

MODELOS DINÁMICOS DE GUERRA: EL CONFLICTO COLOMBIANO

por

José Fernando Isaza D.¹ & Diógenes Campos R.^{2,3}

Resumen

José Fernando Isaza D. & Diógenes Campos R.: Modelos dinámicos de guerra: El conflicto colombiano. Rev. Acad. Colomb. Cienc. **29** (110): 133–148, 2005. ISSN 0370-3908.

Se proponen algunos modelos de sistemas dinámicos deterministas que tienen como propósito describir conflictos armados, regulares e irregulares. Se hace énfasis especial en el caso de Colombia, en la que el conflicto involucra tres actores armados: Ejército, guerrilla y paramilitares. Se sugiere un modelo que relaciona el número de efectivos ilegales (guerrilla y paramilitares) con el tamaño de la población susceptible de ingresar a grupos armados. Se concluye que es posible lograr un decrecimiento real del número de ilegales actuando política y económicamente en las zonas más vulnerables del país.

Palabras clave: Sistemas dinámicos, modelos matemáticos, conflictos armados.

Abstract

Some models of deterministic dynamical systems are introduced for describing regular or irregular armed conflicts. The Colombian case is considered in which three armed groups are involved: the regular army, guerillas and paramilitaries. A model is also suggested for giving an account of the relation between the number of irregular troops (guerilla and paramilitaries) and the size of the susceptible population to join the armed groups. This model implies that the amount of illegal troops can be decreased by acting politically and economically upon the worse areas of the country.

Key words: Dynamical systems, mathematical models, armed conflicts.

¹Compañía Colombiana Automotriz, Bogotá. E-mail: jfisaza@mazda.com.co

²Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá. E-mail: dcamposr@unal.edu.co

³Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, Bogotá.

1. Introducción

En diferentes áreas de la ciencia se usan modelos matemáticos con el propósito de entender procesos que se presentan en el estudio de sistemas dinámicos. A título de ejemplo, podemos citar [17]: sistemas de Lotka - Volterra para describir la competencia entre diferentes especies, control ecológico de pesticidas, poblaciones en interacción, osciladores biológicos, modelos en neurobiología como el de Hodgkin y Huxley o el de FitzHugh - Nagumo, análisis de oscilaciones cíclicas de reacciones químicas como la de Belousov - Zhabotinskii, propagación de epidemias o evolución de enfermedades [6, 5].

El propósito del presente artículo es la formulación de algunos modelos de sistemas dinámicos para el estudio de conflictos armados, diferenciando conflictos regulares e irregulares. Estos últimos son de especial interés debido a su aplicación al caso colombiano. La idea consiste en construir modelos sencillos fundamentados en ecuaciones diferenciales, que permitan deducir un conjunto razonable de *comportamientos cualitativos*; es decir, extraer conclusiones que orienten conceptualmente en la selección de alternativas para el tratamiento del conflicto armado, representado por la confrontación entre las fuerzas del Estado (que denominaremos ejército), la guerrilla y los paramilitares.

El modelo general que se considera es de la forma

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \phi_1(x, y) + r_1(t) \psi_1(x, y), \\ \frac{dy}{dt} &= \phi_2(x, y) + r_2(t) \psi_2(x, y), \end{aligned} \quad (1)$$

donde t es el tiempo; $x(t)$ y $y(t)$ designan el número de efectivos del ejército X y del ejército Y , respectivamente; $r_1(t)$ y $r_2(t)$ son las tasas de remplazo de los combatientes; las funciones $\phi_1(x, y)$, $\phi_2(x, y)$, $\psi_1(x, y)$ y $\psi_2(x, y)$ caracterizan el tipo de conflicto (regular o irregular). Las ecuaciones (1) se extenderán al caso de tres variables de estado, debido a que el conflicto colombiano presenta características especiales por la presencia de 3 actores armados (x, y, z): Ejército X , guerrilla Y y paramilitares Z .

Aunque en repetidas ocasiones el ejército ha insistido que no se le debe calificar como "actor armado", en el mismo nivel que los otros dos, por razones metodológicas (y no ideológicas) los modelos no discriminan entre actores legales e ilegales, y solo diferencian entre ejércitos regulares e irregulares.

La estructura del trabajo es la siguiente: En las secciones 2 y 3 se construyen, de manera respectiva, los modelos que describen la confrontación entre ejército y guerrilla, y entre ejército, guerrilla y paramilitares. En la sección 4 se fijan, para el caso del conflicto colombiano, los valores de los

parámetros que intervienen en los modelos, para lo cual se hace uso de estadísticas oficiales. En las secciones 5 y 6 se construyen y estudian varios escenarios con el propósito de buscar alternativas para el tratamiento del conflicto. Finalmente, el aspecto económico de la guerra se desarrolla en la sección 7. Los resultados, aunque evidentes –a posteriori–, pueden ayudar a mostrar un camino que permita reducir sufrimientos y costos de la confrontación armada.

2. Ejército y guerrilla

Queremos construir un sistema dinámico que describa el combate entre un ejército regular X y uno irregular Y . Las características distintivas que queremos tener en cuenta en este tipo de enfrentamientos son las siguientes:

1. El ejército regular X actúa bajo el esquema de *guerra de posiciones* mientras que el ejército Y actúa como *guerrilla*; es decir, con acciones de hostigamiento.
2. Al actuar bajo el esquema de guerra de posiciones, la vulnerabilidad del ejército regular X es proporcional al número x de sus propios combatientes, a la efectividad en el combate del ejército irregular ($a > 0$) y al número y de guerrilleros.
3. Al actuar bajo el esquema de acciones de hostigamiento, la vulnerabilidad del ejército irregular es proporcional a la efectividad en el combate del ejército regular ($b > 0$) multiplicado por el número x de combatientes del ejército regular.
4. La guerrilla, por razones logísticas, trata de crecer pero sin superar un cierto umbral N de combatientes, que se estima en $N = 25000$. Esta cifra se le atribuye a Fidel Castro, quien se mostró sorprendido del número de efectivos de las FARC.
5. El ejército busca que el número de sus efectivos en combate, sea un múltiplo de los de la guerrilla $x \approx \alpha y$ y se supone $\alpha = 10$. Esta cifra se ha convertido en un "dogma" en la lucha antiguerrillera en muchas partes del mundo, aunque sin mucha base empírica.
6. El ejército X y la guerrilla Y se ven obligados a reemplazar sus combatientes por diversas razones. Entre otras: algunos efectivos caen en combate, envejecen, se desmovilizan, se retiran.

En el caso del ejército regular puede asumirse una alta tasa de remplazo de los soldados abatidos o licenciados, debido al poder de convocar el servicio militar obligatorio. En la guerrilla la capacidad de remplazo es

alta por el reclutamiento que se hace en zonas deprimidas, a jóvenes que encuentran en las armas un modo de vida y lo más importante una posibilidad de reconocimiento. Consideran que el arma les da la reivindicación frente a los maltratos y a los rechazos familiares y sociales.

El PNUD (Programa Naciones Unidas para el Desarrollo), en el foro Retorno a la Patria, corrobora la última apreciación con unas cifras aterradoras: “Sobre un aspecto tan crucial como la participación de menores en el conflicto armado, Jorge Vallés, de UNICEF, contó que en los procesos de reincorporación de menores a la vida civil han encontrado que las principales causas de su ingreso incorporación a los grupos armados han sido la pobreza, la inequidad y la existencia misma del conflicto. La mayoría dice haber ingresado entre los 11 y 14 años, el 83% en forma voluntaria y 14% de forma forzada. En una encuesta realizada con menores desvinculados, el 78% manifestó haber visto cadáveres mutilados, 8% admitió haber matado; 60% haber visto matar y 18% haber visto torturar” [19].

Bajo las anteriores consideraciones, suponemos que la evolución de los efectivos x del ejército X y de los efectivos y de la guerrilla Y está gobernada por el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales ($y \neq 0$):

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -axy + r_1x \left(1 - \frac{x}{\alpha y}\right), \\ \frac{dy}{dt} &= -bx + r_2y \left(1 - \frac{y}{N}\right). \end{aligned} \quad (2)$$

Las funciones de reemplazo de combatientes las adoptamos como expresiones logísticas. Obsérvese que si los efectivos del ejército X son menores que αy , el reemplazo sube en proporción a esa diferencia. De igual forma si la guerrilla está lejos del número de efectivos de “saturación” N , el reemplazo crece proporcional a la diferencia. En el apéndice A se presenta la solución analítica del sistema anterior de ecuaciones en el caso en que no hay reemplazo de combatientes ($r_1 = r_2 = 0$). En el apéndice B consideramos el caso en el que se enfrentan dos ejércitos regulares, lo cual ayuda a entender la diferencia entre conflictos regulares e irregulares.

3. Ejército, guerrilla, paras

En el “caótico” conflicto colombiano intervienen al menos tres actores armados: Ejército, guerrilla y paramilitares. La política explícita de los combatientes se orienta por las siguientes directrices que sirven como base conceptual para la construcción del modelo que se propone:

1. El ejército combate la guerrilla y en menor escala a los paramilitares. Esta menor intensidad de ataque a

los paramilitares se explica porque éstos no atacan al ejército.

2. La guerrilla combate a los paramilitares y al ejército.
3. Los paramilitares combaten a la guerrilla y no atacan al ejército.

