

DE LA RELATIVIDAD DE LA INERCIA AL UNIVERSO CERRADO

por

Favio Ernesto Cala Vitery¹, Adrián Ricardo Gómez Plata²
& Javier Fernando Ramos Caro³

Resumen

Cala V., F. Ernesto, A. R. Gómez Plata & J. F. Ramos Caro: De la relatividad de la inercia al universo cerrado. Rev. Acad. Colomb. Cienc. **31** (118): 97-108. 2007. ISSN 0370-3908.

Mientras buscaba las ecuaciones de campo de la relatividad general, **Einstein** confiaba en que éstas resultasen en concordancia con las ideas de **Mach** sobre el origen material de la inercia. Sin embargo, cuando, asistido por el matemático **M. Grossman**, encontró ecuaciones de campo tensoriales se vio obligado a enfrentar varios problemas para superar el aparente fracaso machiano de su teoría de gravitación preliminar. Las estrategias de **Einstein** para implementar la ‘relatividad de la inercia’ de **Mach** pasaron por imponer condiciones de frontera altamente restrictivas, limitar la covariancia general y, finalmente, cerrar la cosmología. En este artículo se estudia esta intrincada historia.

Palabras clave: Inercia, relatividad, cosmología, Mach, Einstein.

Abstract

Searching for the field equations of general relativity, **Einstein** was confident these could naturally result in agreement with Mach’s ideas on the material origin of inertia. However, when, with the important assistance of the mathematician **Marcel Grossman**, he was able to find tensor field equations he was forced to struggle facing several problems to overcome the apparent Machian failure of his preliminary gravitation theory. Einstein’s strategies to

1 Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga, Colombia. Investigador del Grupo Matrix UMNG: Colombia. Correo electrónico: favio-cala@gmail.com, matrix@umng.edu.co

2 Universidad Militar Nueva Granada. Bogotá, Colombia. Investigador del Grupo Matrix UMNG. Correo electrónico: adriangomez1975@yahoo.com

3 Universidad Industrial de Santander. Bucaramanga, Colombia. Investigador del Grupo Matrix UMNG. Correo electrónico: javiramos1976@gmail.com

implement Mach's 'relativity of inertia' included highly restrictive boundary conditions, limiting general covariance and, finally, modified closed cosmology. This article surveys this entangled history.

Key words: Inertia, Relativity, Cosmology, Mach, Einstein.

1. Introducción

En 1883, en su célebre tratado sobre el desarrollo conceptual de la 'ciencia de la mecánica', **Ernst Mach** insistió en que para librar la mecánica de su gran fantasma metafísico –el espacio absoluto– se precisaba una formulación relacional de la inercia. La idea de **Mach** provenía de su deseo de implementar, hasta sus últimas consecuencias, la relatividad del movimiento entre cuerpos materiales. Para él no resultaba inteligible la idea de un único cuerpo abandonado a sí mismo como postula la ley de la inercia y, por esta vía, mucho menos justificables resultan las mal llamadas seudofuerzas o fuerzas inerciales que parecen tener su origen en aceleraciones con respecto al espacio absoluto o, lo que es igual, con respecto a nada material. La solución planteada por **Mach** consistió en señalar a la materia estelar y al conjunto de relaciones entre objetos materiales coexistentes como la fuente dinámica de la inercia. Pero se sabe que **Mach** nunca llevó a buen concurso sus ideas. El proyecto de formular una teoría general de la relatividad del movimiento en el sentido de **Mach** –también se sabe– fue tozudamente asumido por **Einstein**. Y es que desde que **Einstein** empezara a contemplar formalmente el proyecto de la TGR, a saber, la extensión del principio de relatividad para cubrir todo tipo de movimientos incorporando el aparato de la geometría diferencial, exigía que éste satisficiera el deseo de **Mach** de implementar la *relatividad de la inercia*⁴. De alguna manera, sintéticamente, la persistente influencia de **Mach**, en el contexto de la novedosa teoría de gravitación se resumía bajo el lema de la **hipótesis de la relatividad de la inercia**. **Mach** no refirió sus ideas en estos términos pero **Einstein** había acuñado la hipótesis como uno de sus más preciados objetivos.

En este artículo se estudian las dificultades enfrentadas por **Einstein** en su intento de incorporar la relatividad de la inercia –hasta tomar la forma final del Principio de **Mach**– en su Teoría General de la Relatividad (TGR). Antes de esto es justo advertir que la historia que conduce desde la relatividad especial, pasando

por el principio de equivalencia, para conformar finalmente las ecuaciones de campo gravitacional en la forma definitiva de la TGR ha sido narrada ampliamente. La ardua tarea de revelar incluso importantes detalles de su desarrollo conceptual ha sido bien enfrentada por **John Norton** (1989a, 1989b), **John Stachel** (1989a, 1989b) y otros. Pero, aparte del trabajo específico de **Hoeyer** (1994), la historia de la gestación del Principio de **Mach** en manos de **Einstein** ha sido considerablemente ignorada o, al menos, relegada como un apartado lateral. En nuestro caso resulta significativa pues revela el calvario del propio **Einstein** en su tentativa de hacer una teoría de gravitación e inercia relacional. Siguiéndole desde su ilusión inicial hasta sus sucesivos desencantos se deben ilustrar aspectos importantes sobre la complejidad del asunto y, de paso, se ilustra la motivación fundamental que llevó a **Einstein** a inaugurar la cosmología cerrada.

2. Inercia en la teoría Einstein–Grossman

En 1913 cuando **Einstein**, con la ayuda del matemático **Marcel Grossman**, publicaba su primera teoría tensorial de campo gravitatorio –la llamada teoría *Entwurf*– mostraba su satisfacción a razón de que ésta, aparentemente, al incorporar la relatividad de la inercia resolvía el defecto epistemológico de la postulación de aceleraciones absolutas en la Teoría Especial de la Relatividad (TER). Entonces escribió (**Einstein** 1913a, p. 290):

Durch die skizzierte Theorie wird ein erkenntnistheoretischer Mangel beseitigt, der nicht nur der ursprünglichen Relativitätstheorie, sondern auch der Galilie'schen Mechanik anhaftet und insbesondere von E. Mach betont worden ist. Es ist einleuchtend, daß dem Begriff der Beschleunigung eines materiellen Punktes ebensowenig eine absolute Bedeutung zugeschrieben werden kann wie demjenigen der Geschwindigkeit ... [Es wird] gefordert werden müssen, daß das Auftreten eines Trägheitswiderstandes

⁴Al parecer esta forma de sintetizar las ideas de **Mach** sobre la inercia fue hecha por primera vez en 1912 (Véase **Einstein**, 1912) pero persiste en escritos posteriores a 1916.

an die Relativbeschleunigung des betrachteten Körpers gegenüber andern Körpern geknüpft sei... Es hat sich gezeigt, daß aus den Gleichungen (5) dies Verhalten des Trägheitswiderstandes tatsächlich hervorgeht, welches wir als Relativität der Trägheit bezeichnen können. Dieser Umstand bildet eine der wichtigsten Stützen der skizzierten Theorie.

