

# Colisiones elásticas y sección eficaz total hadrón - hadrón a altas energías

Carlos Ávila Bernal

Departamento de Física, Universidad de Los Andes, Colombia

## Resumen

Presentamos un estudio de la sección eficaz diferencial para colisiones  $\bar{p}p$  y  $pp$  basado en una parametrización de la amplitud de dispersión en función de dos términos exponenciales que difieren en una fase. Esta parametrización describe correctamente los datos experimentales, incluyendo el mínimo de difracción que es diferente para ambos tipos de colisiones. Se presenta también un estudio detallado de la sección eficaz total,  $\sigma T$ , para colisiones  $\bar{p}p$ ,  $pp$ ,  $\pi^{\pm}p$  y  $K^{\pm}p$ . Para este estudio se usa una parametrización basada en un crecimiento logarítmico de  $\sigma T$  con la energía de la colisión. Se hace uso de relaciones de dispersión integrales para maximizar la muestra de datos estudiada. Todos los datos existentes hasta la fecha (incluidos los datos del experimento TOTEM) son tenidos en cuenta. El estudio concluye que  $\sigma T$  aumenta con la energía de la forma  $\ln^2(s)$  y predice un valor para  $\sigma T$  en colisiones  $pp$  a la energía de 14 TeV de  $\sigma_{pp}^{\text{el}} = 109,1 \pm 1,6$  mb. El documento adicionalmente presenta una revisión de los métodos usados para estudiar colisiones elásticas.

**Palabras clave:** dispersión elástica, sección eficaz total, amplitud de dispersión, relaciones de dispersión, teoría de Regge.

## Elastic scattering and hadron-hadron total cross sections at high energies

### Abstract

We present a study of the differential cross section for  $\bar{p}p$  and  $pp$  collisions based on the use of a parametrization of the scattering amplitude as a function of two exponential terms with a phase difference. This parametrization describes correctly the experimental data, including the diffraction minimum which is different for both processes. Also, a detailed study of the total cross section,  $\sigma T$ , for  $\bar{p}p$ ,  $pp$ ,  $\pi^{\pm}p$  and  $K^{\pm}p$  collisions is presented. This study uses a parametrization based on the logarithmic increase of  $\sigma T$  with the energy of the collision. Integral dispersion relations are used in order to maximize the data sample studied. All the existing experimental data up to date (including data from the TOTEM experiment) are taken into account. The study concludes that  $\sigma T$  increases with energy as  $\ln^2(s)$  and predicts a value for  $\sigma T$  in  $pp$  collisions at the energy of 14 TeV of  $\sigma_{pp}^{\text{el}} = 109,1 \pm 1,6$  mb. The document additionally presents a review of the methods used to study elastic collisions.

**Key words:** Elastic scattering, total cross section, scattering amplitude, dispersion relations, Regge theory.

## I. INTRODUCCIÓN

Entre el 20% al 25% de las colisiones entre hadrones son elásticas. En estas colisiones ambos hadrones incidentes salen intactos después de la colisión, sin producir partículas adicionales, sufriendo una pequeña desviación con respecto a sus trayectorias iniciales (con ángulos de dispersión menores a unos pocos miliradianes), pero manteniendo la magnitud de su momento inicial y conservando todos sus números cuánticos. Dado que el momento transferido en este tipo de colisiones es muy bajo, no se pueden usar los métodos perturbativos de la cromodinámica cuántica (QCD) para describirlos, porque la constante de acoplamiento fuerte toma valores muy grandes y hace que la serie perturbativa sea divergente [1]. La única forma de entender la dinámica de los procesos elásticos es a partir de observaciones experimentales y del uso de modelos fenomenológicos basados en propiedades de la amplitud de dispersión y en algunas suposiciones adicionales sobre la estructura interna de los hadrones. Las suposiciones

de los diferentes modelos son probadas a medida que nuevos datos experimentales son accesibles, lo que permite ajustar los modelos sobre la evidencia experimental de una manera iterativa y así ir acercándonos a una descripción aproximada de los fenómenos internos que ocurren en los hadrones en el momento de la colisión.

