

CARACTERÍSTICAS DE LA TURBULENCIA Y DE LA ESTABILIDAD ATMOSFÉRICA EN BOGOTÁ

por

Gerardo de J. Montoya G.¹, William Cepeda P.² & Jesús A. Eslava R.¹

Resumen

Montoya, G., W. Cepeda & J. Eslava: Características de la turbulencia y de la estabilidad atmosférica en Bogotá. *Rev. Acad. Colomb. Cienc.* **28** (108): 327-335, 2004. ISSN: 0370-3908.

Por primera vez se analizan para la Sabana de Bogotá algunas de las características de la turbulencia y la estabilidad atmosférica como son: la escala de Monin – Obuckov, la temperatura de escala, la velocidad de fricción y el flujo de calor sensible de acuerdo con la teoría de similaridad de Monin – Obuckov. Debido a que esta teoría es poco conocida también se presenta la derivación de estos parámetros usando el método energético e igualmente la manera como estos parámetros pueden ser incluidos dentro de un modelo de dispersión. El cálculo de estos parámetros se llevó a cabo con ayuda de mediciones de la temperatura del aire a 2 y 10 m y del viento a 10 m. En general se destaca la relación entre el calentamiento diurno y el incremento de la turbulencia así: hacia las horas del mediodía y comienzos de la tarde se incrementan; la velocidad de fricción, el flujo de calor sensible y la inestabilidad atmosférica representada por valores negativos de la escala de Monin – Obuckov. A estas horas del día también se observa el máximo de la velocidad del viento. También se hace notoria la relación entre el incremento de la turbulencia y el desarrollo de la convección y formación de tormentas eléctricas en la Sabana de Bogotá. Durante las horas de la noche el viento se torna mínimo, el flujo de calor negativo y la escala de Monin – Obuckov positiva indican condiciones estables y neutrales. Estos resultados pueden ser de interés en estudios de dispersión de contaminantes atmosféricos. La relación encontrada entre la turbulencia y el desarrollo de la convección atmosférica, después de una confirmación más detallada, puede servir como un indicativo para el pronóstico de tormentas eléctricas en lugares donde no se poseen datos de radisondeo.

Palabras clave: turbulencia, estabilidad atmosférica, Bogotá.

Abstract

For the first time for the Sabana of Bogotá, some characteristics of the turbulence and the atmospheric stability are analyzed according to the Monin Obuckov Theory. These characteristics are: The Friction velocity, the temperature scale, the Monin – Obuckov length and the sensible heat

¹ Profesor del Grupo de Meteorología, del Departamento de Geociencias, Facultad de Ciencias - Universidad Nacional de Colombia.

² Profesor del Observatorio Astronómico de Bogotá, Facultad de Ciencias - Universidad Nacional de Colombia.

flux. Because this theory is not widely known, a derivation of these parameters, following the energetic method, is presented. Also, it is indicated how, these parameters may be included within a dispersion model.

The computation of these parameters was carried out with temperature measurements at 2m and 10m and wind measurements at 10m. Generally, the results show a high correlation within the diurnal heating and the increasing of the turbulence as follows:

Toward the noon and early afternoon increase; the friction velocity, the heat flux and the Monin – Obuckov length. The wind velocity also reaches the maximum value at this time too. Also it is noticeable a high correlation is seen between the diurnal increasing of the turbulence and the development of convection and formation of thunderstorms over this area. During the night, the wind become weak, the heat flux is negative and the Monin - Obuckov length positive leading to stable and neutral condition.

These results may be of interest in air pollution studies. Also, the link founded between the diurnal increasing of the surface turbulence and the convection activity, after a complementary and detailed confirmation of this finding, can be used as a predictive indicator of thunderstorm formation in regions where the upper air observation are absent.

Key words: turbulence, atmospheric stability, Bogota.

1. Introducción

En los modelos de dispersión los parámetros de la turbulencia y en particular la estabilidad atmosférica son parámetros de entrada muy importantes debido a que estos mecanismos regulan la dispersión de los contaminantes y en parte determinan la calidad del aire.

Asociado con la falta de observaciones específicas a menudo en los modelos de dispersión la estabilidad atmosférica se tiene en cuenta de manera simplificada haciendo uso de tablas tales como las de Pasquill & Gifford (por ejemplo; **Turner** (1964), **Pasquill & Smith** (1983)).

