

EL ALBEDO TERRESTRE

por

Joaquín Pelkowski¹

Resumen

Pelkowski, J.: El albedo terrestre. Rev. Acad. Colomb. Cienc. 31(121): 499-520, 2007. ISSN 0370-3908.

El sistema climático de la Tierra se caracteriza por múltiples retroacciones. Una de las más importantes es la relacionada con la acción de la atmósfera y sus nubes sobre el flujo de energía radiante solar que las atraviesa. De la fracción de energía solar desechada a los espacios siderales (albedo terrestre) depende la energética del clima. El artículo ofrece una condensada visión panorámica de los modelos clásicos, así como un modelo de tres capas, destinados a calcular los flujos verticales de radiación solar, teniendo en cuenta la absorción y el esparcimiento debidos a las partículas suspendidas en la atmósfera.

Palabras clave: transferencia radiativa atmosférica, albedo planetario, modelos bipotámicos.

Abstract

Earth's climate is characterized by multifarious feedbacks. Of paramount importance is one in which the solar radiation is modified by the atmosphere and its clouds, determining the amount of solar radiation returned to the starry spaces (the terrestrial albedo) and thus affecting the energetics of climate. This paper offers both a condensed survey of classical twostream models, based here on a singular phase function, and a trilayered model to account for the vertical fluxes of solar radiation, modified by the particles in the air by the processes of absorption and scattering.

Key words: atmospheric radiative transfer, planet albedo, two-stream models.

1. Introducción

La descripción matemática de la transferencia de energía por medio de radiación electromagnética ha alcanzado un alto nivel de desarrollo, figurando actualmente como una teoría espléndidamente coherente. No menos asombrosas son sus aplicaciones a distintas ramas de la ciencia y la tecnología. Sin embargo, los físicos de pura cepa se han mantenido un tanto reservados hacia ella, considerándola como demasiado fenomenológica al faltarle aparentemente el cordón umbilical con alguna de las teorías fundamentales a las que el físico está acostumbrado a reducir su cosmovisión. El meteorólogo o astrofísico, por otro lado, la considera imprescindible en su afán de comprender e interpretar los hechos fotométricos (o, más generalmente, radiométricos) de las atmósferas planetarias o estelares. La radiación visible, por ejemplo, proveniente de un sol suele ser parcialmente reflejada por las atmósferas y las superficies planetarias sobre las que incide, y su medición incumbe a la fotometría. La emisión de ondas electromagnéticas, que tiene lugar como consecuencia del estado térmico de dichas atmósferas, es un aspecto de suma importancia en la transmisión de energía planetaria por radiación que no tocaremos en este ensayo.

Nuestro objetivo es más bien cercenar la teoría general de la transferencia radiativa, buscando enfocar específicamente la interacción entre la radiación solar (visible) y las moléculas y partículas que componen una atmósfera planetaria cualquiera. Trataremos en particular de la interacción conocida como el esparcimiento atmosférico de la radiación electromagnética².

Antes de ofrecer la visión panorámica de los esfuerzos recientes, que se discutirán más adelante, no será considerado ocioso repasar, con mayor concisión que fidelidad, unos pocos hitos históricos en la evolución de nuestro tema. La teoría de la transferencia radiativa avanzó prodigiosamente a partir de la primera mitad del siglo pasado, en que se sentaron sus sólidas bases fenomenológicas. Sus raíces experimentales y teóricas, no obstante, datan del siglo de las Luces. Cabría recordar las mediciones de la intensidad de la luz realizadas por el padre de la fotometría como ciencia moderna, **Pierre Bouguer**, quien destila de aquellas un debilitamiento exponencial, estudiando rayos estelares y lunares en su travesía por la atmósfera terrestre, e instituyendo

así su famosa ley en 1729, a la cual **J. H. Lambert** dio forma analítica en 1760, pero que suele ser atribuida, con escasa justificación, al malogrado **A. Beer**, quien le dio la forma definitiva en 1854. En el siglo XIX se establece la ecuación de transferencia en los medios que absorben e irradian energía, en una obra magistral de **Poisson**, *Théorie mathématique de la chaleur*, publicada en 1835. La ecuación, basada en la entonces algo trasnochada teoría del calórico (radiante), no logró llamar la atención que merecía. Décadas más tarde se volvería a proponer, y así se explica el que hoy en día los meteorólogos la denominen "ecuación de Schwarzschild". En 1887 **Lommel** establece, en Baviera, al mismo tiempo que **Chwolson** en San Petersburgo, la ecuación integral de transferencia por esparcimiento isotrópico, y en 1914 **Schwarzschild** formula definitivamente la ecuación de transferencia radiativa, tal como se suele emplear en la mayoría de las investigaciones atmosféricas desde entonces. En 1924, **Gans** incluye la polarización lineal, pero sólo a partir de 1950 puede considerarse completa la teoría fenomenológica que nos interesa aquí, quedando consignada en la celeberrima monografía de **Chandrasekhar** (1950), donde es presentada en forma definitiva la ecuación *vectorial* de la transferencia radiativa, teniendo en cuenta el estado de polarización de una onda electromagnética. A fines de la década de los cincuenta, **Rozanov** extiende la ecuación vectorial al caso de medios anisótropos, y con la monografía de van de **Hulst** (1957) aparece una obra que resume las investigaciones de las décadas anteriores, sobre todo las relacionadas con el esparcimiento de la radiación electromagnética que incide sobre una pequeña partícula esférica. En las últimas tres décadas se hacen notables algunos esfuerzos por conectar la teoría fenomenológica con la electrodinámica clásica, y actualmente este problema parece estar resuelto (véase la importante monografía recién publicada por **Mishchenko et al.**, 2006), en el sentido de que las magnitudes que intervienen en la ecuación de transferencia radiativa están claramente relacionadas con magnitudes derivables de la electrodinámica clásica, es decir, de las ecuaciones de Maxwell. Así, disponemos hoy en día de una teoría no menos coherente y poderosa que elegante, con la cual es posible describir, en principio, el esparcimiento de radiación electromagnética en medios continuos, e incluso en medios con dispersiones de partículas discretas (partículas sólidas o líquidas de

²"Esparcimiento" es el término recomendado por la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, en su Vocabulario científico y técnico. Los otros términos en uso, el de "dispersión" o el de "difusión", no se debieran favorecer por impropios, puesto que ambos significan procesos físicos bien definidos en otros contextos. Pese a la anglofilia universal de nuestros tiempos, no utilizaré el espantoso anglicismo "scattering", que algunos astrofísicos españoles parecen considerar como adecuado a sus propios gustos.

los aerosoles, gotículas acuosas de las nubes, polvo intergaláctico, etc).

En este artículo me propongo extender, una vez más, mis modestas contribuciones anteriores, pero aún excluyendo los efectos de polarización, cuya importancia estriba ante todo en el problema conocido como “inverso” al de la transferencia, que consiste en inferir parámetros físicos (como la reflectividad de una superficie planetaria o las propiedades de una población de gotículas nubosas) a partir de mediciones de la energía transferida, problema de gran actualidad en la percepción remota de las atmósferas planetarias.

Pretendo, más específicamente, aplicar la teoría de la transferencia radiativa al sistema de nuestro clima terrestre, mediante un modelo diseñado para elucidar la *esencia* de un aspecto del problema que acosa actualmente a la humanidad. Lo que hoy en día suelen llamar los diarios, con un tonillo de alarmismo acaso justificable, “el cambio climático”, no deja de ser una vaga alusión al hecho de que el clima –sea cual fuere su definición– necesariamente cambia, como todo en nuestro universo, en reacción a modificaciones de las condiciones en sus fronteras.

Una de las variables climatológicas que más se barajan, en el contexto científico del cambio climático, es la temperatura superficial del planeta. Hay quienes la interpretan como la temperatura del aire en superficie, mientras que otros (el autor incluido), ven en ella la temperatura de la superficie misma, sin que nadie se detenga normalmente en las ambigüedades que su medición implica (algunas dificultades se ventilan en el reciente trabajo de **Anduckia**, 2007). En cualquier caso, la temperatura “superficial” es considerada como un importante *indicador* del cambio climático (global). Y, efectivamente, hay buenas razones para ello, como lo ponen de manifiesto algunos de mis trabajos anteriores, donde he buscado aclarar, mediante modelos teóricos *elementales*, algunas de las relaciones entre el campo de la radiación telúrica y la temperatura superficial del planeta.

Otra variable vital es la que se conoce como el *albedo* de un cuerpo celeste, iluminado externamente. Del valor climatológico del albedo de nuestra Tierra depende la energética global, al igual que la de su atmósfera y la de las otras “esferas” (los océanos, por ejemplo, que conforman la hidrosfera). Con el objeto de ofrecer al lector algunos elementos básicos para facilitar el discurso informado sobre el “cambio global”, presentaré un modelo convencional, que aunque aproximado, permite aprehender las relaciones esenciales entre el campo de

radiación solar y los constituyentes de la atmósfera terrestre, así como los efectos macroscópicos sobre la temperatura atmosférica y la de la superficie terrestre. Las características de la atmósfera a las cuales prestaremos la mayor atención son el albedo global de la Tierra y el poder atmosférico de transmisión (también global) de la energía de “onda corta”; ésta es la responsable de los matices celestes y los colores crepusculares, así como de todos los fenómenos que constituyen la óptica atmosférica. Al albedo terrestre se debe el brillo de la Tierra que se aprecia desde el espacio exterior, mientras que la transmisividad controla la cantidad de energía solar que baña la vasta superficie terrestre, determinando así su temperatura (y cuya variación geológica interviene en los ciclos glaciales, por ejemplo).

Huelga apuntar que dentro del marco limitado de este artículo no es posible recordar todos los fundamentos y aspectos necesarios en la construcción del modelo, ni siquiera la terminología y notación, a veces harto divergentes si no confusas, de una disciplina cuya literatura no deja de crecer. El esfuerzo presente se inscribe en un campo de investigación que ha avanzado vertiginosamente en las últimas décadas. Son numerosas las monografías y los libros de texto recientes, publicados no sólo con el ánimo de dar a conocer los métodos modernos para entender ciertos procesos radiativos de gran complejidad, sino suministrar las herramientas necesarias para deducir información cuantitativa acerca de nuestro medio ambiente, aprovechando en particular la tecnología de la percepción remota (desde plataformas espaciales, por ejemplo), y cuyos resultados dependen (a menudo delicadamente) de los fenómenos que intervienen en el mismo balance energético del clima. La importancia de estos temas justifica un tratamiento simplificado de algo sumamente complejo en sus detalles reales, tratamiento que ofrezco con la esperanza de granjear el beneplácito del lector no familiarizado con un campo de gran actualidad e indiscutible valor estético.

2. Generalidades acerca del albedo

La fracción de energía solar que la Tierra devuelve –sin aprovecharla– al espacio estelar, se conoce como el albedo terrestre. (Albedo planetario, en el caso de lunas y planetas iluminados por el Sol). El término “albedo” fue introducido por el ya mencionado sabio alsaciano, Lambert, en su *Photometria* de 1760. Lambert reconoció que el poder de reflexión variaba con la longitud de onda, e introdujo la noción de albedo monocromático (hablando de “rubedo”, por ejemplo, en el caso del poder

de reflexión respecto del color rojo). Su importancia en la investigación del brillo de los planetas fue reconocida definitivamente hacia 1860, en trabajos de un excéntrico científico alemán, **Karl Friedrich Zöllner** (1834-1882), a quien recientemente se viene considerando como el padre de la astrofísica, por haber propugnado precisamente el estudio del albedo de los planetas, con el objetivo de inferir su constitución física (lo que hoy en día se conoce como el “problema inverso” de la teoría de transferencia, ya aludido anteriormente).

En meteorología y climatología, el albedo es uno de los factores clave en los balances energéticos de los distintos subsistemas geofísicos, y de su valor dependen muchas características estadísticas, o sea, climatológicas; de él también depende, pero indirectamente, el vigor de la dinámica de los geofluidos. Un cambio ínfimo en el albedo terrestre implica cambios significativos en las temperaturas globales y en el régimen de vientos, por mencionar solamente dos efectos.

Los actuales modelos numéricos de predicción del clima buscan modelar los diversos procesos atmosféricos y climatológicos con un realismo cada vez más pormenorizado, tanto así que la mente humana escasamente puede aprehender los múltiples circuitos que se tienen en cuenta, en lo que es un complejo tejido de retroacciones físico-químicas dentro del sistema. Los resultados numéricos pueden ser tan correctos como realistas, pero en muchos casos resulta insondable su conexión con una o varias de las causas originales.

Por esta razón, muchos investigadores del clima y de la atmósfera se sirven de ciertos modelos preliminares, calificados a menudo de “conceptuales”, y cuya función principal es reducir a su esencia, y de una manera cualitativamente acertada, la patente complejidad cuantitativa de los procesos naturales, sacrificando parcialmente la fidelidad cuantitativa.

En la presente exposición me propongo elucidar los factores determinantes del albedo terrestre mediante un modelo conceptual de factura propia, extendiendo así la jerarquía de modelos cualitativos ya existentes. Más específicamente, con este modelo se hace posible examinar algunas de las posibles causas que alteran la fracción de energía que la Tierra desecha sin incorporarla al sistema climatológico. Por supuesto, no es posible, ni siquiera deseable, incluir todos los detalles de los procesos involucrados en la determinación del albedo de la atmósfera terrestre; como en modelos anteriores, me limito exclusivamente a contemplar la interacción entre la atmósfera (supuesta en reposo) y los campos de radiación visible,

haciendo caso omiso de la gran variabilidad espectral que caracteriza los fenómenos ópticos y térmicos. Es, claro está, la suposición más precaria del modelo. De hecho, se considerará un modelo de transferencia exclusivamente radiativa, a través de una atmósfera planetaria “semigris” (“gris” en el régimen de ondas visibles). No se considerará la interacción con los flujos de energía radiante emitida por el suelo y por la atmósfera misma. La consideración del campo de la radiación infrarroja rebasaría los límites de esta exposición y su inclusión queda reservada para un estudio monográfico (véase también un artículo en curso de publicación, **Pelkowski et al.** 2008).