La principal observable experimental es la sección eficaz diferencial,  $d\sigma/dt$ , donde  $t$  es el cuadrado del cuadrimomento transferido que explicaremos en la sección II. La estructura que presenta  $d\sigma/dt$  es la herramienta que tenemos para descifrar la dinámica interna del proceso de dispersión elástica. A partir de  $d\sigma/dt$  podemos medir otras variables experimentales como son: la sección eficaz elástica ( $\sigma_{el}$ ), la sección eficaz total ( $\sigma T$ ), el cociente de la parte real a la parte imaginaria de la amplitud de

### Correspondencia:

Carlos Ávila Bernal, cavila@uniandes.edu.co

**Recibido:** 27 de agosto de 2013

**Aceptado:** 13 de agosto de 2014

dispersión ( $\rho$ ) y el parámetro de pendiente nuclear ( $B$ ). En la sección III describimos cada uno de estas variables. Durante más de 50 años diferentes experimentos han proporcionado mediciones de  $d\sigma/dt$  a varias energías de centro de masa y tipos de colisiones hadrónicas, lo que ha permitido entender cómo la estructura de  $d\sigma/dt$  y demás variables de dispersión elástica cambian con la energía, y así tratar de establecer que fenómenos internos de dispersión dominan en diferentes regímenes de energía.

En este trabajo hacemos una revisión de los datos experimentales que se tienen actualmente en colisiones  $pp$ ,  $\bar{p}p$ ,  $\pi^\pm p$  y  $K^\pm p$ . Usamos la parametrización propuesta por Amaldi [2] y relaciones de dispersión integrales que nos permiten hacer un ajuste simultáneo de los datos experimentales de  $\sigma_T$  y  $\rho$  para los diferentes tipos de colisiones hadrónicas, con el fin de demostrar que todas las colisiones hadrón-hadrón estudiadas tienen el mismo incremento gradual con la energía y que la magnitud de las secciones eficaces a altas energías difieren de acuerdo al conteo y tipo de quarks que participan en la colisión. El ajuste a los datos nos permite verificar si la sección eficaz total a las energías de los aceleradores actuales cumplen con el límite de Froissart [3], el cual es explicado en la sección V C. Los resultados de los fits son consistentes con las mediciones recientemente publicadas por el experimento TOTEM a las energías de centro de masa de 7 TeV y 8 TeV [4–6], y nos permiten predecir el valor de  $\sigma_T$  para colisiones  $pp$  a la energía de 14 TeV. El colisionador LHC empezará a tomar datos a esta energía en el año 2015. Para describir la estructura de  $d\sigma/dt$  usamos una parametrización sencilla, propuesta inicialmente por Phillips and Barger [7], basada en construir la amplitud de dispersión nuclear como la suma de dos términos exponenciales que difieren en una fase. En este trabajo mostramos que esta parametrización describe apropiadamente  $d\sigma/dt$  para colisiones  $pp$  y  $\bar{p}p$  sobre todo el rango de energías accesible.

En el presente documento empezamos por describir la cinemática de las colisiones elásticas (sección II), luego en la sección III hacemos una revisión de los datos experimentales. En la sección IV explicamos detalles de la configuración experimental para etiquetar y estudiar eventos de dispersión elástica. Posteriormente hacemos una breve revisión de modelos fenomenológicos (sección V) y de las relaciones de dispersión (sección VI). En las secciones VII y VIII describimos los estudios realizados con los datos de la sección eficaz diferencial y total, respectivamente. En la sección IX presentamos nuestras conclusiones.