Con la implementación de la red de observaciones micrometeorológicas del Departamento Administrativo del Medio Ambiente DAMA, surgió la posibilidad de analizar las características de la turbulencia y de la estabilidad atmosférica de una manera mas realista y mediante el uso de la teoría de similaridad de Monin - Obuckov (**Monin & Obuckov**, (1954)), también señalada adelante simplemente como teoría M-O.

El objetivo de este trabajo fue el de determinar las características de la turbulencia y de la estabilidad atmosférica en una localidad del distrito capital y mostrar la aplicación de la teoría de similaridad de Monin – Obuckov como una alternativa para ser usada en modelos locales de dispersión y otras aplicaciones micrometeorológicas.

La exposición del trabajo está organizado así: en la siguiente sección se derivan los parámetros principales de la

teoría de Monin – Obuckov. En la sección 3 se aplica la teoría M-O para Bogotá y en la sección 4 se presentan las conclusiones. Finalmente, en el apéndice A se muestra como encaja la teoría de similaridad de Monin – Obuckov dentro de los modelos de dispersión.

2. La teoría de similaridad de Monin - Obuckov

Los principales resultados de la teoría de similaridad de Monin Obuckov fueron inicialmente establecidos a través del análisis dimensional, **Monin & Obuckov** (1954). Sin embargo, estas mismas relaciones pueden ser obtenidas de manera menos abstracta y de más fácil interpretación física con ayuda del método energético (ver por ejemplo **Feagle & Bussinger**, 1980). Este último procedimiento fue el utilizado en este trabajo.

La teoría de similaridad establece como resultado una relación implícita entre cuatro parámetros: La Velocidad de fricción u_* , la escala de Monin – Obuckov L , la temperatura de escala θ_* y el flujo de calor E_b . Más adelante se sugerirá un algoritmo para el cálculo de estos parámetros.

2.1 Algunas definiciones preliminares.

Inicialmente es necesario hacer algunas definiciones y anotaciones. En primer lugar es conveniente representar el valor actual (o total) de una variable meteorológica como la suma de un valor medio (valor no perturbado) más una perturbación (o desviación del valor medio) o sea,

$$a = \bar{a} + a' . \quad (1)$$

En otras palabras, la perturbación u' es la diferencia entre el valor total y el valor medio del flujo no perturbado. Además, se definen las siguientes covarianzas las cuales tienen también significado de flujo:

$$E_w = \tau = \rho \overline{u'v'} \rightarrow \text{Flujo de momento u-tensión} \\ \text{de Reynolds} \quad (2)$$

$$E_s = C_p \rho \overline{w'\theta'} \rightarrow \text{Flujo de calor.} \quad (3)$$

Utilizando la teoría de Prandtl (1925), lo que también se conoce como cerradura de primer orden o teoría K, el coeficiente de turbulencia K_m se define como:

$$K_m = -l^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \quad (4)$$

en donde l es el camino de mezcla y \bar{u} es la velocidad media del viento. Los flujos anteriores se escriben en la forma proporcional a los gradientes verticales de las sustancias respectivas, es decir:

$$E_m = -\rho K_m \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \quad (5)$$

$$E_h = -\rho C_p K_h \left(\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \right) \quad (6)$$

Usando la temperatura potencial virtual la última expresión se escribe también como:

$$E_s = -\rho \alpha' K_s \left(\frac{\partial \bar{\theta}_v}{\partial z} \right) \quad (7)$$

A E_s se le denomina flujo de flotación.

En la teoría M-O, se considera inicialmente la transferencia de turbulencia en una atmósfera neutral y posteriormente en una atmósfera estratificada estable o inestablemente.

2.2. Transferencia de turbulencia en una atmósfera estratificada neutralmente.

En el caso de una atmósfera estratificada neutralmente existe apenas turbulencia mecánica. De acuerdo con el

método energético la energía necesaria para la existencia de una perturbación (llámese vórtice, torbellino o remolino turbulento) es proporcional a:

$$u_*^2 \approx l^2 \left(\frac{d\bar{u}}{dz} \right)^2 \quad (8)$$

En donde a u_* se le conoce como la velocidad de fricción. Nótese que teniendo en cuenta los resultados (4) y (5) el flujo de momento dividido entre la densidad se expresa como:

$$\frac{E_m}{\rho} = u_*^2 \quad (9)$$

Asumiendo que el camino de mezcla es proporcional a la altura z , o sea, $l = kz$ en donde k es la constante de Karman e integrando esta ecuación entre θ y u y entre z_0 y z , obtenemos el perfil logarítmico de la velocidad en la capa superficial.

$$u = \frac{u_*}{k} \ln \frac{z}{z_0} \quad (10)$$

En esta ecuación z_0 se conoce con el nombre de nivel de rugosidad y se determina experimentalmente. La fórmula (10) es el principal resultado para una atmósfera neutral e indica que el viento en la capa superficial aumenta en forma logarítmica con la altura.

