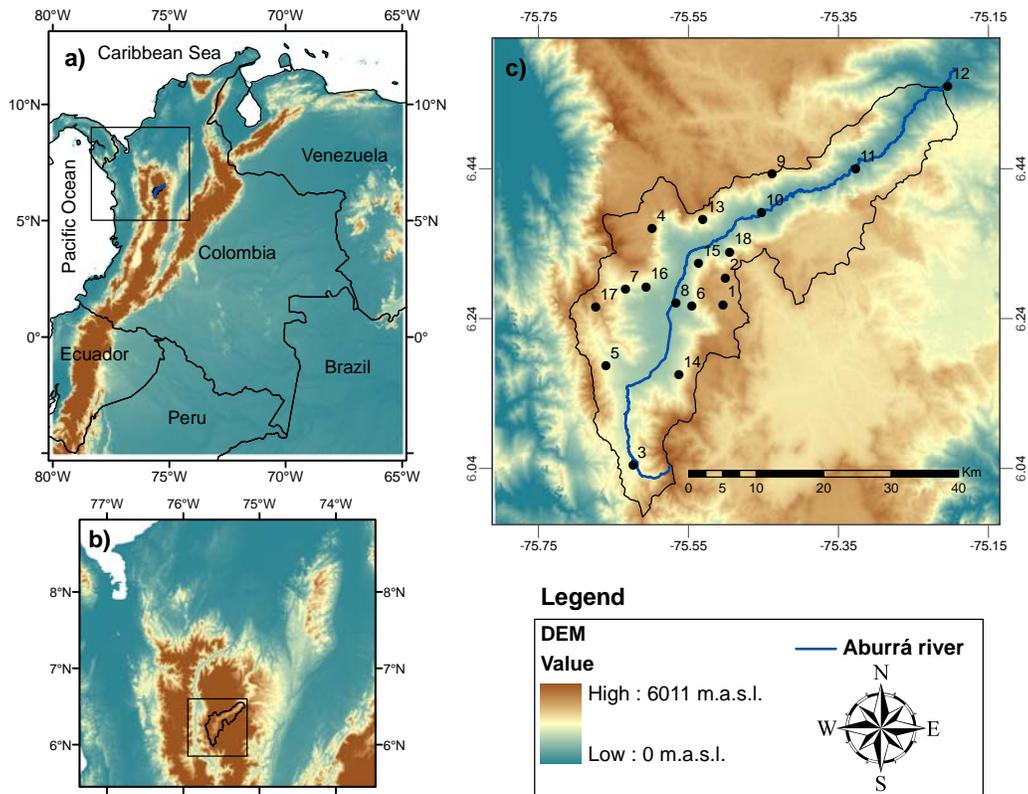
### 3. Información utilizada

El Valle de Aburrá está localizado en el departamento de Antioquia sobre la cordillera Central de los Andes. Es un valle interandino a su vez localizado entre los más profundos valles de los ríos Magdalena y Cauca, entre las coordenadas  $6.0^\circ \text{ N} - 6.6^\circ \text{ N}$ , y  $75.7^\circ \text{ O} - 75.2^\circ \text{ O}$ . El Valle de Aburrá alberga la ciudad de Medellín y su Área Metropolitana, y exhibe elevaciones entre 1500 y 2400-2500 m, con dos direcciones preferenciales, la primera de sur a norte y de suroeste a noreste en la segunda

parte. La Figura 4 muestra la localización del Valle de Aburrá en Colombia.

Los datos de lluvia usados en el presente trabajo corresponden a 18 estaciones pluviográficas con resolución temporal de 15 min., tomados durante el período 1998-2006. En la Figura 4 y en la Tabla se presenta la localización de las estaciones de registro de lluvias usadas en

el trabajo. La información es de las Empresas Públicas de Medellín, y ha sido suministrada por el Área Metropolitana del Valle de Aburrá, como parte de las actividades del proyecto “Sistema de Alerta Temprana contra Inundaciones en el Valle de Aburrá”.



**Figure 4.** Localización de la region de estudio y de las estaciones de medición de lluvias sobre los Andes Centrales de Colombia. (a) Contexto nacional, (b) contexto regional, y (c) contexto local delimitando el Valle de Aburrá, con el río Aburrá fluyendo hacia el noreste.

#### 4. Resultados y discusión

**4.1. Función de autocorrelación y escala de fluctuación.** En la Figura 5 se presentan las funciones de autocorrelación (FAC) ó auto-correlogramas de cuatro estaciones representativas. Los resultados indican un decaimiento muy rápido (exponencial) de la FAC. Por ello, la escala de fluctuación converge muy rápidamente al valor asintótico que se reporta en la segunda columna de la Tabla 2. Los resultados indican valores de la escala

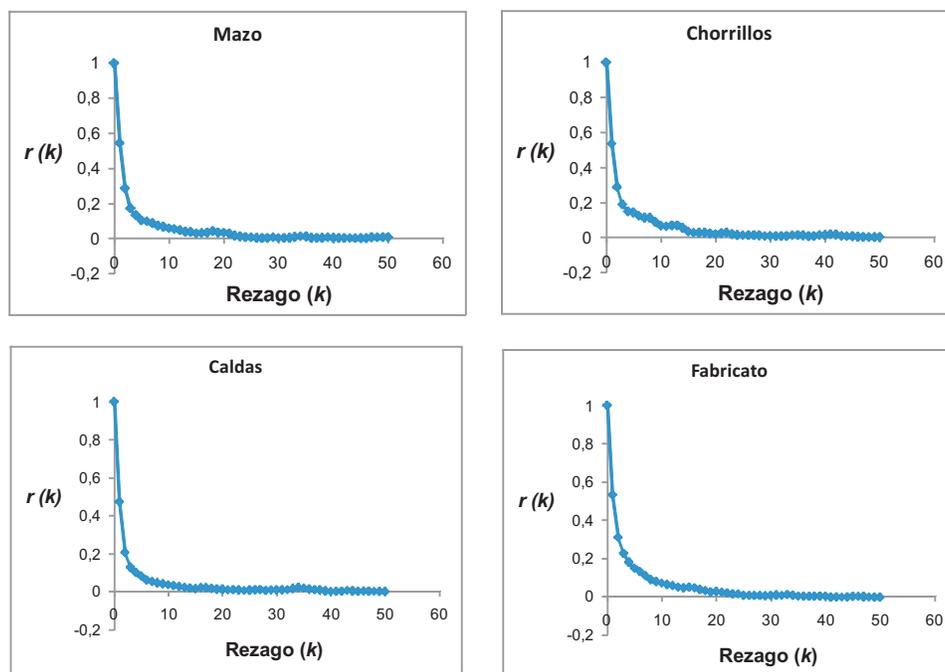
de fluctuación en el rango entre 58 min (Caldas) y 93 min (San Andrés), con un valor promedio de 77 min, y desviación estándar de 7.8 min. No es aparente ningún patrón en el comportamiento espacial de la escala de fluctuación. Otra posibilidad que se pudiera explorar en relación con el tipo de decaimiento que exhiben los auto-correlogramas de las lluvias del Valle de Aburrá, se refiere a la existencia de una combinación de varias escalas de fluctuación en el proceso ((Vanmarcke, 1983), págs 221–226), que dejaremos para posteriores investigaciones.