## II. CINEMÁTICA Y DEFINICIÓN DE VARIABLES

Para una colisión elástica  $A + B \rightarrow A + B$ , con  $A$  considerada como la partícula proyectil y  $B$  la partícula blanco, en el sistema de laboratorio, y con cuadrimomentos iniciales  $p_{iA}$ ,  $p_{iB}$  y cuadrimomentos finales  $p_{fA}$ ,  $p_{fB}$ ,

para  $A$  y  $B$  respectivamente, definimos el cuadrado de la energía del centro de masa (CM),  $s$ , como:

$$s = (p_{iA} + p_{iB})^2 = m_A^2 + m_B^2 + 2m_B E \quad (1)$$

donde  $E$  es la energía en el sistema de laboratorio para la partícula proyectil. El cuadrado del cuadrimomento transferido se define como:

$$t = (p_{fA} - p_{iA})^2 = -4k^2 \sin^2(\theta/2) \quad (2)$$

donde  $k$  es la magnitud del vector momento y  $\theta$  el ángulo de dispersión, ambos medidos con respecto al CM.  $s$  y  $t$  son invariantes de Lorentz conocidas como variables de Mandelstam.

Hay dos contribuciones a la dispersión de hadrones cargados: interacción Coulomb e interacción nuclear. La amplitud de dispersión de Coulomb se obtiene a partir de la ecuación de Rutherford:

$$f_c = \pm \frac{2k\hbar c \alpha G^2(t)}{|t|} \quad (3)$$

Donde el signo "+" ("−") es para interacción de hadrones de carga eléctrica de signo opuesto (del mismo signo).  $\alpha$  es la constante de estructura fina y  $G(t)$  es el factor de forma electromagnético del protón, el cual se suele aproximar a [8]:

$$G(t) = \left(1 + \frac{|t|}{0,71}\right)^{-2} \quad (4)$$

De observaciones experimentales se ha encontrado que para valores de  $|t| < 0,1$  ( $GeV/c$ )<sup>2</sup> la amplitud de dispersión nuclear se puede parametrizar como:

$$f_n = \frac{k\sigma_T(\rho + i) \exp\left(\frac{-B|t|}{2}\right)}{4\pi\hbar c} \quad (5)$$

Donde  $B$  es el parámetro de pendiente nuclear. Esta parametrización es consistente con el teorema óptico:

$$\sigma_T = \frac{4\pi}{k} \Im m \{f_n(t=0)\} \quad (6)$$

Adicionalmente definimos  $\rho$  como:

$$\rho = \frac{\Re e (f_n(t=0))}{\Im m (f_n(t=0))} \quad (7)$$

La sección eficaz diferencial viene dada por:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\pi}{k^2} |f|^2 \quad (8)$$

Donde  $f = f_n + f_c e^{\pm i\alpha\phi(t)}$  y  $\alpha\phi(t)$  es la diferencia de fase entre las amplitudes de dispersión de coulomb y nuclear,  $\phi(t)$ , que se puede escribir como [9]:

$$\phi(t) = \ln \left( \frac{0,08}{|t|} \right) - 0,577 \quad (9)$$

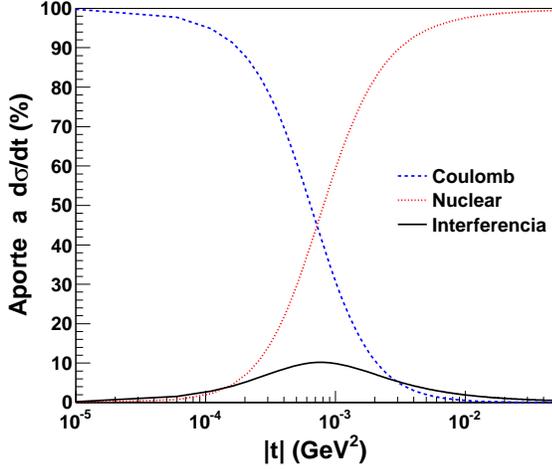


Figura 1: Aporte porcentual a  $d\sigma/dt$  de la amplitud de dispersión de Coulomb, nuclear e interferencia nuclear-Coulomb.