Si se conocen; el nivel de rugosidad y la velocidad del viento a una altura dada, entonces pueden ser determinadas la velocidad de fricción u_* , el coeficiente de turbulencia y otras características.

2.2. Transferencia de turbulencia en una atmósfera no neutral

Para el caso de una atmósfera no neutral o sea estratificada estable u inestablemente, además de la energía de turbulencia generada por el flujo medio, debemos considerar adicionalmente la generada por la fuerza de flotación asociada con la fluctuación local de la densidad. En este caso, en lugar de la expresión (8) debemos escribir,

$$u_*^2 \approx (l)^2 \left(\frac{du}{dz} \right)^2 - \alpha \frac{g}{\bar{\theta}} l^2 \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \quad (11)$$

en donde, α es un coeficiente de proporcionalidad el cual se determina experimentalmente. Luego de algunas transformaciones, la expresión anterior puede ser escrita como:

$$\frac{u_*^2}{k^2 z^2 (\partial u / \partial z)^2} = [1 - \alpha R_i]^{1/2}, \quad (12)$$

en donde,

$$R_i = \frac{g \overline{\theta_v'}}{u_* (\partial u / \partial z)^2} \quad (13)$$

es el número de Richardson. De acuerdo con esta expresión, el número de Richardson es la relación entre las energías de flotación en el numerador e inercial o de cizallamiento en el denominador. Esta última predomina cerca de la superficie y decrece con la altura más rápidamente que el término de flotación. Resulta interesante conocer la altura en la cual estos dos términos se igualan. A esa altura se llama escala de Monin-Obuokov la cual derivaremos más adelante.

Definimos ahora una función universal,

$$\phi_m = \frac{kz}{u_*} \frac{\partial u}{\partial z}. \quad (14)$$

Con ayuda de esta definición escribimos la expresión (12) como,

$$\phi_m = [1 - \alpha R_i]^{1/2} \quad (15)$$

Resolviendo las ecuaciones (5) y (7) con respecto a los coeficientes de turbulencia, y luego haciendo la relación entre estos dos resultados tenemos:

$$\frac{K_m}{K_h} = \frac{E_m C_p \frac{\partial \bar{\theta}_v'}{\partial z}}{E_h \frac{\partial u}{\partial z}} = \frac{E_m C_p}{\rho} \frac{\partial \bar{\theta}_v'}{\partial z} \frac{\rho}{E_h \frac{\partial u}{\partial z}}$$

Substituyendo en esta expresión a E_m / ρ de acuerdo con (9) obtenemos,

$$\frac{K_m}{K_h} = \frac{u_*^2 \frac{\partial \bar{\theta}_v'}{\partial z}}{E_h \frac{\partial u}{\partial z} \rho C_p}. \quad (16)$$

Realizando sobre esta expresión algunas transformaciones que involucran las igualdades (8), (13) y (14) obtenemos la siguiente expresión,

$$\frac{K_m}{K_h} = -R_i \phi_m \frac{I}{z} \quad (17)$$

en donde, I , se llama escala de Monin - Obuokov y se escribe como,

$$L = \frac{T_e C_p \rho u_*^3}{kg E_h} \quad (18)$$

Nótese que en el denominador del lado derecho de esta expresión aparece el flujo de calor. Por eso, L es una medida de la estabilidad atmosférica. Cuando el flujo de calor es positivo (la temperatura potencial virtual aumenta con la altura), de acuerdo con los signos en (7) y (18) tenemos estabilidad. Por el contrario, cuando $\partial \bar{\theta}_v' / \partial z < 0$ tenemos inestabilidad atmosférica. Nótese además la fuerte dependencia de L de la velocidad de fricción u_* .