Einstein parecía convencido de que podía satisfacer la exigencia de la hipótesis de la relatividad de la inercia, es decir, que podía dar cuenta de la resistencia inercial de un cuerpo sin recurrir al espacio absoluto, culpando en cambio de su origen a los cuerpos circundantes.⁵ La teoría *Entwurf*, al igual que la subsiguiente TGR, es una teoría de gravitación que postula un tensor métrico para el espaciotiempo ($g_{\mu\nu}$) y, por lo tanto, una estructura inercial que mediante sus ecuaciones de campo se relaciona con tensores (energía-momento) que dan cuenta del contenido material del universo. Ahora bien, buscando ceñir las ideas de **Mach** a este nuevo paisaje, **Einstein** posteriormente llegaría a vincular la hipótesis de la relatividad de la inercia a la imposición, en el seno de su teoría de gravitación, de la condición de que la métrica ($g_{\mu\nu}$) estuviere completamente determinada por la distribución material ($T_{\mu\nu}$). Sin embargo, contrario a las insinuaciones de **Mach** que parecían reclamar una teoría de gravitación que vinculara de entrada la materia estelar a las leyes de movimiento, **Einstein** al fraguar su primera teoría de gravitación había partido de un enfoque puramente local, que buscaba extender el principio de relatividad a sistemas de referencia arbitrarios⁶. Así que **Einstein**, al decantarse por el formalismo definitivo de la geometría diferencial, perfiló su objetivo buscando las ecuaciones que gobiernan el movimiento de una partícula en la forma de un principio

geodésico:

$$\delta \int ds = 0, \quad ds = (g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu)^{\frac{1}{2}}.$$

De las leyes del movimiento locales habría que pasar después a las ecuaciones de campo que les amarraban a la materia cósmica. Y así como en la TER, en virtud del principio de relatividad restringido, las ecuaciones de movimiento toman la misma forma en cualquier sistema de referencia inercial, para **Einstein**, atendiendo a su deseo de satisfacer el principio de relatividad generalizado, dichas ecuaciones debían tener la misma forma en cualquier sistema de coordenadas. **Einstein** creía que de esta manera podía garantizar la extensión del principio de relatividad a sistemas no-inerciales arbitrarios.

La demanda de esta covariancia general, que por sí sola parecía resolver la limitación epistemológica de los sistemas de referencia privilegiados, habría de proyectarse al paso siguiente, pues faltaba encontrar las ecuaciones de campo gravitatorio. Y el impulso natural y persistente de **Einstein** fue exigir que sus ecuaciones de campo gravitacional también lo fueran. Aquí es justo señalar que cuando finalmente estas ecuaciones fueron halladas, por primera vez se vislumbró la posibilidad de atar las leyes del movimiento a la materia total del universo —un fuerte guiño a la memoria de **Mach**— y esto supuso la posibilidad de pensar modelos cosmológicos científicamente aceptables. Pero el camino no fue tan simple y la covariancia general supuso dificultades.

Las primeras ecuaciones de campo gravitacional (1913), de la entonces ya bautizada por su principal progenitor con el flamante nombre de *Teoría general de la relatividad*, no fueron completamente covariantes. Sin embargo, esta frustración fue lánguidamente aplacada por su convencimiento de que éstas apuntaban en la dirección que le conducía a implantar satisfactoriamente

⁵Esto dicho mejor en las palabras del propio **Einstein** reza así (**Einstein** 1913b, p.1960):

Von Bewegung, also auch Beschleunigung eines Körpers A an sich zu reden, hat keinen Sinn. Man kann nur von Bewegung bzw. Beschleunigung eines Körpers A relativ zu anderen Körpern B, C usw. Sprechen. Was in kinematischer Beziehung von der Beschleunigung gilt, das dürfte auch von dem Trägheitswiderstande gelten, den die Körper einer Beschleunigung entgegensetzen; es ist a priori zu erwarten, wenn auch nicht gerade notwendig, daß der Trägheitswiderstand nichts anders sei als ein Widerstand gegen Relativbeschleunigung des betrachteten Körpers A gegenüber der Gesamtheit aller übrigen Körper B, C usw. Es ist wohlbekannt, daß E. Mach in seiner Geschichte der Mechanik diesen Standpunkt zuerst mit aller Schärfe und Klarheit vertreten hat ...

⁶Aquí por el enfoque local (de **Einstein**) debe entenderse la usual inclinación a suponer que en las interacciones mutuas entre partículas y las leyes que les gobiernan prevalece la acción de la materia cercana, con lo cual la materia distante y el universo en su conjunto puede ser descontado. En este sentido lo local es contrapuesto a lo global o cosmológico, que debe englobar al universo como un todo. Lo local se refiere a lo cercano y no tiene necesariamente el significado habitual de la localidad asociado a la teoría de campos que le restringe a la acción de la vecindad inmediata y es contrapuesto a la acción a distancia.

el requerimiento machiano de la relatividad de la inercia. Así las cosas, sobre la limitada covariancia de sus ecuaciones no sobra decir que **Einstein** llegó a justificarla, durante el breve período de vida de su incipiente teoría, convenciéndose de que sus ecuaciones de campo no podían satisfacer el requerimiento de la covariancia general al parecer porque ésta limitaba la posibilidad de determinar la métrica del espaciotiempo enteramente a partir de la distribución total de materia. Los argumentos de **Einstein** para justificar la limitada covariancia de sus ecuaciones iniciales fueron el argumento del agujero –*the hole argument*– y otro que corresponde a las limitaciones impuestas por la ley de conservación

$$\sum_{\nu} \frac{\partial(T_{\sigma\nu} + t_{\sigma\nu})}{\partial x_{\nu}} = 0,$$

a los sistemas de coordenadas. Del argumento del agujero se desprenden importantes lecciones sobre el significado físico de la covariancia general. El argumento del agujero fue redescubierto por **Earman** y **Norton** en 1987 y ha supuesto un gran impacto en la discusión filosófica sobre la interpretación de la TGR. Aunque el argumento del agujero rompe de algún modo la línea central de la historia que nos ocupa, por su relevancia éste será tratado más adelante en el apéndice. Volviendo atrás, es justo decir que a pesar de que el vínculo de estos argumentos con las ideas de **Mach** puede resultar discutible, es bien cierto que durante este período –y durante un par de años más– el machianismo de **Einstein** probó ser una intensa fuente de inspiración y aliento para perseverar en el proyecto de la TGR y en la confección de los primeros modelos cosmológicos⁷. Le citamos de una carta a **De Sitter** donde, tras explicar su concepción de las ideas de **Mach** escribía (citado en Hoefler, 1994, p. 304):

Psychologically, this view has played an important role for me, since it gave me the courage to work on, when I absolutely could not find covariant field equations.

No es precipitado afirmar que durante el período de la teoría *Entwurf* (1913–1915), **Einstein** había aliviado

parcialmente la latente tensión entre su deseo de implantar el principio de relatividad general en su teoría y la limitada covariancia de sus ecuaciones invocando la hipótesis de la relatividad de la inercia. En todo caso este resquemor debió carcomerle hasta que en 1915, aliviado de sus espejismos, encontró finalmente las ecuaciones de campo gravitatorio covariantemente generales. Entonces, aunque transitoriamente, pudo acariciar la ilusión de haber edificado unas ecuaciones de campo gravitacional covariantemente generales que consecuentemente, al implantar el principio de relatividad general, salvaban la enfermedad epistemológica que, según él, **Mach** había señalado en los sistemas de referencia privilegiados sin que esto supusiera algún tipo de limitación para la preciada hipótesis de la relatividad de la inercia⁸.