Debido a la diferencia de fase entre la dispersión coulomb y nuclear aparece un término de interferencia nuclear-coulomb que también contribuye a la sección eficaz diferencial. Usando las ecuaciones 3 a 5 podemos escribir de manera explícita la contribución Coulomb ( $\frac{d\sigma_c}{dt}$ ), interferencia nuclear- Coulomb ( $\frac{d\sigma_{inter}}{dt}$ ), y nuclear ( $\frac{d\sigma_n}{dt}$ ) a  $\frac{d\sigma}{dt}$ :

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_c}{dt} &= \frac{4\pi(\hbar c)^2 \alpha^2 G^4(t)}{|t|^2} \\ \frac{d\sigma_{inter}}{dt} &= \pm \frac{\alpha(\rho \mp \alpha\phi)\sigma_T G^2(t)}{|t|} \exp\left(-\frac{B|t|}{2}\right) \\ \frac{d\sigma_n}{dt} &= \frac{(1 + \rho^2)\sigma_T^2}{16\pi(\hbar c)^2} \exp(-B|t|) \end{aligned} \quad (10)$$

Donde el signo “+” es para colisiones antihadrón-hadrón y el signo “-” para colisiones hadrón-hadrón. Con el fin de entender la contribución de cada término a  $d\sigma/dt$ , usamos como ejemplo las mediciones recientes del experimento TOTEM a  $\sqrt{s} = 7.0$  TeV [5] ( $B = 19.89$  (GeV/c) $^{-2}$ ,  $\sigma_T = 98.6$  mb) y asumimos un valor de  $\rho = 0,145$  (esperado a esta energía) y graficamos  $d\sigma/dt$  para estas condiciones (Figura 1). A la energía de  $\sqrt{s} = 7.0$  TeV el término de interferencia tiene su máximo aporte (10,2 %) para valores de  $|t| \approx 0,00076$  (GeV/c) $^2$  (que corresponde a un ángulo de dispersión de aproximadamente 4 microradianes), a este valor de  $t$  las dispersiones nuclear y Coulomb tienen igual contribución. La dispersión de Coulomb domina a valores muy bajos de  $|t|$ , para  $|t| \approx 0,0001$  (GeV/c) $^2$  la contribución de Coulomb es de  $\approx 95\%$ . Para valores  $|t| > 0,005$  (GeV/c) $^2$  la dispersión nuclear tiene una contribución superior al 95 %, mientras que la contribución de dispersión Coulomb es menor al 2 %.

### III. REVISIÓN DE DATOS EXPERIMENTALES

#### A. sección eficaz diferencial, $d\sigma/dt$

La cantidad que se mide experimentalmente es  $dN/dt$ , que corresponde al número de eventos que registra un detector por intervalo de cuadrimento transferido  $t$  y en un intervalo de tiempo definido. Este número se debe corregir por la ineficiencia y cubrimiento azimutal (aceptancia) del detector, por tiempos muertos debido a registro de la información y por sustracción de background. Para encontrar el ángulo de dispersión  $\theta$  y de allí obtener  $t$ , es importante conocer con alta precisión la posición del detector con respecto al haz de partículas, y los campos eléctricos y magnéticos por los que atraviesan las partículas entre el punto de colisión y la ubicación del detector. Adicionalmente este ángulo necesita ser corregido debido a que el detector tiene una resolución finita, que el haz de partículas tiene dimensiones transversales (ancho del haz), que las partículas dentro del haz no necesariamente colisionan de manera frontal (divergencia del haz), y que cada colisión no ocurre exactamente en el mismo punto debido a la forma gaussiana en el eje longitudinal del haz de partículas. Finalmente, se usa una medida del flujo de partículas que colisionan como normalización, usando como referencia el mismo intervalo de tiempo de la medición de  $dN/dt$ , (Luminosidad integrada,  $L$  [10]) para así obtener la sección eficaz diferencial:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{L} \frac{dN}{dt} \quad (11)$$