De acuerdo con lo anterior, la escala de Monin-Obuokov es entonces negativa para inestabilidad atmosférica, positiva cuando la atmósfera es estable y tiende infinito para una estratificación neutral, **Blackadar** (1997).

Finalmente denotando, $\zeta = z/L$, escribimos la expresión (18) como,

$$\zeta = \frac{K_m}{K_h} \phi_m R_i \quad (19)$$

Colocando $K_m = K_h$ en la ecuación (7), involucrando esta ecuación y la relación (8) no es difícil escribir el número de Richardson dado por (13) como,

$$R_i = \frac{z}{\frac{T_e C_p \rho u_*^3}{kg E_h}} = \frac{z}{L} = \zeta.$$

Haciendo $z=L$ en el lado derecho de esta expresión, llegamos a la conclusión de que la escala de Monin-Obusckov L , representa la altura en la cual los flujos de cisallamiento y flotación son iguales.

Otro parámetro importante en la teoría de Monin - Obusckov es la temperatura de escala θ_* . Ella se define a través de la siguiente igualdad,

$$\theta_* u_* = - \frac{E_h}{\rho c_p} \quad (20)$$

Operando sobre (16), teniendo en cuenta a (20) y después de ciertas manipulaciones obtenemos:

$$\frac{K_m}{K_h} = - \frac{kz}{u_*} \frac{\partial u}{\partial z} (1 - \alpha R_1)^{-1} \approx \frac{kz}{\theta_*} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z}$$

Definimos ahora otra función universal.

$$\phi_m = \frac{kz}{\theta_*} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \quad (21)$$

Haciendo uso de las definiciones (14) y (21), escribimos la expresión anterior como,

$$\frac{K_m}{K_h} = \frac{\phi_m}{\phi_h} \quad (22)$$

Las ecuaciones; (15), (19) y (22) relacionan cinco variables: ϕ_m , ϕ_h , K_m/K_h , R_1 y ζ . Hallando otra relación adicional se pueden expresar las primeras cuatro variables en función de ζ . Esta relación adicional fue encontrada experimentalmente, **Bussinger et al.** (1971).

De acuerdo con estos resultados, para una atmósfera inestable ($\zeta < 0$), esta relación adicional es:

$$R_1 = R_1 \quad (23)$$

Para el caso estable ($\zeta > 0$), la relación;

$$R_1 = \frac{\zeta}{1 + \beta \zeta} \quad (24)$$

Además se encontró que los coeficientes α y β son aproximadamente, $\alpha = 16$; $\beta = 5$.

Ahora podemos hallar los perfiles verticales del viento y la temperatura en la capa superficial.

Para encontrar el perfil del viento, suponemos $\phi_m = \phi_m(\zeta)$ y escribimos la relación (14) como;

$$\frac{kz}{u_*} \frac{\partial u}{\partial z} = \phi_m\left(\frac{z}{L}\right)$$

El resultado de integrar esta ecuación es;

$$u = \frac{u_*}{k} \left[\ln \frac{z}{z_0} - \Psi_m\left(\frac{z}{L}\right) \right] \quad (25)$$

En donde,

$$\Psi_m = \ln \left[\left(\frac{1+x^2}{2} \right) \left(\frac{1+x}{2} \right)^2 \right] - 2 \arctan x + \frac{\pi}{2};$$

$$x = \left(1 - 16 \frac{z}{L} \right)^{1/4} \quad (26)$$

y

$$\Psi_m = -5 \frac{z}{L} \quad (27)$$

para el caso estable.

Para determinar el perfil de la temperatura, se escribe a (21) como.

$$\frac{kz}{\theta_*} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} = \phi_h(\zeta)$$

Integrando esta ecuación de manera similar a como se hizo con el perfil del viento se obtiene.

$$\theta - \theta_0 = \frac{\theta_*}{k} \left[\ln \frac{z}{z_0} - \Psi_h\left(\frac{z}{L}\right) \right] \quad (28)$$

En donde, θ_0 es la temperatura potencial medida en la altura z_0 y,

$$\Psi_h = 2 \ln \left[\frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 - 16 \frac{z}{L}} \right) \right], \text{ (caso inestable);}$$

$$\Psi_h = -5 \frac{z}{L} \text{ (caso estable).}$$

3. Cálculo de las características de la turbulencia y de la estabilidad atmosférica en Bogotá.

Realizando mediciones de la temperatura en dos niveles, z_1 y z_2 y del viento en uno, se pueden calcular las características de la turbulencia y de la estabilidad atmosférica, mediante la utilización de los resultados de la teoría de Monin – Obuckov o sea de las relaciones (18), (20), (25) y (28).