No hay duda de que durante el período de gestación de su TGR, **Einstein** estaba convencido de que la covariancia general de sus ecuaciones era suficiente para garantizar el cumplimiento de sus objetivos machianos. El tensor de energía–momento condiciona la métrica del espaciotiempo mediante ecuaciones de campo covariantes que les relacionan. Ahora, desde esta perspectiva, **Einstein** podía trazar su objetivo a *la Mach*, intentando determinar las ecuaciones de movimiento locales, y por lo tanto la inercia, partiendo de consideraciones cosmológicas que permitían ligar la distribución de la materia cósmica contenida en el tensor de energía–momento ($T_{\mu\nu}$) a las ecuaciones de movimiento (las ecuaciones de las geodésicas) condicionadas por la métrica del espaciotiempo ($g_{\mu\nu}$).

El universo podía ser contemplado como un todo material que dirige los cuerpos en su movimiento local. Pero paradójicamente serían las primeras consideraciones cosmológicas las que vendrían a empantanar el breve idilio entre la TGR y la relatividad de la inercia, obligando a **Einstein** a estudiar nuevas estrategias para restituirlo.

Porque en 1916 cuando **Schwarzschild** construyó su modelo inaugurando de paso la cosmología relativista, lo hizo suponiendo que los valores de las soluciones a las ecuaciones de campo, los $g_{\mu\nu}$, debían tender en el infinito a los valores de la métrica de **Minkowski** ($\eta_{\mu\nu}$).

⁷Para una convincente relación de estos argumentos con el principio de **Mach**, véase **Hoefler** 1994, pp. 297–302.

⁸En *the Foundations of general relativity* **Einstein** recalca su ecuación entre covariancia general y relatividad general. Allí escribía (**Einstein** 1916, p.117) :

The general laws of nature are to be expressed by equations which hold good for all systems of co-ordinates, that is, are co-variant with respect to any substitutions whatever(generally covariant). It is clear that a physical theory which satisfies this postulate will also be suitable for the general postulate of relativity. For the sum of all substitutions in any case includes those which correspond to all relative motions of three-dimensional systems of co-ordinates.

el requerimiento machiano de la relatividad de la inercia. Así las cosas, sobre la limitada covariancia de sus ecuaciones no sobra decir que **Einstein** llegó a justificarla, durante el breve período de vida de su incipiente teoría, convenciéndose de que sus ecuaciones de campo no podían satisfacer el requerimiento de la covariancia general al parecer porque ésta limitaba la posibilidad de determinar la métrica del espaciotiempo enteramente a partir de la distribución total de materia. Los argumentos de **Einstein** para justificar la limitada covariancia de sus ecuaciones iniciales fueron el argumento del agujero *-the hole argument-* y otro que corresponde a las limitaciones impuestas por la ley de conservación

$$\sum_{\nu} \frac{\partial(T\sigma\nu + t\sigma\nu)}{\partial x_{\nu}} = 0,$$

a los sistemas de coordenadas. Del argumento del agujero se desprenden importantes lecciones sobre el significado físico de la covariancia general. El argumento del agujero fue redescubierto por **Earman** y **Norton** en 1987 y ha supuesto un gran impacto en la discusión filosófica sobre la interpretación de la TGR. Aunque el argumento del agujero rompe de algún modo la línea central de la historia que nos ocupa, por su relevancia éste será tratado más adelante en el apéndice. Volviendo atrás, es justo decir que a pesar de que el vínculo de estos argumentos con las ideas de **Mach** puede resultar discutible, es bien cierto que durante este período *-y durante un par de años más-* el machianismo de **Einstein** probó ser una intensa fuente de inspiración y aliento para perseverar en el proyecto de la TGR y en la confección de los primeros modelos cosmológicos⁷. Le citamos de una carta a **De Sitter** donde, tras explicar su concepción de las ideas de **Mach** escribía (citado en **Hofer**, 1994, p. 304):

Psychologically, this view has played an important role for me, since it gave me the courage to work on, when I absolutely could not find covariant field equations.

No es precipitado afirmar que durante el período de la teoría *Entwurf* (1913-1915), **Einstein** había aliviado

parcialmente la latente tensión entre su deseo de implantar el principio de relatividad general en su teoría y la limitada covariancia de sus ecuaciones invocando la hipótesis de la relatividad de la inercia. En todo caso este resquemor debió carcomerle hasta que en 1915, aliviado de sus espejismos, encontró finalmente las ecuaciones de campo gravitatorio covariantemente generales. Entonces, aunque transitoriamente, pudo acariciar la ilusión de haber edificado unas ecuaciones de campo gravitacional covariantemente generales que consecuentemente, al implantar el principio de relatividad general, salvaban la enfermedad epistemológica que, según él, **Mach** había señalado en los sistemas de referencia privilegiados sin que esto supusiera algún tipo de limitación para la preciada hipótesis de la relatividad de la inercia⁸.

No hay duda de que durante el período de gestación de su TGR, **Einstein** estaba convencido de que la covariancia general de sus ecuaciones era suficiente para garantizar el cumplimiento de sus objetivos machianos. El tensor de energía-momento condiciona la métrica del espaciotiempo mediante ecuaciones de campo covariantes que les relacionan. Ahora, desde esta perspectiva, **Einstein** podía trazar su objetivo a *la Mach*, intentando determinar las ecuaciones de movimiento locales, y por lo tanto la inercia, partiendo de consideraciones cosmológicas que permitían ligar la distribución de la materia cósmica contenida en el tensor de energía-momento ($T_{\mu\nu}$) a las ecuaciones de movimiento (las ecuaciones de las geodésicas) condicionadas por la métrica del espaciotiempo ($g_{\mu\nu}$).

El universo podía ser contemplado como un todo material que dirige los cuerpos en su movimiento local. Pero paradójicamente serían las primeras consideraciones cosmológicas las que vendrían a empantanar el breve idilio entre la TGR y la relatividad de la inercia, obligando a **Einstein** a estudiar nuevas estrategias para restituirlo.

Porque en 1916 cuando **Schwarzschild** construyó su modelo inaugurando de paso la cosmología relativista, lo hizo suponiendo que los valores de las soluciones a las ecuaciones de campo, los $g_{\mu\nu}$, debían tender en el infinito a los valores de la métrica de **Minkowski** ($\eta_{\mu\nu}$).

⁷Para una convincente relación de estos argumentos con el principio de **Mach**, véase **Hofer** 1994, pp. 297-302.

⁸En *the Foundations of general relativity* **Einstein** recalca su ecuación entre covariancia general y relatividad general. Allí escribía (**Einstein** 1916, p.117) :

The general laws of nature are to be expressed by equations which hold good for all systems of co-ordinates, that is, are co-variant with respect to any substitutions whatever (generally covariant). It is clear that a physical theory which satisfies this postulate will also be suitable for the general postulate of relativity. For the sum of all substitutions in any case includes those which correspond to all relative motions of three-dimensional systems of co-ordinates.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Y esto iba en manifiesta contradicción con la hipótesis de la relatividad de la inercia ya que la imposición de los valores de **Minkowski** como condición de frontera en el infinito parcialmente determinaba la estructura inercial del espaciotiempo. Es decir, de entrada se le asignaba una estructura inercial absoluta al espaciotiempo lejos de la materia sin que ésta pudiera atribuirse a fuentes materiales. La métrica, en general, permite escoger las familias de sistemas de referencia privilegiados (inerciales) del espaciotiempo y la métrica de **Minkowski**, en particular, los escoge como aquellos de la relatividad especial. Que esto, en parte, pudiera hacerse sin recurrir a fuentes materiales debió causar gran malestar a **Einstein**. La inercia recuperaba su estatus absoluto. Seguía sellada a la sustancialidad del espaciotiempo.