Intuitivamente podría pensarse que la desmovilización de los paramilitares debería permitir la reducción del número de efectivos del ejército, pues hay un enemigo menos para combatir. Sin embargo, declaraciones de un anterior comandante del ejército hacen explícita la política que en algunas zonas del país, de manera deliberada o no, la contención de la guerrilla ha sido dejada en manos de los paramilitares. Las palabras del alto oficial fueron las siguientes: si se desmovilizan 10000 paramilitares el ejército requiere ampliar su pie de fuerza al menos en 20000 hombres pues se requieren dos soldados para controlar la guerrilla con la misma efectividad que lo hace un paramilitar.

Bajo las suposiciones anteriores y llamando x , y y z los efectivos del ejército X , la guerrilla Y y los paramilitares Z , respectivamente, se propone el siguiente modelo dinámico que describe un conflicto entre tres actores armados ($y \neq 0$):

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -axy + r_1x \left(1 - \frac{x + \beta z}{\alpha y}\right), \\ \frac{dy}{dt} &= -bx - cz + r_2y \left(1 - \frac{y}{N}\right), \\ \frac{dz}{dt} &= -ex - fy + r_3z \left(1 - \frac{z}{y}\right). \end{aligned} \quad (3)$$

El parámetro β mide la razón de efectividad de un paramilitar en el combate contra la guerrilla en relación a un militar en el mismo combate; de acuerdo con las declaraciones del ejército $\beta \geq 2$. La contribución $x + \beta z$ en el numerador de la primera ecuación (3) es un equivalente en términos de efectividad, más no de legitimidad, a un ejército de $x + \beta z$ efectivos (compárese con (2)).

En la última ecuación (3), la expresión $r_3z(1 - z/y)$ de reemplazo de los paramilitares sigue una función logística en la cual la saturación es igual al número de efectivos guerrilleros, y . Los términos cz y fy miden las bajas de la guerrilla por enfrentamiento con los paramilitares y las bajas de éstos por enfrentamiento con aquellos, respectivamente. Si guerrilla y paramilitares estuvieran en una guerra de posiciones, podrían considerarse otras expresiones alternativas, por ejemplo c_1zy y f_1zy .

4. Estimación de los valores de los parámetros

El propósito de esta sección es estimar los valores de los parámetros $\{a, r_1, \alpha, b, r_2\}$ que intervienen en el modelo (2)

Cuadro 1: Número de guerrilleros capturados por año. Fuente: Contraloría General de la República.

1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001
1233	1786	1333	1217	1236	1556	1766

y de los parámetros $\{a, r_1, \alpha, \beta, b, c, r_2, e, f, r_3\}$ que participan en el modelo (3), con el fin de aplicar éstos a la situación colombiana.

En lo que sigue, para simplificar los cálculos hacemos $N = 1$, con la consiguiente redefinición de las variables (x, y, z) y de los parámetros a y b . En esta forma, para obtener el número real de efectivos hay que multiplicar los resultados de la integración de las ecuaciones (2) y (3) por 25000. Igualmente, para sencillez de los modelos se supone que r_1 , r_2 y r_3 no dependen del tiempo t . En los cálculos, el tiempo t se mide en años.

Los valores de los parámetros se estimarán teniendo en cuenta las estadísticas oficiales disponibles. Sin embargo, es de anotar la siguiente dificultad: Las estadísticas oficiales anteriores al año 2002 y sus proyecciones difieren no solo cuantitativa, sino cualitativamente de las correspondientes a los años 2002 y siguientes.

4.1. Parámetros para el modelo (2)

Guerrilleros abatidos. El número de guerrilleros abatidos en el período 1986-1999 son en promedio 760 [18]. En el período 1999-2001, el promedio sube a 995 [10]. En los años 2002-2003 dicha cifra es 1804 [20]. La oficina de comunicaciones de la Presidencia, para realzar más la efectividad de la lucha, separa el período agosto 2002 - febrero 2004 y el número de abatidos alcanza la cifra promedio de 1982 por año. Para hacer énfasis aún más en el “éxito” de la política de *seguridad democrática*, el gobierno anunció que en los primeros cinco meses del año 2004, el número de miembros de los grupos armados ilegales puestos fuera de combate ascendió a 5859 [7].

Guerrilleros capturados. Una dificultad mayor se presenta con el número de guerrilleros capturados. Las estadísticas oficiales dan una cifra de 10221, en el período agosto 2002 - febrero 2004; es decir, un equivalente anual de 6450. El crecimiento de la *efectividad* en capturas quedaría representado por comparación con las siguientes cifras: Año 2002, 3763 y año 2003, 6967 guerrilleros capturados. Si se comparan las cifras anteriores con las correspondientes al período 1995 - 2001 (ver cuadro 1), el crecimiento es más que sorprendente: En este período el promedio anual es de 1447.

Incertidumbre en los valores de los parámetros. Es bien

posible que las cifras oficiales, que conducen al promedio anual de 6450 capturados, reflejen las capturas masivas de simples sospechosos, las llamadas “pescas milagrosas” y no las detenciones de personas pertenecientes realmente a grupos armados fuera de la ley.

El problema con la *efectividad* de las estadísticas es que no hay cárcel para tanto detenido. El mencionado estudio de la Contraloría [10] proyecta que si las capturas en el período 2002 - 2006 se intensifican a niveles de 1792 (2050 anuales) se requeriría duplicar la capacidad carcelaria, suponiendo también “éxitos” similares en la captura de paramilitares.

A simple título de curiosidad puede observarse que se estima que al iniciarse la actual administración del Presidente Alvaro Uribe, en agosto del 2002, las FARC tenían 17000 efectivos y el ELN unos 4000 y que, de acuerdo con las cifras oficiales, en los años 2002 - 2003 el número de capturados abatidos y desmovilizados asciende a 17592. Se concluye que las cifras son inconsistentes o que la capacidad de recuperación de la guerrilla es asombrosa. En este último caso, si a esto se agregan los 5859 de los 5 meses del año 2004, se concluye que la guerrilla se recompuso totalmente.

Lo que se ha expuesto sugiere la existencia de una incertidumbre en los datos oficiales, lo que tiene consecuencias en la confiabilidad de los valores de los parámetros que intervienen en los modelos (2) y (3).

No obstante esta dificultad, procedamos ahora a estimar los valores de los parámetros (a, b, r_1, r_2) del modelo (2). Para la *composición del ejército en el lapso* 1995 - 2001 adoptamos los siguientes datos [10]: Efectivos, 160000; soldados regulares, 56 %; soldados profesionales, 42 %; bachilleres, 2 %.

Si se supone que anualmente se retiran el total de los bachilleres, el 5 % de los regulares y el 10 % de los profesionales, entonces el ejército requiere reemplazar 12500 soldados cada año. Si además se tiene en cuenta que el promedio de bajas en el período considerado es de 640 y que existe un promedio de 100 capturas anuales por parte de la guerrilla, el total anual de soldados que el ejército debe *reemplazar* es de 13240. Estímese el número de guerrilleros (FARC+ELN) en 21000 y recuérdese que el parámetro α lo elegimos como $\alpha = 10$.

Componente de reemplazo en el ejército. Con los datos anteriores y bajo el supuesto de que el ejército reemplaza al menos el 90 % de los 13240 soldados a que se ha hecho referencia, entonces el término de reemplazo en la primera ecuación (2) conduce al siguiente estimativo:

$$r_1 x \left(1 - \frac{x}{\alpha y} \right) \approx 0,9 \times \frac{13240}{25000},$$

$$\text{con } x = \frac{160000}{25000}, \quad y = \frac{21000}{25000}; \quad (4)$$

es decir, $r_1 = 0,31$.

Componente de reemplazo en la guerrilla. Supóngase que la guerrilla reemplaza los efectivos dados de baja y los prisioneros, y que crece en cerca de 800 combatientes anualmente (datos del período 1998 - 2002); es decir, que en total existe anualmente un reclutamiento de 3000 guerrilleros. Si se supone además que la guerrilla reemplaza al menos el 70 % de esta cifra entonces el término de reemplazo en la segunda ecuación (2) conduce a:

$$r_2y(1 - y) \approx 0,7 \times \frac{3000}{25000},$$

$$\text{con } x = \frac{160000}{25000}, \quad y = \frac{21000}{25000}; \quad (5)$$

es decir, $r_2 = 0,63$.

Parámetros a y b de efectividad en el combate de la guerrilla Y y el ejército X, respectivamente. Éstos se estiman así: Sea axy = número de (bajas + detenidos + retirados) y bx idem. Entonces con los valores de x y y empleados previamente se obtiene $a = 0,1$ y $b = 0,019$.

En resumen, si se acepta que las ecuaciones (2) constituyen una descripción razonable del conflicto colombiano en el caso de los combates ejército-guerrilla, las estadísticas oficiales gubernamentales conducen a los valores de los parámetros que se coleccionan en el cuadro 3, bajo el rótulo de escenario (E0). Estos valores los denominaremos *parámetros pre-Uribe*.

4.2. Parámetros para el modelo (3)

El estimativo de los parámetros c y f , se hace “ad-hoc” pues los autores no disponen de cifras que permitan su deducción empírica. La hipótesis $c = f$ es razonable. Las cifras de y_0 y z_0 son [9]: $y_0 = 22000$, $z_0 = 12000$. Aceptando que los paramilitares dan de baja anualmente 300 guerrilleros, entonces $c = 300/12000 = 0,025$.

Nótese además que las estadísticas de paramilitares capturados muestra un crecimiento en el período 2002 - 2003, comparado con el período 1995 - 2001 (ver cuadro 2). A título ilustrativo puede mencionarse que las capturas de la guerrilla y de los paramilitares en el año 2003, ascendieron a 10142, es decir más de la cuarta parte de la totalidad de la población carcelaria.