**Tabla 1.** Localización de las Estaciones de Medición de Lluvias Usadas en el Trabajo.

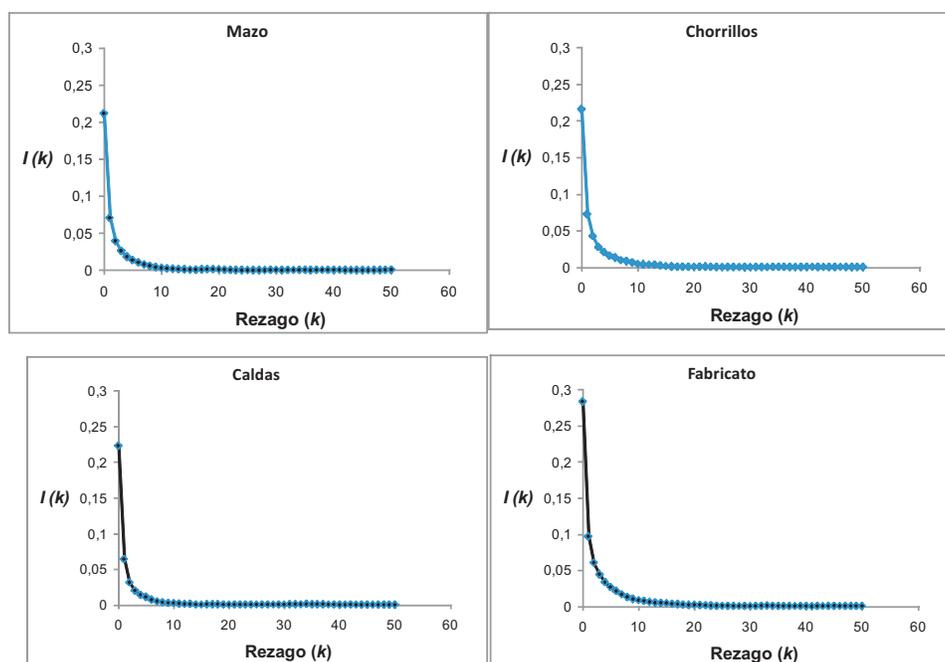
ID	Estación	Longitud (O)	Latitud (N)	Altitud (m)
1	Mazo	75.51	6.26	2455
2	Chorrillos	75.5	6.3	2353
3	Caldas	75.63	6.05	1875
4	Fabricato	75.6	6.36	2422
5	San Antonio de Prado	75.66	6.18	2000
6	Villahermosa	75.55	6.26	1690
7	San Cristóbal	75.64	6.28	1890
8	Miguel de Aguinaga	75.57	6.26	1549
9	Alto San Andrés	75.44	6.43	2240
10	Girardota	75.45	6.38	1350
11	Barbosa	75.33	6.44	1290
12	Gabino	75.21	6.55	1080
13	Niquía	75.53	6.37	2150
14	Ayurá	75.56	6.17	1770
15	Manantiales	75.54	6.31	1790
16	Cucaracho	75.61	6.28	1830
17	Astilleros	75.63	6.26	2450
18	El Convento	75.5	6.33	1580

**Tabla 2.** Valores estimados de los parámetros estudiados: escala de fluctuación,  $\theta$  (ecn. 6; columna 2), *escala de información*,  $\psi$  (ecn. 20; columnas 3 y 5), *escala de información normalizada*,  $\psi^*$  (ecn. 24; columnas 4 y 6), así como la Relación  $\phi = \theta/\psi^*$  (columnas 7 y 8), la relación entre *escalas de información normalizadas* (columna 9); los subíndices denotan el número de intervalos de clase usados en la estimación, y exponente de escalamiento  $\beta$  de la ley potencial entre la entropía y el intervalo de agregación temporal,  $S \sim T^\beta$  (columna 10).

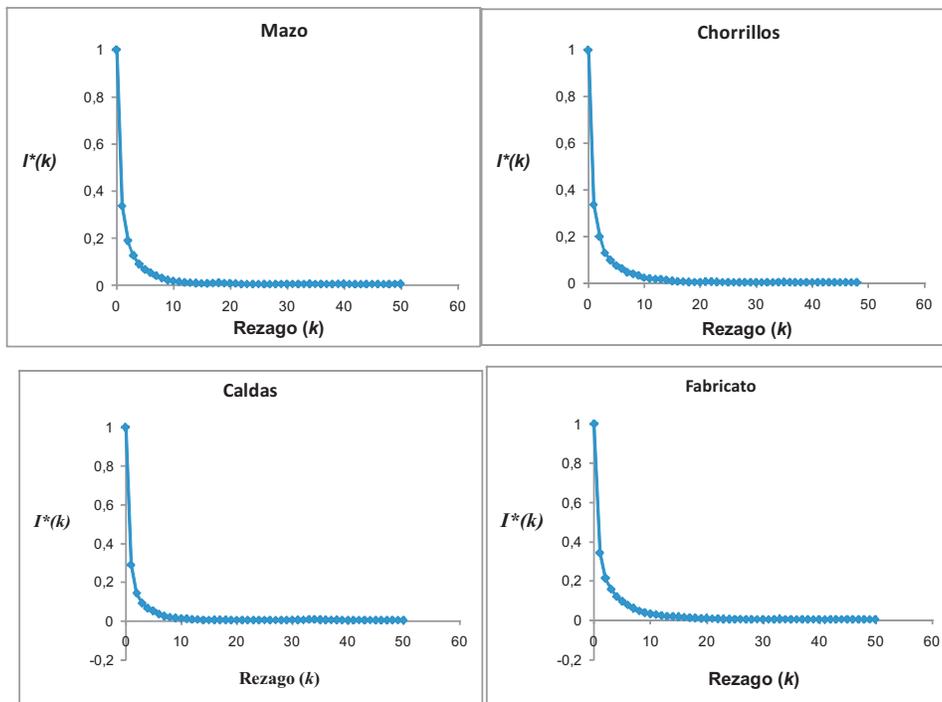
ID	Estación	$\theta$ [min.]	$\psi_{18}$ [min-bits]	$\psi_{18}^*$ [min.]	$\psi_{30}$ [min-bits]	$\psi_{30}^*$ [min.]	$\phi_{18}$	$\phi_{30}$	$\psi_{30}^*/\psi_{18}^*$	$\beta$
1	Mazo	74	4	37	10	46	2.00	1.60	1.26	0.661
2	Chorrillos	80	5	39	11	50	2.07	1.61	1.28	0.616
3	Caldas	58	4	30	9	39	1.91	1.49	1.28	0.665
4	Fabricato	83	8	47	16	55	1.79	1.51	1.19	0.547
5	San Antonio	66	5	35	10	46	1.89	1.42	1.32	0.579
6	Villahermosa	66	2	29	5	41	2.30	1.61	1.42	0.758
7	San Cristóbal	80	3	37	8	48	2.19	1.66	1.32	0.674
8	Miguel de Aguinaga	77	6	43	12	52	1.78	1.47	1.21	0.663
9	San Andrés	93	6	45	13	56	2.05	1.66	1.24	0.534
10	Girardota	84	4	37	8	50	2.28	1.70	1.34	0.617
11	Barbosa	80	3	35	7	45	2.28	1.79	1.27	0.652
12	Gabino	80	6	41	15	56	1.98	1.43	1.38	0.588
13	Niquia	79	3	37	8	49	2.12	1.62	1.31	0.681
14	Ayurá	73	5	39	11	50	1.85	1.47	1.26	0.636
15	Manantiales	78	3	35	6	44	2.26	1.77	1.28	0.675
16	Cucaracho	82	4	40	9	50	2.03	1.64	1.24	0.609
17	Astilleros	77	7	44	14	54	1.74	1.41	1.24	0.533
18	El Convento	76	5	43	10	53	1.76	1.42	1.24	0.661