Las mediciones que existen para  $d\sigma/dt$  son más abundantes para colisiones  $pp$  y  $\bar{p}p$ , donde hay cubrimiento de energía desde unos pocos GeV hasta 7 TeV. La energía mas alta corresponde a resultados recientes del experimento TOTEM del colisionador LHC, se espera para el 2015 nuevas mediciones de TOTEM a  $\sqrt{s} = 14$  TeV. El cubrimiento en cuadrimento transferido va desde valores muy bajos de  $|t| \approx 0,0001$  (GeV/c) $^2$  hasta  $|t| \approx 12$  (GeV/c) $^2$  y es diferente para cada energía ya que depende del cubrimiento logrado por cada experimento [11]. Las Figuras 5 y 6 muestran los datos de  $d\sigma/dt$  para colisiones  $\bar{p}p$  y  $pp$  a altas energías, respectivamente. A valores de  $|t| > 0,005$  (GeV/c) $^2$  domina ampliamente la dispersión nuclear y se observa un decaimiento exponencial hasta llegar a un mínimo de difracción. El mínimo de difracción para colisiones  $pp$  es más profundo y bien determinado comparado con colisiones  $\bar{p}p$  donde se tiene un mínimo más plano que es más consistente con un cambio de pendiente. Posterior al mínimo de difracción se aprecia un nuevo decaimiento exponencial con una pendiente más pequeña, también se observa que a medida que la energía de la colisión incrementa el mínimo de la difracción se mueve hacia valores más bajos de  $|t|$  haciendo que el decaimiento exponencial antes del mínimo de difracción tenga una pendiente mucho más pronunciada.

La sección eficaz elástica se obtiene a partir de integrar la sección eficaz diferencial proveniente de dispersión nu-

clear:

$$\sigma_{el} = \int_{-\infty}^0 \frac{d\sigma_n}{dt} dt \quad (12)$$

Podemos obtener una buena aproximación para la sección eficaz total elástica a partir de integrar la sección eficaz diferencial proveniente de dispersión nuclear, asumiendo no estructura para  $\frac{d\sigma_n}{dt}$ , es decir aproximando  $\frac{d\sigma_n}{dt}$  a la exponencial decayente antes del mínimo de difracción:

$$\frac{d\sigma_n}{dt} = \left( \frac{d\sigma_n}{dt} \right)_{t=0} \exp(-B|t|) \quad (13)$$

Con esta parametrización obtenemos:

$$\sigma_{el} = \frac{\sigma_{tot}^2 (1 + \rho^2)}{16\pi B (\hbar c)^2} \quad (14)$$

El ignorar la estructura de  $\frac{d\sigma_n}{dt}$  más allá del mínimo de difracción sólo tiene un efecto menor al 0,2 % en el cálculo de la integral.

## B. Sección eficaz total, $\sigma_T$

La sección eficaz total corresponde al área efectiva del hadrón que interactúa con el haz de partículas que incide sobre él. La medición de la sección eficaz total para un proceso de dispersión específico provee información del tamaño del hadrón, el cual depende de la dinámica del proceso de dispersión. Dado que el hadrón es un sistema compuesto de quarks y gluones, cada constituyente contribuye de manera diferente al proceso de dispersión y esta contribución depende de la energía de la colisión.

Existen tres métodos para medir la sección eficaz total: 1) Normalización de Coulomb, 2) Método dependiente de luminosidad, y 3) Método independiente de luminosidad. La normalización de Coulomb se puede usar cuando se pueden medir ángulos de dispersión muy pequeños (del orden de microradianes), tal que se alcance a tener un intervalo de cuadrimento transferido donde la dispersión Coulomb sea la contribución dominante a la sección eficaz diferencial:  $\frac{d\sigma}{dt} \approx \frac{d\sigma_c}{dt}$ , y dado que  $\frac{d\sigma_c}{dt}$  corresponde a la dispersión de Rutherford, que es completamente conocida, podemos usar la ecuación 11 para determinar el valor de luminosidad. Adicionalmente, usando las ecuaciones 10 y 11, con la extrapolación  $\left(\frac{dN_n}{dt}\right)$  para dispersión nuclear en el punto  $t = 0$ , y la luminosidad obtenida de la normalización de Coulomb podemos obtener:

$$\sigma_T (1 + \rho^2)^{1/2} = \hbar c \left\{ \frac{16\pi}{L} \left( \frac{dN_n}{dt} \right)_{t=0} \right\}^{1/2} \quad (15)$$