La corrosiva objeción epistemológica señalada por **Mach** que hace de la inercia una noción vacía sin la presencia de cuerpos materiales, en manos de **Einstein**, y ante las dudas abiertas ya en su TGR, pasaba por exigir que lejos de cualquier distribución de materia la inercia de un cuerpo debía tender a cero. Según nos cuenta, esto le llevó a mantener la primera estrategia para concebir un modelo cosmológico que concordara con las ideas de **Mach** sobre la inercia. En este sentido, en 1917, en su primer artículo sobre cosmología **Einstein** comentaba (**Einstein** 1917, p. 178):

In a consistent theory of relativity there can be no inertia relatively to 'space', but only an inertia of masses relatively to one another. If, therefore, I have a mass at a sufficient distance from all other masses in the universe, its inertia must fall to zero.

Entender qué, exactamente, significa esto en el contexto de la TGR entraña dificultades. Pero para **Einstein** ciertamente esta idea se tradujo en la exigencia de que las componentes espaciales de la métrica lejos de la materia, en el infinito, debían ser nulas.

Sin embargo, en este punto cabe hacer un paréntesis para volver atrás brevemente y subrayar que tanto las ecuaciones de campo de la teoría *Entwurf* como las posteriores ecuaciones de campo covariantes admiten

la solución de **Minkowski** para el caso de un espaciotiempo vacío ($T_{\mu\nu} \equiv 0$) ¿Por qué entonces esta estructura inercial absoluta, sin fuentes materiales, pareció no molestar a **Einstein** previamente? El interrogante es caldo de especulación. Pero es bastante probable que desde entonces ya contemplara un enfoque semejante al que abordaría al enfrentarse al problema explícitamente abierto por el modelo de **Schwarzschild**. Es probable que desde aquel tiempo **Einstein** ya aspirara a limitar las soluciones a las ecuaciones de campo mediante la imposición de condiciones de frontera apropiadas que permitieran excluir modelos cosmológicos con estructura inercial absoluta, como el de **Minkowski** o cuasi-absoluta como después el de **Schwarzschild**, y que además éstos correspondieran a consideraciones empíricas y cosmológicas físicamente aceptables. En todo caso esta fue la primera herramienta que **Einstein** utilizó para reconciliar sus ecuaciones de campo gravitacional con la relatividad de la inercia, a saber, la imposición de condiciones de frontera en el infinito espacial para redimir el machianismo de sus ecuaciones de campo.

Dada la complejidad de las ecuaciones de campo – ecuaciones diferenciales parciales no lineales de segundo orden– desde la comodidad retrospectiva resulta algo desconcertante pensar que **Einstein** tuviera tanta fe en el alcance de las condiciones de frontera para limitar tan drásticamente las soluciones de sus ecuaciones. Empero, la solución de **Schwarzschild** tenía estructura cuasi-absoluta debido precisamente a la imposición de condiciones de frontera en el infinito que permitían, lejos de cualquier fuente material, atribuir una estructura inercial local que distingue los tipos de movimientos inerciales. Quizá, pensaba **Einstein**, restringiendo estas condiciones imponemos la estructura inercial apropiada.

Ahora bien, la confianza de **Einstein** en la covariancia de sus ecuaciones de campo y en este criterio para satisfacer la demanda de la relatividad de la inercia parece completar su justificado esfuerzo. Y es que los valores de **Minkowski** cambian ante transformaciones de coordenadas. No son invariantes. **Einstein** pareció haber pensado que de alguna manera esto rompía la covariancia general (que por sí sola debía bastar para satisfacer la relatividad de la inercia) de sus ecuaciones de campo al aproximarse al infinito, así que consecuentemente decidió considerar valores para la métrica en el infinito que permanecieran invariantes ante cualquier tipo de transformación. En esto trabajaba durante su visita a Holanda (septiembre de 1916).

Allí sostuvo una fructífera serie de discusiones con el astrónomo **Willem De Sitter** sobre la viabilidad de la hipótesis de la relatividad de la inercia. Los valores que **Einstein** estableció considerando para la métrica, según reporta el propio **De Sitter**, fueron (**De Sitter** 1916, p. 531):

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \infty \\ 0 & 0 & 0 & \infty \\ 0 & 0 & 0 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty^2 \end{pmatrix}$$

A estos valores llegó a llamarlos *valores naturales*. Para **Einstein** la relevancia de estos valores se asentaba en el hecho de que estos permanecen invariantes ante todas las transformaciones $x_\mu \rightarrow x'_\mu$ tales que en el infinito x_4 es función de x'_4 solamente. **Einstein** esperaba que, consiguientemente, la elección de estos valores en la frontera sostuviera la covariancia de las ecuaciones de campo, garante de la relatividad de la inercia⁹.

En febrero de 1917, cuando publicó su modelo cosmológico, **Einstein** ya había desechado el enfoque de las condiciones de frontera en el infinito. **De Sitter** le había criticado por tener que invocar enormes fuentes materiales (*supernatural masses*) muy superiores a las del universo visible para ajustar sus ecuaciones a las condiciones de frontera. **Einstein** pareció no prestar demasiada atención a esta objeción empírica del reputado astrónomo holandés y sin embargo al explicar, en el mismo artículo de febrero de 1917, las razones que le llevaron a abandonar definitivamente el enfoque de las condiciones de frontera en el infinito cuenta que precisamente la imposibilidad para reconciliar dichas condiciones de frontera con la velocidad observada para las estrellas le han convencido del desacierto de tal enfoque.

Einstein, con la ayuda del matemático **J. Grommer**, había calculado unos valores incompatibles con los observados para las velocidades estelares medias ya que, para el caso de un universo isla, lejos del centro de la distribución de materia resultaban excesivamente elevados. Tras justificarlo escribía (**Einstein** 1917 (1952), p. 182):

At any rate, our calculations have convinced me that such conditions of degeneration for the metric in spatial infinity may not be postulated.

Que **Einstein** argumentara, ahora, una refutación empírica para desechar una idea que le había ocupado persistentemente al menos desde principios de 1916, cuando vio la luz el modelo de **Schwarzschild**, no parecía ajustarse mucho a su carácter, dispuesto siempre a empujar hasta el final sus convicciones. Pero es que lo que vino después, lo que en su lugar debía mandar al traste las condiciones de frontera en el infinito, probó ser una de sus más irresistibles ideas. **Einstein** había decidido cerrar el universo.

3. Einstein y De Sitter 'cierran' la Cosmología

Más de tres siglos atrás las observaciones de **Tycho Brahe** habían empezado a fragmentar las esferas tolemaicas, hijas de la cosmología cerrada de la Grecia helenística. **Einstein** sentaba formalmente las bases para cerrar de nuevo el cosmos (al menos espacialmente) desechando finalmente sus condiciones de frontera. En el mismo artículo de febrero de 1917 nos dice (**Einstein** 1917, p. 183):

if it were possible to regard the universe as a continuum which is finite (closed) with respect to its spatial dimensions, we should not have any need at all of any such boundary conditions.