Estas igualdades expresan una relación implícita entre la temperatura de escala θ_* , la velocidad de fricción u_* , la escala de Monin – Obuckov L y el flujo de calor sensible E_b . Para obtener el valor de estos parámetros se usa un método iterativo de solución de este sistema de ecuaciones.

En el ejercicio que se presenta a continuación se utilizaron mediciones realizadas por el Instituto DAMA en la estación, “Escuela de Ingeniería”, en dos niveles; 2 y 10 m para la temperatura y 10 m para el viento. Este último encontrado por interpolación entre 2, 8 y 20 m. Los cálculos fueron realizados para un valor del nivel de rugosidad igual a 0.1 m. Para el análisis se tomó una secuencia de tres días consecutivos de datos horarios. Por razones de continuidad de los datos, se eligió el período comprendido entre el 15 y el 17 de agosto de 1999. Los resultados fueron los siguientes:

3.1 El flujo de calor sensible

El flujo de calor sensible muestra una clara dependencia de la insolación diurna, (Fig.1).

Los valores máximos se presentan durante el intervalo cuando se registra la temperatura máxima. El flujo de calor sensible tiene valores positivos mínimos durante la salida y puesta del sol y es negativo durante la noche.

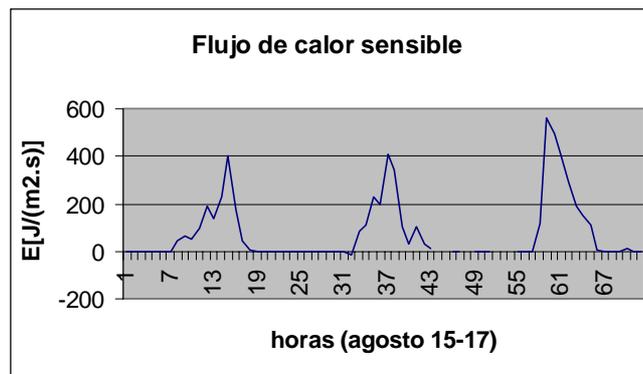


Figura 1. Flujo de calor sensible

3.2 Velocidad de fricción

La velocidad de fricción y el viento a 10 m, tienen comportamientos similares al flujo de calor con valores máximos después del medio día y mínimos durante la noche, (Fig.2).

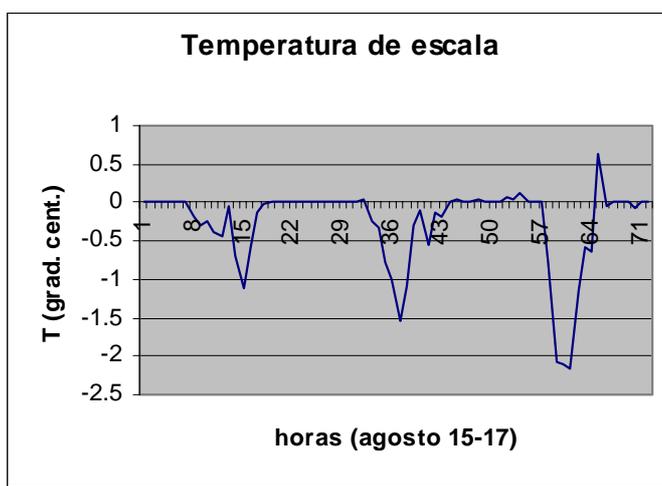
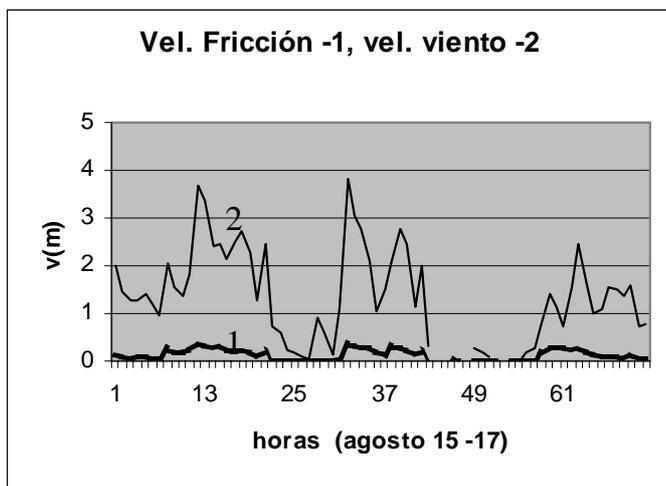


Figura 2. Viento y velocidad de fricción (izquierda) y temperatura de escala (derecha).