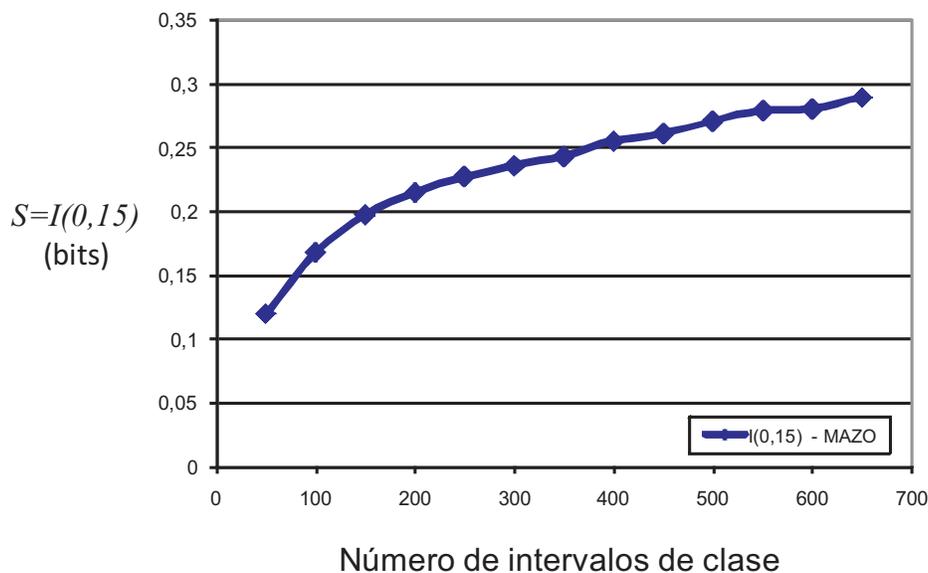
**Figura 5.** Función de autocorrelación para las estaciones Mazo, Chorrillos, Caldas y Fabricato. Nótese que cada rezago equivale a un intervalo de 15 min.



**Figura 6.** Función de autoinformación (ecuación (3)) para las estaciones Mazo, Chorrillos, Caldas y Fabricato. Nótese que cada rezago equivale a un intervalo de 15 min.



**Figura 7.** Función de autoinformación (ecuación (21)) para las estaciones Mazo, Chorrillos, Caldas y Fabricato. Nótese que cada rezago equivale a un intervalo de 15 min.



**Figura 8.** Sensibilidad en la estimación de la entropía de la lluvia en la estación Mazo, con respecto al número de intervalos de clase empleados para estimar el histograma de frecuencias.

Un valor finito de la escala de fluctuación es indicativo de persistencia ó memoria corta en las lluvias del Valle de Aburrá. Esta característica se refiere al tipo de memoria temporal inherente a los procesos geofísicos, un debate vigente desde hace 60 años en relación con el llamado *fenómeno ó efecto de Hurst* en series de tiempo hidro-climáticas y geofísicas (**Feller**, 1951; **Mandelbrot & Wallis**, 1969; **Klemeš**, 1973; **Mesa & Poveda**, 1993; **Oliver & Ballester**, 1998; **Mandelbrot**, 2002; **Koutsoyiannis**, 2003).

Brevemente, el *efecto de Hurst* se refiere al comportamiento de rango ajustado re-escalado,  $R_n^*$ , de una serie de tiempo con respecto a la longitud del registro temporal,  $n$ .  $R_n^*$  se define como la diferencia entre el máximo y el mínimo de las desviaciones con respecto a la media del proceso, de los valores acumulados de la serie de longitud  $n$ , dividido por la desviación estándar de la serie. La relación obedece una ley potencial,

$$R_n^* \simeq cn^h, \quad (25)$$

en la cual  $h$  representa el exponente de escalamiento de Hurst, por el hidrólogo inglés H. E. Hurst quien estimó un valor promedio de  $h = 0,72$  para una gran conjunto de registros geofísicos, mientras que es posible demostrar que  $h = 0,5$  asintóticamente ( $n \rightarrow \infty$ ) para procesos que pertenecen al dominio de atracción Browniano, como procesos estocásticos independientes e idénticamente distribuidos con varianza finita, procesos de Markov, procesos autorregresivos de tipo AR( $p$ ), ARMA( $p, q$ ), y todos aquellos que exhiben una escala de fluctuación finita (**Feller**, 1951; **Siddiqui**, 1976; **Gomide**, 1978; **Bhattacharya et al.**, 1983; **Mesa & Poveda**, 1993). La discrepancia en el valor de  $h$  constituye el *efecto de Hurst*, conocido en la literatura hidrológica desde su aparición en el contexto del diseño de embalses para la regulación de caudales sobre el río Nilo.

El debate sobre el *efecto de Hurst* sigue abierto en la literatura científica, y ha trascendido las fronteras de las geociencias a casi todas las ramas de las ciencias incluyendo biológicas, ecológicas, económicas y sociales. **Mandelbrot** (2002), pág. 481, se refiere al estado del debate sobre el *efecto de Hurst* como un vaso que está medio lleno y medio vacío. Diversos trabajos han demostrado que el prefactor,  $c$ , y el exponente de escalamiento,  $h$ , no son independientes (**Siddiqui**, 1976; **Gomide**, 1978; **Troutman**, 1978; **Mesa & Poveda**, 1993; **Hamed**, 2007).