Dado que el parámetro  $\rho$  toma valores pequeños a altas energías, el uso de una extrapolación de más bajas energías para  $\rho$  producirá una incertidumbre inferior al 1%

en la determinación de  $\sigma_T$ . En el caso que un experimento dado no alcance a registrar ángulos donde la dispersión de Coulomb tenga una contribución significativa requerirá hacer una medición adicional para la luminosidad (método dependiente de luminosidad), que se hace usualmente midiendo las características de los haces de partículas que colisionan, estas mediciones por lo general tienen incertidumbres altas (4% en el acelerador LHC y 13% en el acelerador TEVATRON) que afectan la precisión con que se pueda llegar a conocer  $\sigma_T$  [12]. Para evitar la dependencia de la luminosidad en la medición de  $\sigma_T$  se debe hacer una medición simultánea del número de colisiones elásticas ( $N_{el}$ ) e inelásticas ( $N_{inel}$ ) producidas en un intervalo de tiempo determinado, haciendo las correcciones respectivas a cada una de ellas por eficiencia, aceptación de los detectores usados, background y tiempos muertos producidos por el sistema de adquisición de datos. Con estos dos valores la sección eficaz total se puede escribir como:

$$\sigma_T = \sigma_{el} + \sigma_{inel} = \frac{N_{el}}{L} + \frac{N_{inel}}{L} \quad (16)$$

La dependencia de la luminosidad integrada  $L$  se puede evitar combinando esta última ecuación con la ecuación 15 (método independiente de la luminosidad):

$$\sigma_T = \frac{16\pi(\hbar c)^2}{1 + \rho^2} \frac{1}{N_{el} + N_{inel}} \left( \frac{dN_n}{dt} \right)_{t=0} \quad (17)$$

Realizando la misma aproximación que en la ecuación 13:

$$N_{el} = \frac{1}{B} \left( \frac{dN_n}{dt} \right)_{t=0} \quad (18)$$

$N_{inel}$  incluye todas las topologías de las colisiones que no son elásticas, esto significa que se  $\sigma$  número de colisiones donde ambos hadrones incidentes se rompen después de la colisión (colisiones no difractivas), donde alguno de los dos permanece intacto (colisiones difractivas simples) o donde ambos permanecen intactos después de la colisión perdiendo parte de su energía y generando nuevas partículas (colisiones doblemente difractivas). Los detectores centrales alrededor del punto de colisión con calorímetros y reconstrucción de vértices juegan un papel fundamental para la medición de  $N_{inel}$  [13–15], algunos experimentos que no han contado con estos sistemas centrales han tenido que requerir condiciones especiales del haz de partículas con el fin de sustraer los backgrounds de sus señales [16], [17]. Cuando se tienen muy altas luminosidades instantáneas,  $\mathcal{L}$  ( $\mathcal{L} > 10^{32} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$ ) se puede explotar el fenómeno de “pile-up” para medir  $\sigma_{inel}$ : cuando dos conjuntos de hadrones cruzan el punto de interacción puede haber más de una colisión simultánea. La probabilidad de que ocurra un número  $n$  de colisiones inelásticas en un mismo cruce de conjunto de protones sigue la distribución de Poisson:

$$P(n, \mu) = \frac{\mu^n}{n!} e^{-\mu} \quad (19)$$

Donde  $\mu = \mathcal{L}\sigma_{inel}\Delta t$ , donde  $\Delta t$  corresponde a una ventana de tiempo muy corto, típicamente de 1 segundo. Se puede medir la probabilidad  $P$  para diferentes luminosidades instantáneas y diferente número de vértices primarios de interacción reconstruidos,  $n$  y de allí extraer  $\sigma_{inel}$ . Este método novedoso ha sido implementado por primera vez en el experimento CMS del acelerador LHC [13].