3.3 Temperatura de escala

La temperatura de escala, se muestra en la Fig.2 (derecha). En esta figura se observa que la temperatura de escala tiene signo opuesto al flujo tal como aparece en la fórmula (20).

3.4 Escala de Monin Obuckov L.

En la Fig. 4 se muestra la variación de la escala de Monin – Obuckov.

Debido al gran rango de variación de los datos, fue preciso dividir la secuencia en 6 gráficos. Se observa que L es por lo general negativo durante las horas diurnas mostrando inestabilidad atmosférica para esas horas.

Durante las horas nocturnas L por lo general es positivo apuntando a estabilidad atmosférica. Los altos valores de L indican la presencia de condiciones neutrales en la atmósfera.

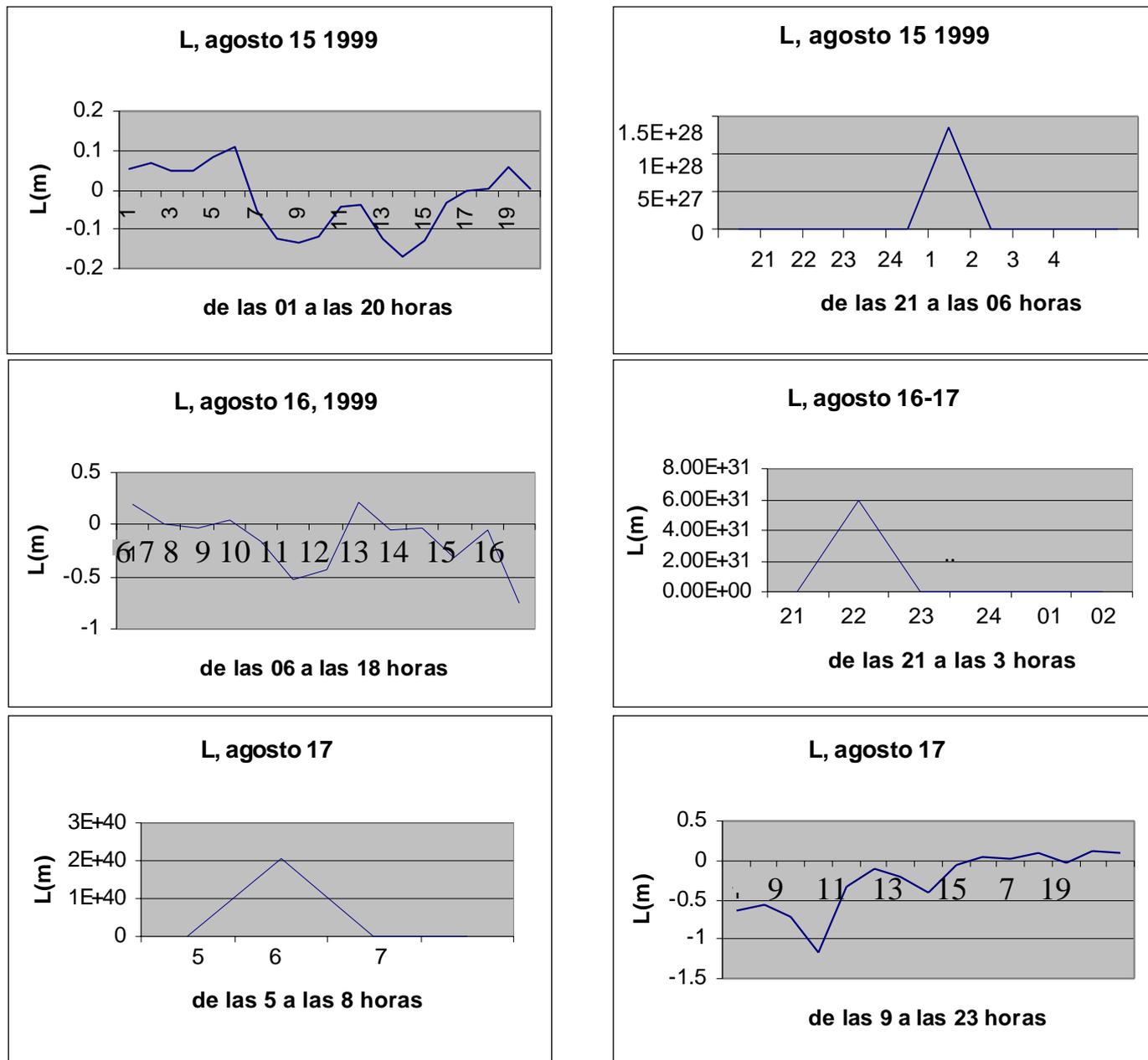


Figura 3. Variación de la escala de Monin – Obuckov durante la secuencia agosto 15 - agosto 17 de 1999.

El análisis conjunto de la Figs. 1-3 muestra que a mayor calentamiento diurno corresponde mayor flujo de calor sensible, mayor inestabilidad en la atmósfera y mayor velocidad de fricción y del viento a 10 m.

La relación directa entre el calentamiento diurno y la velocidad del viento es debida al incremento del flujo horizontal en la medida en que la convección atmosférica progresa. Para confirmar esta hipótesis, en la Fig. 4 se presenta la frecuencia horaria de ocurrencia de tormentas eléctricas en la Sabana de Bogotá, tomado de **Montoya & Eslava (2000)**.

Al comparar esta figura con la Fig. 2 se observa que en ambas; la mayor frecuencia de tormentas eléctricas y la velocidad del viento coinciden con el intervalo de mayor calentamiento diurno (entre la 12 y 15 horas locales).

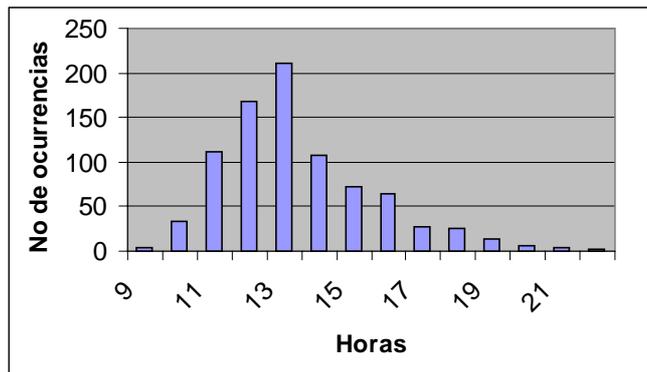


Figura 4. Frecuencia horaria de ocurrencia de tormentas eléctricas en la Sabana de Bogotá. Tomado de **Montoya & Eslava (2000)**.

4. Conclusiones