Parámetros Uribe. Éstos se calculan con los datos de los años 2002 y 2003 (ver cuadro 2). La tasa de reemplazo de los paramilitares compensa las bajas que sufren por enfrentamiento con el ejército, con la guerrilla, las capturas y los desmovilizados. Además les permitió crecer de 2800 en 1995 a 12000 en el año 2002, lo cual da un crecimiento anual promedio de 1314 durante los 7 años. Con base en el cuadro 2, el

Cuadro 2: Pamilitares capturados por año. Fuente: Contraloría General de la República 1995-2001, Presidencia de la República 2002-2003.

Año	Capturados	Abatidos	Desmovilizados
1995	18		
1996	6		
1997	100		
1998	300		
1999	286		
2000	327		
2001	992		
2002	1356	187	
2003	3166	346	697

promedio anual de paramilitares fuera de combate por cualquier razón, durante los años 2002 y 2003, es de 2876. Bajo la hipótesis $c = f$, el número de paramilitares dados de baja por la guerrilla es $f \times 22000 = 550$. Con la anterior información y bajo el supuesto de que los paramilitares reemplazan el 100 % de los combatientes que pierden, r_3 se calcula así:

$$r_3z \left(1 - \frac{z}{y}\right) = \frac{1314 + 550 + 2876}{25000},$$

$$\text{con } y = \frac{22000}{25000}, \quad z = \frac{12000}{25000}; \quad (6)$$

es decir, $r_3 = 0,87$.

La determinación del parámetro r_2 se hace teniendo en cuenta que durante los años 2002 - 2003 el número de capturados abatidos y desmovilizados ascendió a 17592 (ver sección 4), lo cual da un promedio anual de 8796. Supóngase además que sólo el 78,5 % de combatientes son reemplazados, de tal manera que

$$r_2y(1 - y) = 0,785 \times \frac{8796}{25000},$$

$$\text{con } y = \frac{22000}{25000}, \quad z = \frac{12000}{25000}; \quad (7)$$

es decir, $r_2 = 2,62$. En realidad, r_2 podría ser mayor que el valor antes anotado para tener en cuenta las bajas que los paramilitares producen en la guerrilla.

Finalmente, el parámetro e se determina de la razón $(\Delta z / \Delta t) / x$ que compara el cambio anual del número de paramilitares con relación al tamaño del ejército; adoptamos el valor $e = 4490/249000 = 0,018$, donde el tamaño del ejército corresponde al período 2002 - 2004.

En conclusión, si se acepta que las ecuaciones (3) constituyen una descripción razonable del conflicto colombiano

Cuadro 3: Varios *escenarios* (E) para los valores de los parámetros: *pre-Uribe* (E0), *Uribe* (E1) y *realista* (E2). En todos los casos $\alpha = 10$, $N = 1$ (equivalente a 25000 combatientes) y $a = 0,1$.

E	b	$c = f$	e	β	r_1	r_2	r_3
(E0)	0,019				0,31	0,63	
(E1)	0,055	0,025	0,018	2	0,31	2,62	0,87
(E2)	0,055	0,025	0,018	4	0,31	0,87	0,87
(E3)	0,055				0,31	2,62	
(E4)	0,037				0,4	0,8	

en el caso ejército-guerrilla-paramilitares, las estadísticas oficiales gubernamentales conducen a los valores de los parámetros que se coleccionan en el cuadro 3, bajo el rótulo de escenario (E1). Estos valores los denominaremos *parámetros Uribe*.

La modificación de los parámetros básicos (E0 y E1) permite la construcción y el análisis de diferentes escenarios, en búsqueda de alternativas al tratamiento del conflicto colombiano. Así, en el cuadro 3 se incorporan parámetros (E2) que describen, en opinión de los autores, una situación realista; es decir, que se ajusta más a las observaciones que los valores (E1) que se deducen de las políticas explícitas y de las cifras oficiales. El cuadro incluye también otros escenarios (E3 y E4) que se utilizarán posteriormente en el análisis del conflicto, en lo que se refiere al ejército y a la guerrilla.

5. Resultados y análisis

5.1. Modelo (2, E0): Ejército-guerrilla

Los puntos de equilibrio (x_e, y_e) del sistema dinámico (2) son aquellos puntos del espacio de fase para los cuales el lado derecho de las ecuaciones (2) es igual a cero. Por conveniencia multiplicamos la primera de ellas por αy (con $y \neq 0$), de tal manera que el sistema a resolver es

$$\begin{aligned} -\alpha \alpha x y^2 + r_1 x (\alpha y - x) &= 0, \\ -bx + r_2 y \left(1 - \frac{y}{N}\right) &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Evidentemente $(0, 0)$ es una solución de (8), pero con ayuda de *Mathematica* [22] encontramos⁴:

$$\begin{aligned} (x_e, y_e)_0 &= (0, 0), \\ (x_e, y_e)_1 &= (0, N), \end{aligned}$$

⁴El punto $(x_e, y_e)_1 = (0, 0)$ no es en sí un punto de equilibrio del sistema (2) debido a que contradice la hipótesis de $y \neq 0$.

$$(x_e, y_e)_2 = \left(\frac{(aN - r_1)(b\alpha - r_2)N\alpha r_1 r_2}{(abN\alpha - r_1 r_2)^2}, \frac{(b\alpha - r_2)N r_1}{abN\alpha - r_1 r_2} \right). \quad (9)$$

Es decir, con los valores de los parámetros asignados en el cuadro 3 para el escenario (E0), los puntos de equilibrio son:

$$\begin{aligned} (x_e, y_e)_0 &= (0, 0), \quad (x_e, y_e)_1 = (0, 1), \\ (x_e, y_e)_2 &= (5,79, 0,77). \end{aligned} \quad (10)$$

El punto $(x_e, y_e)_2$ es equivalente a un ejército de 144750 soldados y 19250 guerrilleros.

Estabilidad de los puntos de equilibrio

Escríbanse (2) como $dx/dt = F(x, y)$ y $dy/dt = G(x, y)$, donde $F(x, y)$ y $G(x, y)$ son las funciones del lado derecho de (2). La matriz del jacobiano es ($y \neq 0$)

$$\begin{aligned} \mathbf{J}(x, y) &:= \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial x} & \frac{\partial F}{\partial y} \\ \frac{\partial G}{\partial x} & \frac{\partial G}{\partial y} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -ay + r_1 \left(1 - \frac{2x}{\alpha y}\right) & x \left(-a + \frac{r_1 x}{\alpha y^2}\right) \\ -b & \frac{r_2}{N} (N - 2y) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (11)$$

Punto de equilibrio $(x_e, y_e)_0 = (0, 0)$. Si bien la matriz (11) no está definida en $(0, 0)$, los puntos (x, y) en la vecindad del origen indican la existencia de un conflicto con un reducido número de combatientes. Entonces parece lícita la suposición de que los términos de reemplazo de combatientes en las ecuaciones (2) son pequeñas *perturbaciones* del sistema que se generaría haciendo $r_1 = r_2 = 0$, el cual describiría el conflicto sin reemplazo de combatientes (ver apéndice A). La integración del sistema resultante sugiere que y se aproxima al origen en la forma $x = ay^2/(2b)$. En consecuencia, al evaluar (11) en el origen se obtiene

$$\mathbf{J}_0 := \lim_{x \rightarrow 0^+} \mathbf{J}(x, ay^2/(2b)) = \begin{bmatrix} r_1 & 0 \\ -b & r_2 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Los valores propios de \mathbf{J}_0 son $\lambda_1 = r_1 > 0$ y $\lambda_2 = r_2 > 0$. En conclusión, el estado de equilibrio $(0, 0)$ representa una situación en la cual no hay ejército y no hay guerrilla, pero este estado es inestable si la capacidad de reemplazo de combatientes es positiva.

Una verificación empírica de este hecho se produjo a principios de 1980, cuando el número de efectivo del ELN fue cercano a cero, pero la financiación que obtuvieron de la explotación petrolera de Caño Limón les permitió recuperarse e incrementar el número de combatientes.

Punto de equilibrio $(x_e, y_e)_1 = (0, 1)$. En este caso la guerrilla alcanza su meta y el ejército es derrotado, como es

el caso de la revolución cubana o de la sandinista. La evaluación de (11) en el punto (0, 1) da como resultado

$$J_1 := J(0, 1) = \begin{bmatrix} -a + r_1 & 0 \\ -b & -r_2 \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Los valores propios de J_1 son $\lambda_1 = r_1 - a$ y $\lambda_2 = -r_2$. Si la efectividad a de la guerrilla es mayor que la tasa de reemplazo r_1 del ejército, entonces ambos valores propios son negativos y como consecuencia del teorema de Routh-Hurwitz el punto de equilibrio (0, 1) es estable [3, pg 137]. En el caso colombiano, con los valores $a = 0,1$ y $r_1 = 0,31$ usados en este trabajo, se tiene $\lambda_1 = 0,21$, resultado que indica que el punto de equilibrio (0, 1) es inestable pues $\lambda_1 > 0$.

Punto de equilibrio $(x_e, y_e)_2 = (5,79, 0,77)$. Con los valores numéricos del cuadro 3, la matriz del jacobiano evaluada en el punto de equilibrio $(x_e, y_e)_2$ conduce a

$$J_1 := J((x_e, y_e)_2) = \begin{bmatrix} -0,2330 & 1,2146 \\ -0,019 & -0,3343 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Los valores propios $\lambda_{\pm} = -0,2837 \pm 0,1405i$ tienen parte real negativa, lo que implica que el punto de equilibrio $(x_e, y_e)_2$ es estable.