3. La base teórica del modelo

El modelo se basa en la física y cinemática que subyace tras la ecuación de transferencia radiativa (ETR), formulada en lo que sigue para una radiación no polarizada, en interacción con la materia, y para una geometría plana y de capas estratificadas paralelamente. La polarización es una característica física de toda radiación electromagnética, pero en los estudios de la energética global afortunadamente puede despreciarse, autorizando por consiguiente el uso de la clásica ecuación de transferencia *escalar*, a diferencia de la ecuación general para el llamado tetravector de Stokes, el cual contiene la información elipsométrica sobre el estado de polarización de una onda electromagnética. En la gran mayoría de los estudios del siglo pasado, no se solía tener en cuenta el estado de polarización de los rayos de luz o de “calor”, pero recientemente se está recalcando su importancia para el “problema inverso”, el de inferir ciertas propiedades físico-químicas de la materia irradiada a partir de las observaciones y los cálculos de la radiancia (**Hovenier et al.** 2004). En estudios actuales, en torno a cirros y aerosoles, se está explorando la utilidad de incluir dichos estados, con el fin de obtener información acerca de las partículas esparcedoras que los componen (**Liou** 2002; **Kokhanovsky** 2003, 2006).

Partiendo, pues, de la ecuación de transferencia radiativa para una atmósfera poco profunda, en comparación con el radio del planeta, y por ende asimilable a una capa plana y estratificada paralelamente, con la consiguiente uniformidad en direcciones acimutales, podemos expresar dicha ecuación de la siguiente manera:

$$\mu \frac{dI_\lambda}{d\tau_\lambda} = I_\lambda - \frac{a_\lambda(\tau_\lambda)}{2} \int_{-1}^1 P_\lambda(\tau_\lambda, \mu, \mu') I_\lambda(\tau_\lambda, \mu') d\mu' - [1 - a_\lambda(\tau_\lambda)] B_\lambda(\tau_\lambda). \quad (1)$$

La ecuación es válida para cada longitud de onda, λ , de la radiación electromagnética en cuestión. La letra griega μ designa el coseno del ángulo cenital $\theta \in [0, \pi]$ de un haz (rayo) de luz, cuya radiancia (intensidad) monocromática suele designarse por I_λ (θ se mide con respecto al vector unidad dirigido hacia alturas crecientes); a_λ se conoce como el albedo de esparcimiento de primer orden, o primario (en la literatura anglosajona: *single scattering albedo*), pero no hay ambigüedad en llamarlo simplemente el "albedo de esparcimiento", ya sea el de una partícula o el de un volumen elemental de un medio continuo, que hemos de distinguir del albedo de una superficie o de un planeta; B_λ es la fuente interna de energía radiante, que para atmósferas en equilibrio termodinámico local viene dada por la distribución espectral de Planck, $B_\lambda(T)$, función de la temperatura local del medio, T ; la función espectral (o monocromática) $P_\lambda(\tau_\lambda, \mu, \mu')$ de cuatro argumentos, entre ellos dos (cosenos de) ángulos cenitales, se conoce como la función de fase, sobre todo en la astrofísica anglosajona, pero en los trabajos originales que he consultado se definía, apropiadamente, como diagrama o función de esparcimiento, mientras que en la literatura rusa (traducida) se conoce bajo el nombre de "indicatriz de esparcimiento". También depende de la altura z o, equivalentemente, de la profundidad óptica, τ_λ , que a su vez depende generalmente de la longitud de onda de los rayos del haz de luz, y que se define, como de costumbre, para una capa de espesor geométrico $H_t - z$, entre una cota z y la altura de la frontera superior de la atmósfera, H_t , por la siguiente fórmula:

$$\tau_\lambda = \int_z^{H_t} \rho k_\lambda dz',$$

en donde ρ representa la densidad de aquellos componentes del medio que afectan a la radiación del color que corresponde a λ . El coeficiente de extinción específico (esto es, por unidad de masa), k_λ , se define como la suma del coeficiente específico de esparcimiento ($k_\lambda^{(s)}$) y del de absorción ($k_\lambda^{(a)}$). Podemos, entonces, expresar el albedo de esparcimiento (monocromático) como el cociente entre el coeficiente de esparcimiento y el de extinción:

$$a_\lambda = \frac{k_\lambda^{(s)}}{k_\lambda} = \frac{k_\lambda^{(s)}}{k_\lambda^{(a)} + k_\lambda^{(s)}}.$$

A continuación, supondremos que sea posible definir estos coeficientes (como medias espectrales, por ejemplo) de tal manera que se puedan aplicar a toda la gama de ondas electromagnéticas (visibles), simplificando así decisivamente los cálculos analíticos en nuestra indagación

del albedo global. Este proceder define lo que se conoce como atmósfera semigris. Sin embargo, muchas fórmulas mantienen su validez para la radiación monocromática.

En casi todas las investigaciones contemporáneas de la radiación telúrica, es habitual y conveniente descomponer la radiancia solar en dos partes, cada una de sendos orígenes físicos:

$$I_\lambda = I_\lambda^* + I_\lambda^\odot. \quad (2)$$

El primer sumando representa la intensidad de la radiación que ha sido esparcida por el medio (el brillo del medio gracias a la luz "prestada"), mientras que el segundo sumando se refiere a la radiancia de la radiación solar directa (la emitida por el Sol e interceptada por la Tierra). Esta última es sometida, en su travesía por la atmósfera, a un debilitamiento según la ley de extinción de Bouguer (o de Bouguer-Lambert, o incluso, pero con poca justicia, como ya vimos, de Beer):

$$\mu \frac{dI_\lambda^\odot}{d\tau} = -I_\lambda^\odot. \quad (3)$$

Esta ecuación diferencial ordinaria y de primer orden puede integrarse inmediatamente, siempre y cuando se conozcan los valores de la radiancia en cada frontera de la atmósfera. Efectivamente, la condición de contorno para la radiancia que incide sobre la frontera superior de la atmósfera (donde $\tau = 0$) es uno de los factores determinantes de la meteorología y climatología terrestres, cuyo valor se conoce con precisión inusitada, y que expresaremos formalmente así:

$$I_\lambda^\odot(0, \mu) = \frac{Q_{0\lambda}}{2\pi} \delta(\mu + \mu_0) [1 - H(\mu)]. \quad (4)$$

La función de Heaviside (o de escalón), $H(\mu)$, es igual a la unidad para valores positivos del argumento μ , e igual a cero en el caso contrario; la función generalizada (o de Dirac) δ permite expresar que la condición de contorno hace sentir su efecto sólo si el valor absoluto del coseno del ángulo cenital de un rayo incidente (para el cual $\theta > \pi/2$, o sea, $\mu < 0$) es igual al coseno del ángulo cenital del disco solar (μ_0), o sea, para $-\mu = \mu_0$. $Q_{0\lambda}$ es la llamada constante solar espectral, definida como la energía monocromática que fluye a través de la unidad de una superficie perpendicular a los rayos solares, situada en el tope de la atmósfera, es decir, a una distancia igual a la unidad astronómica D_0 , y cuyo flujo holocromático (integrado espectralmente) representa la constante solar por excelencia:

$$Q_0 = \int_0^\infty Q_{0\lambda} d\lambda = \pi \Gamma_0 \int_0^\infty B_\lambda(T_\odot) d\lambda = 1370 \text{ W/m}^2.$$

El "factor de dilución" Γ_0 de la energía solar se expresa mediante la importante ley óptica de Kepler, según la cual la irradiancia disminuye inversamente al cuadrado de la distancia al Sol: $\Gamma_0 \equiv \left(\frac{R_\odot}{D_0}\right)^2$, siendo R_\odot el radio del Sol, cuya temperatura "efectiva" asciende aproximadamente a $T_\odot = 5780$ K.

Omitiremos de ahora en adelante el subíndice λ , puesto que para la determinación del albedo global sólo importa considerar la energía reflejada a lo largo de todo el espectro de ondas visibles, y el tratamiento analítico se facilita bajo el supuesto de esparcimiento "gris" respecto a los rayos solares, lo que significa que la atmósfera esparce la radiación visible indiferentemente de su color. La radiancia I_λ , despojada de su subíndice, se convierte, como en el caso anterior de la constante solar, en la radiancia "holocromática", implicando que ha sido integrada sobre el espectro de ondas, o sea $I = \int I_\lambda d\lambda$.

La solución de la ecuación diferencial (3), bajo la condición de contorno (4), se expresa entonces para la radiancia holocromática como

$$I^\odot(\tau, \mu) = \frac{Q_0}{2\pi} \delta(\mu + \mu_0) [1 - H(\mu)] e^{\tau/\mu}.$$

La radiancia solar reflejada por la superficie terrestre (a la profundidad óptica de la atmósfera entera, $\tau_b = \int_0^{H_t} \rho k dz$), es debilitada nuevamente en su segunda travesía por la atmósfera. Debemos resolver la misma ecuación (3), pero ahora bajo una condición de contorno distinta, que en el caso más sencillo corresponde a la ley de reflexión de Lambert (reflexión isotrópica):

$$I^\odot(\tau_b, \mu > 0) = r_s \mu_0 \Gamma_0 \mathcal{B}(T_\odot) e^{-\tau_b/\mu_0};$$

aquí aparece el poder de reflexión de la superficie terrestre (en el visible), o albedo superficial, designado por r_s (Pelkowski 1998).

Insertando ahora la radiancia (2) en la integral de (1), se obtienen contribuciones de dos fuentes distinguidas:

$$\frac{a}{2} \int_{-1}^1 P(\tau, \mu, \mu') [I^*(\tau, \mu') + I^\odot(\tau, \mu')] d\mu' =$$

$$\frac{a}{2} \int_{-1}^1 P(\tau, \mu, \mu') I^*(\tau, \mu') d\mu' + \frac{aQ_0}{4\pi} P(\tau, \mu, -\mu_0) e^{-\tau/\mu_0}$$

De esta manera expresamos la ETR en la forma en que aparece a menudo en la literatura especializada (cf. Liou 2002, p. 261):

$$\mu \frac{dI^*}{d\tau} = I^* - \frac{a(\tau)}{2} \int_{-1}^1 P(\tau, \mu, \mu') I^*(\tau, \mu') d\mu' \quad (5)$$

$$- \frac{a(\tau)Q_0}{4\pi} P(\tau, \mu, -\mu_0) e^{-\tau/\mu_0} - [1 - a(\tau)] \mathcal{B}(\tau).$$

Dadas las correspondientes condiciones de frontera, podemos determinar la radiancia "difusa" I^* , resolviendo esta ecuación integro-diferencial.

La razón de la descomposición de la radiancia, que no parece sugerirse de por sí misma, aparentemente tiene que ver con el hecho de que en la solución aproximada de los modelos originales, que prescindían del artificio, el albedo de una capa nubosa resultaba ser independiente de la posición del sol en el cielo, en contradicción con lo que se observa realmente. En cambio, cualquier solución aproximada de la ecuación anterior depende patentemente del ángulo cenital del sol, quedando así remediada la dificultad.

Para la solución de la ecuación de transferencia radiativa (5) vamos a suponer, como en la gran mayoría de las investigaciones del pasado, que el esparcimiento es homogéneo dentro de la capa, eliminando así la dependencia de la profundidad óptica en las funciones a y P . Mientras que el albedo de esparcimiento se reduce a una constante arbitraria, para poder acometer la tarea matemática de resolver la ETR, es preciso conocer, o al menos prescribir, la función de fase. En la siguiente sección definiremos una función de fase peculiar.

3.1. La función de fase del modelo. La función de fase $P(\mu, \mu')$ describe la probabilidad con que la energía radiante, que incide bajo un ángulo θ' (entre el rayo y la normal a la atmósfera) sobre un volumen elemental de la materia, es esparcida en dirección θ . Así, por ejemplo, $P(0, -1)$ indica la probabilidad de que un rayo dirigido verticalmente hacia abajo sea esparcido en cualquier dirección horizontal (sin privilegiar a ninguna dirección, gracias a la simetría rotacional de la atmósfera planiparalela). Generalmente, los diagramas de esparcimiento para un volumen elemental del medio se obtienen sumando las contribuciones de los centros esparcedores dentro de aquél, lo cual está permitido si los centros, fluctuantes, se suponen estar suficientemente distanciados entre sí, sin interferir destructivamente, de modo que los resultados de tal suma dependen del diagrama de esparcimiento de cada una de las partículas, a menudo consideradas como idénticas.

El diagrama de una *partícula* presenta típicamente una gran variabilidad angular, y se describe mediante funciones matemáticas sumamente complejas, que dependen en cada caso particular de las características físico-químicas de las moléculas o partículas que intervienen en el esparcimiento de la energía incidente. Para las moléculas atmosféricas se conoce su forma desde los trabajos clásicos de **Rayleigh** (con una corrección debida a la asimetría molecular, propuesta por **Cabannes**), y uno de los grandes éxitos de la teoría del electromagnetismo ha sido la deducción teórica de dicho diagrama, que ostenta una simetría especular con respecto al plano perpendicular al rayo que incide sobre la molécula (considerada por **Rayleigh** como simétrica). Dentro del marco de nuestro modelo, la función de fase de Rayleigh, para una atmósfera puramente esparcedora, adopta la forma:

$$P(\mu, \mu') = \frac{3}{4}[1 + \mu^2\mu'^2 + \frac{1}{2}(1 - \mu^2)(1 - \mu'^2)]$$

(**Ishimaru** 1978). Es fácil comprobar que la integral de esta función sobre todos los valores posibles de μ es igual a 2.