La Figura 7 muestra los datos de las secciones eficaces para colisiones  $pp$  y  $\bar{p}p$  en función de la energía de centro de masa. A bajas energías ( $\sqrt{s} < 30$  GeV) las secciones eficaces totales van decreciendo a medida que la energía aumenta. A energías  $\sqrt{s} > 30$  GeV las secciones eficaces aumentan de manera logarítmica con la energía. A bajas energías  $\sigma_T^{pp}$  es mayor que  $\sigma_T^{\bar{p}p}$  pero ambas convergen al mismo valor a medida que la energía aumenta, esto significa que los procesos de dispersión partónica varían a medida que la energía de colisión cambia. A bajas energías los quarks constituyentes de los hadrones (quarks de valencia) dominan la interacción, los canales de aniquilación quark-antiquark hacen que  $\sigma_T^{\bar{p}p}$  sea mayor que  $\sigma_T^{pp}$ , a medida que la energía aumenta también se aumenta la probabilidad de fluctuaciones de gluones a pares quark-antiquark dentro del hadrón, generando quarks adicionales a los constituyentes (quarks del mar), estos gluones y quarks del mar dominan la interacción a altas energías, haciendo que las secciones eficaces hadrón-hadrón y hadrón-antihadrón converjan al mismo valor. Existen mediciones de  $\sigma_T^{pp}$  producidas en experimentos de rayos cósmicos, las cuales se caracterizan por sus altas incertidumbres debido a que las cantidades medidas en el experimento están indirectamente relacionadas con  $\sigma_T^{pp}$ . Entre estas cantidades están la composición de los rayos cósmicos y la composición molecular de la atmósfera. Se mide la sección eficaz inelástica para colisiones protón-aire y usando modelos para el chorro de partículas generadas se infiere  $\sigma_{inel}$  y  $\sigma_T^{pp}$  [18]. La Figura 9 corresponde a  $\sigma_T$  para colisiones  $\pi^\pm p$  y  $K^\pm p$  donde se verifica que todas las secciones eficaces hadrón-hadrón y antihadrón-hadrón convergen al mismo valor e incrementan con la energía de manera logarítmica en la misma proporción.

### C. Cociente de la parte real a la parte imaginaria de la amplitud de dispersión, $\rho$

Del teorema óptico (ecuación 6) se deduce que la parte imaginaria de la amplitud de dispersión en la región frontal (ángulos de dispersión de cero) aumenta con la energía. Como veremos en la sección VI las propiedades de analiticidad y simetría de cruce de la amplitud de dispersión relacionan el cociente de la parte real a la imaginaria de la amplitud de dispersión en la región frontal,  $\rho$ , con la sección eficaz total, por lo tanto mediciones de  $\rho$  son complementarias y ayudan a entender el comportamiento de  $\sigma_T$  a altas energías.

El parámetro  $\rho$  aparece en los términos de dispersión nuclear y de interferencia nuclear-coulomb (ver ecuación 10). Dado que los valores de  $\rho$  por lo general

son pequeños ( $\rho < 0,15$ ) el término de interferencia es el más sensible a  $\rho$  y es el que experimentalmente se usa para su medición. Experimentos cuyo objetivo es medir  $\rho$  necesitan alcanzar valores de  $t$  cercanos a la región de máxima interferencia nuclear-coulomb ( $|t_{interf.}| \approx 10^{-3}$  (GeV/c)<sup>2</sup>) y medir  $\frac{d\sigma}{dt}$ ,  $\rho$  se obtiene a partir del ajuste de la función de interferencia descrita en la ecuación 10 al  $\frac{d\sigma}{dt}$  medido en el experimento.