Esta singular aseercción daba origen al modelo cosmológico de **Einstein** (1917). Hacía ya más de un año que **Einstein** había encontrado sus ecuaciones de campo covariantes,

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = -8\pi GT_{\mu\nu}.$$

Pero las soluciones a estas ecuaciones de campo predecían el colapso gravitacional para modelos cerrados con distribución homogénea de materia. Y **Einstein** quería un universo estático y cerrado. Así que para contrarrestar la atracción gravitacional modificó sus ecuaciones introduciendo su célebre constante cosmológica (λ). Por consiguiente, su modelo es una solución a las ecuaciones de campo modificadas

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R - \lambda g_{\mu\nu} = -8\pi GT_{\mu\nu}.$$

El término $-\lambda g_{\mu\nu}$ del lado izquierdo de la ecuación introduce una presión repulsiva de materia. **Einstein** esperaba que esto bastara para balancear el efecto de la atracción gravitacional garantizando así la estabilidad de las soluciones a sus ecuaciones de campo. Reparemos

⁹Sobre la confusión histórica y el desliz semántico que por momentos intercambia los vocablos covariancia, invariancia e incluso equivalencia, véase la elegante distinción de **Friedman** (1983, Cáps. 1 y 2).

ahora en que desde que **Einstein** encuentra sus ecuaciones de campo todo su esfuerzo parece encauzado a construir modelos cosmológicos que cumplan con el requerimiento machiano de la relatividad de la inercia. Esto le llevó a imponer restricciones mediante condiciones de frontera. Cuando se cierra el universo y éstas son finalmente desechadas, la relatividad de la inercia que le ha conducido hasta allí sigue empujando sus convicciones. Es por esto que al introducir la constante cosmológica **Einstein** esperaba también que sus ecuaciones no tuvieran una solución aceptable sin la presencia de fuentes materiales. Pero este nuevo intento de formular un modelo machiano aguardaba una resolución paradójica a la luz de las réplicas de **Willem De Sitter**.

No habían transcurrido dos meses desde la publicación del modelo cosmológico de **Einstein** cuando, en marzo de 1917, **De Sitter** hacía lo propio con el suyo. El modelo de **De Sitter** nacía como reacción directa al modelo de **Einstein**. La razón: la limitada simetría que veía en el modelo de **Einstein**. Volvamos atrás para enfatizar esto brevemente. El modelo de **Einstein** era finito, cerrado esféricamente en sus dimensiones espaciales pero abierto en su dimensión temporal. Por esto se le conoce como el universo cilíndrico. La dimensión temporal podía remontarse desde el infinito en el pasado hasta el infinito en el futuro. Y precisamente este distinto tratamiento para la geometría espacial y la dimensión temporal incomodaban a **De Sitter**. Le resultaban ajenos al elevado espíritu de la Teoría General de la Relatividad.

Pero este malestar no era nuevo. Desde que **Einstein** intentara su enfoque desde las condiciones de frontera le había molestado que esto pasara por suponer que la inercia de un cuerpo en el infinito espacial fuera nula sin que existiera una condición análoga para el tratamiento temporal de la inercia o simplemente una única condición espacio-temporal, acorde con el talante tetradimensional de la Relatividad General.

Por esto su punto de partida, al construir su modelo cosmológico, pasó nuevamente por retomar las condiciones de frontera exigiendo ahora que todas las componentes del tensor métrico, las $g_{\mu\nu}$, fueran nulas en el infinito. A esta condición le llamó el *postulado matemático de la relatividad de la inercia*. Su criterio en este sentido fue expresado de esta forma: (**De Sitter** 1917, pp. 4-5)

Once the system of reference of space and time-variables has been chosen, [the field] equations determine the $g_{\mu\nu}$ apart from constants of integration, or boundary

conditions at infinity. Only the deviations of the actual $g_{\mu\nu}$ from these values at infinity are thus due to the effect of matter, through the mechanism of [the field equations]. If at infinity all $g_{\mu\nu}$ were zero, then we could say that the whole of inertia, as well as gravitation, is thus produced. This is the reasoning which has led to the postulate that at infinity all $g_{\mu\nu}$ shall be zero. I have called this the mathematical postulate of relativity of inertia.[The Machian] point of view, which denies the logical possibility of the existence of a world without matter, I call the material postulate of relativity of inertia.

El universo de **Einstein** era espacialmente esférico. Su elemento de línea puede inducirse como el de la superficie de una esfera tridimensional inmersa en un espacio euclidiano tetradimensional. Éste típicamente se expresa en coordenadas esféricas polares espaciales r, θ, φ y la coordenada temporal t , así:

$$ds^2 = dt^2 + dr^2 + R^2 \sin^2 \frac{r}{R} [d\varphi^2 + \sin^2 \varphi d\theta^2].$$

Empero **De Sitter** observó que si escoge la proyección estereográfica esta métrica puede escribirse así:

$$g_{ij} = -\frac{\delta_{ij}}{1 + \epsilon r^2} + \frac{\epsilon x_i x_j}{(1 + \epsilon r^2)^2}, \quad g_{44} = 1$$

Esto significa que en la frontera, en el infinito ($r = \infty$), los valores de la métrica de **Einstein** son :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Se ve que la componente g_{44} rompe la simetría que **De Sitter** buscaba en consonancia con su postulado matemático de la inercia. Cuando **Einstein** cierra el universo espacialmente el elemento de línea correspondiente a la superficie esférica tridimensional (en su proyección estereográfica) comporta la nulidad de las componentes espaciales en el infinito, así que **De Sitter** obtuvo su solución al sumergir una hiper-esfera tetradimensional en un espacio penta-dimensional cuyo elemento de línea, en su respectiva proyección estereográfica:

$$g_{ij} = -\frac{\delta_{ij}}{1 + \epsilon r^2} + \frac{\epsilon x_i x_j}{(1 + \epsilon r^2)^2} \quad g_{44} = \frac{1}{1 + \epsilon r^2},$$

arrojaba los valores esperados para la métrica en el infinito:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

De esta forma **De Sitter** satisfacía su postulado matemático de la relatividad de la inercia, cerrando el cosmos tetra-dimensional para esquivar completamente las condiciones de frontera¹⁰. Pero, y el llamado ahora *postulado material de la relatividad de la inercia* ¿acaso también era cubierto por su modelo cosmológico? Veamos: **Einstein** había argumentado que desechaba el enfoque de la imposición de condiciones de frontera en el infinito espacial objetando la imposibilidad de reconciliarlas con observaciones empíricas pero, si se mira bien, tanto su modelo como después el modelo de **De Sitter** habían sido edificados, por decirlo de alguna manera, partiendo de consideraciones estéticas o si se quiere incluso metafísicas.