Obsérvese que los valores hallados no difieren sustancialmente de la actual situación y que, por lo tanto y de no modificarse los parámetros, el conflicto tiende a prolongarse. En una próxima sección se verá, mediante simulaciones numéricas, que *la forma más eficiente y menos costosa en vidas y sufrimientos es reducir la tasa de recuperación de la guerrilla*.

5.2. Modelo (3, E1 y E2): Ejército - guerrilla - paramilitares

Para el análisis del sistema dinámico (3), usamos los parámetros del cuadro 3, calculamos los puntos de equilibrio, para cada punto de equilibrio $(x_e, y_e, z_e)_n$ se calcula la matriz del jacobiano y se determinan los valores propios. Si todos los valores propios tienen parte real negativa, el punto de equilibrio es estable; en caso contrario, él es inestable. En $(x_e, y_e, z_e)_n$, el subíndice n rotula diferentes puntos de equilibrio.

El cuadro 4 resume los resultados concernientes al escenario (E1). Los puntos de equilibrio 3 y 4 son los de interés desde el punto de vista de una política de Estado, pero sólo el punto 4 es estable, ya que se caracteriza por valores propios negativos: $-1,93319$, $-0,6153$ y $-0,1636$.

El escenario realista (E2) difiere del escenario (E1) en los valores de β y de r_2 . Los puntos de equilibrio y su estabilidad se muestran en el cuadro 5. Los puntos son hiperbólicos, los

Cuadro 4: Estabilidad de los puntos de equilibrio del sistema dinámico (3). Abreviaciones: hiperbólico (H), atractivo (A), repulsivo (R), inestable (IN), estable (ES). El punto estable equivale a un ejército de 120900 soldados, 21900 guerrilleros y 18100 paramilitares.

Escenario E1	x_e	y_e	z_e	
$(x_e, y_e, z_e)_1$	0	0,9997	0,02960	IN, HR
$(x_e, y_e, z_e)_2$	0	0,9907	0,9614	IN, HR
$(x_e, y_e, z_e)_3$	5,8216	0,8550	0,2000	IN, HR
$(x_e, y_e, z_e)_4$	4,836	0,8763	0,7249	ES, HA

Cuadro 5: Estabilidad de los puntos de equilibrio del sistema dinámico (3). El punto estable equivale a un ejército de 75200 soldados, 17600 guerrilleros y 15200 paramilitares.

Escenario E2	x_e	y_e	z_e	
$(x_e, y_e, z_e)_1$	0	0,9991	0,0296	IN, HR
$(x_e, y_e, z_e)_2$	0	0,9721	0,9433	IN, HR
$(x_e, y_e, z_e)_3$	3,8846	0,5287	0,1252	IN, HR
$(x_e, y_e, z_e)_4$	3,0092	0,7055	0,6100	ES, HA

tres primeros son puntos de silla y el último es un sumidero en espiral [3, pg. 133].

6. Evolución temporal de las fuerzas en conflicto

En esta sección se usan los modelos (2) y (3) con el propósito de visualizar la manera como cambiarán el número de combatientes en el transcurso de los próximos años. Conviene, sin embargo hacer precisiones:

1. Los modelos son altamente simplificados, en particular los parámetros se consideran constantes a través del tiempo.
2. Los modelos son de tipo determinístico y no consideran “feed-back”. En el mundo real las estrategias van ajustándose con el tiempo.
3. Los parámetros se han estimado con las cifras publicadas pero no se ajustaron a “máxima verosimilitud” pues el objetivo es mirar las tendencias y no las cifras exactas de la evolución.
4. Los modelos propuestos hay que entenderlos como una descripción simplificada de elementos de la realidad colombiana, que es de por sí compleja y multifacética.

Para cada escenario, los parámetros son los que se especifican en el cuadro 3 y las condiciones iniciales se fijan así: $x_0 = 6,4$, $y_0 = 0,84$ y $z_0 = 0,48$.

6.1. Dos fuerzas: Ejército - guerrilla

Precaución con respecto a las figuras que se muestran en esta sección: el eje horizontal del tiempo t no pasa por el punto $(0, 0)$, ya que este punto está ubicado muy por debajo de los rangos de x , y o z que se muestran.

Escenario E0: Pre-Uribe

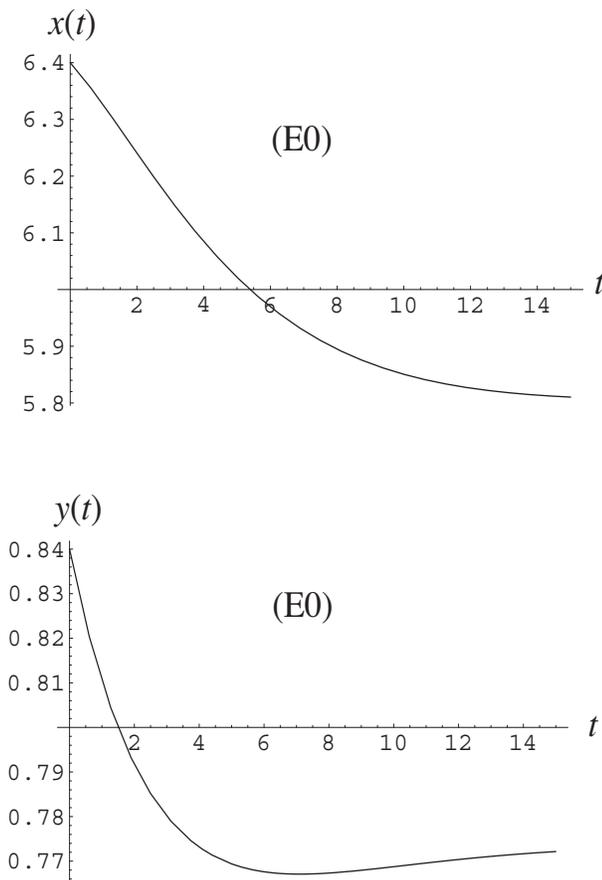


Figura 1: Evolución en el tiempo del número de combatientes del ejército $x(t)$ y de la guerrilla $y(t)$ usando el escenario (E0) del cuadro 3.

Los resultados se representan en la figura 1. La disminución de efectivos ilegales debería conducir a una tendencia similar en el ejército. Sin embargo esto no se da, demostrando que la relación ejército/guerrilla no es un parámetro fijo (α) sino que se ajusta para poder incrementar el pie de fuerza, aún si la guerrilla disminuye, como lo confirman las cifras de ilegales fuera de combate. Es posible que la capacidad de

recuperación de la guerrilla sea mayor que el 63 % que se ha estimado.

En el escenario (E0) el ejército no derrota a la guerrilla, pero llega al punto de equilibrio estable $(x_e, y_e)_2 = (5,79, 0,77)$, con menos efectivos que los actuales y con menores costos. Como se anotó después de la ecuación (10), $(x_e, y_e)_2$ es equivalente a un ejército de 144750 soldados y 19250 guerrilleros.

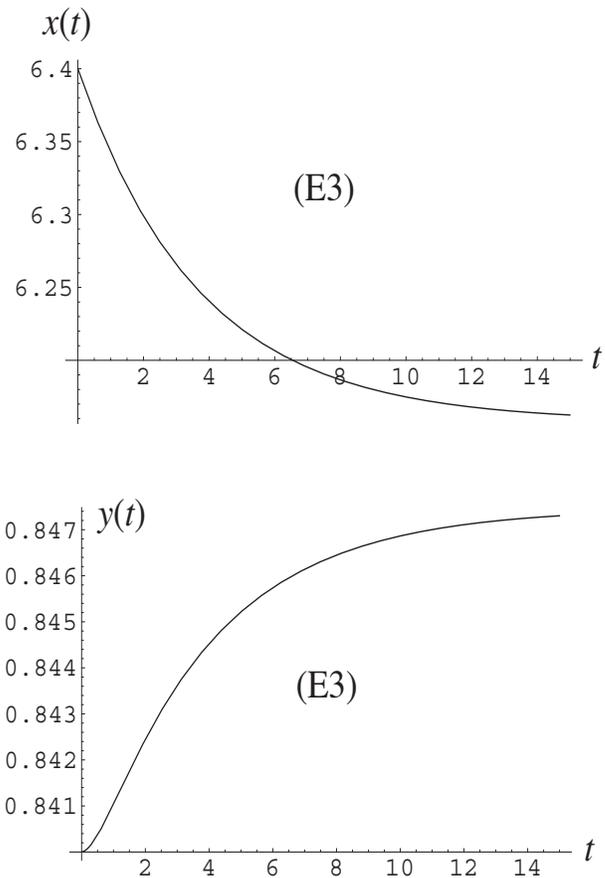


Figura 2: Evolución en el tiempo del número de combatientes del ejército $x(t)$ y de la guerrilla $y(t)$ usando el escenario (E3) del cuadro 3.

Escenario E3: Época post-Uribe

Los parámetros reflejan una más que asombrosa recuperación de los efectivos irregulares (figura 2). Al igual que en el caso anterior, la guerrilla permanece, pero con un resultado paradójico, con mayores efectivos. Este resultado se explica por la increíble recuperación de efectivos ilegales que se

deduce de las cifras oficiales ($r_2 = 2,62$).