En lo que sigue no entraremos en los detalles de la determinación de una función de fase general, por tratarse de un problema demasiado complejo y que incumbe a la electrodinámica clásica. Para nuestros objetivos dentro del esquema de una energética global y promediada, en la que sólo los flujos verticales de energía radiante son importantes, basta con tener en cuenta la fracción de la energía total esparcida, en cualquier punto del medio, tanto hacia el hemisferio delantero de una esfera unitaria con centro en dicho punto (energía esparcida "hacia adelante"), como hacia el hemisferio trasero (o "hacia atrás"), puesto que de esa fracción dependen el albedo global del clima terrestre y la transmisividad total de la atmósfera. Dicha fracción, llamémosla f , depende, entre otros factores, del tamaño de las partículas esparcedoras. Para las moléculas atmosféricas, como ya señalábamos en la discusión del diagrama de Rayleigh, $f = 0.5$, de modo que si la energía solar incide verticalmente sobre una molécula atmosférica (aproximadamente simétrica), la mitad es esparcida hacia la superficie terrestre y la otra mitad lo es hacia los espacios siderales. En cuanto a las partículas nefélicas, por ejemplo las gotas de agua de las nubes cálidas, la fracción f es netamente más cercana a la unidad, implicando que las gotículas de nubes cálidas "esparcen" la energía incidente preponderantemente hacia adelante; a los cristales de hielo de las nubes heladas corresponde, como veremos más adelante, un factor de asimetría semejante

al de las gotas acuosas, aunque la fracción f oscila en un rango de valores más amplio. La energía esparcida por un conjunto (población) de gotas se calcula, como ya se indicó, sumando las contribuciones debidas a los esparcimientos individuales, gracias al hecho de que las gotículas se encuentran suficientemente separadas unas de otras (**Mishchenko et al.** 2002).

Para simplificar entonces un problema de gran complejidad, me atrevo a proponer una función de fase que permite describir un esparcimiento asimétrico según la dirección de propagación: la fracción f de la radiancia $I(\mu')$ es "esparcida" si, y solamente si, su dirección, indicada por su ángulo cenital $\theta' \in [0, \pi]$, coincide con la del haz de radiación cuyo balance energético se está considerando, y que obedece a la ETR que corresponde al ángulo cenital $\theta \in [0, \pi]$, siendo entonces $1 - f$ la fracción desviada en la dirección opuesta ($\pi - \theta$). En direcciones $\mu' \neq \pm\mu$, la intensidad esparcida es nula. Esta singular distribución puede expresarse bajo la siguiente forma matemática:

$$P(\mu, \mu') \equiv 2 \{ f\delta(\mu - \mu')H(\mu') + (1 - f)\delta(\mu + \mu')[1 - H(\mu')] \} H(\mu) + 2 \{ f\delta(\mu - \mu')[1 - H(\mu')] + (1 - f)\delta(\mu + \mu')H(\mu') \} [1 - H(\mu)]. \quad (6)$$

Los ángulos cenitales de los rayos siempre están referidos a la normal de las capas atmosféricas, dirigida hacia el cenit. Un rayo descendente, por ejemplo, forma un ángulo cenital $\theta > \pi/2$ con dicha normal. En general, la función de esparcimiento es función de la profundidad óptica, pero se suele simplificar el tratamiento matemático suponiendo capas esparcedoras homogéneas (suficientemente delgadas). En la función de fase anterior se podría tener en cuenta la inhomogeneidad vertical haciendo depender la fracción f de la profundidad óptica τ , pero, como ya lo señalábamos en la sección anterior, nos limitaremos al caso ópticamente homogéneo, y por consiguiente, ni f ni el albedo de esparcimiento a dependen de la profundidad óptica. La inclusión de tales dependencias constituye un campo activo de la investigación actual en transferencia radiativa (véase p.ej., **Yanovitsky** 1997). Igualmente se está teniendo en cuenta la irregularidad geométrica de las partículas suspendidas en el aire seco o brumoso, de constitución bioquímica variable (**Mishchenko et al.** 2000).

La función de fase de nuestro modelo está normada:

$$\frac{1}{2} \int_{-1}^1 P(\mu, \mu') d\mu' = 1,$$

y, como propiedad esencial de una función de esparcimiento espacialmente homogéneo, es simétrica:

$$P(\mu, \mu') = P(\mu', \mu).$$

Por medio de esta función, deducimos las siguientes relaciones:

$$\frac{1}{2} \int_{-1}^1 P(\mu, \mu') I^*(\tau, \mu') d\mu' = f I^*(\tau, \mu) + (1-f) I^*(\tau, -\mu)$$

y

$$P(\mu, -\mu_0) = 2(1-f)\delta(\mu - \mu_0)H(\mu) + 2f\delta(\mu + \mu_0)[1 - H(\mu)].$$

La integral que figura en la ecuación de transferencia radiativa (5) es, pues, reemplazada por la suma ponderada de dos radiancias, una en dirección del rayo bajo investigación, la otra en el sentido opuesto de dicha dirección. El problema matemático se simplifica considerablemente, puesto que la ecuación integrodiferencial queda reducida a una ecuación diferencial ordinaria.

3.1.1. Factor de asimetría. En la teoría de la transferencia radiativa se emplea una magnitud que encierra información acerca de la asimetría del diagrama de esparcimiento. Me refiero al *factor de asimetría*, g , que se define como el primer momento angular de la función de fase, o, lo que equivale a lo mismo, como el coseno promedio del ángulo de esparcimiento, ángulo formado por la dirección de propagación del rayo incidente y la de un determinado haz esparcido. Adaptado a nuestra hipótesis de esparcimiento independiente del acimut, se define así:

$$g \equiv \frac{1}{2} \int_{-1}^1 P(\mu, \mu') \mu' d\mu' = \langle \mu \rangle.$$

Se trata de una medida de la asimetría en la distribución de la energía esparcida respecto de un plano perpendicular al rayo incidente.

Una relación importante, para cuya demostración no disponemos de espacio aquí (remito a **Goody & Yung** 1989), es la siguiente:

$$\frac{1}{2} \int_{-1}^1 P(\mu, \mu') \mu' d\mu' = g\mu.$$

Nótese que si el esparcimiento es isotrópico ($P \equiv 1$), el factor de asimetría se anula: $g = 0$. Generalmente, $g \in [-1, 1]$. Para la función particular (6), es fácil comprobar que

$$\frac{1}{2} \int_{-1}^1 P(\mu, \mu') \mu' d\mu' = (2f - 1)\mu$$

y por lo tanto,

$$f = \frac{1+g}{2}.$$

Esta simple relación permite vincular los valores de g , citados en la literatura contemporánea, con la fracción f de nuestro modelo elemental. En el caso de esparcimiento isotrópico, o para un diagrama de esparcimiento simétrico (como el de Rayleigh), $g = 0$, y por lo tanto $f = 0.5$: la fracción de energía radiante esparcida hacia "adelante" es igual a la esparcida en la dirección opuesta a la de propagación. Si $f = 1$, el "esparcimiento" del rayo es equivalente a la ausencia de esparcimiento.

3.2. Los flujos de energía radiante. En virtud de la función de esparcimiento introducida en la sección anterior, la ecuación (5) se expresa ahora así:

$$\begin{aligned} \mu \frac{dI^*(\tau, \mu)}{d\tau} &= I^*(\tau, \mu) - a[fI^*(\tau, \mu) + (1-f)I^*(\tau, -\mu)] \\ &\quad - \frac{aQ_0}{4\pi} \{2(1-f)\delta(\mu - \mu_0)H(\mu) \\ &\quad + 2f\delta(\mu + \mu_0)[1 - H(\mu)]\} e^{-\tau/\mu_0} \\ &\quad - (1-a)B(\tau), \end{aligned}$$

o, abreviadamente,

$$\mu \frac{dI^*(\tau, \mu)}{d\tau} = I^*(\tau, \mu) - S(\tau, \mu), \quad (7)$$

donde hemos introducido la función fuente de energía radiante,

$$\begin{aligned} S(\tau, \mu) &\equiv a[fI^*(\tau, \mu) + (1-f)I^*(\tau, -\mu)] + \\ &\quad (1-a)B(\tau) + \\ &\quad \frac{aQ_0}{4\pi} \{2(1-f)\delta(\mu - \mu_0)H(\mu) + \\ &\quad 2f\delta(\mu + \mu_0)[1 - H(\mu)]\} e^{-\tau/\mu_0}. \quad (8) \end{aligned}$$

Radiancias y coeficientes dependen generalmente de la longitud de onda. Omitiremos esa dependencia para mayor claridad de notación, pero también porque en los ejemplos numéricos posteriores se emplearán valores representativos de toda la gama de colores que engloba la radiación visible (esparcimiento semigris).

Integrando la ecuación (7) con respecto a los valores posibles de μ , resulta una ecuación diferencial ordinaria para lo que se conoce como la densidad del flujo de energía radiante, es decir,

$$\frac{1}{2\pi} \frac{dF^*}{d\tau} = 2(\hat{I}^* - \hat{S}), \quad (9)$$

siendo la definición de dicho flujo:

$$F^*(\tau) \equiv 2\pi \int_{-1}^{+1} I^*(\tau, \mu) \mu d\mu.$$

En (9) hemos introducido la siguiente media angular:

$$\overline{(\quad)} \equiv \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} (\quad) d\mu.$$

Multiplicando enseguida la ecuación (7) por μ e integrando de nuevo con respecto a esta variable, resulta:

$$4\pi \frac{dK}{d\tau} = F^* - 2\pi \int_{-1}^{+1} S(\tau, \mu) \mu d\mu,$$

donde ahora aparece el segundo momento del campo radiativo, en la notación introducida por Eddington (Mihalas 1978):

$$K \equiv \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} I^*(\tau, \mu) \mu^2 d\mu.$$

Esta magnitud representa $c/4\pi$ veces la presión normal de la radiación, c designando la velocidad de la luz. Repitiendo este proceso de multiplicación por μ e integración de la ecuación resultante respecto de esta variable angular, se obtiene una sucesión infinita de ecuaciones, cuya solución es extremadamente difícil, si no imposible de hallar (el famoso problema de "cierre").

Con el fin de obviar esta dificultad matemática, se introducirá más adelante una "hipótesis de cierre". Para ello, reescribiremos, aprovechando el teorema del valor medio del cálculo integral, el segundo momento de la radiancia de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \int_{-1}^{+1} I^*(\tau, \mu) \mu^2 d\mu &= \int_{-1}^0 I^*(\tau, \mu) \mu^2 d\mu \\ &+ \int_0^{+1} I^*(\tau, \mu) \mu^2 d\mu \\ &= \mu_*^-(\tau) \int_{-1}^0 I^*(\tau, \mu) \mu d\mu + \mu_*^+(\tau) \int_0^{+1} I^*(\tau, \mu) \mu d\mu \\ &= -\frac{\mu_*^-(\tau)}{2\pi} F^{*\downarrow}(\tau) + \frac{\mu_*^+(\tau)}{2\pi} F^{*\uparrow}(\tau), \end{aligned}$$

donde las nuevas funciones son cocientes de magnitudes físicamente interpretables:

$$\mu_*^\pm(\tau) = \frac{\int_0^{\pm 1} I^*(\tau, \mu) \mu^2 d\mu}{\int_0^{\pm 1} I^*(\tau, \mu) \mu d\mu}; \quad (10)$$

para iluminar el significado de los denominadores, recordemos que

$$F^{*\downarrow}(\tau) = -2\pi \int_{-1}^0 I^*(\tau, \mu) \mu d\mu > 0 \quad (11)$$

$$F^{*\uparrow}(\tau) = 2\pi \int_0^{+1} I^*(\tau, \mu) \mu d\mu > 0 \quad (12)$$

$$F^* = F^{*\uparrow}(\tau) - F^{*\downarrow}(\tau) \quad (13)$$

representan las densidades de los flujos descendente, ascendente y neto, respectivamente. Así, la ecuación que satisface el segundo momento se transforma en

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} [\mu_*^+(\tau) F^{*\uparrow}(\tau) - \mu_*^-(\tau) F^{*\downarrow}(\tau)] \\ = F^* - 2\pi \int_{-1}^{+1} S(\tau, \mu) \mu d\mu. \end{aligned}$$

Examinemos algunos casos particulares.

3.2.1. Fuente isotrópica. Con esparcimiento isotrópico, se tiene $f = 1/2$. La función fuente (8) se reduce entonces a

$$\begin{aligned} S(\tau, \mu) &\equiv \frac{a}{2} [I^*(\tau, \mu) + I^*(\tau, -\mu)] + (1-a)B(\tau) + \\ &\frac{aQ_0}{4\pi} \{ \delta(\mu - \mu_0)H(\mu) + \delta(\mu + \mu_0)[1 - H(\mu)] \} e^{-\tau/\mu_0}, \end{aligned}$$

con media angular igual a

$$\hat{S}(\tau) = a \hat{I}^*(\tau) + (1-a)B(\tau) + \frac{aQ_0}{4\pi} e^{-\tau/\mu_0}, \quad (14)$$

y cuyo primer momento se anula:

$$\int_{-1}^{+1} S(\tau, \mu) \mu d\mu = 0.$$

Por consiguiente,

$$\frac{d}{d\tau} [\mu_*^+(\tau) F^{*\uparrow}(\tau) - \mu_*^-(\tau) F^{*\downarrow}(\tau)] = F^*.$$

Un cierre posible del esquema consiste en exigir que μ_*^\pm sean independientes de τ , y, además, tengan magnitudes iguales: $-\mu_*^- = \mu_*^+ \equiv \mu_2$. Por lo tanto,

$$2\mu_2 \frac{d\overline{F}^*}{d\tau} = F^*, \quad (15)$$

donde

$$\overline{F}^* \equiv \frac{1}{2} [F^{*\uparrow}(\tau) + F^{*\downarrow}(\tau)] \quad (16)$$

representa la densidad media del flujo a la profundidad τ .

Diferenciando el primer momento de la ecuación de transferencia (9) con respecto a τ , resulta una ecuación diferencial de segundo orden:

$$\frac{d^2 \overline{F}^*}{d\tau^2} = 4\pi \left(\frac{d\hat{I}^*}{d\tau} - \frac{d\hat{S}}{d\tau} \right). \quad (17)$$

Aprovechando nuevamente el teorema del valor medio para inferir la existencia de dos cosenos $-\mu^-$ y μ^+ , y suponiendo sus magnitudes iguales a μ_1 , tal que se tenga $\overline{F}^* = 2\pi\mu_1 \hat{I}^*$, además de postular que, como en el

caso de μ_2 , el coseno μ_1 sea independiente de τ , obtenemos de las ecuaciones (15) y (17) una sola ecuación diferencial para el flujo neto:

$$\frac{1}{4\pi} \frac{d^2 F^*}{d\tau^2} = \frac{F^*}{4\pi\mu_1\mu_2} - \frac{d\hat{S}}{d\tau}.$$

Esta ecuación se puede reescribir mediante la función fuente media (14) y la ecuación (15):

$$\frac{d^2 F^*}{d\tau^2} = (1-a) \frac{F^*}{\mu_1\mu_2} - 4\pi(1-a) \frac{dB}{d\tau} + \frac{aQ_0}{\mu_0} e^{-\tau/\mu_0}. \quad (18)$$

Si prescribimos la función fuente $B(\tau)$ (que depende de la temperatura de la atmósfera), esta ecuación diferencial de segundo orden permite determinar los flujos de radiación difusa bajo determinadas condiciones de frontera.