El hecho que la lluvia exhiba una memoria temporal corta, es decir que presente un correlograma sumable y

por tanto una escala de fluctuación finita, no excluye la posibilidad de que pueda exhibir memoria larga y comportamiento fractal en el espacio (**Zawadzki**, 1987). Para rezagos temporales para los cuales se cumple la hipótesis de Taylor, puede esperarse que el escalamiento en el espacio se refleje en escalamiento temporal (**Zawadzki**, 1987). Sin embargo, la hipótesis de Taylor no se cumple para el conjunto de datos de lluvia de este trabajo, tal como se ha demostrado en el estudio de **Hurtado & Poveda** (2009). Sin embargo, la existencia de una escala de fluctuación finita (este estudio) puede coexistir con escalamiento fractal de la lluvia en el espacio, tal como se ha demostrado por **Hurtado & Poveda** (2009), para este mismo conjunto de datos de lluvia tropical de montaña, así como para otras regiones del mundo de acuerdo con los resultados del trabajo de **Marani** (2005).

**4.2. Función de autoinformación, escala de información, y escala de información normalizada.** En la Figura 6 se presentan las funciones de autoinformación (ecn. 3 con  $i=j$ ), para las mismas estaciones representativas. En la Figura 7 se presentan las funciones de información normalizadas (ecn. 24), empleando 18 intervalos de clase en la estimación de los histogramas de frecuencia. En este caso también se observa un rápido decaimiento (exponencial) de ambas funciones. En la Tabla se presentan los estimativos de la *escala de información*,  $\psi_{18}$  y  $\psi_{30}$ , usando 18 y 30 intervalos de clase, respectivamente, así como la *escala de información normalizada*,  $\psi_{18}^*$  y  $\psi_{30}^*$ .

Una pregunta que surge desde la misma definición de entropía y de los demás parámetros estadísticos discutidos aquí, es la sensibilidad del análisis con respecto al número de intervalos de clase usados para una adecuada estimación de la función de distribución de probabilidades las variables estudiadas. En la Figura 8 se presentan los resultados del análisis de sensibilidad en la estimación de la entropía,  $S = I(0, 15)$ , en relación con el número de intervalos de clase, para la serie de lluvias de la estación Mazo a una resolución temporal de 15 min. Este y otros resultados (no mostrados aquí) indican que la estimación de la entropía es levemente sensible al número de intervalos de clase.

Es así que la *escala de información* con 18 intervalos de clase toma valores entre 2 min-bits (Villahermosa) y 8 min-bits (Fabricato), con un valor promedio de 4.7 min-bits, y una desviación estándar de 1.7 min-bits. Mientras

que para el caso de 30 intervalos de clase, la *escala de información* toma valores entre 5 min-bits (Villahermosa) y 16 min-bits (Fabricato), con un valor promedio de 10 min-bits, y una desviación estándar de 2.9. La *escala de información normalizada* con 18 intervalos de clase toma valores entre 29 min. (Villahermosa) y 47 min. (Fabricato), con un valor promedio de 38.4 min., y una desviación estándar de 4.8 min, mientras que con 30 intervalos de clase toma valores entre 39 min. (Caldas) y 56.1 min. (Gabino), con un valor promedio de 49.1 min. y desviación estándar 4.9 min.

Cabe preguntarse por la relación entre la escala de fluctuación y la *escala de información normalizada*,  $\phi = \theta/\psi^*$ . En las columnas 7 y 8 de la Tabla se presentan los resultados para 18 y 30 intervalos de clase, respectivamente. Para el caso de 18 intervalos de clase,  $\phi$  toma valores entre 1.74 (Astilleros) y 2.30 (Villahermosa), con un valor promedio de 2, y desviación estándar de 0.19. Y para el caso de 30 intervalos de clase,  $\phi$  toma valores entre 1.41 (Astilleros) y 1.79 (Barbosa), con un valor promedio de 1.57, y desviación estándar de 0.12. Igualmente, de interés resulta la relación entre los valores de la *escala de información normalizada* usando 30 y 18 intervalos de clase,  $\psi_{30}^*/\psi_{18}^*$ , los cuales se presentan en la penúltima columna de la Tabla 2. Se observa que tal relación toma valores entre 1.188 (Fabricato) y 1.426 (Villahermosa), con un valor promedio de 1.28 y desviación estándar de 0.06.

**4.3. Entropía en función del intervalo de agregación temporal.** La entropía fue estimada mediante la ecuación (2) para los siguientes intervalos de agregación temporal:  $T=15$  min.,  $T=30$  min.,  $T=1$  hora,  $T=3$  horas,  $T=6$  horas,  $T=12$  horas, y  $T=24$  horas. Los resultados se presentan en la Tabla 3. Ajustamos funciones lineales, exponenciales, potenciales y polinómicas para representar la relación entre la entropía,  $S$ , y el intervalo de agregación,  $T$ , y encontramos que el mejor ajuste lo exhibe una ley potencial de la forma,

$$S \sim T^\beta. \quad (26)$$

En la Figura 9 se presentan los ajustes potenciales para 6 estaciones representativas. Los valores de los exponentes de escalamiento,  $\beta$ , varían entre 0.533 (Astilleros) y 0.758 (Villahermosa), con un valor promedio de 0.628, y desviación estándar de 0.06. Es de anotar que las mismas estaciones que muestran los extremos del parámetro  $\phi = \theta/\psi^*$  coinciden con las de los extremos de  $\beta$ . Este es un tema que merece profundizarse. Los valores del exponente  $\beta$  se consignan en la última columna de la Tabla 2, anotando que todos los valores del coeficiente

de determinación de los ajustes son  $R^2 \geq 0,98$ , lo cual pone de presente la consistencia de la ecuación (26).