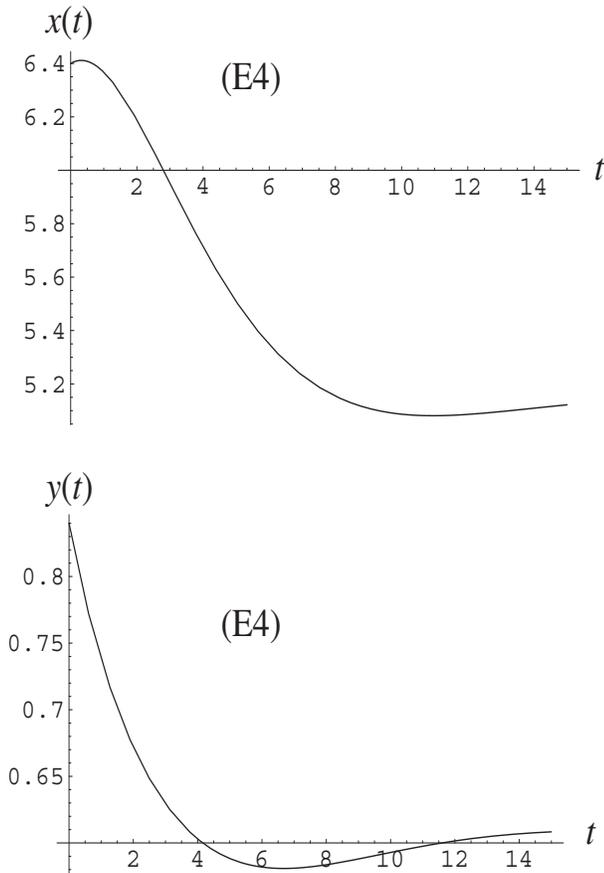


Figura 3: Evolución en el tiempo del número de combatientes del ejército $x(t)$ y de la guerrilla $y(t)$ usando el escenario (E4) del cuadro 3.

Escenario E4: Mezcla de parámetros

La hipótesis de la alta tasa de recuperación de la guerrilla no es sostenible, a menos que sea un argumento para incrementar el pie de fuerza del ejército. La siguiente simulación (E4) combina los parámetros anteriores, en particular asume una tasa ad-hoc de recuperación de la guerrilla ($r_2 = 0,8$), que es menor a la deducida de los datos posteriores al año 2002. Los resultados se muestran en la figura 3.

6.2. Tres fuerzas en conflicto

En esta sección hacemos uso de las ecuaciones (3), pero reiterando que los parámetros de efectividad guerrilla-paramilitares

son asignados ad-hoc pues no se dispone de cifras para su estimación empírica. Los parámetros a considerar son los (E1) y (E2) del cuadro 3.

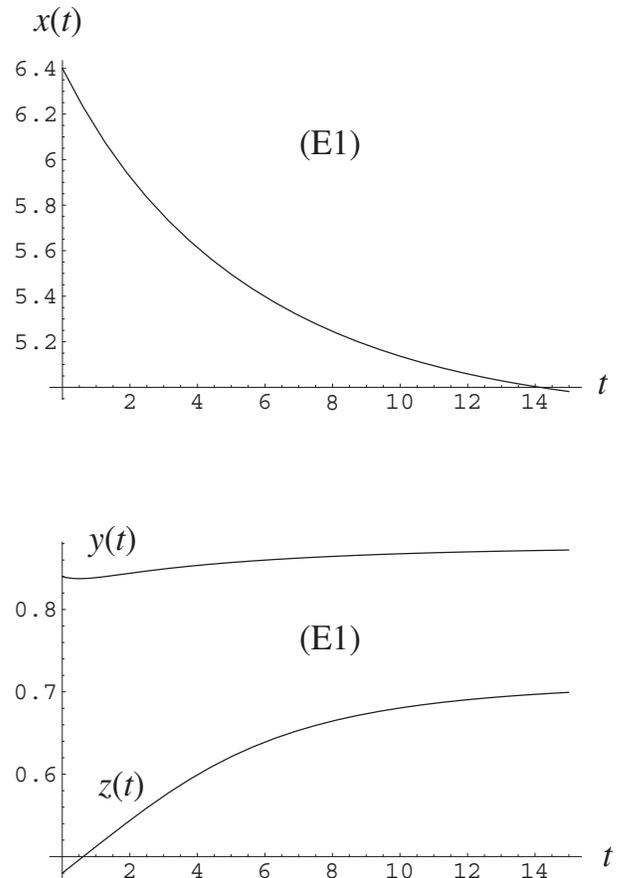


Figura 4: Evolución temporal del número de combatientes del ejército $x(t)$, de la guerrilla $y(t)$ y de los paramilitares $z(t)$ usando el escenario (E1) del cuadro 3.

La evolución temporal del número de combatientes del ejército $x(t)$, de la guerrilla $y(t)$ y de los paramilitares $z(t)$ se muestra en las figuras 4 y 5.

Se recuerda que el parámetro β mide la efectividad de los paramilitares en combatir la guerrilla en relación con la efectividad del control del ejército sobre la guerrilla. De acuerdo a declaraciones militares tomamos $\beta = 2$. Igualmente, no se consideran ataques de los paramilitares al ejército, pero si de éstos a aquel.

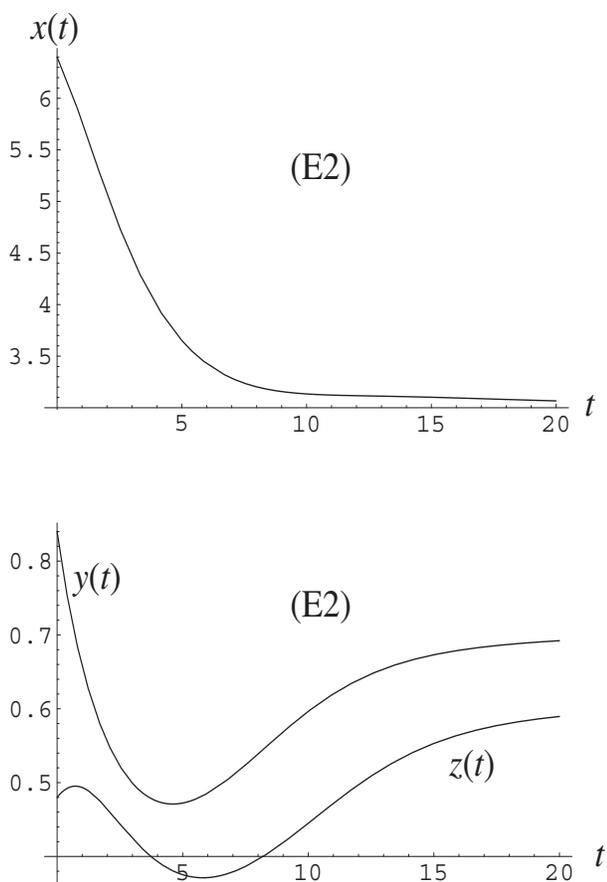


Figura 5: Evolución temporal del número de combatientes del ejército $x(t)$, de la guerrilla $y(t)$ y de los paramilitares $z(t)$ usando el escenario (E2) del cuadro 3.

Escenario E1: Uribe

En el caso (E1), figura 4, se observa lo siguiente: El número de efectivos del ejército disminuye por efecto de la presencia y crecimiento de los paramilitares; la guerrilla tiene una alta tasa de recuperación que le permite crecer en una etapa inicial; las tres fuerzas tienden a estabilizarse en el punto de equilibrio $(x_e, y_e, z_e)_4 = (4,836, 0,8763, 0,7249)$, que es el que se presentó en el cuadro 4.

Escenario E2: parámetros ajustados

En el caso (E2), figura 5, se considera una tasa de recuperación de la guerrilla más factible ($r_2 = 0,87$) e igualmente se ajusta el factor β al valor $\beta = 4$, lo que equivale a que la efectividad de un paramilitar en el combate con la guerrilla

es 4 veces la de un combatiente legal.

En la figura 5 se observa lo siguiente: Inicialmente las tres fuerzas disminuyen y el ejército se estabiliza en un valor cercano al 40% de los efectivos iniciales. Sin embargo, la guerrilla se recupera, a pesar de r_2 ser inferior al valor deducido de la época Uribe (E1), pero como r_2 sigue siendo alto, entonces al cabo de unos cinco años se recupera. Un comportamiento similar representan los paramilitares. No obstante lo anterior, a largo plazo, las tres fuerzas tienden a estabilizarse en el punto de equilibrio $(x_e, y_e, z_e)_4 = (3,0092, 0,7055, 0,6100)$, que se presentó en el cuadro 5.

Síntesis

Como resultado del análisis realizado en esta sección se puede concluir lo siguiente:

- Los diferentes modelos muestran que la variable más sensible es la tasa de recuperación de la guerrilla (r_2).
- El resultado anterior sugiere que actuar sobre esta tasa con el propósito de disminuirla, es más humano y menos costoso que tratar sólo mediante el combate de reducir el número de integrantes de los grupos ilegales.
- Los modelos explican la “tentación” antidemocrática y desestabilizadora de la sociedad de hacer uso de grupos ilegales, en virtud de su mayor “eficiencia”, como apoyo a la lucha antiguerrillera.

7. Conclusiones y reflexiones

7.1. Estrategias de inversión

La historia muestra que el resultado de la guerra no solo está determinado por el tamaño y la efectividad de los ejércitos combatientes sino por la capacidad de mantener el costo de la guerra y, en particular, las posibilidades logísticas de abastecer los combatientes.