- Del análisis anterior se desprende que el calentamiento diurno juega un papel muy importante en el comportamiento de la turbulencia en Bogotá. Además, con el desarrollo del calentamiento diurno se intensifica la convección atmosférica, la altura de la capa de mezcla sube y los contaminantes atmosféricos se difunden hacia capas más altas.
- Se detecta una estrecha relación entre el desarrollo de la turbulencia en la capa límite y la formación de la convección profunda en la atmósfera con sus subsiguientes efectos: precipitaciones abundantes, tormentas eléctricas y deposición de granizo en algunos casos. Esto indica la aplicabilidad del análisis de la turbulencia en la capa límite para fines de pronóstico de las tormentas eléctricas y de lluvias convectivas

especialmente en aquellos lugares donde no se posee observaciones de radiosondeo tiempo a corto plazo en la sabana de Bogotá.

- Sin embargo, los resultados anteriormente señalados solo pueden tener un carácter indicativo debido a que la muestra de datos analizada fue muy corta. Estudios futuros con una serie de datos más larga y confiable pueden servir para establecer criterios más afinados sobre el comportamiento de la turbulencia y la dispersión de contaminantes en Bogotá.
- Los resultados de este estudio mostraron la aplicabilidad de la teoría de Monin -Obuckov para estudios de la turbulencia. Por otro lado, estos resultados sirvieron también para validar el algoritmo de cálculo utilizado. Este algoritmo es de fácil inserción dentro de los modelos de dispersión tal como se muestra en el apéndice A.
- Una de las incertidumbres asociadas con la aplicación de la teoría M-O en el trópico, es que como se mostró en la sección 3, esta teoría es cerrada con ayuda de datos experimentales, desafortunadamente no realizados en el trópico. Por tal motivo es aconsejable una repetición de estos experimentos para latitudes bajas.