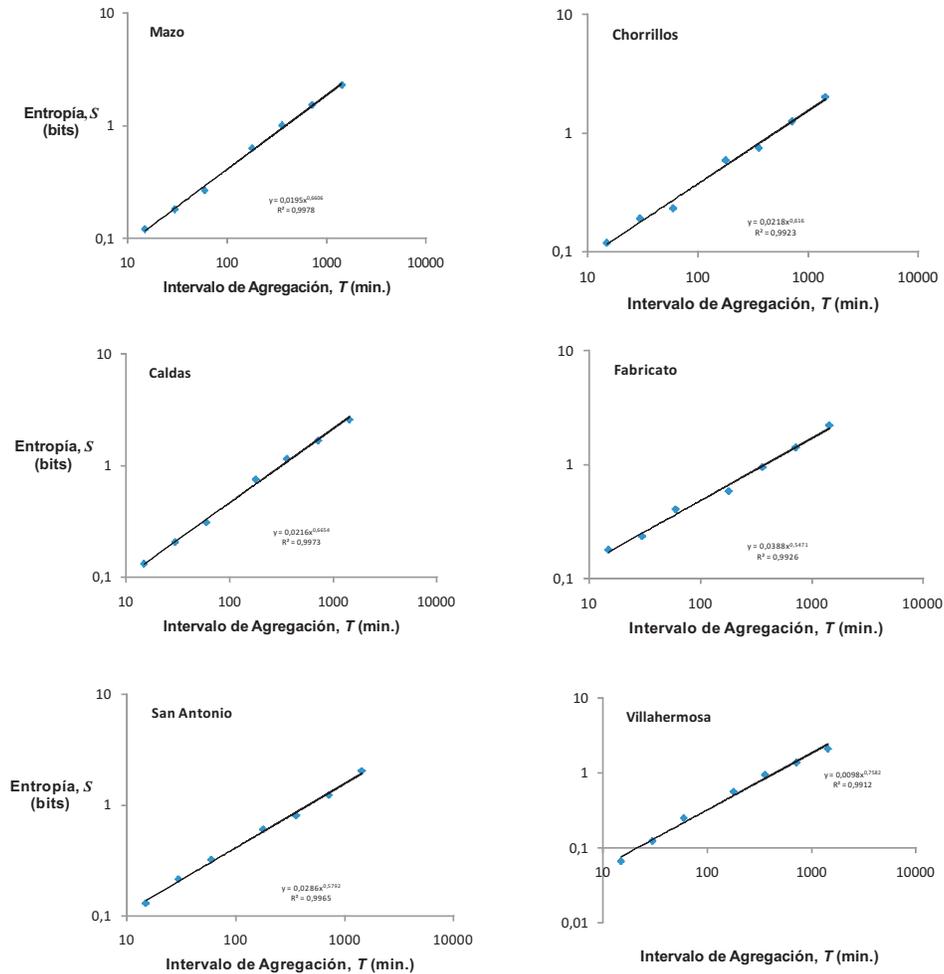
El crecimiento de la entropía según una función potencial del intervalo de agregación surge como resultado de una mayor ganancia de información sobre el proceso físico de la lluvia a medida que se agrega la escala temporal, pero también es consecuente con el postulado de la segunda ley de la termodinámica, más aún cuando se trata de procesos que están por fuera del equilibrio, como es el caso de la lluvia (Kleidon, 2009). Esta ley potencial aparece como una propiedad emergente de la complejidad de la lluvia, la cual no ha sido impuesta a priori, y que merece profundizarse.

## 5. Conclusiones

Hemos revisado los principales mecanismos que controlan la lluvia sobre los Andes de Colombia en un amplio rango de escalas temporales. Sin embargo, muchos interrogantes persisten sobre la (termo-)dinámica de la lluvia Andina, dada la complejidad del paisaje y de los mecanismos que gobiernan tal (termo-)dinámica. Para avanzar en el entendimiento de la lluvia sobre los Andes de Colombia, hemos propuesto la *función de auto-información* y la *función de auto-información normalizada*, las cuales requieren la estimación de la entropía de Shanon. Las funciones propuestas en este trabajo cuantifican el decaimiento de la dependencia no lineal con el tiempo, y se presentan como una generalización de la función de autocorrelación para procesos lineales. A partir de esas dos nuevas funciones hemos definido la *escala de información*,  $\psi$ , y la *escala de información normalizada*,  $\psi^*$ , para cuantificar la memoria de procesos no lineales, y como una generalización al caso no lineal de la escala de fluctuación.

Para los análisis usamos información de lluvia de 18 estaciones de registro localizadas dentro del Valle de Aburrá sobre los Andes centrales de Colombia, a una resolución de 15 min. durante el período 1998-2006. Los resultados indican que las funciones de auto-información y de auto-información normalizada, así como la entropía, son levemente dependientes del número de intervalos de clase usados para estimar la función de distribución de probabilidades del proceso estocástico de interés.

Hemos encontrado que las funciones de autocorrelación decaen muy rápidamente con el tiempo, lo cual implica una memoria temporal corta en la lluvia tropical de montaña. El valor promedio estimado de la escala



**Figura 9.** Ajustes de leyes potenciales entre la entropía de la lluvia y el intervalo de agregación,  $S \sim T^\beta$ , para las estaciones Mazo, Chorrillos, Caldas Fabricato, San Antonio y Villahermosa. Los valores de todos los exponentes de escalamiento,  $\beta$ , se consignan en la última columna de la Tabla 2.

de fluctuación es de 77 min con un rango entre [58 min–93 min]. El valor promedio estimado para la escala de información es de 10 min-bits [5 min-bits–16 min-bits], mientras que para la escala de información normalizada es de 49.1 min [39 min–56 min]. El valor promedio de la relación entre las escalas de fluctuación y de información,  $\phi = \theta/\psi^* = 1.57$  [1.41–1.79]. Adicionalmente, el número de intervalos de clase varía la estimación de la escala de información normalizada, de manera que con 30 intervalos de clase los estimativos son mayores en un 28 %, sobre son los obtenidos con 18 intervalos de clase.

En relación con la estimación de la entropía y su dependencia con respecto al intervalo de agregación temporal, encontramos que tal relación está representada de manera excelente por una ley potencial tal que  $S \sim T^\beta$ , con  $\beta = 0.628$  [0.533–0.758]. Esta propiedad emergente de la entropía de la lluvia tropical es resultado de una ganancia en la información sobre la lluvia a medida que transcurre el tiempo, pero además aparece como una verificación de la segunda ley de la termodinámica en la lluvia tropical sobre los Andes de Colombia.

TABLA 3. Valores estimados de la entropía (bits) (ecn. 2) para diferentes intervalos de agregación temporal,  $T$ , en las estaciones de estudio.

ID	Estación	15 minutos	30 minutos	1 hora	3 horas	6 horas	12 horas	24 horas
1	Mazo	0.121	0.1814	0.266	0.6294	1.0025	1.5202	2.2811
2	Chorrillos	0.1191	0.1914	0.2326	0.5911	0.7516	1.2564	2.0162
3	Caldas	0.131	0.2054	0.3083	0.7543	1.1519	1.6825	2.5981
4	Fabricato	0.1784	0.2351	0.406	0.5855	0.9497	1.4177	2.2158
5	San Antonio de Prado	0.1296	0.2149	0.3214	0.6025	0.8046	1.2298	2.0364
6	Villahermosa	0.0663	0.1237	0.2503	0.5637	0.9459	1.3805	2.1093
7	San Cristóbal	0.0943	0.139	0.2646	0.4973	0.8229	1.2589	2.0222
8	Miguel de Aguinaga	0.1418	0.1446	0.2345	0.5634	0.9394	1.5311	2.2687
9	Alto San Andrés	0.1373	0.1766	0.2164	0.4845	0.5465	0.9562	1.5907
10	Girardota	0.095	0.1846	0.2009	0.5152	0.6998	1.1847	1.8623
11	Barbosa	0.0974	0.1508	0.2426	0.3996	0.7124	1.2232	1.9728
12	Gabino	0.1588	0.2231	0.3105	0.6275	0.9288	1.477	2.2647
13	Niquia	0.0889	0.1407	0.2478	0.5393	0.7659	1.2862	1.9836
14	Ayurá	0.1336	0.1861	0.2234	0.5481	0.8974	1.4118	2.2034
15	Manantiales	0.0759	0.1718	0.2531	0.5498	0.8212	1.357	1.7598
16	Cucaracho	0.1022	0.1256	0.2168	0.4095	0.554	0.9673	1.609
17	Astilleros	0.1705	0.2013	0.3206	0.5132	0.8093	1.3327	1.7347
18	El Convento	0.1126	0.1241	0.1988	0.4993	0.838	1.3751	1.6797