Tanto **Einstein** como **De Sitter** sabían *a priori* la forma del universo que querían, cerrado espacial o cerrado espacio-temporalmente, respectivamente. Además de la elevada simetría —más que justificable por la simplicidad matemática que traduce a las complejas ecuaciones de campo— **Einstein** llegó a exigir que su universo fuera estático y caracterizado por una distribución homogénea de materia. Aunque esta última condición parezca justificable atendiendo a consideraciones cosmológicas a gran escala, todo eso vibra en resonancia con consideraciones estéticas que no necesariamente han de corresponder al universo fáctico. Como testimonio de esto se dirá que tanto **Einstein** como **De Sitter** obtuvieron la geometría deseada en sus modelos. Después las ecuaciones de campo les permitirían calcular la cantidad media de materia requerida para curvar el universo en concordancia con sus respectivos elementos de línea. Así las grandes consideraciones empíricas sobre la distribución material, contempladas en el tensor energía-momento, entraban después y fue esto lo que condujo a un interesante desenlace que parecía preluir el fin del hasta entonces indisoluble machianismo

de **Einstein**. Porque al determinar la cantidad media de materia requerida por la geometría espacio-temporal del universo de **De Sitter**, éste encontró que no se requería ninguna. ¡La solución de **De Sitter** a las ecuaciones de campo modificadas era una solución para un universo materialmente vacío! Todo el objetivo de la constante cosmológica parecía venirse al traste¹¹. Tiempo después **Einstein** llegaría a juzgar la inclusión de la constante cosmológica como su más craso error pero recién golpeado por los resultados de **De Sitter** no estaba dispuesto a renunciar a sus más caras convicciones y tuvo fuerzas para encontrar objeciones al modelo de éste último antes de reconocer su validez y renunciar a su profesado machianismo. Leámosle en una carta a **De Sitter** donde con soberbia claridad, enterado ya de los resultados de **De Sitter**, manifiesta (citado en Hoefler, 1994, p. 320):

In my opinion it would be dissatisfying, if there were a conceivable world without matter. The $g^{\mu\nu}$ -field¹² should rather be determined by the matter, and not be able to exist without it. This is the heart of what I understand by the demand for the relativity of inertia. One could just well speak of the 'material conditionedness of geometry'. As long as this demand is not fulfilled, for me the goal of a general relativity was not yet completely achieved. This was first achieved through the introduction of the λ term.

Poco más de un año habría de transcurrir antes de que **Einstein** renunciara a sus infructuosos intentos por impugnar el modelo de **De Sitter**¹³. Volvemos sucintamente al fragmento citado en la carta a **De Sitter**. Si la relatividad de la inercia se disipaba ante la tentativa de **De Sitter**, para **Einstein** sostener el sueño de una auténtica teoría de la relatividad parecía empantanarse. Esto refuerza la profundidad de sus convicciones con respecto a las ideas de **Mach** sobre la inercia. Pues en el mismo año en que su modelo cosmológico y el de **De Sitter** dirimían esta crónica sobre la relatividad de la inercia, en 1917, **Kretschman** abría otra honda grieta en

¹⁰La degeneración de los valores de la métrica en el infinito espacial puede ser, como después se ha visto, un artificio de la elección del sistema de coordenadas. El enfoque de las condiciones de frontera en el infinito es más que espinoso. Aquí simplemente se señala como estrategia histórica de importancia.

¹¹Amén del modelo cosmológico de **De Sitter**, años después, a mediados de los años 20 del siglo XX, **Eddington** probaría que para cualquier modelo cosmológico que no sea perfectamente homogéneo la constante cosmológica no es ninguna garantía de estabilidad y esto sería la puntilla definitiva para **Einstein**.

¹²Los superíndices para las componentes métricas corresponden a la tipografía original del texto citado.

¹³La principal objeción de **Einstein** pasó por señalar una singularidad que después probaría ser una singularidad de coordenadas y no una singularidad intrínseca del espaciotiempo.

sus convicciones rebatiendo, acertadamente, la presunción de que la covariancia general por sí sola implicara el contenido físico de un principio general de relatividad. Sólo a mediados de 1918 **Einstein** reconoció el carácter meramente formal de la covariancia general pero antes, atendiendo a las objeciones de **Kretschman**, todavía refinaba sus ideas sobre la relatividad de la inercia escribiendo (citado de la traducción de Barbour, 1995, p.185 [original en alemán en Einstein, 1918, p. 241]):

The G-field [the metric] is completely determined by the masses of the bodies. Since mass and energy are identical in accordance with the results of the special theory of relativity and energy is described formally by the symmetric tensor $(T_{\mu\nu})$, this means that the G-field is conditioned and determined [bedingt und bestimmt] by the energy tensor of the matter.

Entonces la relatividad de la inercia pasaba a conocerse como el **Principio de Mach**.

Se sabe que gradualmente **Einstein** declinó su abogamiento de las ideas de **Mach** sobre la inercia, llegando incluso a considerar la idea de que la métrica pudiera ser vista como una propiedad intrínseca de la naturaleza, como una especie de propiedad ubicua del espaciotiempo que llegó a merecer el nombre de éter, pero hasta el final de sus días las ideas de **Mach** sobre la inercia, aunque ya no defendidas con la insistente sagacidad de los años de gestación de su teoría de gravitación ni de los primeros años de la cosmología relativista, se resumieron bajo el dudoso título de el **Principio de Mach**.

Es cierto que **Einstein** abdicó de las ideas de **Mach**, pero de los años en que éstas empujaron sus esfuerzos nacieron sus más apreciables monumentos científicos: la *Teoría general de la relatividad* y luego la *Cosmología relativista*. La primera se nutre de muchas fuentes, de muchos elementos formales que finalmente la configuran, pero en la motivación necesaria para sostener esta empresa, según reitera el propio **Einstein**, campea el terco deseo de superar las objeciones de **Mach** al movimiento absoluto y a la sustancialidad del espacio.

Citamos nuevamente a **Mach** de otro de los tantos pasajes premonitorios en que casi pareciera leerse al joven **Einstein** (**Mach** 1883, p. 296):

The natural investigator must feel the need of further insight –of knowledge of the immediate connections, say, of the masses of

the universe. There will hover before him as an ideal an insight into the principles of the whole matter, from which accelerated and inertial motions result in the same way.

Sobre la cosmología relativista ya se ha dicho alguna cosa, así que cerramos este artículo con un pasaje extraído de una conferencia dictada por **Einstein** en Kyoto, en 1922, donde sucintamente se refiere así (en **Ono** 1983, p. 26):

About my work after 1915, I would like to mention only the problem of cosmology. The foundation of this problem comes from the boundary of general theory of relativity and the discussion of the problem of inertia by Mach. Although I did not exactly understand Mach's ideas about inertia, his influence on my thought was enormous.

Apéndice. El agujero de Einstein en la versión de Earman y Norton

En 1913, **Einstein** formuló un argumento que le había convencido de que la covariancia general no podía ser satisfecha en una teoría que determinara causalmente la estructura inercial a partir de la distribución de materia. El argumento parecía sostenido en el **Principio de Mach**. Aquí –en detrimento de la formulación original de **Einstein** en lenguaje de coordenadas– éste es enunciado en el lenguaje de la geometría diferencial siguiendo, en parte, la reconstrucción de **Earman** y **Norton** (1987). Veamos:

Cualquier modelo de la TGR (i.e. una solución a las ecuaciones de campo), que representa un universo posible, es usualmente representado por la triplete $\langle M, g, T \rangle$. Donde M es una variedad de puntos diferenciable con una cierta estructura topológica, g es el tensor métrico que codifica gravedad, estructura inercial y geometría, y T es el tensor de energía–momento que representa la distribución de materia–energía del universo posible.