Agradecimientos

Este trabajo fue realizado dentro del proyecto DIB código 803562. Los autores agradecen a la División de Investigaciones DIB de la Universidad Nacional de Colombia por el apoyo financiero. Igualmente se agradece al Instituto DAMA por facilitar los datos utilizados en este estudio.

Referencias

- Blackadar, A.K.**, 1997: Turbulence and diffusion in the atmosphere. Spring - Verlag, Berlin heidelberg New York, 185 p.
- Bussinger, J.A., J.C. Wyngaard, Y. Izumi, & E.F. Bradley**, 1971: Flux - profile relationships in the atmospheric surface layer. *J. Atmos. Sci.* 28, 181-189.
- Feagle, R. G. & J.A. Bussinger**, 1980: An introduction to Atmospheric physics. Sec. Ed., Acad. Press, Orlando Fla., 431 p.
- Monin, A.S. & A.M. Obuckov**, 1954: basics laws of turbulent mixing in the ground layer of the atmosphere. *Trans. Gophys. Inst. Acad. Nauk, USSR*, 151, p. 163-187.
- Montoya, G & J.Eslava**, (2000): Análisis de las condiciones que favorecen el desarrollo de la actividad convectiva y de las tormentas eléctricas en la Sabana de Bogotá. *Geofísica. Colombiana.*, 4: 23-30.

Panofsky, H.A & J.A. Dutton (1984): Atmospheric turbulence. John Wiley & Sons, Inc. 397 pp.

Prandtl, L., 1925: Über die ausgebildete turbulenz. Zeitschr. Fur angew. Math. U mech.,5, 136.

Pasquill, F. A. & F.B. Smtih, 1983: Atmospheric diffusion, 3rd Ed., Ellis Horwood, Ltd,437 pp.

Turner, D.B., 1964: A diffusion stability model for an urban area. J. Appl. Met. 3, 83-91.

APÉNDICE A. LA ESTABILIDAD ATMOSFÉRICA Y LOS MODELOS DE DISPERSIÓN

Uno de los objetivos de un modelo de dispersión es determinar la concentración de los contaminantes atmosféricos en un lugar y momento dados. En este apéndice se muestra como los resultados de la teoría de similaridad de Monin – Obuckov pueden ser introducidos dentro de un modelo de dispersión.

Si se supone que la concentración es dada por una función probabilística de densidad, la cual tiene una forma predeterminada (Gaussiana por ejemplo), el problema se reduce a valorar los parámetros que caracterizan la función de densidad o función de distribución escogida.

Imaginemos por ejemplo, una pluma que se expande en la dirección del viento y consideremos la concentración de materia a lo largo de una línea perpendicular al viento y localizada a una distancia x de la fuente. Si la distribución de materia se supone de tipo Gaussiana entonces la función de densidad en cada punto y de la línea es dada por.

$$G(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \quad (A1)$$

En donde $G(y)$, es la concentración (por unidad de intervalo dy) de contaminantes, y se mide en unidades de σ_y (la desviación estándar). La distribución (A1) es completamente caracterizada por el parámetro σ_y .

Involucrando resultados de la teoría de similaridad (ver por ejemplo **Blackadar** 1997), este parámetro puede ser expresado como;

$$\sigma_y = \frac{\sigma_v}{\bar{u}} x = \frac{k(12 - 0.5h/L)}{\ln(z/z_0) - \psi(z/L)} x \quad (A2)$$

en donde, h es la altura de la capa de mezcla, \bar{u} la velocidad horizontal media. Las demás notaciones que aparecen en esta fórmula son ya conocidas.

Vemos pues que el parámetro σ_y , que caracteriza la distribución (1), depende de las magnitudes h y L . La escala o longitud de Monin – Obuckov L , puede ser determinada a través del algoritmo de calculo que involucra las eucaciones (18), (20), (25) y (28). Una vez obtenidos L , θ_s , u_s , y E_b , la altura de la capa de mezcla h puede ser obtenida utilizando por ejemplo alguna de las fórmulas sugeridas por **Panofsky & Dutton** (1984).

Recibido el 14 de noviembre de 2003

Aceptado para su publicación el 11 de febrero de 2004