**Agradecimientos.** Para el autor constituye un gran honor presentar este trabajo de posesión como Miembro de Número para ocupar la Silla No. 7 de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, anteriormente ocupada por Dn. **Luis Cuervo Márquez**, Dn. **Daniel Mesa Bernal** y Dn. **Jesús Antonio Eslava Ramírez**. El autor agradece a los evaluadores por sus comentarios para mejorar el manuscrito, así también como a *COLCIENCIAS* por el apoyo a sus investigaciones a través de los años. Los datos de lluvia usados en este trabajo pertenecen a las Empresas Públicas de Medellín, y fueron suministrados por el Área Metropolitana del Valle de Aburrá. El Ingeniero **Andrés Felipe Hurtado** colaboró en la preparación de figuras.

#### Referencias

- Aceituno, P.** (1988), On the functioning of the Southern Oscillation in the South American sector. Part I: Surface climate, *Monthly Weather Review*, 116, 505–524.
- Aceituno, P.** (1989), On the functioning of the Southern Oscillation in the South American sector. Part II: Upper-air circulation, *Journal of Climate*, 2, 341–355.
- Alvarez, O. D., J. I. Vélez, & G. Poveda** (2009), Improved long-term mean annual rainfall fields for Colombia, *Journal of International Climatology*, Sometido.
- Arias, P. A.** (2006), Diagnóstico y Predicción de la Variabilidad Intra-Anual de la Hidrología Colombiana, Tesis

de M.Sc., Posgrado en Ingeniería - Recursos Hidráulicos, Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia, Medellín.

- Bacon, N. E., R. J. Taylor, & J. Warner** (1970), Scale lengths in atmospheric turbulence from spectra and autocorrelation of vertical air velocity component measured in low flying aircraft, *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 96, 750-755.
- Bhattacharya, R. N., V. K. Gupta, & E. Waymire** (1983), The Hurst effect under trends, *Journal of Applied Probability*, 20(3), 649-662.
- Brillinger, D. R.** (2002), Second-order moments and mutual information in the analysis of time series, *Recent Advances in Statistical Methods*, Imperial College Press, London, 64-76.
- Chapeau-Blondeau, F.** (2007), Autocorrelation versus entropy-based autoinformation for measuring dependence in random signal, *Physica A*, 380, 1-18.
- Comte-Bellot, G., & S. Corrsin** (1971), Simple Eulerian time correlation of full- and narrow-band velocity signals in grid-generated, 'isotropic' turbulence, *Journal of Fluid Mechanics*, 48, 273-337.
- Cover, T. M., & J. A. Thomas** (1991), *Elements of Information Theory*, John Wiley and Sons, New York.
- Crane, R. K.** (1990), Space-time structure of rain rate fields, *Journal of Geophysical Research*, 95, 2001–2020.
- Dionisio, A., R. Menezes, & D. A. Mendes** (2004), Mutual information: A measure of dependency for nonlinear time series, *Physica A*, 344, 326-329.
- Feller, W.** (1951), The asymptotic distribution of the range

- of sums of independent random variables, *Ann. Math. Statist.* 22(3), 427-432.
- Góez, C., & G. Poveda** (2005), Variabilidad de las anomalías y de la escala de fluctuación de caudales medios mensuales con el área de la cuenca, *Avances en Recursos Hidráulicos*, No. 12, 77-89.
- Gómez, J. D., & G. Poveda** (2008), Estimación del espectro multifractal para series de precipitación horaria en los Andes tropicales de Colombia, *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, 32(125), 483-502.
- Gomide, F. L. S.** (1978), Markovian inputs and the Hurst phenomenon, *Journal of Hydrology*, 37, 23-45.
- Gray, R. M.** (2007), *Entropy and Information Theory*, <http://www-ee.stanford.edu/~gray/it.pdf>
- Gutiérrez, F., & J. A. Dracup** (2001), An analysis of the feasibility of long-range streamflow forecasting for Colombia using El Niño-Southern Oscillation indicators, *Journal of Hydrology*, 246(1-4), 181-196.
- Hamed, K. H.** (2007), Improved finite-sample Hurst exponent estimates using rescaled range analysis, *Water Resources Research*, 3, W04413, doi:10.1029/2006WR005111.
- Harrold T. I., A. Sharma, & S. Sheather** (2001), Selection of a kernel bandwidth for measuring dependence in hydrologic time series using the mutual information criterion, *Stoch. Environ. Res. Risk Assess.*, 15, 310-324.
- Hastenrath, S.** (1976), Variations in low-latitude circulations and extreme climatic events in the tropical Americas, *Journal of Atmospheric Sciences*, 33, 202-215.
- Hastenrath, S.** (1990), Diagnostic and prediction of anomalous river discharges in northern South America, *Journal of Climate*, 3, 1080-1096.
- Hastenrath, S.** (1991), *Climate Dynamics of the Tropics*, 2nd Rev. Ed., Kluwer, The Netherlands, 488 págs.
- Hastenrath, S.** (2002), The intertropical convergence zone of the eastern Pacific revisited, *International Journal of Climatology*, 22, 347-356.
- Herzel, H., & I. Große** (1995), Measuring correlations in symbol sequences, *Physica A* 216, 518-542.
- Houze, R. A., Jr.** (2004), Mesoscale convective systems, *Reviews of Geophysics*, 42, RG4003, doi:10.1029/2004RG000150.
- Hurst, H. E.** (1951), Long term storage capacities of reservoirs, *Trans. ASCE*, 116, 776-808.
- Hurtado, A. F., & G. Poveda** (2009), Linear and global space-time dependence and Taylor hypotheses for rainfall in the tropical Andes, *Journal of Geophysical Research*, 114, D10105, doi:10.1029/2008JD011074.
- Katul, G. G., A. Porporato, E. Daly, A. C. Oishi, H.-S. Kim, P. C. Stoy, J.-Y. Juang, & M. B. Siqueira** (2007), On the spectrum of soil moisture from hourly to interannual scales, *Water Resources Research*, 43, W05428, doi:10.1029/2006WR005356.
- Kiladis, G., & H. F. Diaz** (1989), Global climatic anomalies associated with extremes in the Southern Oscillation, *Journal of Climate*, 2, 1069-1090.
- Killeen, T. J., M. Douglas, T. Consiglio, P. M. Jørgensen, & J. F. Mejia** (2007), Dry spots and wet spots in the Andean hotspot, *J. Biogeog.*, 34(8), 1357-1373.
- Kleidon, A.** (2009), Non-equilibrium thermodynamics and maximum entropy production in the Earth system: Applications and implications. *Naturwissenschaften*, en imprenta. Disponible en <http://www.springerlink.com/content/100479/>.
- Klemeš, V.** (1973), The Hurst phenomenon - A puzzle?, *Water Resources Research*, 10(4), 675-688.
- Koutsoyiannis, D.** (2003), Climate change, the Hurst phenomenon, and hydrological statistics, *Hydrological Sciences-Journal-des Sciences Hydrologiques*, 48(1), 3-24.
- Kraskov, A., H. Stögbauer, & P. Grassberger** (2004), Estimating mutual information, *Physical Review E*, 69, 066138.
- Kummerow, C., W. Barnes, K. Toshiaki, J. Shiue & J. Simpson** (1998), The tropical rainfall measuring mission (TRMM) Sensor Package, *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 15, 809-817.
- Lau, K. M., & P. J. Sheu** (1988), Annual cycle, quasi-biennial oscillation, and Southern Oscillation in global precipitation, *Journal of Geophysical Research*, 93(D9), 10975-10989.
- Lenschow, D. H., & B. B. Stankov** (1986), Length scales in the convective boundary layer, *Journal of Atmospheric Sciences*, 43(12), 1198-1209.
- León, G. E., J. A. Zea, & J. A. Eslava** (2001) Ondas del este en Colombia y algunos aspectos relevantes de los ciclones tropicales, *Meteorología Colombiana*, No. 3, 127-141.
- Li, W.** (1990), Mutual information functions versus correlation functions, *Journal of Statistical Physics*, 60(5-6), 823-837.
- Lumley, J. L., & H. A. Panofsky** (1964), *The Structure of Atmospheric Turbulence*, John Wiley and Sons, New York, 239 págs.
- Magaña, V., J. A. Amador, & S. Medina** (1999), The midsummer drought over Mexico and Central America, *Journal of Climate*, 12, 1577-1588.
- Mandelbrot, B. B.** (2002), *Gaussian Self-Affinity and Fractals: Globality, the earth, 1/f noise and R/S*, Selecta Volume H, Springer-Verlag, New York, 654 págs.
- Mandelbrot B. B., & J. R. Wallis** (1969), Robustness of the rescaled range R/S in the measurement of non-cyclic long-run statistical dependence, *Water Resources Research*, 5, 967-988.
- Mapes, B. E., T. T. Warner, M. Xu, & A. J. Negri (2003a), Diurnal patterns of rainfall in northwestern South America. Part I: Observations and context, *Monthly Weather Review*, 131, 799-812.