3.2.2. Esparcimiento puro. Otro caso particular es el de esparcimiento puro, sin absorción simultánea de energía radiante, que corresponde a $a = 1$. Esta condición define lo que se conoce como una atmósfera conservadora, y en tal caso la última ecuación reza:

$$\frac{d^2 F^*}{d\tau^2} = \frac{Q_0}{\mu_0} e^{-\tau/\mu_0},$$

cuya integración no presenta ninguna dificultad.

3.2.3. Transferencia sin esparcimiento. En este caso se tiene $a = 0$, y la ecuación (18) se reduce a

$$\frac{dB}{d\tau} = -\frac{1}{4\pi} \frac{d^2 F^*}{d\tau^2} + \frac{F^*}{4\pi\mu_1\mu_2}.$$

Igualando y fijando el valor de los cosenos "libres", seleccionando por ejemplo el valor típico de $1/\sqrt{3} = \mu_1 = \mu_2$, conduce a

$$\frac{dB}{d\tau} = -\frac{1}{4\pi} \frac{d^2 F^*}{d\tau^2} + \frac{3}{4\pi} F^*,$$

ecuación en la que se basan mis anteriores investigaciones acerca del tema (Pelkowski 1993, 1998, 2000), y que corresponde perfectamente con una aproximación clásica, debida a Eddington (Goody & Yung 1989). En las secciones siguientes, sin embargo, nos ocuparán sendas ecuaciones para los flujos ascendente y descendente.

4. Modelos bipotámicos

Con el fin de obtener, a partir de la ETR, dos ecuaciones de transferencia para los flujos ascendente y descendente, es preciso distinguir las radiancias de los rayos que contribuyen a cada flujo. Mantendremos en este contexto la suposición simplificadora de dos direcciones

óptimas, θ_{\pm}^{\pm} , con $\mu_{\pm}^{\pm} = \cos \theta_{\pm}^{\pm}$, según las definiciones (10), (12) y (11):

$$\mu_{\pm}^{+} = 2\pi \frac{\int_0^1 \mu^2 I^* d\mu}{F^{\uparrow}} > 0,$$

$$\mu_{\pm}^{-} = -2\pi \frac{\int_{-1}^0 \mu^2 I^* d\mu}{F^{\downarrow}} < 0.$$

Estos cosenos directores dependen, en general, tanto de la frecuencia de la radiación como de la profundidad óptica. Imitando los pasos de la sección anterior de multiplicar la ETR por μ e integrarla sobre intervalos correspondientes de esta variable, se logra establecer las ecuaciones de los flujos difusos ascendente y descendente, los únicos que intervienen en los modelos plani-paralelos que llamaremos *bipotámicos* (de dos flujos), y cuyo origen se remonta a un trabajo seminal, publicado en 1905, del astrofísico Sir Arthur Schuster, sobre la transferencia radiativa a través de medios neblinosos.

Procederemos, pues, de la forma siguiente. Empezamos por distinguir las dos ecuaciones del modelo. La primera hace referencia a las radiancias "ascendentes", para las cuales $\mu > 0$ (véase la ecuación (7)):

$$\mu \frac{dI^*}{d\tau} = I^* - a[fI^*(\tau, \mu) + (1-f)I^*(\tau, -\mu)] - \frac{a(1-f)}{2\pi} Q_0 \delta(\mu - \mu_0) e^{-\tau/\mu_0} - (1-a)B(\tau),$$

mientras que la segunda se refiere a las descendentes, $\mu < 0$:

$$\mu \frac{dI^*}{d\tau} = I^* - a[fI^*(\tau, \mu) + (1-f)I^*(\tau, -\mu)] - \frac{af}{2\pi} Q_0 \delta(\mu + \mu_0) e^{-\tau/\mu_0} - (1-a)B(\tau).$$

Observando ahora que

$$\int_0^1 I^*(\tau, -\mu) \mu d\mu = \int_0^{-1} I^*(\tau, u) u du$$

$$= - \int_{-1}^0 I^*(\tau, \mu) \mu d\mu = \frac{F^{\downarrow}(\tau)}{2\pi}$$

y

$$\int_{-1}^0 I^*(\tau, -\mu) \mu d\mu = \int_1^0 I^*(\tau, u) u du$$

$$= - \int_0^1 I^*(\tau, \mu) \mu d\mu = - \frac{F^{\uparrow}(\tau)}{2\pi},$$

podemos comprobar que las ecuaciones anteriores, multiplicadas por μ e integradas sobre los respectivos intervalos de los valores de este coseno, se transforman en:

$$\frac{d}{d\tau} [\mu_*^+ (\tau) F^\uparrow (\tau)] = F^\uparrow (\tau) - a [f F^\uparrow (\tau) + (1-f) F^\downarrow (\tau)] - a(1-f) \mu_0 Q_0 e^{-\tau/\mu_0} - (1-a) \pi B(\tau)$$

y

$$\frac{d}{d\tau} [\mu_*^- (\tau) F^\downarrow (\tau)] = F^\downarrow (\tau) - a [f F^\downarrow (\tau) + (1-f) F^\uparrow (\tau)] - a f \mu_0 Q_0 e^{-\tau/\mu_0} - (1-a) \pi B(\tau).$$

Para extraer de estas dos ecuaciones las ecuaciones clásicas de los distintos modelos bipotámicos que se han propuesto, basta suponer que los cosenos óptimos no son funciones de la profundidad, obteniéndose así:

$$\mu_*^+ \frac{dF^\uparrow (\tau)}{d\tau} = F^\uparrow (\tau) - a [f F^\uparrow (\tau) + (1-f) [f F^\downarrow (\tau)]] - S^-(\tau)$$

$$\mu_*^- \frac{dF^\downarrow (\tau)}{d\tau} = F^\downarrow (\tau) - a [f F^\downarrow (\tau) + (1-f) [f F^\uparrow (\tau)]] - S^+(\tau)$$

donde nos hemos servido de la siguiente definición:

$$S^\pm (\tau) \equiv \frac{a}{2} (1 \pm g) \mu_0 Q_0 e^{-\tau/\mu_0} + (1-a) \pi B(\tau).$$

La función fuente $S^-(\tau)$ se anula para $g = 1$, como cabe esperar físicamente (no así en otros modelos bipotámicos, véase, v.g., **Liou** 2002). El primer término en estas fuentes igualmente se anula cuando el centro del disco solar roza el horizonte, puesto que no puede haber flujo de energía solar en el tope de la atmósfera ($\tau = 0$) para $\mu_0 = 0$ (no se tienen en cuenta aquí los efectos de la refracción, por lo general despreciables en la energética del sistema climático).

En el llamado modelo de Eddington (véase, por ejemplo, la monografía de **Goody & Yung** 1989) se suele suponer que las radiancias son hemisféricamente isotrópicas, y entonces se tiene:

$$\mu_*^+ = \frac{\int_0^1 \mu^2 d\mu}{\int_0^1 \mu d\mu} = \frac{2}{3} = -\frac{\int_{-1}^0 \mu^2 d\mu}{\int_{-1}^0 \mu d\mu} = -\mu_*^-.$$

En la literatura no es raro suponer que $\mu_*^+ = -\mu_*^- = 2/3$, lo cual sólo es, como acabamos de ver, estrictamente válido en el modelo de Eddington. Para un tratamiento de la radiación de onda larga dentro del marco del modelo de Eddington, me permito remitir a unos trabajos anteriores (**Pelkowski** 1993, 1998). De ahora en adelante admitiremos, más generalmente, que el valor de $\mu_*^+ = -\mu_*^- = \mu^\pm$ sea arbitrario en $[0, 1]$.

4.1. Modelo bipotámico particular. Tratándose en nuestro enfoque deliberado exclusivamente de la transferencia atmosférica de flujos de onda corta, podemos recurrir a nuestra notación original (**Anduckia & Pelkowski** 2000), reemplazando los flujos holocromáticos F por los holocromáticos de onda corta, Q . Por lo tanto, las ecuaciones para los flujos ascendente y descendente de la sección anterior se presentan bajo la forma siguiente:

$$\frac{dQ^\uparrow (\tau)}{d\tau} = \gamma_1 Q^\uparrow (\tau) - \gamma_2 Q^\downarrow (\tau) - \frac{1-a}{\mu^+} \pi B - \gamma_s^- a Q_0 e^{-\tau/\mu_0} \quad (19)$$

$$\frac{dQ^\downarrow (\tau)}{d\tau} = -\gamma_1 Q^\downarrow (\tau) + \gamma_2 Q^\uparrow (\tau) + \frac{1-a}{\mu^+} \pi B + \gamma_s^+ a Q_0 e^{-\tau/\mu_0}, \quad (20)$$

donde $\gamma_1 \equiv [1 - a(1+g)/2]/\mu^+$, $\gamma_2 \equiv a(1-g)/2\mu^+$ y $\gamma_s^\pm = \mu_0(1 \pm g)/2\mu^+$ (la forma de estas ecuaciones se amolda a las de **Liou** 2002, p.309; sólo el coeficiente γ_s^\pm es distinto en el caso presente).

En este régimen de ondas electromagnéticas cortas podemos despreciar la fuente interna que representa la emisión de ondas largas, es decir, los términos proporcionales a B , quedando entonces unas ecuaciones diferenciales no homogéneas que se pueden resolver mediante los métodos clásicos de la teoría de ecuaciones diferenciales. Los flujos en cuestión se obtienen como combinaciones lineales de exponenciales que son función de la profundidad óptica. Aquí me limito a reproducir el resultado, tal como se encuentra, por ejemplo, en el libro de **Liou** (2002):

$$Q^\uparrow (\tau) = p_+ C_1 e^{\kappa \tau} + p_- C_2 e^{-\kappa \tau} + \zeta^- e^{-\tau/\mu_0} \quad (21)$$

$$Q^\downarrow (\tau) = p_- C_1 e^{\kappa \tau} + p_+ C_2 e^{-\kappa \tau} + \zeta^+ e^{-\tau/\mu_0}, \quad (22)$$

con nuevos coeficientes, definidos a continuación:

$$\kappa^2 = \gamma_1^2 - \gamma_2^2,$$

$$p_\pm = \frac{1}{2} [1 \pm (\gamma_1 - \gamma_2)/\kappa]$$

$$\zeta^\pm = \mp \left[\gamma_s^\pm \left(\frac{1}{\mu_0} \pm \gamma_1 \right) \pm \gamma_2 \gamma_s^\mp \right] \mu_0^2 a Q_0.$$

Los coeficientes C_1 y C_2 se determinan a partir de las condiciones de contorno (**Salby** 1996 da un ejemplo). Las soluciones son manifiestamente función del ángulo cenital del sol.

En lugar de deducir los coeficientes C_1 y C_2 bajo determinadas condiciones de frontera, optamos por simplificar el análisis matemático de las ecuaciones diferenciales, deshaciendo un paso anterior. La radiancia del campo de radiación solar, que descompusimos según (2), obedeciendo a una tradición sacrosanta en meteorología, en una radiancia directa y otra difusa, será de ahora en adelante tratada como una entidad individida, representando la radiancia total, que comprende tanto la directa como la difusa. Por consiguiente, en las ecuaciones (19) y (20) no puede aparecer explícitamente la "fuente interna" que resulta del debilitamiento de la radiación solar directa en la atmósfera. Recordando además que la fuente atmosférica de radiación propia en régimen de ondas "cortas" es despreciable, las nuevas ecuaciones a resolver son:

$$\mu^+ \frac{dQ^\uparrow(\tau)}{d\tau} = (1-a)Q^\uparrow(\tau) + \frac{a}{2}(1-g)[Q^\uparrow(\tau) - Q^\downarrow(\tau)]$$

$$\mu^+ \frac{dQ^\downarrow(\tau)}{d\tau} = -(1-a)Q^\downarrow(\tau) + \frac{a}{2}(1-g)[Q^\uparrow(\tau) - Q^\downarrow(\tau)].$$

Esta simplificación formal de la estructura de las ecuaciones diferenciales, privadas de sus fuentes proporcionales a Q_0 , se consigue a expensas de una condición de frontera no nula en el tope de la atmósfera. La radiancia se anulaba en el procedimiento anterior, puesto que sobre la atmósfera no incide radiación difusa desde arriba. La interpretación de los dos planteamientos matemáticos es distinta, pero los resultados tienen que coincidir.

La solución de este problema modificado, aunque no es difícil de obtener, es tediosa; se puede repasar en nuestros artículos precedentes (Anduckia & Pelkowski 2000), o en un libro sobre el tema (p.ej., Petty 2004).