La covariancia general de la TGR –y de cualquier teoría similar– implica, por definición, que si cualquier tensor X de la variedad es una solución a las ecuaciones de campo, también lo es el tensor $\phi * X$ que resulta de empujar X mediante la acción de un difeomorfismo activo. En este caso X es cualquier tensor métrico o material que pueda definirse sobre la variedad. Un difeomorfismo activo es esencialmente una transformación de coordenadas que lleva tensores de sus puntos

de origen a otros deformando de paso la forma del tensor. Es importante distinguirlos de los difeomorfismos pasivos que actúan localmente como transformaciones de coordenadas que simplemente rebautizan los puntos de la variedad sin generar *movimientos* ni *deformaciones*. Este tipo de transformaciones pasivas resulta trivial para nuestra discusión ya que cualquier teoría puede hacerse covariante general pasiva simplemente requiriendo que sus ecuaciones de campo sean escritas en forma tensorial (**Kretschman** 1917, **Friedman** 1983). A cambio, un difeomorfismo activo $\phi : M \rightarrow M$ lleva un punto p de M a otro punto $q := \phi(p)$ en M , moviendo o deformando los ‘contenidos’ de la variedad.

El argumento del agujero es posible debido a la libertad para generar modelos de la TGR mediante la acción de este tipo de difeomorfismos activos. El conjunto de estos difeomorfismos forma un grupo denotado habitualmente como $Diff(M)$. Con esto en mente enunciamos el argumento del agujero de **Earman y Norton** en forma compacta:

Sea $U = \langle M, g, T \rangle$ un modelo de la TGR. Por definición, es posible escoger cualquier difeomorfismo $\phi \in Diff(M)$ para generar un nuevo modelo $U^* = \langle M, \phi * g, \phi * T \rangle$ de la TGR. Se escoge $\phi * = id$ (transformación identidad) en toda la variedad M exceptuando una región $H \subset M$ dentro de la cual ϕ difiere suavemente de la identidad. Esta región H es el agujero de **Einstein**. Dentro de éste $\phi * \neq id$. Por conveniencia suponemos que el espaciotiempo M admite una foliación (3+1) mediante rebanadas (hipersuperficies) globales espacialoides (*spacelike*). Es decir, suponemos que podemos partir el espacio-tiempo en tajadas espaciales tabuladas por un parámetro temporal t que aumenta en la dirección futura a medida que nos desplazamos a lo largo de una curva temporaloides (*timelike*). Ahora escojamos $H \subset M$ para $t > 0$.

El resultado de todo esto es que, como $\phi * = id$ para $t \leq 0$, pero difiere suavemente para $t > 0$ (i.e. dentro de $H \subset M$), tenemos dos modelos de la teoría que difieren a partir de $t = 0$. Esto es, $U = \langle M, g, T \rangle$ y $U^* = \langle M, \phi * g, \phi * T \rangle$ son idénticos hasta $t = 0$ pero difieren a partir de entonces¹⁴. Y esto debería entenderse como una violación del determinismo en la TGR ya que la especificación completa del espacio-tiempo y sus

contenidos materiales (g, T) fuera del agujero no determina unívocamente la forma en que éstos se distribuyen dentro de los puntos del agujero. En nuestro caso, con un agujero puesto en el futuro, según la teoría, el futuro no vendría determinado unívocamente por esta especificación completa del pasado. Falla el determinismo.

Pero aquí es importante advertir la forma en que falla el determinismo. Por ejemplo, si el centro de una asteroide χ se encuentra ubicado hoy en el punto p , las ecuaciones de campo más el pasado no podrían determinar si mañana éste pasa por el punto q de M o por el punto r de M . Lo chocante del argumento no es que el determinismo falle, al fin y al cabo, el determinismo no tiene, necesariamente, que ser una camisa de fuerza de nuestras teorías. Ya tenemos a la mecánica cuántica en su interpretación estándar. Lo chocante proviene de la manera en que falla. El indeterminismo del agujero proviene de la imposibilidad para saber qué punto específico de la variedad subyace a qué proceso material concreto.

Las ecuaciones de campo no pueden escoger entre diferentes evoluciones de los campos dentro del agujero. En otras palabras, no pueden seleccionar a $U = \langle M, g, T \rangle$ sobre $U^* = \langle M, \phi * g, \phi * T \rangle$ para determinar si, por ejemplo, el asteroide χ pasará por q de M o por r de M . Pero, el asunto importante es que los modelos U y U^* de la TGR son empíricamente indistinguibles. Comparten la misma variedad espaciotemporal de puntos subyacentes pero discrepan, dentro del hueco, sobre la forma en que los campos y la materia son distribuidos sin que esto suponga ningún tipo de diferencia observacional.

Todos los invariantes de la teoría son preservados ante el tipo de transformaciones que generan el indeterminismo en el agujero. Y en estas circunstancias, quien hace una lectura literal de la variedad como una entidad física real cuyos puntos existen objetivamente y forman el tejido sustancial del espaciotiempo, enfrenta la siguiente traba interpretativa: Si la variedad M es considerada como un espacio físico real en toda regla, esto es, como una entidad capaz de existencia concreta con independencia de la ocurrencia de procesos materiales, entonces –por consistencia– se deben considerar a U y U^* como modelos físicamente, ontológicamente, distintos aunque estos sean empíricamente equivalentes. Esto claramente

¹⁴En la versión original de **Einstein** H no estaba, necesariamente, en el futuro. Pero fuera de H se suponía que el universo estaba lleno de materia ($T \neq 0$), mientras que en su interior no había materia ($T = 0$). Por esto recibió la denominación original de ‘agujero’. El difeomorfismo activo generado por **Einstein** parecía violar ‘la ley de la causalidad’ ya que la materia fuera del hueco no determinaba unívocamente la estructura inercial dentro de éste. Esto, de paso, parecía una violación flagrante del principio **Mach** o de la *condicionalidad material del espacio*, como **Einstein** le llamaba por entonces.

recuerda el viejo argumento de los mundos desplazados de **Leibniz**, donde un universo probable U_i resultaba empíricamente indistinguible de un universo probable U_s , al conservar el conjunto de relaciones entre objetos materiales coexistentes, pero difería de éste por su ubicación en el espacio absoluto. El newtoniano estaba obligado a conceder, dada la identidad presupuesta para los puntos del espacio absoluto, que los dos casos correspondían a situaciones ontológicamente diferentes. En su lugar **Leibniz** apelaba al Principio de Identidad de los Indiscernibles (PII) para concluir que se trataba de dos representaciones de un mismo universo. En la terminología y contexto actuales la identidad de los indiscernibles recibe el nombre de *Equivalencia de Leibniz*. Este principio puede enunciarse así:

Equivalencia de Leibniz (LE): Dos distribuciones de campos relacionadas por un difeomorfismo activo representan la misma situación física, esto es, $U = \langle M, g, T \rangle$ y $U^* = \langle M, \phi * g, \phi * T \rangle$ son equivalentes para cualquier $\phi \in Diff(M)$.