- Mapes, B. E., T. T. Warner, M. Xu, & A. J. Negri (2003b), Diurnal patterns of rainfall in northwestern South America. Part III: Diurnal gravity waves and nocturnal convection offshore, *Monthly Weather Review*, 131, 830–844.
- Marani, M. (2005), Non-power-law-scale properties of rainfall in space and time, *Water Resour. Res.*, 41, W08413, doi:10.1029/2004WR003822.
- Martínez, M. T. (1993), Principales sistemas sinópticos en Colombia y su influencia en el comportamiento del tiempo, *Atmósfera*, 16, 1–10.
- Mejía, J. F., O. Mesa, G. Poveda, J. Vélez, C. Hoyos, R. Mantilla, J. Barco, A. Cuartas, M. Montoya, & B. Botero, Distribución espacial y ciclos anual y semianual de la precipitación en Colombia, *DYNA*, 127, 7–26.
- Mejía, J. F., & G. Poveda (2005), Ambientes atmosféricos de sistemas convectivos de mesoescala sobre Colombia durante 1998 según la TRMM y el Reanálisis NCEP/NCAR, *Rev. Academia Colombiana de Ciencias*, 29(113), 495-514.
- Menevau, C., & K. R. J. Sreenivasan (1991), The multifractal nature of turbulent energy dissipation, *Journal of Fluid Mechanics*, 224, 429-484.
- Mesa, O. J., & G. Poveda (1993), The Hurst effect: The scale of fluctuation approach, *Water Resources Research*, 29, 3995– 4002.
- Mesa, O. J., G. Poveda, L. F. Carvajal, & J. E. Salazar (1994), Efecto del fenómeno de El Niño-Oscilación del Sur en la hidrología colombiana, Memorias del XVI Congreso Latinoamericano de Hidráulica e Hidrología, Vol. 3, IAHR, Santiago de Chile, 373-384.
- Mesa, O. J., G. Poveda, G., & L. F. Carvajal (1997), *Introducción al Clima de Colombia*, Imprenta Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, 390 págs.
- Molini A., P. La Barbera, & L. G. Lanza (2006), Correlation patterns and information flows in rainfall fields, *Journal of Hydrology*, 322, 89-104.
- Montelaegre, J. E., C. Ortiz, & P. Ramírez (1990), Impacto ambiental del fenómeno El Niño en Colombia. Memorias IV Congreso Interamericano y II Congreso Colombiano de Meteorología, Bogotá, HIMAT-SOCOLMET-DAAC, v.1, 169-173.
- Montelaegre, J. E., & J. D. Pabón (2000), Modelamiento de las relaciones existentes entre los procesos de interacción océano-atmósfera del Océano Pacífico y el Océano Atlántico tropical norte y sur y la variabilidad interanual de la precipitación en Colombia, *Meteorología Colombiana*, 1, 11-24.
- Montoya, G., J. Pelkowsky, & J. A. Eslava, Sobre los alisios del noreste y la existencia de una corriente en el piedemonte oriental Andino, *Rev. Academia Colombiana de Ciencias*, 25(96), 373-370.
- Myers, N., R. A. Mittermeier, C. G. Mittermeier, G. A. B. daFonseca & J. Kent (2000), Biodiversity hotspots for conservation priorities, *Nature*, 403, 853-858.
- Oliver, R. & J. L. Ballester (1998), Is there memory in solar activity?, *Physical Review E*, 58(5), 5650-5654.
- Oster, R. (1979), La precipitación en Colombia, *Rev. Colombia Geografica*, Vol. VI(2).
- Peitgen, H.-O., H. Jurgens, & D. Saupe (1992), *Chaos and Fractals: New Frontiers of Science*, Springer, New York, 984 págs.
- Porporato A., & L. Ridolfi (2003), Detecting determinism and nonlinearity in river-flow time series, *Hydrol. Sci. J.*, 48(5), 763–780.
- Poveda, G. (1987), *El Fenómeno de Hurst*, Tesis M.Sc. Recursos Hidráulicos, Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia, Medellín, 307 págs.
- Poveda, G. (1994), Lluvias en Colombia: Correlación con el clima del Océano Pacífico y análisis de funciones ortogonales empíricas. Memorias XVI Congreso Latinoamericano de Hidráulica e Hidrología, IAHS, Santiago de Chile, Vol. 4, 93-105.
- Poveda, G. (2004), La hidroclimatología de Colombia: Una síntesis desde la escala interdecadal hasta la escala diaria, *Rev. Academia Colombiana de Ciencias*, 28(107), 201-222.
- Poveda, G., & O. J. Mesa (1993), Metodologías de predicción de la hidrología Colombiana considerando el fenómeno El Niño/Oscilación del Sur (ENOS), *Revista Atmósfera*, No. 20.
- Poveda, G., & O. J. Mesa (1996), Las fases extremas del fenómeno ENSO (El Niño y La Niña) y su influencia sobre hidrología de Colombia, *Ingeniería Hidráulica en México*, Vol. XI, No. 1, 21-37.
- Poveda, G., & O. J. Mesa (1997), Feedbacks between hydrological processes in tropical South America and large-scale oceanic-atmospheric phenomena, *Journal of Climate*, 10, 2690-2702.
- Poveda, G., & O. J. Mesa (1999), La corriente de chorro superficial del oeste (del CHOCÓ) y otras dos corrientes de chorro atmosféricas sobre Colombia: Climatología y variabilidad durante las fases del ENSO, *Rev. Academia Colombiana de Ciencias*, Vol. 23, No. 89, 517-528.
- Poveda, G., & O. J. Mesa (2000), On the existence of Lloró (the rainiest locality on Earth): Enhanced ocean-atmosphere-land interaction by a low-level jet, *Geophysical Research Letters*, 27, 1675-1678.
- Poveda, G., M. M. Gil, & N. Quiceno (1999), The relationship between ENSO and the annual cycle of Colombia's hydro-climatology, 10th Symposium on Global Change Studies, Am. Meteorol. Soc., Dallas, Tex.
- Poveda, G., A. Jaramillo, M. M. Gil, N. Quiceno, & R. Mantilla (2001), Seasonality in ENSO related precipitation, river discharges, soil moisture, and vegetation index (NDVI) in Colombia, *Water Resources Research*, 37(8), 2169-2178.
- Poveda G., Mesa O., Agudelo P., Alvarez J. F., Arias P., Moreno H., Salazar L. F., Toro V., & S. Vieira (2005), The diurnal cycle of precipitation in the tropical Andes of Colombia, *Monthly Weather Review*, 133, 228-240.