Es esencial prescribir correctamente las condiciones de frontera, que serán escogidas conforme al espíritu de los trabajos anteriores, en los que no incluíamos el esparcimiento, salvo en una capa continua de nubes, mientras que ahora el propósito es abarcar el caso general de esparcimiento en cada punto de la atmósfera. Teniendo, por consiguiente, en cuenta que la energía solar es reflejada en la superficie terrestre, y adoptando, sin menoscabo en los balances energéticos, la hipótesis de una reflexión isotrópica (superficie "lambertiana"), de albedo superficial igual a r_s , tenemos como condiciones de contorno: 1) en la frontera superior de la atmósfera, donde, por definición, su profundidad óptica es igual a 0,

$$Q^\downarrow(0) = Q_0\mu_0,$$

y 2) en la frontera inferior, donde la profundidad óptica τ_b es máxima,

$$Q^\uparrow(\tau_b) = r_s Q^\downarrow(\tau_b) = r_s T Q^\downarrow(0).$$

Hemos expresado, en esta última ecuación, el flujo descendente de la radiación solar (directa + global, en términos meteorológicos), $Q^\downarrow(\tau_b)$, en función de la transmisividad atmosférica respecto del flujo de energía que incide en su frontera superior (transmisividad "reonomica", para distinguirla de la transmisividad de un rayo particular en cierta dirección, o transmisividad radial), definida como el cociente

$$T = \frac{Q^\downarrow(\tau_b)}{Q^\downarrow(0)}.$$

Esta fracción de energía solar que incide sobre la superficie terrestre es una medida de la transparencia de la atmósfera. Podemos aprovechar este paréntesis para introducir desde ahora el concepto de albedo, o sea, la fracción de energía solar que emerge de la atmósfera terrestre, y que designaremos por A :

$$A = \frac{Q^\uparrow(0)}{Q^\downarrow(0)}.$$

Un aumento en este parámetro implica que la Tierra dispone de menos energía solar para los procesos que tienen lugar en su seno.

Con las condiciones actuales de contorno se obtienen las siguientes soluciones del problema:

$$Q^\uparrow(\tau) = \frac{Q^\downarrow(0)}{e^{\gamma\tau_b^*} - r_\infty^2 e^{-\gamma\tau_b^*}} \times \left[r_s T (e^{\gamma\tau^*} - r_\infty^2 e^{-\gamma\tau^*}) + r_\infty (e^{\gamma(\tau_b^* - \tau^*)} - e^{-\gamma(\tau_b^* - \tau^*)}) \right]$$

$$Q^\downarrow(\tau) = \frac{Q^\downarrow(0)}{e^{\gamma\tau_b^*} - r_\infty^2 e^{-\gamma\tau_b^*}} \times \left[r_\infty r_s T (e^{\gamma\tau^*} - e^{-\gamma\tau^*}) + e^{\gamma(\tau_b^* - \tau^*)} - r_\infty^2 e^{-\gamma(\tau_b^* - \tau^*)} \right].$$

Hemos introducido las abreviaturas $\tau^* = \tau/\mu^+$,

$$\gamma \equiv \sqrt{(1-a)(1-ag)}. \quad (23)$$

y

$$r_\infty \equiv \frac{a(1-g)}{2-a(1+g)+2\gamma} = \frac{\sqrt{1-ag} - \sqrt{1-a}}{\sqrt{1-ag} + \sqrt{1-a}}. \quad (24)$$

r_∞ es el valor asintótico del albedo (albedo límite) de una capa cuya profundidad óptica es infinita ($\tau_b \rightarrow \infty$), como veremos enseguida. Para mayor legibilidad de las

fórmulas hemos recurrido a la profundidad óptica dilata-
da $\tau^* = \tau/\mu^+$. El albedo y la transmisividad se despren-
den fácilmente de las últimas expresiones de los flujos:

$$A = \frac{r_s T (1 - r_\infty^2) + r_\infty (e^{\gamma\tau_b^*} - e^{-\gamma\tau_b^*})}{e^{\gamma\tau_b^*} - r_\infty^2 e^{-\gamma\tau_b^*}}$$

$$T = \frac{1 - r_\infty^2}{e^{\gamma\tau_b^*} - r_\infty^2 e^{-\gamma\tau_b^*} - r_s r_\infty (e^{\gamma\tau_b^*} - e^{-\gamma\tau_b^*})}$$

Estas expresiones pueden transformarse, empleando las
expresiones correspondientes al caso en que la superfi-
cie terrestre no refleja (superficie "negra", para la cual
 $r_s = 0$). Indiquemos las fórmulas que resultan:

$$A = r + \frac{r_s t^2}{1 - r_s r} \quad (25)$$

y

$$T = \frac{t}{1 - r_s r}, \quad (26)$$

donde

$$r = r_\infty \frac{1 - e^{-2\gamma\tau_b^*}}{1 - r_\infty^2 e^{-2\gamma\tau_b^*}} \quad (27)$$

y

$$t = \frac{1 - r_\infty^2}{e^{\gamma\tau_b^*} - r_\infty^2 e^{-\gamma\tau_b^*}} \quad (28)$$

representan la reflectividad y transmisividad "intrínse-
cas" de la atmósfera, en el sentido de que no dependen
del poder de reflexión de la frontera inferior.

Para una capa infinitamente profunda (el caso apro-
ximado de la atmósfera de Venus), se tiene:

$$\lim_{\tau_b \rightarrow \infty} r = r_\infty$$

$$\lim_{\tau_b \rightarrow \infty} t = 0.$$

Nótese que en general el albedo en cada lugar geo-
gráfico de un planeta suele depender del ángulo cen-
ital del disco solar. Pero la magnitud que nos interesa
aquí es el albedo global, que se obtiene por integración
con respecto a las latitudes del hemisferio iluminado por
el sol, conocido en astrofísica como el albedo esférico, o
de Bond (quien lo propuso en 1861), definido así:

$$A = 2 \int_0^1 A \mu_0 d\mu_0. \quad (29)$$

(Véase, por ejemplo, la ilustración geométrica de esta
definición en el libro de **Thomas & Stamnes 1999**.) Si
 A no depende de μ_0 , $A = A$. El albedo de nuestro mo-
delo simplificado no depende de la posición del sol en
el cielo y por lo tanto podemos utilizar ambos albedos
indistintamente. Una definición análoga es válida para
la transmisividad global T . El albedo que resultaría de
las soluciones (21) es por contraste una función de μ_0 .

En el caso particular de esparcimiento isotrópico
(atmósfera molecular, pura, descontaminada), el albedo
y la transmisividad globales son función de dos paráme-
tros: a y τ_b (además de, claro está, la reflectividad r_s
de la superficie terrestre). En la sección siguiente veremos
que las relaciones aproximadas de esta sección resisten la
comparación con las que resultan de la solución rigurosa
del problema.

4.2. Modelo bipotámico conservador. Este caso
corresponde al esparcimiento puro, sin absorción de e-
nergía solar dentro del volumen elemental esparcedor, y
equivale a suponer $a \equiv 1$. En tal caso, las ecuaciones an-
teriores presentan expresiones indeterminadas del tipo
0/0, y en lugar de aplicar la regla de l'Hôpital, es más
fácil resolver de nuevo las correspondientes ecuaciones
para los flujos, a saber:

$$\mu^+ \frac{dQ^1(\tau)}{d\tau} = (1 - f)[Q^1(\tau) - Q^1(\tau)]$$

$$\mu^+ \frac{dQ^1(\tau)}{d\tau} = (1 - f)[Q^1(\tau) - Q^1(\tau)],$$

El caso particular $\mu^+ = 1$ ha sido tratado por muchos
autores (entre ellos, **Anduckia & Pelkowski 2000**).
Para nuestros propósitos actuales, basta remitir a éstos,
de cuyo artículo solamente citaré los siguientes resul-
tados relativos a la reflectividad y transmisividad, r y
 t , respectivamente, de una capa de nubes conservativa-
mente esparcedoras, de profundidad óptica igual a τ_{cb} :

$$r = \frac{(1 - f)\tau_{cb}^*}{1 + (1 - f)\tau_{cb}^*} \quad (30)$$

$$t = \frac{1}{1 + (1 - f)\tau_{cb}^*}. \quad (31)$$

La solución actual aporta un elemento de flexibilidad a
la modelación de atmósferas, al permitir dilatar la pro-
fundidad óptica: $\tau_{cb}^* = \tau_{cb}/\mu^+$. Como veremos más ade-
lante, el esquema de la jerarquía de modelos presentada
en las secciones anteriores permite fijar, según ciertos
criterios, el parámetro μ^+ . Nótese que $r + t = 1$.

5. Teoría rigurosa del esparcimiento isotrópico

En este caso especial, en el que el factor de asimetría
toma el valor cero, es posible transformar la ETR en
una ecuación integral (**Pelkowski 2003**):

$$S(\tau) - \frac{a}{2} \int_0^{\tau_b} E_1(|\tau - t|) S(t) dt =$$

$$\frac{a}{4\pi} Q_0 e^{-\tau/\mu_0} + \frac{ar_s}{2\pi} Q^1(\tau_b) E_2(\tau_b - \tau),$$

en donde sólo hace falta recordar la definición de las exponenciales integrales de orden $n \geq 1$:

$$E_n(\tau) = \int_0^1 e^{-\tau/\mu} \mu^{n-2} d\mu.$$

La solución analítica no puede resumirse aquí con suficiente detalle y por lo tanto se omite, pero puede hallarse en **Sobolev (1990)**, o, dentro de un contexto más general y con la notación utilizada en esta sección, en investigaciones actuales (**Chevallier et al. 2007**, **Pelkowski et al. 2008**). Dicha solución permite calcular los flujos ascendente y descendente, y de éstos se deducen, como vimos más atrás, los coeficientes de interés, es decir, el albedo y la transmisividad (esféricos) de la atmósfera:

$$A(a, \tau_b) = R_{11}(a, \tau_b) + \frac{r_s T_{11}^2(a, \tau_b)}{1 - r_s R_{11}(a, \tau_b)} \quad (32)$$

$$T(a, \tau_b) = \frac{T_{11}(a, \tau_b)}{1 - r_s R_{11}(a, \tau_b)}, \quad (33)$$

donde

$$R_{11}(a, \tau_b) = 1 - (2 - a\alpha_0)\alpha_1 - a\beta_0\beta_1$$

$$T_{11}(a, \tau_b) = (2 - a\alpha_0)\beta_1 + a\beta_0\alpha_1$$

son los bimotores de primer orden de las funciones (o coeficientes) de reflexión (brillo) y transmisión (**Pelkowski 2003**), respectivamente, que a su vez dependen de las siguientes funciones de a y τ_b :

$$\alpha_n(a, \tau_b) = \int_0^1 X(\mu; a, \tau_b) \mu^n d\mu$$

$$\beta_n(a, \tau_b) = \int_0^1 Y(\mu; a, \tau_b) \mu^n d\mu.$$

Se suele atribuir la introducción de las funciones auxiliares X e Y a Chandrasekhar, aunque el astrofísico armenio Viktor Ambartsumian las había presentado anteriormente en 1943 (**Ambartsumian 1998**), por lo que también se conocen bajo el nombre de Ambartsumian-Chandrasekhar (**van de Hulst 1980**). Sus valores han sido tabulados por diversos autores.

Obsérvese que $R_{11}(0, \tau_b) = 0$ y $T_{11}(0, \tau_b) = 2E_3(\tau_b)$, y por lo tanto, a falta de esparcimiento atmosférico, se tiene:

$$A(0, \tau_b) = r_s T^2(0, \tau_b) \quad (34)$$

$$T(0, \tau_b) = 2E_3(\tau_b). \quad (35)$$

Esta última transmisividad atmosférica puede compararse con la deducida anteriormente (**Pelkowski 1998**) bajo el supuesto de que la atmósfera absorbía la radiación solar, mas no la esparcía (cielo lóbrego con disco solar visible). Allí se había obtenido $T = e^{-\tau_b/\mu_0}$, expresión que depende de la posición del disco solar; si

la integramos según la definición (29) para obtener la transmisividad global, vemos que concuerda con (35):

$$T = 2 \int_0^1 e^{-\tau_b/\mu_0} \mu_0 d\mu_0 = 2E_3(\tau_b). \quad (36)$$

El albedo global del modelo también concuerda con (34). En mi trabajo anterior, en lugar de utilizar albedo y transmisividad globales, busqué reproducir el promedio global y anual de la constante solar mediante el artificio de un valor fijo para el ángulo cenital del sol ($\mu_0 = 0.25$).

En una atmósfera conservadora, el albedo de esparcimiento toma su mayor valor posible, $a = 1$, y entonces se tiene

$$R_{11}(1, \tau_b) = 1 - \beta_0(\alpha_1 + \beta_1) \quad (37a)$$

$$T_{11}(1, \tau_b) = \beta_0(\alpha_1 + \beta_1), \quad (37b)$$

de modo que

$$R_{11}(1, \tau_b) + T_{11}(1, \tau_b) = 1.$$

Si el esparcimiento no es isotrópico, las relaciones exactas son mucho más complejas, y su tratamiento requiere desarrollos en series de armónicos esféricos (véase, por ejemplo, el libro de **Sobolev 1975**). Aquí nos hemos de contentar con el caso isotrópico, que sirve de referencia para evaluar la calidad de las relaciones aproximadas que propondremos en las secciones siguientes.

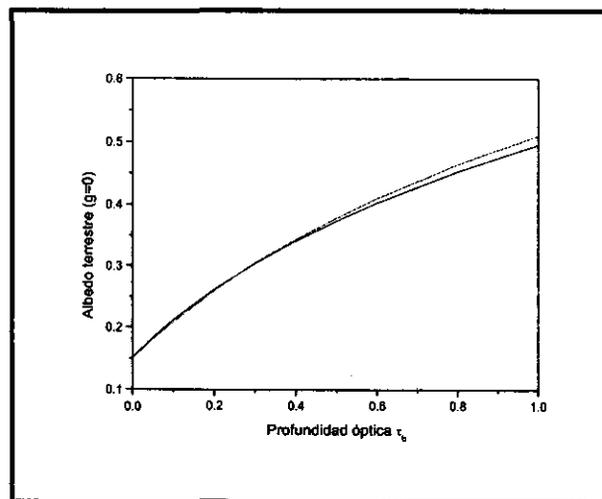


Figura 1. Albedo terrestre en el caso de esparcimiento isotrópico (la curva que menos se eleva corresponde al modelo riguroso; la otra, al aproximado).

La figura 1 compara el albedo exacto (32) y el aproximado (25) para $\mu^+ = 1/\sqrt{3}$ ("factor de difusividad", **Salby 1996**) en función de la profundidad óptica, en el caso de esparcimiento conservador ($a = 1$) e isotrópico ($g = 0$).

6. Modelo de tres capas

Una de las características más conspicuas de la atmósfera terrestre es su estratificación o inhomogeneidad vertical. Además, los productos de condensación, genéricamente conocidos como aerosoles, las nubes siendo los más visibles entre ellos, acentúan esa inhomogeneidad, especialmente en dirección horizontal. Es, pues, imprescindible relajar el presupuesto de coeficientes ópticos constantes dentro de la atmósfera.