Desígnense, de manera respectiva, por x y y el total de recursos bélicos (armas, combatientes, suministros, etc) de los ejércitos X y Y y supóngase que la evolución de los recursos está dada por el acumulado de ellos y por la capacidad bélica del contrincante. Si existe una cierta “racionalidad” de inversión, el gasto debe disminuir si el acumulado es alto; además, si una de las partes percibe que su oponente está con un alto nivel de recursos bélicos entonces invertirá más de acuerdo al grado de “terror” que el otro le inspire. Estas ideas se pueden describir mediante un modelo determinista lineal que se rige por las siguientes ecuaciones:

$$\frac{dx}{dt} = -ax + by + c, \quad \frac{dy}{dt} = -ey + fx + g. \quad (15)$$

Los parámetros a y e miden la tasa de consumo de los recursos bélicos de X y de Y ; c y g son una medida de la inversión inercial; b y f miden la tasa de armamentismo de X y de Y , que es una respuesta al grado de riesgo que un ejército percibe ante el armamento del contricante.

El caso del desenlace de la *guerra fría* es ilustrativo. Durante la segunda guerra mundial, Rusia (y) fue uno de los países con mayor nivel de destrucción y sufrimiento, pero en los Estados Unidos (x) no ocurrió algo similar. Ante la amenaza de una nueva confrontación el “terror” de Rusia, expresado por el parámetro f , pudo haber sido mayor que el correspondiente a los Estados Unidos, expresado por el parámetro b . Por otra parte es posible que aún teniendo un alto nivel de armamento, Rusia invirtiera para acrecentarlo, mediante una inversión inercial favorable ($g > 0$) y reduciendo la degradación de los recursos disponibles (e muy pequeño).

En los años de guerra fría los enfrentamientos militares indirectos entre los Estados Unidos y la Unión Soviética fueron casi en todos los casos ganados por esta última. Basta recordar Vietnam, China, Corea, Africa Occidental. En los años 1980, Estados Unidos anuncia su programa de “sombrija antibalística”, llamada popularmente “guerra de las galaxias”. Aunque desde el punto de vista tecnológico tiene dificultades aún no superadas, la Unión Soviética sintió su seguridad amenazada (por la dificultad de realizar un ataque retaliatorio) y, en consecuencia, incrementó su gasto militar por encima de las posibilidades económicas; vino el colapso económico, y el resto de la historia es ya conocido. Las dificultades tecnológicas son corroboradas por el físico Lawrence Krauss, quien en reciente entrevista para Scientific American (2004) afirma “cuando se ensayó el sistema propuesto de defensa contra los misiles y se demostró que no era efectivo, la respuesta del Pentágono fue mas o menos lo siguiente: -No mas ensayos antes de que lo construyamos-”.

En el *caso colombiano* es interesante analizar las estrategias de inversión y de limitación de inversión de los ejércitos enfrentados. Cada una de las partes conoce que lo más eficiente es atacar las bases económicas de la otra. En este sentido la política de interdicción aérea del gobierno, para limitar el ingreso de recursos a la guerrilla por efectos del narcotráfico, va en la dirección correcta. Por su parte, y esta situación es compleja, la guerrilla trata de debilitar económicamente al gobierno; desde su punto de vista, es eficiente golpearlo donde ponga en mayor riesgo el flujo de recursos, es decir, atacando los oleoductos, la explotación de carbón, las minas de oro, los puentes, las torres de energía.

Aunque estamos entre los que creemos que deben buscarse de manera prioritaria alternativas que permitan salir del conflicto, la realidad es que la guerra se hace como quieren los guerreros y no como quieren los no combatientes. Desde

el punto de vista de la insurgencia, ellos creen que su accionar es eficiente al debilitar económicamente al gobierno y a la sociedad. En reacción, la contraparte exagera con frecuencia el daño económico hecho por la guerrilla; pero, posiblemente este proceder puede tener el efecto propagandístico contrario al deseado, pues si bien les debilita su escaso apoyo político les magnifica los resultados económicos de su acción.

Volvamos a las ecuaciones (15) y supóngase que los parámetros a , b , f y e son números reales positivos. El punto de equilibrio (x_e, y_e) está dado por

$$x_e = \frac{ce + bg}{ae - bf}, \quad y_e = \frac{cf + ag}{ae - bf}, \quad (16)$$

y la matriz del jacobiano es

$$\mathbf{J} := \begin{bmatrix} -a & b \\ f & -e \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Los dos valores propios de \mathbf{J} tienen parte real negativa si $-\text{tr}(\mathbf{J}) = (a + e) > 0$ y $\det(\mathbf{J}) = ae - bf > 0$; es decir, el estado de equilibrio (x_e, y_e) es estable [3, pg. 137].

Los parámetros a y e miden en cierta forma la racionalidad del gasto militar, mientras que b y f expresan el incremento en armamentismo, que es reflejo del grado de terror mutuo. Es decir, la condición de estabilidad $\det(\mathbf{J}) = ae - bf > 0$ requiere que la “racionalidad” en el gasto militar supere el “terror”, pues, en caso contrario, una parte (o ambas) harán crecer el gasto en forma exponencial, la economía no resistirá y vendrá el colapso. En otras palabras, una simple política de incrementar el gasto militar no conduce necesariamente a la victoria, por el contrario puede estrangular la economía y producir un efecto contrario al deseado.

Con base en los resultados de los modelos analizados conviene hacer explícita una *hipótesis* que se fundamenta en las siguientes consideraciones: (i) La guerrilla, debido a la limitación de recursos por efecto de la interdicción aérea y por los rendimientos decrecientes de los secuestros, está orientada a buscar una mayor racionalidad en su gasto. (ii) El gobierno piensa que la sociedad o la ayuda externa (la cual en el punto máximo llegó al 0,7 % del PIB) le permiten aumentar el gasto en forma casi ilimitada. (iii) El gasto militar crece más que el gasto de la guerrilla ($b > f$) y se complementa por el efecto político de un temor más que real a la amenaza guerrillera. Entonces, puede generarse un colapso fiscal y económico, y crearse un campo abonado para un aumento de la intensidad del conflicto por parte de una guerrilla, ya que ésta es más “austera” en su gasto en armamentos.

Dada la elevada tendencia a aumentar el gasto militar con relación al incremento de efectivos de la guerrilla, ésta puede fomentar una aceleración de este gasto, con las implicaciones fiscales que conlleva, mediante la difusión de un cambio de

política en el sentido de aumentar su reclutamiento y por lo tanto su pie de fuerza.

7.2. Reclutamiento

La política de derrotar a la guerrilla priorizando la actividad militar es costosa y puede conducir a resultados no apropiados. Como la guerrilla tiene gran capacidad de recuperación de sus efectivos puestos fuera de combate, se requiere una *política más apropiada* que podría estar formada por la combinación del accionar militar con un “encarecimiento” del reclutamiento de la guerrilla.

Como se verá más adelante, el simple costo económico de reducir un efectivo a las Autodefensas Unidas de Colombia y a la guerrilla supera los 450 millones de pesos, aún aceptando una hipótesis muy conservadora sobre la magnitud del gasto militar dirigido a la guerra contra insurgentes.

Por su parte el costo marginal para la guerrilla de reemplazar un combatiente es bajo, pues en gran parte se limita al costo del entrenamiento que puede ser 100 veces menor que el costo en que la sociedad incurre para retirarlo como combatiente de la insurgencia. Naturalmente esta hipótesis es cierta bajo el supuesto de que la guerrilla y los paramilitares encuentren un terreno favorable para sus reclutamientos.

Desafortunadamente, el terreno favorable al reclutamiento parece existir, aunque está limitado fundamentalmente a 63 municipios [11]. En estos municipios los adolescentes tienen pocas esperanzas de hallar un “destino” que los entusiasme. La guerrilla y los paramilitares les ofrecen reconocimiento, pertenencia y un salario. El reclutamiento se realiza aún entre los jóvenes menores de 18 años; pero para ellos, como lo muestran diferentes investigaciones [4, 12, 14], la razón de tomar las armas no es ideológica. A lo anterior se agrega la propaganda oficial que realza como un valor el uniforme militar y las armas, de tal manera que para muchos adolescentes no es clara la diferencia entre estar en alguno de los grupos armados ilegales o alistarse en el ejército regular.

Puede afirmarse que la propaganda oficial de valorar el uniforme y el arma sirve igualmente a los grupos ilegales para el reclutamiento, ya que realiza el papel de publicidad genérica. Los estudios referidos muestran también que la motivación para enrolarse en el ejército está lejos de ideales patrióticos o defensa del Estado, los anima la posibilidad de encontrar un quehacer. La necesidad de reconocimiento es tal vez la más importante motivación para quien ha sufrido humillaciones, desprecio, maltrato, el arma confiere seguridad y poder.

Para complicar la situación, el enrolamiento a asociaciones de delincuencia común es también una forma de tener reconocimiento y vislumbrar un horizonte, aunque esto sea

sólo un espejismo [16].

A la luz de lo expuesto: Qué es más sensato, retirar a un ilegal alzado en armas, o evitar que ingrese a los grupos insurreccionales? Los programas de guardabosques, la eliminación manual de las hojas de coca o las plantas de amapola, la remodelación de los cascos urbanos, son actividades que apuntan en la dirección correcta en la medida en que se realizan en las áreas susceptibles de proveer los nuevos efectivos a los armados ilegales y crean oportunidades para un trabajo lícito.