- Poveda, G., Vélez, J. I., Mesa,** and co-authors (2007), Linking long-term water balances and statistical scaling to estimate river flows along the drainage network of Colombia, *Journal of Hydrological Engineering*, 12(1), 4-13.
- Poveda, G., P. R. Waylen, & R. Pulwarty** (2006), Modern climate variability in northern South America and southern Mesoamerica, *Palaeogeog., Palaeoclim., & Palaeoecol.*, 234, 3-27.
- Poveda, G., E. Aristizábal, E., & J. M. Bedoya** (2009), Coherent bi-modal annual and shifting-phase diurnal cycles of precipitation in a region of Colombia's Central Andes. En preparación.
- Poveda-Jaramillo, G., & C. E. Puente** (1993), Strange attractors in atmospheric boundary-layer turbulence, *Boundary-Layer Meteorology*, 64 (1-2), 175-197.
- Quintarelli, F.** (1993), Acoustic sounder observations of atmospheric turbulence parameters in a convective boundary layer, *Journal of Applied Meteorology*, 32(8), 1433-1440.
- Salas, J. D., J. W. Delleur, V. Yevjevich, & W. L. Lane** (1980), *Applied Modeling of Hydrologic Time Series*, Water Resources Publications, Littleton, CO, 484 págs.
- Shannon, C. E.** (1948), A mathematical theory of communication, *Bell Sys. Tech. J.*, 27, 379-423.
- Shukla, J., & D. S. Gutzler** (1983), Interannual variability and predictability of 500 mb geopotential heights over the northern hemisphere, *Monthly Weather Review*, 111 (6), 1273-1279.
- Siddiqui, M. M.** (1976), The asymptotic distribution of the range and other functions of partial sums of stationary processes, reservoir storage with dependent, periodic inputs, *Water Resources Research*, 12(6), 1271-1276.
- Simon, G., & M. Verleysen** (2007), High-dimensional delay selection for regression models with mutual information and distance-to-diagonal criteria, *Neurocomputing* 70, 1265-1275.
- Snow, J. W.** (1976), The climate of northern South America. En: *Climates of Central and South America*, W. Schwedtfeger (Ed.), Elsevier, 295-403.
- Sullivan, P. J.** (1971), Longitudinal dispersion within a two-dimensional turbulent shear flow, *Journal of Fluid Mechanics*, 49(3), 551-576.
- Takens, F.** (1981), Detecting strange attractors in turbulence, *Lecture Notes in Mathematics*, 898, Springer Verlag, New York.
- Taylor, G. I.** (1921), Diffusion processes by continuous movements, *Proc. London Math. Soc.*, 20(2), 196-211.
- Taylor, G. I.** (1938), The spectrum of turbulence, *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, 164, 476-490.
- Tootle, G. A., T. C. Piechota, & F. Gutiérrez** (2008), The relationships between Pacific and Atlantic Ocean sea surface temperatures and Colombian streamflow variability, *Journal of Hydrology*, 349(3-4), 268-276.
- Troutman, B. M.** (1978), Reservoir storage with dependent, periodic inputs, *Water Resources Research*, 14(3), 395-401.
- Vanmarcke, E.**, *Random Fields: Analysis and Synthesis*, 382 págs., The M.I.T. Press, Cambridge, 1983. Disponible en: <http://www.princeton.edu/wilding/rbs/vanmEZ01.htm>.
- Velasco, I., & M. Frisch** (1987), Mesoscale convective complexes in the Americas, *Journal of Geophysical Research*, 92 (D8), 9591-9613.
- Warner, T. T., B. E. Mapes, & M. Xu** (2003), Diurnal patterns of rainfall in northwestern South America. Part II: Model simulations, *Monthly Weather Review*, 131, 813-829.
- Waylen, P. R., & G. Poveda** (2002), El Niño-Southern Oscillation and aspects of western South America hydroclimatology, *Hydrol. Proc.*, 16, 1247-1260.
- Zawadzki, I. I.** (1973), Statistical properties of precipitation patterns, *Journal of Applied Meteorology*, 12, 459-472.
- Zawadzki, I. I.**, (1987), Fractal structure and exponential decorrelation in time, *Journal of Geophysical Research*, 92, D8, 9586-9590.

Recibido el 14 de mayo de 2009

Aceptado para su publicación el 10 de agosto de 2009