Desafortunadamente, el tratamiento analítico de atmósferas inhomogéneas, aun cuando sólo lo sean en sentido vertical, no es posible salvo en casos muy particulares, que no incluyen a las nubes reales.

Un expediente común es dividir la atmósfera en un cierto número de capas homogéneas y empalmar los resultados a propósito de cada capa. A continuación presentaremos una división mínima de la atmósfera en tres capas.

Procedamos a ampliar el modelo homogéneo de las secciones anteriores, introduciendo tres capas: 1) atmósfera superior (de la tropopausa para arriba), 2) capa termodinámicamente activa con formación interrumpida de nubes (“atmósfera libre” o troposfera superior) y, finalmente, 3) capa adyacente a la superficie de la Tierra (troposfera inferior).

En la capa intermedia, que llamaremos a menudo capa de nubes o capa nefélica, admitiremos la posibilidad de una nubosidad variable, teniendo en cuenta la fracción del área total cubierta por las nubes (n). Las nubes esparcen la radiación solar y la absorben en menor grado. A lo contrario de lo que ocurre con las moléculas, el esparcimiento por gotitas se caracteriza por su fuerte anisotropía, de modo que no podemos aplicar las relaciones exactas de la sección anterior, sino que tenemos que acudir a las aproximadas de la penúltima sección.

Los aerosoles, que generalmente constan de partículas microscópicas e irregulares, tampoco esparcen isotrópicamente la radiación solar. La capa inferior puede asimilarse a un aerosol en aire más o menos húmedo, por cuanto contiene, al encontrarse en contacto con la superficie terrestre (cubierta de la biosfera, antroposfera y esferas de agua y hielo), contaminantes, sales marinas, partículas orgánicas y otras suspensiones. Supondremos por otro lado que la capa superior consiste de aire seco

y generalmente descontaminado, pero con la posibilidad de convertirse en un aerosol por un enturbiamiento repentino, a raíz, por ejemplo, de una erupción volcánica. El esparcimiento en dicha capa será considerado como normalmente isotrópico (del tipo Rayleigh y preponderantemente cerúleo). La capa inferior, en cambio, tendrá una tonalidad blancuzca, mientras que la intermedia se supondrá constituida de aire más o menos contaminado, en los “intersticios”, y de nubes con características ópticas netamente distintas.

La profundidad óptica de la atmósfera entera, en el régimen de la radiación solar, se igualará a τ_b^3 . La capa superior tendrá por definición la profundidad óptica τ_{ub} ($= \tau_1$). A la capa intermedia, donde esté exenta de nubes (tiempo despejado), se le asignará la profundidad óptica $\tau_{\Delta b}$, tal que $\tau_{ub} + \tau_{\Delta b} = \tau_2$. Finalmente, a la capa inferior, o infranefélica, haremos corresponder la profundidad óptica $\tau_{lb} = \tau_b - (\tau_{ub} + \tau_{\Delta b}) = \tau_b - \tau_2$. Las profundidades ópticas dentro de las correspondientes capas se denotarán por τ_u , τ_{Δ} y τ_l . El límite $n = 1$ significa que el cielo está completamente cubierto de nubes, y en tal caso la profundidad óptica de la capa intermedia se confunde con la de la capa de nubes (llámese τ_{cb}); suele ser de varios órdenes de magnitud mayor que las profundidades ópticas de una atmósfera despejada. El caso de nubosidad total fue tratado por **Anduckia & Pelkowski** (2000) en el contexto de una atmósfera en equilibrio radiativo, modelo de atmósfera que permite estudiar el efecto invernadero en su estado depurado. En el presente artículo nos interesa ante todo el efecto de la nubosidad sobre el albedo de la Tierra, efecto que contribuye a una de las más importantes retroalimentaciones en el sistema climático global.

6.1. Albedos y transmisividades reonómicas de las capas. El albedo de este modelo de tres capas se puede expresar como el siguiente producto:

$$A = r_s T_u T_u^+ T_n T_n^+ T_l T_l^+,$$

donde hemos introducido las transmisividades catarreónicas,

$$T_x = \frac{Q^1(\tau_{xb})}{Q^1(\tau_x = 0)}, \quad (38)$$

³Esta hipótesis ha sido cuestionada, puesto que las profundidades ópticas varían notablemente según el color (**Melnikova & Vasilyev** 2005). Es preciso, entonces, definir un valor representativo de la profundidad, pero prescindiremos del examen de esta cuestión. En **Pelkowski** (1998), la profundidad óptica media respecto de las radiaciones visibles se había designado por $\tau_{\odot b} = \epsilon \tau_b$, siendo τ_b la profundidad óptica de la atmósfera respecto a las ondas infrarrojas. La distinción es innecesaria en el contexto actual.

que se refieren a los flujos descendentes, y las anarreónicas,

$$T_x^+ = \frac{Q^\uparrow(\tau_x = 0)}{Q^\uparrow(\tau_{xb})} \quad (39)$$

con respecto a los flujos ascendentes. x representa cualquiera de los índices u, n o l (n para la capa nefélica).

Las transmisividades en los casos extremos de ausencia de nubosidad (cielo despejado, $n = 0$) y nubosidad completa (cielo cubierto, $n = 1$) se obtienen considerando los flujos de onda corta para cada caso por separado. Más adelante, examinaremos ejemplarmente el flujo que emerge de la atmósfera, y de la misma manera se puede proceder para obtener los flujos que figuran en las definiciones de las distintas transmisividades.

Contemplemos primero el caso de una atmósfera libre de nubosidad. Las transmisividades catarreónicas de cada capa se expresan entonces por la fórmula (26):

$$T_x = \frac{t_x}{1 - \underline{A}r_x}, \quad (40)$$

con $x = u, \Delta, l$ (Δ se refiere a la capa intermedia libre de nubes, o sea, para $n = 0$). El albedo \underline{A} se refiere al de la atmósfera por debajo de la capa que se está considerando. En el caso de la capa infranefélica se tiene $\underline{A} = r_s$.

De acuerdo con (28), la transmisividad de una capa depende del coseno μ^+ (a través de $\tau_b^* = \tau_b/\mu^+$), cuyo valor entre 0 y 1 queda a nuestra discreción. En lugar de fijarlo arbitrariamente, aplicaremos un criterio que desarrollaremos a continuación.

Si por un momento suponemos que las capas no esparcen la radiación solar, sus reflectividades intrínsecas se anulan ($r_u = r_\Delta = r_l = 0$), y entonces obtenemos el caso particular que ha sido tratado en un artículo anterior (Pelkowski 1998). Para la atmósfera, las transmisividades catarreónicas y anarreónicas son:

$$T_0 = e^{-\tau_b/\mu_0} \quad (41)$$

$$T_0^+ = \frac{Q^\uparrow(0)}{Q^\uparrow(\tau_b)} = 2E_3(\tau_b). \quad (42)$$

(El subíndice "0" nos quiere recordar que las magnitudes se calculan en ausencia de todo esparcimiento.) La transmisividad catarreónica es exponencial, mientras que la anarreónica no lo es, tratándose de radiación solar que ha sido reflejada isotrópicamente en superficie y es devuelta al espacio en forma difusa, tras un debilitamiento "exponencial-integral" a lo largo de la atmósfera. Es razonable esperar que el modelo de tres

estratos reproduzca estas expresiones límite. Asignando a cada capa el mismo valor μ^+ , el producto de las tres transmisividades catarreónicas da:

$$\begin{aligned} e^{-\tau_{ub}/\mu^+} e^{-\tau_{\Delta b}/\mu^+} e^{-\tau_b/\mu^+} &= e^{-(\tau_1 + \tau_2 - \tau_1 + \tau_b - \tau_2)/\mu^+} \\ &= e^{-\tau_b/\mu^+}. \end{aligned}$$

Identificando a μ^+ con μ_0 se tendría un modelo de tres capas cuya transmisividad catarreónica, T_0 , es función de una determinada posición μ_0 del sol en el cielo (variable según la estación, la latitud y la hora). Pero para un modelo del clima se requieren valores válidos global y anualmente, de modo que recurriremos a la transmisividad catarreónica global dada por (36), que no depende sino del promedio global de la profundidad óptica de la atmósfera. Requerimos entonces que se cumpla la igualdad:

$$e^{-\tau_b/\mu^+} = 2E_3(\tau_b), \quad (43)$$

permitiéndonos calcular el valor de μ^+ en función de la profundidad óptica de la atmósfera en el visible:

$$\mu^+(\tau_b) = \frac{-\tau_b}{\log[2E_3(\tau_b)]}. \quad (44)$$

Por supuesto que se pueden proponer otros criterios. Podríamos preferir la determinación del coseno μ^+ de cada capa según la transmisividad anarreónica en el caso límite que estamos examinando ($a = 0$). Por ejemplo, podríamos exigir que la transmisividad anarreónica de la capa intermedia coincida con el valor que resulta del modelo de tres capas sin esparcimiento, a saber:

$$T_{\Delta 0}^+ = \frac{E_3(\tau_b - \tau_1)}{E_3(\tau_b - \tau_2)},$$

en cuyo caso obtendríamos un coseno correspondiente a la capa intermedia determinable gracias a

$$\mu_\Delta^+(\tau_b, \tau_{ub}, \tau_{\Delta b}) = \frac{-\tau_{\Delta b}}{\log\left[\frac{E_3(\tau_b - \tau_{ub})}{E_3(\tau_b - \tau_{ub} - \tau_{\Delta b})}\right]}.$$

Algunas pruebas numéricas realizadas con este tipo de expresión demuestran que no hay desventaja en valernos de la navaja de Occam para modelar cada capa con el mismo valor de μ^+ . Más adelante, veremos que la transmisividad anarreónica del modelo, si empleamos el valor fijado mediante (44), reproduce la transmisividad correspondiente a (42).

En cuanto al coseno μ_c^+ de la capa de nubes, no es razonable determinarlo según el mismo criterio, ya que las nubes se caracterizan por su gran capacidad esparcedora y el límite contemplado pierde toda justificación. Por lo tanto, fijaremos a μ_c^+ a través del límite opuesto,

el de esparcimiento conservativo, en el cual $a_c = 1$. (A las nubes suelen asignarse valores de a_c muy cercanos a la unidad.) En este caso, tanto la reflectividad como la transmisividad intrínsecas se describen mediante las fórmulas (30) y (31). Ahora, como disponemos de las expresiones rigurosas en el caso particular del esparcimiento isotrópico, ecuaciones (37a,b), podemos igualar las expresiones aproximadas (con $f = 1/2$) y los valores exactos, obteniendo la función:

$$\mu_c^+(\tau_{cb}) = \frac{\tau_{cb} T_{11}(1, \tau_{cb})}{2 R_{11}(1, \tau_{cb})}. \quad (45)$$

Empleando esta función, la ecuación (25) reproduce exactamente la curva de la solución rigurosa (32) en la figura 1.

Con estas estipulaciones, y sin más rodeos, vamos a establecer a continuación los albedos y las transmisividades, sucesivamente para cada capa y teniendo en cuenta la nubosidad variable. Las transmisividades anarreonómicas se deducen en cada caso gracias a la definición (39). Cada albedo A se refiere al de la capa atmosférica caracterizada por su subíndice (capa cuyo límite superior es "el fondo" de la capa contemplada). Para la capa superior se tiene entonces:

$$\begin{aligned} T_u &= \frac{t_u}{1 - A_n r_u}, \\ T_u^+ &= t_u + \frac{r_u(1 - A_n r_u)}{A_n t_u}; \quad (A_n \neq 0) \\ \lim_{r_u \rightarrow 0} T_u^+ &= n T_{u1}^+ + (1 - n) T_{u0}^+; \\ T_{u0}^+ &= \frac{E_3(\tau_b)}{E_3(\tau_b - \tau_1)}; \quad T_{u1}^+ = 2E_3(\tau_{ub}); \\ A &= A_u = r_u + \frac{A_n t_u^2}{1 - A_n r_u}, \end{aligned}$$

mientras que para la capa nefélica resulta

$$\begin{aligned} T_n &= \frac{t_n}{1 - A_l r_n}, \\ T_n^+ &= t_n + \frac{r_n(1 - A_l r_n)}{A_l t_n} \quad (A_l \neq 0), \\ t_n &= n t_c + (1 - n) t_\Delta; \quad r_n = n r_c + (1 - n) r_\Delta; \\ A_n &= r_n + \frac{A_l t_n^2}{1 - A_l r_n}. \end{aligned}$$

El albedo y la transmisividad de esta capa resultan de una minuciosa contabilidad de flujos descendentes y ascendentes, que realizan un vaivén entre la capa intermedia y la superficie terrestre, y cuyas contribuciones conjuntas conducen a una serie infinita de términos, de suma afortunadamente conocida y sencilla. Siguiendo el mismo razonamiento de **Anduckia & Pelkowski**

(2000) en la derivación del albedo de la capa nubosa, se obtienen las anteriores expresiones del albedo con nubosidad variable, A_n , además de las dos transmisividades. El ejercicio es penoso y no disponemos de espacio para detallarlo aquí.