En opinión de Javier Fernández, otra forma efectiva de desestimular el reclutamiento ilegal y propiciar el legal, es mediante la expansión de los programas de soldados campesinos. En esta forma se les brinda protección o autoprotección contra los armados ilegales, no obstante que éstos podrían atacar militarmente a quienes realicen labores pagadas por el Estado.

7.3. ¿Cuánto cuesta capturar o dar de baja a un guerrillero?

Para el año 2003 el gasto militar total se estima en el 4,25 % del PIB. Puede avanzarse la hipótesis que solo el 30 % de ese gasto se dedica a la lucha contra los ilegales armados (excluyendo la delincuencia común); en el mismo año el PIB era de $2,23 \times 10^{14}$ pesos corrientes.

En el período pre-Urbe, 1995 - 2003, la captura anual promedio fue de 2318 guerrilleros y de 1192 bajas; el promedio anual de bajas de las autodefensas en el mismo período fueron 285 y las capturas de paramilitares ascendieron en promedio anual a 726. Es decir, por efecto del accionar de las autoridades, en promedio se retiran anualmente 4521 combatientes. En consecuencia, el costo promedio de retirar a un ilegal armado es de 629 millones.

Tomando únicamente el período Uribe, 2002 - 2003, en el que, de acuerdo a las cifras oficiales se ha tenido un resultado más efectivo que en el pasado, el promedio de retiros de ilegales es 9700; es decir, el costo unitario es 293 millones.

Emplear una fracción de las anteriores cifras para desestimular el ingreso a los grupos ilegales es tan sensato como prevenir las epidemias con la vacunación o controlar, mediante el uso del toldillo, la malaria antes de que se presente.

7.4. Un modelo de reclutamiento

Sea G el número de efectivos de la guerrilla y paramilitares y C la población susceptible de ingresar a los grupos armados ilegales, que corresponde en general a sectores sociales altamente frágiles. Un modelo simple para describir el reclu-

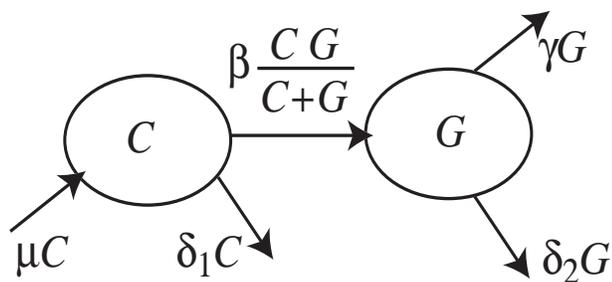


Figura 6: Diagrama para ilustrar el modelo de reclutamiento que se describe por las ecuaciones (18). C se refiere a la población susceptible de ser reclutada por los grupos ilegales (guerrilla y paramilitares).

tamiento es [1]:

$$\begin{aligned} \frac{dC}{dt} &= \mu C - \delta_1 C - \beta \frac{CG}{C+G}, \\ \frac{dG}{dt} &= \beta \frac{CG}{C+G} - \gamma G - \delta_2 G. \end{aligned} \quad (18)$$

Con base en la figura 6 asignamos a los parámetros el siguiente significado: μ mide la tasa de crecimiento de la población susceptible por nacimientos o inmigración, o por deterioro social; δ_1 es la tasa de muerte, emigración, o retiro de población susceptible; β es la tasa de reclutamiento expresado como contactos por unidad de tiempo y probabilidad de éxito; δ_2 es la tasa de retiros de la guerrilla por muerte natural o acción de las autoridades; γ es la tasa de desertión, o reinserción, se asume que los reinsercidos no ingresan a la población susceptible.

La primera ecuación (18),

$$\frac{dC}{dt} = \left(\mu - \delta_1 - \beta \frac{G}{C+G} \right) C, \quad (19)$$

indica que la población susceptible C tiende a desaparecer si se cumple la condición

$$\left(\mu - \delta_1 - \beta \frac{G}{C+G} \right) < 0; \quad (20)$$

es decir,

$$\delta_1 > \mu - \beta \frac{G}{C+G}. \quad (21)$$

Por otra parte, si el número de los efectivos irregulares es estacionario, $dG/dt = 0$, se debe satisfacer

$$\beta \frac{C}{C+G} = \gamma + \delta_2. \quad (22)$$

En consecuencia, de la combinación de (21) y (22),

$$\delta_1 > \mu - \frac{G}{C}(\gamma + \delta_2). \quad (23)$$

El cumplimiento de esta desigualdad se facilita si δ_1 crece, lo cual se logra si los programas de disminución de población susceptible tienen éxito; es decir, mediante la presencia del Estado generando por ejemplo fuentes de empleo y seguridad alimentaria y en salud. Alternativamente, (23) se satisface logrando que la tasa μ de población susceptible disminuya o que γ aumente. Estas acciones alternativas o complementarias, al incremento de δ_2 , contribuyen a reducir la intensidad del conflicto.

Unos comentarios adicionales son pertinentes. De la segunda ecuación (18) se concluye que la guerrilla empieza a decrecer si la capacidad de reclutamiento no supera los reinsercidos (desmovilizados) y los dados de baja (incluyendo los prisioneros):

$$\frac{\beta C}{C+G} < \gamma + \delta_2, \quad \text{es decir, si } C < \frac{G(\gamma + \delta_2)}{\beta - \gamma - \delta_2}. \quad (24)$$

Para fines numéricos supóngase que $G = 21000$, $C = 2 \times 10^6$ (cifra arbitraria), que hay 3510 bajas y capturas anuales y que el número anual de desmovilizados es 1200. Entonces:

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{1200}{21000} = 0,0571, & \delta_2 &= \frac{3510}{21000} = 0,1671, \\ C &< \frac{21000 \times 0,2242}{\beta - 0,2242}. \end{aligned} \quad (25)$$

Por ejemplo, si la tasa de reclutamiento es $\beta = 0,266$ entonces la población susceptible de ingresar a los grupos ilegales debe ser inferior a $C \approx 1,96 \times 10^6$; es decir, bajo esta condición la guerrilla no está en capacidad de reclutar suficiente gente para su recuperación. Para valores mayores de β la condición (25) se torna más exigente, por ejemplo $\beta = 0,3$ conlleva $C < 62114$. Por el contrario, si se logra que β se aproxime por la derecha a 0,2242 entonces pueden coexistir una población susceptible C alta sin que ello implique que la guerrilla pueda recuperarse.

En *conclusión*, es posible producir un decrecimiento real de la guerrilla actuando política y económicamente en las zonas más vulnerables del país, en particular del país rural. En esta forma se pueden crear las condiciones para una paz política que no implica -en palabras de Hernando Gómez- una negociación, sino un equivale a “asfixiar” la insurrección con más democracia.

Agradecimientos

Los autores agradecen los comentarios de José Nieto y los artículos de Roberto Burgos Cantor, Javier Fernández Riva y Juan Manuel López Caballero [2, 8, 15].

Roberto Burgos escribe [2]: “Quizás lo primero que se destaca en el interesante ensayo de Isaza-Campos es la capacidad de meter un tema tan sensible en el laboratorio y despojarlo de su esencia dramática. Una realidad implacable con cifras y conjeturas, modelos y combinaciones, ilumina verdades difuminadas por la ilusión, el interés o la propaganda”.

Javier Fernández anota [8]: “En mi opinión, desde el punto de vista de las perspectivas del Estado de ganar la guerra la verdadera implicación del trabajo de Isaza y Campos no es que convenga crear más empleos civiles en las zonas de reclutamiento de la subversión sino que la estrategia más eficiente sería quitarle a los subversivos la posibilidad de reclutar jóvenes aptos porque el Ejército los recluta antes como soldados campesinos”.

Por su lado, Juan Manuel López comenta [15]: “Este trabajo confirma la lógica de que orientar el gasto a eliminar las causas del enrolamiento en la guerrilla sería infinitamente más eficiente que el gasto militar. La novedad consistiría en que la razón y el propósito de optar por esta alternativa no sería eliminar los motivos de la guerra, sino situarse en mejores condiciones para ganarla. Tal vez al presidente le suene esto y también sin cambiar de propósito cambie de estrategia, ...”.

Historial de este trabajo

Este artículo tiene su origen cuando uno de los autores (JFI) presentó a sus alumnos del curso *Formulación lagrangiana de los sistemas electromecánicos* un ejemplo de aplicación de la dinámica no lineal a la comprensión (mas no a la justificación) de los conflictos armados.

El modelo sobre las estrategias de inversión de ejércitos en conflicto fue esbozado también por JFI a la cúpula militar, en el marco de las conferencias auspiciadas por la Universidad de Oslo y el gobierno noruego que se realizaron en Cartagena en enero de 2003.

El presente trabajo fue presentado en la Universidad Sergio Arboleda con motivo del Primer Encuentro Internacional de Matemáticas (Bogotá, agosto 2004).

Apéndices

A. Ejércitos: regular e irregular

Si no hay reemplazo de combatientes ($r_1 = r_2 = 0$), el sistema de ecuaciones (2) se reduce a la forma

$$\frac{dx}{dt} = -axy, \quad \frac{dy}{dt} = -bx. \quad (\text{A-1})$$

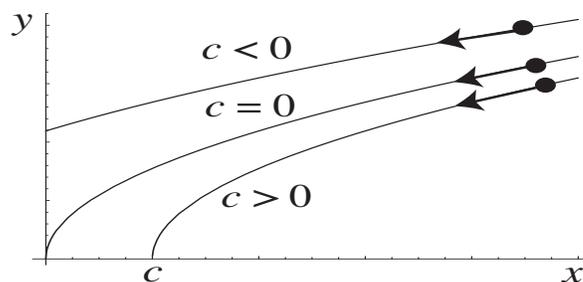


Figura 7: Trayectorias en el espacio de fase para el modelo (A-1); es decir, $y = \sqrt{2b/a} \sqrt{x - c}$. Las trayectorias están determinadas por la condición inicial (x_0, y_0) y por la constante $c = x_0 - ay_0^2/(2b)$.