En resumen, según **Earman** y **Norton**, al considerar la existencia objetiva de los puntos de la variedad se debe rechazar la LE y concluir extrañamente que la TGR es una teoría indeterminista. Por supuesto que las leyes de la física pueden admitir el indeterminismo, bien sea porque la teoría sea intrínsecamente probabilista, bien sea por la presencia de singularidades, o por la incursión de *invasores espaciales* (**Earman**, 1986 Cáp. 3). Pero todas estas parecen aceptables (o buenas) razones físicas. La cuestión es que el determinismo debería fallar por buenas razones de la física y no por compromisos con alguna doctrina ontológica que de entrada lo proscriba. Según **Earman** y **Norton** el determinismo merece una oportunidad.

Los filósofos han visto diversas reacciones al argumento del agujero, pero la mayoría concuerdan con **Earman** y **Norton** en que el determinismo merece una oportunidad en la interpretación de la TGR, al fin y al cabo, esta es la forma habitual de concebir la teoría en la práctica científica. Es un indeterminismo que no afecta la determinación predictiva empírica de la teoría. Esto es raro.

Por esto la mayoría suscribe la LE y rechaza la idea de que la variedad exista objetivamente sin la presencia de campos físicos o métricos. La conclusión es la misma a la que **Einstein** llegó escapando del agujero, esto es, que los puntos de la variedad no tienen significado ontológico independiente, es decir, que presuponer la identidad primitiva de los puntos de la variedad lleva al tipo de

indeterminación 'ingenua' que le hizo caer en el agujero desde el principio.

Esta es ciertamente la posición ampliamente mayoritaria entre filósofos del espacio-tiempo y cosmólogos activos. En su famoso tratado sobre la estructura del universo a gran escala, **Hawking** y **Ellis** (1973) simplemente se refieren a todos los modelos isomorfos de la TGR relacionados mediante $Diff(M)$ como una clase equivalente que representa la misma solución de las ecuaciones de campo (i.e. un único universo posible) sin ninguna mención al argumento del agujero. La presentación de **Wald** (1984) es similar.

La presunción tácita de la LE, común a prácticamente todas las representaciones de la TGR, prohíbe la individuación apriorística de los puntos de la variedad. Para elevarlos a a la categoría de eventos se requiere, como **Einstein** declaraba, la ocurrencia de coincidencias espacio-temporales y esto requiere la presencia de algún campo físico sobre la misma.

Del argumento del agujero resulta el siguiente corolario: *En la TGR los puntos de la variedad no tienen identidad primitiva.*

Agradecimientos

Favio Cala Vitery desea agradecer al doctor **Carl Hoefler** de la Universidad Autónoma de Barcelona por su lectura y comentarios sobre versiones preliminares de este artículo. También al Centro de Estudios en Historia de las Ciencias (CEHC) de la misma Universidad, en cabeza de su director **Xavier Roqué**, por el importante apoyo institucional y de archivo durante la documentación para la investigación de la que resulta este artículo. Por último a un anónimo revisor científico quien contribuyó con pertinentes observaciones a mejorar la presentación de este artículo.

Bibliografía

- [1] **De Sitter, W.** (1916) 'On the relativity of inertia in Einstein's theory', *Proceedings of the Section of sciences, Koninklijke Akademie van Wetenschappen*, 19, pp. 527-532.
- [2] **De Sitter, W.** (1917) 'On Einstein's theory of gravitation and its astronomical consequences. Third paper', *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 78, pp. 3-28.
- [3] **Barbour, J.** (1995) 'Selected Passages on Machian Ideas', en *Einstein Studies*, vol 6, pp. 180-187. Birkhäuser. Boston.
- [4] **Earman, J.** (1986) *A Primer on Determinism*. D. Reidel. Dordrecht, The Netherlands.
- [5] **Earman, J. & Norton, J.** (1987) 'What Price Space-Time Substantivalism? The Hole Story', *British Journal for The Philosophy of Science*, 38, pp. 515-525.

- [6] **Einstein, A.** (1912) 'Gibt es eine Gravitationswirkung die der elektrodynamischen Induktionswirkung analog ist?' *Vierteljahrsschrift für Gerichtliche Medizin*, **44**, pp. 37-40.
- [7] **Einstein, A.** (1913a) 'Phisikalische Grundlagen einer Gravitationstheorie', *Naturforschende Gesellschaft Vierteljahrsschrift*, **58**, pp. 284-290.
- [8] **Einstein, A.** (1913b) 'Zum gegenwärtigen Stande des Gravitationsproblems', *Physikalische Zeitschrift*, **14**, pp. 1249-1266.
- [9] **Einstein, A.** (1916) 'Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie', *Annalen der Physik*, **49**, (translation published in: *The Principle of Relativity*, collection of papers by A. Einstein et al., Dover. New York, 1952, pp. 111-164.
- [10] **Einstein, A.** (1917) 'Cosmological Considerations on The General Theory of Relativity', en *The Principle of Relativity*, pp. 177-188. Dover. New York. 1952.
- [11] **Einstein, A.** (1918) 'Prinzipielles zur allgemeinen Relativitätstheorie', *Annalen der Physik*, **55**, pp. 241-244.
- [12] **Einstein, A.** (1993) *The Collected Papers of Albert Einstein, Volume 5: The Swiss Years: Correspondence, 1902-1914*. Martin J. Klein, A. J. Kox & Robert Schulmann (Eds). Princeton University Press. Princeton.
- [13] **Friedman, M.** (1983) *Foundations of Space-Time Theories*. Princeton University Press. Princeton.
- [14] **Hawking, S. W. & Ellis, G. F. R.** (1973) *The Large Scale Structure of Space-Time*. Cambridge University Press. Cambridge.
- [15] **Hofer, C.** (1994) 'Einstein's Struggle for a Machian Gravitation Theory', *Studies for the History and Philosophy of Science*, **25** (3), pp. 287-335.
- [16] **Kretschman, E.** (1917) *Annalen der Physik* **53**, pp. 576-591.
- [17] **Mach, E.** (1883) *The Science of Mechanics*. Trad. de T. J. Mc Cormack. Open Court. La Salle, Illinois. 1960.
- [18] **Norton, J. D.** (1989a) 'What was Einstein's Principle of Equivalence?', en Howard, D. & Stachel, J., (eds.) *Einstein and the History of General Relativity*, pp. 5-47. Birkhäuser. Boston.
- [19] **Norton, J. D.** (1989b) 'How Einstein found his Field Equations, 1912-1915', en Howard, D. & Stachel, J., (eds.) *Einstein and the History of General Relativity*, pp. 101-159. Birkhäuser. Boston.
- [20] **Ono, Y. A.** (1983) 'Einstein's Speech at Kyoto University, December 14, 1922', *NTM. Schriftenreihe für Geschite der Naturwissenschaften, Technik, und Medizin*, **20**, pp. 26-27.
- [21] **Stachel, J.** (1989a) 'The Rigidly Rotating Disc as the Missing Link in the History of General Relativity', en Howard, D. & Stachel, J., (eds.) *Einstein and the History of General Relativity*, pp. 48-62. Birkhäuser. Boston.
- [22] **Stachel, J.** (1989b) 'Einstein's Search for General Covariance, 1912-1915', en Howard, D. and Stachel, J., (eds.) *Einstein and the History of General Relativity*, pp. 63-100. Birkhäuser. Boston.
- [23] **Wald, R. M.** (1984) *General Relativity*. University of Chicago Press. Chicago.

Recibido el 28 de septiembre de 2006

Aceptado para su publicación el 23 de enero de 2007