Para la capa inferior se tiene:

$$\begin{aligned} T_l &= \frac{t_l}{1 - r_s r_l}, \\ T_l^+ &= t_l + \frac{r_l(1 - r_s r_l)}{r_s t_n} \quad (r_s \neq 0), \\ A_l &= r_l + \frac{r_s t_l^2}{1 - r_s r_l}. \end{aligned}$$

Teniendo en cuenta las ecuaciones (27) y (28), expresamos ahora la reflectividad y la transmisividad intrínsecas de cada capa como

$$r_x = r_{\infty x}^2 \frac{1 - t_{x0}^{2\gamma_x}}{1 - r_{\infty x}^2 t_{x0}^{2\gamma_x}}$$

y

$$t_x = \frac{(1 - r_{\infty x}^2) t_{x0}^{\gamma_x}}{1 - r_{\infty x}^2 t_{x0}^{2\gamma_x}},$$

donde

$$t_{x0} = e^{-\tau_{xb}/\mu^+} = [2E_3(\tau_b)]^{\tau_{xb}/\tau_b}$$

acorde al criterio (44). $x = u, \Delta, l$, mientras que para la capa nubosa podemos conservar las expresiones originales. Nótese que si una capa se supone no esparcer ($a_x = 0$, implicando $r_x = 0$), entonces:

$$\lim_{r_x \rightarrow 0} t_x = t_{x0}.$$

Este caso límite, sin nubes, corresponde al de un modelo anterior (**Pelkowski 1998**), y para su transmisividad anarreonómica obtendríamos:

$$\begin{aligned} T^+ &= \lim_{r_x \rightarrow 0, \forall x} T_l^+ T_\Delta^+ T_u^+ = t_{l0} t_{\Delta 0} t_{u0} = \\ &= [2E_3(\tau_b)]^{\tau_{lb}/\tau_b} [2E_3(\tau_b)]^{\tau_{\Delta b}/\tau_b} [2E_3(\tau_b)]^{\tau_{ub}/\tau_b} = \\ &= [2E_3(\tau_b)]^{(\tau_{lb} + \tau_{\Delta b} + \tau_{ub})/\tau_b} = 2E_3(\tau_b), \end{aligned}$$

o sea, la expresión límite (42).

6.1.1. Albedo y transmisividad globales. De las ecuaciones anteriores se deduce que el albedo global terrestre es función de los siguientes parámetros:

$$A(n, r_s, a_c, g_c, a_l, g_l, a_u, g_u, \tau_{ub}, \tau_{cb}, \tau_{lb}, \tau_b).$$

La transmisividad global de la atmósfera, $T = T$, que se obtiene multiplicando las transmisividades catarreonómicas de cada capa,

$$T = T_u T_n T_l = \frac{t_u t_n t_l}{(1 - A_n r_u)(1 - A_l r_n)(1 - r_s r_l)},$$

evidentemente depende de los mismos parámetros que el albedo global. De ella depende la cantidad de energía que recibe la superficie terrestre en promedio anual, determinando así el régimen térmico del clima terrestre.

Con el fin de ilustrar algunas de las dependencias del albedo, nos limitaremos a considerar una sola capa atmosférica, desprovista de nubes ($n = 0$, $\tau_{\Delta b} = \tau_{lb} = 0$), y cuyo albedo distinguiremos mediante el subíndice "1":

$$\mathcal{A}_1 = \mathcal{A}_1(r_s, a, g, \tau_b).$$

Al albedo de superficie y a la profundidad óptica les asignamos los valores $r_s = 0.15$ y $\tau_b = 0.28$, respectivamente. En la figura 2 están representadas las funciones $\mathcal{A}_1(0.15, a, 0, 0.28)$ y $\mathcal{A}_1(0.15, a, 0.85, 0.28)$, mientras que la figura 3 muestra las funciones $\mathcal{A}_1(0.15, 0.85, g; 0.28)$ y $\mathcal{A}_1(0.15, 0.99, g, 0.28)$.

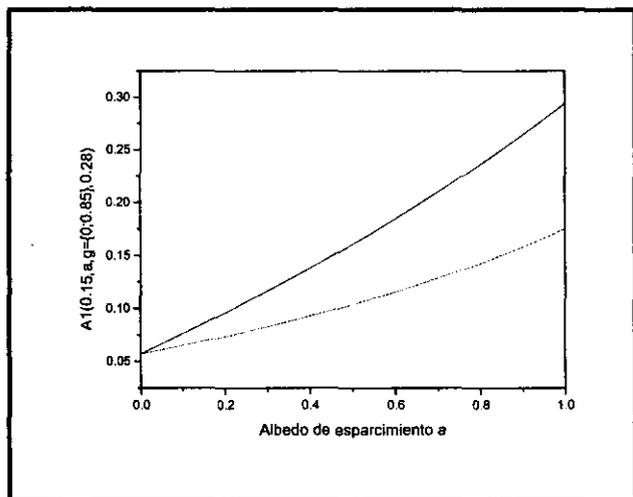


Figura 2. Albedo terrestre en función del albedo de esparcimiento isotrópico (curva superior) y para $g = 0.85$ (curva inferior).

En la figura 4 se puede apreciar el cambio del albedo terrestre con la profundidad óptica en el visible, cuando se hacen variar algunos parámetros. Salvo la curva con el mayor valor de \mathcal{A}_1 a mayores profundidades ópticas (válida para una atmósfera casi conservadora, $a = 0.99$), las demás curvas corresponden a un albedo de esparcimiento $a = 0.85$ y valores crecientes del factor de asimetría: g crece a medida que $\mathcal{A}_1(0.15, 0.85, g, 1)$ disminuye: $\mathcal{A}_1(\dots, g = -0.5, 1) > \mathcal{A}_1(\dots, g = 0, 1) > \mathcal{A}_1(\dots, g = 0.5, 1) > \mathcal{A}_1(\dots, g = 0.85, 1) > \mathcal{A}_1(\dots, g = 0.95, 1)$. Nótese que para $a = g = 0.85$ el albedo apenas depende de la profundidad óptica, mientras que para $g = 0.95$ el albedo llega a disminuir con la profundidad

óptica, ilustrando claramente la sensibilidad del sistema climático ante variaciones de ciertos parámetros.

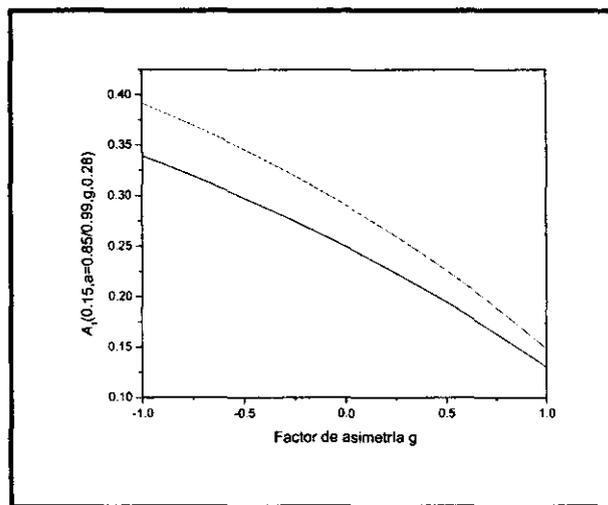


Figura 3. Albedo terrestre en función del factor de asimetría. La curva superior corresponde a $a = 0.99$, la inferior a $a = 0.85$.

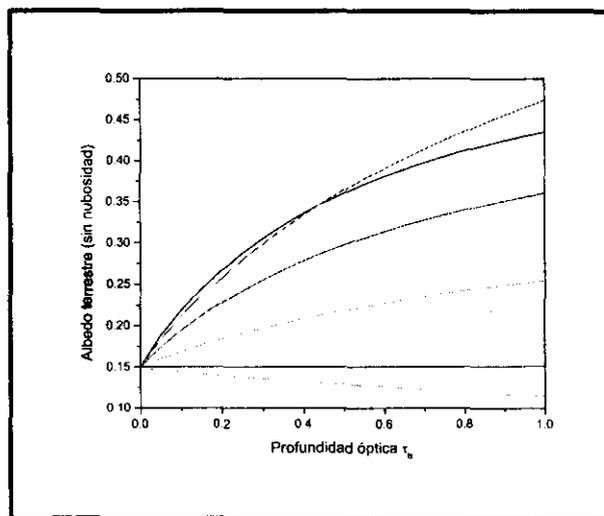


Figura 4. Albedo terrestre en función de la profundidad óptica en el visible, para valores crecientes del factor de asimetría y un albedo de esparcimiento $a = 0.85$, excepción hecha de la curva que más se eleva, la cual corresponde al caso de $a = 0.99$ y esparcimiento isotrópico $g = 0$.

6.2. Ejemplo numérico. Esta exposición no pretende ofrecer resultados numéricos definitivos, puesto que los parámetros involucrados en las fórmulas anteriores no solamente reclaman una discusión aparte y esmerada, con recurso a complejas teorías y parametrizaciones que no se podrían invocar sin rebasar los

límites de esta presentación lacónica, sino porque no disponemos aún de valores climatológicos globalmente estables. Para dar una idea de las dificultades implicadas, consideremos el caso de una nube compuesta enteramente de gotitas de agua. Como es sabido, las diminutas esferas tienen tamaños diferentes y su composición química es variable.

Dejando de lado esta última variabilidad, generalmente se describen los tamaños presentes en la unidad de volumen de una nube mediante una función de distribución según los radios de las gotitas, llamémosla $n(r)$; su integración sobre todos los valores posibles del radio r (efectivamente de 0 a ∞) representa la concentración de gotículas por unidad de volumen nuboso. En nuestro contexto actual necesitamos considerar solamente el contenido en agua líquida de una nube, así como el radio efectivo de la población de gotas, definido como

$$r_e = \frac{\int_0^{\infty} n(r)r^3 dr}{\int_0^{\infty} n(r)r^2 dr}$$

(Kokhanovsky 2006). El numerador es proporcional al contenido en agua líquida C_{LW} . Se define como (donde ρ_l representa la densidad del agua líquida):

$$C_{LW} = \frac{4\pi}{3} \rho_l \int_0^{\infty} r^3 n(r) dr.$$

Estos parámetros se utilizan en física de nubes con el fin de “parametrizar” la compleja microestructura de una nube. En el caso del esparcimiento conocido como de Mie, y con miras a simplificar las aparatosas relaciones matemáticas que suministra la teoría, se ha llegado a proponer como “muy buena” la siguiente parametrización (Thomas & Stamnes 1999):

$$\begin{aligned} k_c &= C_{LW}(a_1 r_e^{b_1} + c_1) \\ 1 - a_c &= a_2 r_e^{b_2} + c_2 \\ g_c &= a_3 r_e^{b_3} + c_3, \end{aligned}$$

siendo $k_c = \int_0^{\infty} Q_{ext} r^2 n(r) dr$ el coeficiente de extinción de un elemento de volumen nefélico (Q_{ext} denota la eficacia de extinción). Estas fórmulas, cuyos coeficientes se dan en la literatura citada en aquel libro, ilustran perfectamente cómo es posible obtener, a partir de teorías específicas, los parámetros de la capa nubosa de nuestro modelo, a saber, a_c , g_c y τ_{cb} (en función de k_c), determinables tan pronto se especifiquen el radio efectivo de una distribución concreta y el contenido (medio) en agua líquida de una nube.

El ejemplo numérico que presentamos enseguida se refiere al sistema global del clima, de modo que no podremos utilizar sin más los valores correspondientes a

ciertos tipos de nubes. Desafortunadamente, no existe todavía una climatología fiable de los parámetros de nuestro modelo, por lo que recurriremos solamente a valores típicos que se citan en la literatura sobre aerosoles y nubes, sin que, repito, sean necesariamente los valores representativos de una rigurosa climatología cuantitativa. Se trata solamente de ilustrar el potencial del modelo con el fin de comprender cualitativamente el comportamiento del albedo global y la transmisividad atmosférica, operando de operar “cambios globales” en el clima al variar uno u otro parámetro.

La capa supranefélica, como ya se señaló, está compuesta por una mezcla de gases, entre ellos el ozono, que absorbe un 3% de la radiación solar. El esparcimiento de la mezcla puede asimilarse al de un medio molecular (esparcimiento Rayleigh). La función de fase pertinente se imita simplemente eligiendo para el factor de asimetría el valor cero ($g_u = 0$). El albedo de esparcimiento es más difícil de prescribir, pero no podrá suponerse igual a uno, ya que como acabamos de ver el ozono absorbe energía solar. El valor que seleccionaremos tiene en cuenta este hecho, y un valor cercano a uno corresponde al caso que estamos suponiendo. Sea, pues, $a_u = 0.97$. Pero cualquiera que sea el valor climatológico “justo” o apropiado, el hecho es que puede variar a largo plazo. Por ejemplo, a_u disminuye netamente tras una erupción volcánica, cuyo penacho inyecta en la estratosfera partículas parcialmente absorbedoras con un factor de asimetría distinto de cero (véase, por ejemplo, el caso concreto tratado por Eslava, 1994). Y, naturalmente, lo mismo ocurriría si la humanidad tuviera que padecer un *invierno nuclear*: “Un minuto después de la última explosión, ... el polvo y el humo de los continentes en llamas derrotarán a la luz solar, y las tinieblas absolutas volverán a reinar en el mundo” (García Márquez 1986). En este caso drástico, $a_u = 0$ y $\tau_b \rightarrow \infty$, de manera que la transmisividad $\mathcal{T} \rightarrow 0$, quedando efectivamente “derrotada” la luz.

La profundidad óptica de la atmósfera molecular, o “de Rayleigh”, es del orden de 0.2-0.3. Eligiémos, como en las figuras de la última sección, $\tau_b = 0.28$. Para la profundidad óptica de la atmósfera superior tomaremos el valor de $\tau_{ub} = 0.01$ (Götz et al. 1991). A la capa intermedia, libre de nubes, le asignamos el valor de $\tau_{\Delta b} = 0.14$, a la infranefélica el de $\tau_{lb} = 0.13$, un poco menor al tratarse de una capa de extensión geométrica menor. Ambos valores tienen en cuenta la profundidad óptica global del aerosol “de fondo”, igual a 0.12 (Fu 2002); la capa de nubes suele ser ópticamente mucho más profunda, hasta dos órdenes de magnitud ($\tau_{cb} = 10-40$),

pero aún no es posible indicar un valor global promedio fidedigno. Se ha propuesto un valor medio igual a 3.8, valor sospechosamente pequeño y paradójico, según comenta Wiscombe, quien habla de la profundidad óptica de las nubes como una entidad de “múltiples personalidades” (véase su contribución al libro de **Marshak & Davis**, 2005). Este autor ha recomendado un valor de $\tau_{cb} = 10$; ateniéndonos al mapa global de profundidades ópticas medias (loc. cit., p. 45), elijiremos el valor superior $\tau_{cb} = 16$ (para el cual **van de Hulst**, 1980, ha tabulado los momentos que permiten evaluar (45)). Una vez prescritos los valores de τ_b y τ_{cb} , quedan determinados los dos cosenos del modelo de acuerdo con (44) y (45): $\mu^+ = 0.584$ y $\mu_c^+ = 0.663$.