Al dividir entre sí las ecuaciones (A-1), se obtiene la relación $dx/dy = (a/b)y$. En consecuencia, la trayectoria en el espacio de fase (x, y) está dada por

$$x = \frac{a}{2b}y^2 + c, \quad c = x_0 - \frac{a}{2b}y_0^2, \quad (\text{A-2})$$

donde (x_0, y_0) es el estado inicial en $t = 0$. La figura 7 muestra $y = \sqrt{2b/a} \sqrt{x - c}$, para varios valores de la constante c , en la cual se distinguen tres casos:

- Si $c > 0$, el ejército regular X derrota al ejército irregular Y . Esta situación se obtiene cuando $x_0 > ay_0^2/(2b)$, para lo cual se requiere no sólo consideraciones de efectividades apropiadas a y b , sino la necesidad de iniciar con un número de fuerzas regulares x_0 que supere en proporción cuadrática el número inicial de irregulares y_0 .
- Si $c < 0$, el ejército irregular Y (es decir, la guerrilla) derrota al ejército regular X , bajo la hipótesis de que no hay reemplazo de combatientes.
- Si $c = 0$, el ejército regular y la guerrilla se aniquilan mutuamente.

A pesar de su carácter no lineal, el sistema (A-1) tiene solución analítica:

$$x(t) = \frac{a}{2b}y^2(t) + c, \\ y(t) = \sqrt{\frac{2bc}{a}} \tan\left(\sqrt{2abc}(k - t)\right),$$

donde

$$k := \sqrt{\frac{2}{abc}} \arctan\left(y_0 \sqrt{\frac{a}{2bc}}\right).$$

En efecto, al combinar (A-1) y (A-2), se tiene $dy/dt = -bx = -(a/2)y^2 - bc$, que se reescribe en la forma

$$\frac{dy}{(a/2)y^2 + bc} = -dt.$$

Al hacer uso de la identidad

$$\int \frac{dy}{\alpha y^2 + \beta} = \frac{1}{\sqrt{\alpha\beta}} \arctan\left(y\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}\right)$$

obtenemos, con $\alpha = a/2$ y $\beta = bc$,

$$\sqrt{\frac{2}{abc}} \left[\arctan\left(y\sqrt{\frac{a}{2bc}}\right) - \arctan\left(y_0\sqrt{\frac{a}{2bc}}\right) \right] = -t.$$

De esta expresión se despeja $y(t)$, se usa la definición de k arriba mencionada, y se tiene el resultado final ya citado para $y(t)$.

B. Dos ejércitos regulares

En este caso se parte de la hipótesis de que las bajas de cada grupo combatiente son proporcionales a la *efectividad* del grupo contricante y al número de efectivos de cada ejército. Las ecuaciones que describen esta situación son (con $a > 0$ y $b > 0$):

$$\frac{dx}{dt} = -axy, \quad \frac{dy}{dt} = -bxy. \quad (B-1)$$

La trayectoria en el espacio de fase es elemental pues $dy/dx = b/a$ implica que

$$y = \frac{b}{a}x + c, \quad c = y_0 - \frac{b}{a}x_0, \quad (B-2)$$

donde (x_0, y_0) es el estado inicial en $t = 0$.

Tal como se ilustra en la figura 8, el resultado (B-2) conduce a la distinción entre tres casos:

- Si $c > 0$, el ejército Y derrota al ejército X . Esta situación se obtiene cuando $y_0/x_0 > b/a$. En particular, si x_0 es mayor que y_0 , se requiere que este desbalance en efectivos sea compensado por una mayor efectividad a del ejército Y con respecto a la efectividad b del ejército X .
- Si $c < 0$, el ejército X derrota al ejército Y . Esta situación es el caso simétrico al previamente comentado de $c > 0$.

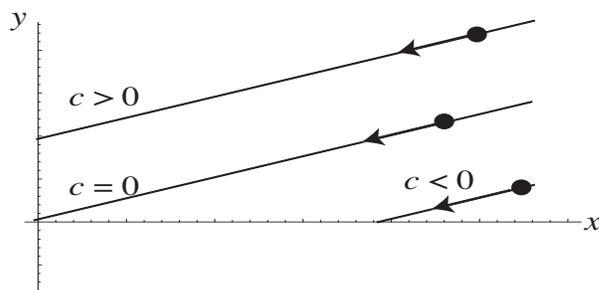


Figura 8: El modelo que se describe por las ecuaciones (B-1), conduce a trayectorias rectilíneas en el espacio de fase. Su comportamiento está determinado por las condición inicial (x_0, y_0) y por la constante $c = y_0 - (b/a)x_0$.

- El caso $c = 0$ representa la aniquilación mutua de los dos ejércitos.

A pesar de su carácter no lineal, el sistema (B-1) tiene solución analítica

$$x(t) = \frac{ack}{\exp(ack) - kb}, \quad y(t) = \frac{b}{a}x(t) + c, \quad (B-3)$$

con parámetros c y k dados por

$$c = y_0 - \frac{b}{a}x_0, \quad k := \frac{x_0}{ac + bx_0} = \frac{x_0}{ay_0}. \quad (B-4)$$

En efecto, considérense las ecuaciones (B-1) y (B-2). Como $y = (b/a)x + c$, entonces $dx/dt = -axy = -bx^2 - acx = -x(ac + bx)$. En consecuencia,

$$\frac{dx}{x(ac + bx)} = -dt.$$

La fracción parcial

$$\frac{1}{x(ac + bx)} = \frac{1}{ac} \left[\frac{1}{x} - \frac{b}{ac + bx} \right]$$

permite hacer la integración, para obtener

$$\frac{1}{ac} \left[\ln\left(\frac{x}{ac + bx}\right) - \ln\left(\frac{x_0}{ac + bx_0}\right) \right] = -t,$$

donde, con base en (B-2), $ac + bx_0 = ay_0$. De esta relación despejamos $x(t)$, usamos la definición del parámetro k y se tiene finalmente el resultado ya indicado.

Referencias

- [1] Banks, H. T. & C. Castillo-Chávez, 2003. *Bioterrorism: Mathematical Modeling Applications in Homeland Security*,

- Society for Industrial and Applied Mathematic. La idea se sugiere en este libro.
- [2] **Burgos–Cantor, R.**, 21 de agosto de 2004. El Universal, “Aquellos y estos tiempos”. Edit. Cartagena de Indias.
- [3] **Campos, D. & J. F. Isaza**, 2002. Prolegómenos a los sistemas dinámicos, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.
- [4] **Castro–Caicedo G.**, 2004. *Más allá de la noche*, Edit. Planeta, Bogotá.
- [5] **Culshaw R. V., V. Rebecca, S. Ruan & J. S. Raymond**, 2004. Optimal HIV treatment by maximising immune response, *J. Math. Biol.* **48** : 545.
- [6] **Estrada, H. & I. Mantilla**, 1994. Estudio de un modelo matemático para la propagación del SIDA, *Rev. Acad. Col. Cienc.* **19** (72): 107.
- [7] El Tiempo, junio de 2004.
- [8] **Fernández–Riva, J.**, agosto 6 de 2004. Dinero, “La economía de la guerra”, Bogotá.
- [9] **Fernández–Riva, J.**, 2004. Prospectiva económica y financiera, Bogotá.
- [10] **Garay, L. J.**, 2002. *Colombia entre la exclusión y el Desarrollo*, Contraloría General de la República, Bogotá.
- [11] **Gómez–Buendía, H.** Comunicación verbal.
- [12] **González, G.**, 2002. *Los niños de la guerra*, Edit. Planeta, Bogotá.
- [13] **Kosko, B.**, 2000. El futuro borroso o el cielo en un chip, Edit. Crítica, Barcelona. Error tipográfico en las notas de pie de página, en la página 369, donde se mencionan los modelos.
- [14] **Lara, P.**, 2000. *Las mujeres en la guerra*, Edit. Planeta, Bogotá.
- [15] **López–Caballero, J. M.**, Dinero, septiembre 1 de 2004. “Lógica y Matemática”, Bogotá.
- [16] **Molano, A.**, 2004. *De penas y condenas*, Edit. Planeta, Bogotá.
- [17] **Murray, J. D.**, 1993. *Mathematical Biology*, Springer, Berlin.
- [18] **Nazih, R.**, 2003. *Sistemas de Guerra*, Universidad Nacional de Colombia, I.E.PRI, Bogotá.
- [19] **PNUD**, 2004. Foro Retorno a la Patria, por una política pública de reinserción.
- [20] **Presidencia de la República de Colombia**, Oficina de Comunicaciones, Resultados de Seguridad Democrática. Datos de esta Oficina.
- [21] **Procuraduría General de la Nación**, Mayo, 2004. Estado de Excepción. Delegado Preventiva en Materia de Derechos Humanos y Asuntos Étnicos.
- [22] **Wolfram, S.**, 1999. *The Mathematica Book*, Wolfram Media, Cambridge University Press, Champaign.

Recibido el 30 de agosto de 2004.

Aceptado para su publicación el 14 de octubre de 2004.