A propósito de la capa nefélica, cuya nubosidad fijaremos en un 50% ($n = 0.5$, véase por ejemplo, **Kondratyev** 1999, aunque recientemente se está discutiendo un valor global mayor, hasta del 67%, cf. **Marshak & Davis** 2005), optaremos por los siguientes valores: en los intersticios libres de nubes, $a_\Delta = 0.95$, $g_\Delta = 0.9$; en las nubes mismas, si constan de gotas de agua pura, se sabe por teoría que $a_c \sim 0.999$, pero yo usaré un valor un tanto menor, fijándolo en $a_c = 0.985$, convencido de que en las nubes se absorbe más energía de lo que predice la teoría de esparcimiento de Mie (fenómeno calificado de calentamiento anómalo, y que ha conocido un debate enconado entre detractores y defensores, véase la síntesis de Wiscombe, en **Marshak & Davis** 2005, y las hipótesis de **Melnikova & Vasilyev** 2005).

El factor de asimetría se fijará en $g_c = 0.85$ ($g_c = 0.85$ para estratos, $g_c = 0.81$ para nubes convectivas, y $g_c = 0.73$ para nubes de hielo, véase **Melnikova & Vasilyev**, 2005). Desafortunadamente, los modelos son sensitivos respecto a los dos últimos parámetros, especialmente si se tiene en cuenta que el esparcimiento de las gotitas nubosas toma valores cercanos a la unidad, de manera que pequeñas variaciones de a_c acarrearán grandes “cambios climáticos” (véase la figura 5).

Con respecto a la capa infranefélica, que podemos considerar como más contaminada, utilizaremos los siguientes valores: $a_l = 0.8$ (**Götz**, 1991; **Kondratyev** 1999), $g_l = 0.95$.

Dados los datos numéricos presentados, las fórmulas anteriores nos facilitan directamente los valores del albedo global y de la transmisividad atmosférica:

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= 0.31 \\ (1 - r_s)\mathcal{T} &= 0.50 \end{aligned}$$

El albedo terrestre es de un 31%, mientras que la energía que absorbe la superficie terrestre, igual a $(1 - r_s)Q^l(\tau_b) = (1 - r_s)\mathcal{T}Q^l(0)$, es del 50%, en buena concordancia con los valores climatológicos actualmente aceptados (**Zdunkowski et al.** 2007).

Thomas & Stamnes (1999) invocan un valor de nubosidad promedio del 60%, en lugar del 50% que se ha recomendado generalmente.

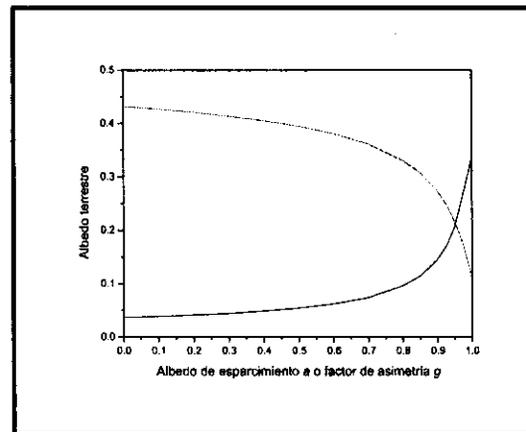


Figura 5. Albedo terrestre con capa semicubierta de nubes (ópticamente profundas) en atmósfera no esparcedora. La abscisa representa el albedo de esparcimiento nefélico (asociado a la curva creciente con $g = 0.85$), o el factor de asimetría (curva decreciente con $a = 0.985$).

Si mantenemos todo los demás valores fijos, variando en el último cálculo solamente la nubosidad (de $n = 0.5$ a $n = 0.6$), obtenemos para el albedo global $\mathcal{A} = 0.347$, un aumento notable de más de 3%, y para la energía absorbida por la superficie terrestre, $(1 - r_s)\mathcal{T} = 0.44$, una disminución aún más notable del 50 al 44%, con consecuencias drásticas para el balance de la energía interna de la superficie, implicando, entre otros posibles cambios, una disminución particularmente dramática de la temperatura superficial, que viene a contrarrestar el aumento debido a los gases invernadero (**Pelkowski** 1998).

7. Conclusiones

De los distintos factores relacionados con el “cambio climático”, el albedo global de nuestro planeta es uno de los más importantes. La comprensión del mecanismo de retroalimentación en los procesos climáticos se facilita rotundamente con el presente modelo. Éste permite interpretar el sentido de los efectos de ciertos cambios arbitrarios, sin explicarlos o modelarlos explícitamente.

Para ello sería menester diseñar un modelo dinámico (simplificado) que incorpore la bioquímica atmosférica, haciendo posible calcular, por ejemplo, los cambios de las características ópticas de cada capa, o un modelo que permitiera prever tanto los cambios en las condiciones de contorno, subalternas de la dinámica reflectividad de la superficie terrestre, como las variaciones de los parámetros orbitales de la Tierra.

El modelo elemental, con el cual pusimos de manifiesto las dependencias funcionales del albedo global, pertenece a la categoría de modelos bipotámicos que vienen proponiéndose desde hace aproximadamente un siglo. El gran atractivo de tales modelos es su docilidad matemática y su fidelidad energética. De ahí su encanto y popularidad entre los estudiosos de la transferencia de energía por radiación.

El modelo discutido en este ensayo se distingue de los demás por la función de fase elegida y la maleabilidad que le otorga el parámetro libre μ^+ , función de la profundidad óptica de la capa considerada. El modelo es a un tiempo suficientemente general y relativamente elemental, lo que permite recomendar su consideración en contextos diferentes. Por poner un ejemplo, podría aplicarse a la parametrización de ciertas retroalimentaciones cruciales en investigaciones del paleoclima, en las que destacan las variaciones seculares de: los parámetros orbitales (que afectan a μ_0), los albedos de superficie (valores distintos de r_s , según que la época sea glacial o interglacial) y las profundidades ópticas (τ_b varía con la época geológica, debido a variables concentraciones de ozono, vapor de agua y dióxido de carbono), además de fluctuaciones de las características de las partículas suspendidas en el aire (que pueden provenir de impactos de meteoritos, de erupciones volcánicas, procesos de erosión potenciada etc.). Otra aplicación es su incorporación a un modelo de la película "fría" de los mares, cuya temperatura depende de la radiación solar incidente y variable según el estado de nubosidad de la atmósfera (Anduckia 2007). En este último caso se debería recurrir al sistema de ecuaciones cuya solución incluye explícitamente la dependencia de la posición del sol en el cielo. Por supuesto, no cabe esperar un acuerdo cuantitativo entre los resultados de un modelo tan simple y las observaciones de alta resolución que se vienen acopiando en años recientes, pero tampoco desdeñemos el hecho de que a cambio se disfruta de una comprensión cualitativa de los entrelazados procesos de radiación atmosférica, o, cuando menos se logra entrever la esencia del problema del "cambio global".

Señalemos finalmente que solamente se ha tratado un aspecto limitado del problema general de este cambio climático. En trabajos anteriores se había examinado el aspecto complementario, relacionado con cambios de la temperatura superficial y de la distribución de temperaturas atmosféricas, partiendo de la consideración de una atmósfera en equilibrio radiativo. Si se desea comprender, en los mismos términos elementales del modelo presentado, los cambios del clima exclusivamente relacionados con los efectos de la radiación, el siguiente paso sería combinar los esfuerzos pasados con los que aquí hemos compendiado, creando un modelo más completo de las principales retroalimentaciones del sistema climático. Tras haber indicado el camino a seguir, no nos queda más que manifestar la esperanza de poder consignar los siguientes desarrollos en un futuro no muy lejano.

Agradecimientos: Este trabajo ha sido elaborado expresamente para cumplir con el requisito que trae consigo la designación como Miembro Correspondiente de la Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, y a cuyos miembros deseo agradecer la excelente oportunidad de ofrecer la presente visión panorámica y novedosa de un tema tan actual como exigente. Al mismo tiempo, extendiendo mi agradecimiento al Académico Víctor Albis González por su experto y expedito apoyo en la producción del artículo.

Bibliografía

- [1] **Ambartsumian, R. V.**, 1998: *A Life in Astrophysics. Selected Papers of Viktor A. Ambartsumian*. Allerton Press, Inc.
- [2] **Anduckia, J. C.**, 2007: *Estudio de la temperatura de la capa delgada en la interfaz océano-atmósfera mediante observaciones de campo en el mar Caribe*. Tesis de Maestría, Postgrado de Meteorología del Departamento de Geociencias, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, y Revista de Meteorología Colombiana (en prensa).
- [3] **Anduckia, J. C. y J. Pelkowski**, 2000: *Algunos resultados de equilibrio radiativo en atmósferas con nubes*. Meteorología Colombiana, No. 2, 23-31.
- [4] **Chandrasekhar, S.**, 1950: *Radiative Transfer*. Clarendon Press, Oxford.
- [5] **Chevallier, L., Pelkowski, J. y B. Rutily**, 2007: *Exact results in modeling planetary atmospheres I. Gray atmospheres*. Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer **104**, 357-376.
- [6] **Eslava Ramirez, J. A.**, 1994: *Características principales de los cambios atmosféricos asociados a la erupción del volcán Nevado del Ruiz y dispersión del material emitido el 13 de noviembre de 1985*. Atmósfera, N° 22, 3-24.
- [7] **Fu, Q.**, 2002: *Radiation (Solar)*. Artículo de la *Encyclopedia of Atmospheric Sciences*, Volumen 5, 1859-1863.

- [8] **García Márquez, G.**, 1986: *El cataclismo de Damocles*. Conferencia Ixtapa, México, Editorial La Oveja Negra, Bogotá.
- [9] **Goody, R. y Y.L. Yung**, 1989: *Atmospheric Radiation. Theoretical Basis*. Oxford University Press, Nueva York.
- [10] **Götz, G., E. Mészáros y G. Vali**, 1991: *Atmospheric Particles and Nuclei*. Akadémiai Kiadó, Budapest.
- [11] **Hovenier, J. W., C. van der Mee y H. Domke**, 2004: *Transfer of Polarized Light in Planetary Atmospheres*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Holanda.
- [12] **Ishimaru, A.**, 1978: *Wave Propagation and Scattering in Random Media*. Volume I. Academic Press, Nueva York.
- [13] **Liou, K.N.**, 2002: *An Introduction to Atmospheric Radiation*, (2ª edición). Academic Press, San Diego.
- [14] **Kokhanovsky, A. A.**, 2003: *Polarization Optics of Random Media*. Springer Praxis Publishing, Berlín, etc.
- [15] **Kokhanovsky, A. A.**, 2006: *Cloud Optics*. Springer, Dordrecht, Holanda.
- [16] **Kondratyev, K. Ya.**, 1999: *Climatic Effects of Aerosols and Clouds*. Praxis Publishing, Springer, Chichester.
- [17] **Marshak, A. y A.B. Davis**, 2005: *3D Radiative Transfer in Cloudy Atmospheres*. Springer, Berlín-Heidelberg.
- [18] **Melnikova, I. N. y A. V. Vasilyev**, 2005: *Short-Wave Solar Radiation in the Earth's Atmosphere*. Springer, Berlín-Heidelberg.
- [19] **Mihalas, D.**, 1978: *Stellar Atmospheres*, (2ª edición). W. H. Freeman and Company, San Francisco.
- [20] **Mishchenko, M. I., J. W. Hovenier y L.D. Travis**, 2000: *Light Scattering by Nonspherical Particles: Theory, Measurements, and Applications*. Academic Press, San Diego.
- [21] **Mishchenko, M. I., L.D. Travis y A. A. Lacis**, 2002: *Scattering, Absorption, and Emission of Light by Small Particles*. Cambridge University Press, Cambridge.
- [22] **Mishchenko, M. I., L.D. Travis y A. A. Lacis**, 2006: *Multiple Scattering of Light by Particles*. Cambridge University Press, Cambridge.
- [23] **Pelkowski, J.**, 1993: *Approximating the source function of an atmosphere in radiative equilibrium: A variational method*. *Contr. Atmos. Phys. / Beitr. Phys. Atmosph.* **66** (3), 259-271.
- [24] **Pelkowski, J.**, 1998: *Atmósfera y océano en equilibrio radiativo*. *Revista de la Academia Colombiana de Ciencias*, **22** (82), 53-67.
- [25] **Pelkowski, J., L. Chevallier, B. Rutily & O. Titaud**, 2008: *Exact results in modeling planetary atmospheres. III. The general theory applied to the Earth's semi-gray atmosphere*. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* **109** (1), 43-51.
- [26] **PETTY, G. W.**, 2004 (edición revisada en 2006): *A First Course in Atmospheric Radiation*. Sundog Publishing, Madison, Wisconsin.
- [27] **Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales**, 1996: *Vocabulario Científico y Técnico*. 3ª edición. Espasa, Madrid.
- [28] **Salby, M.**, 1996: *Fundamentals of Atmospheric Physics*. Academic Press, San Diego.
- [29] **Sobolev, V.V.**, 1975: *Light Scattering in Planetary Atmospheres*. Pergamon Press, Oxford.
- [30] **Sobolev, V.V.**, 1990: *Cours d'astrophysique théorique*. Éditions Mir, Moscú.
- [31] **Thomas, G. E. y K. Stamnes**, 1999: *Radiative Transfer in the Atmosphere and Ocean*. Cambridge University Press, Cambridge.
- [32] **Van de Hulst, H. C.**, 1957: *Light Scattering by Small Particles*. John Wiley & Sons Inc., Nueva York.
- [33] **Van de Hulst, H. C.**, 1980: *Multiple Light Scattering. Tables, Formulas and Applications*. (2 volúmenes.) Academic Press, Nueva York.
- [34] **Yanovitskij, E. G.**, 1997: *Light Scattering in Inhomogeneous Atmospheres*. Springer, Berlín. Zdunkowski W.,
- [35] **Zdunkowski W., T. Trautmann & A. Bott**, 2007: *Radiation in the Atmosphere. A Course in Theoretical Meteorology*. Cambridge University Press, Cambridge.

Recibido el 16 de abril de 2007

Aceptado para su publicación el 31 de octubre de 2007