La Figura 8 muestra los datos para  $\rho^{pp}$  y  $\rho^{\bar{p}p}$ . Los datos para colisiones  $pp$  son mas abundantes. Ambos,  $\rho^{pp}$  y  $\rho^{\bar{p}p}$ , convergen hacia un mismo valor a altas energías, con valores siempre por debajo de  $\rho < 0,15$ , lo que implica que a altas energías la parte imaginaria de la amplitud de dispersión domina ampliamente.

## IV. CONFIGURACIÓN EXPERIMENTAL PARA MEDICIONES DE DISPERSIÓN ELÁSTICA

A medida que incrementa la energía de la colisión los valores de  $t$  (y por lo tanto de ángulos de dispersión  $\theta$ ) por debajo del mínimo de difracción, que son útiles para la medición de  $\sigma_T$  y  $\rho$  se hacen muy pequeños ( $|t| < 0,5$  (GeV/c)<sup>2</sup> que corresponde a valores de  $\theta$  de una fracción de miliradian). Se necesitan dispositivos y condiciones especiales del haz de partículas para poder detectar estos ángulos. Los dispositivos que se usan consisten en contenedores de acero que se incrustan dentro del tubo del acelerador y pueden ser reposicionados de manera remota hasta unos pocos milímetros del centro del haz de partículas, con una resolución de unos pocos micrómetros. Se ubican en posiciones longitudinales muy lejanas al punto de interacción con el fin de detectar partículas dispersadas que viajan dentro del tubo del acelerador [19]. Estos dispositivos sirven como ollas, dentro de las cuales se ubican los detectores que registran las coordenadas  $x$ ,  $y$  de las partículas que llegan a ellos (con resoluciones típicas del orden de 100  $\mu\text{m}$ ). Los primeros dispositivos de este tipo fueron desarrollados en la década de 1970 por un grupo de la universidad de Roma para ser usados en el primer colisionador protón-protón del laboratorio CERN, desde entonces se les denomina "Ollas Romanas". Las ollas romanas cuentan con un sistema de fuelles que les permite cambiar su posición sin afectar el vacío del acelerador (ver Figura 2). El sistema de posicionamiento consiste en un motor de paso cuyo número de giros es calibrado para indicar la ubicación de la olla romana en milímetros. Para reducir las incertidumbres en la posición se usa por lo general un sistema adicional de sensores como por ejemplo transformadores diferenciables variables lineales (LVDT, por sus siglas en inglés). Para reducir el material que deben atravesar las partículas en su paso hacia el detector, a las ollas romanas se les coloca una ventana en frente del detector de menos de 100 micrones de grosor. Los detectores que se usan para el registro de las partículas deben ser de pequeñas dimensiones, tal que quepan dentro de la olla y cuentan con un sistema de pines que permitan

su correcta ubicación y alineación. Los detectores por lo general son de tres tipos: detectores gaseosos, fibras de centelleo o detectores de silicio. Adicional al detector de coordenadas de la partícula se debe contar con bloques centelladores que permitan hacer registro de tiempo de vuelo de la partícula desde el punto de interacción a la ubicación del detector.

Con el fin de etiquetar correctamente los eventos elásticos en colisionadores hadrónicos se colocan estaciones de ollas romanas de manera simétrica a ambos lados del punto de interacción, con por lo menos un par de estaciones a cada lado. En cada estación se debe contar como mínimo con un par de ollas romanas con sus respectivos detectores que se puedan acercar al haz de partículas ya sea en el plano vertical u horizontal. Se verifica la propiedad de colinearidad de los eventos elásticos (las dos partículas dispersadas después de la colisión deben viajar en direcciones opuestas con iguales ángulos de dispersión) en ollas romanas diagonalmente opuestas al punto de interacción para proceder con el registro de cada evento. Dada la óptica del acelerador de partículas, entre el punto de interacción y la ubicación del detector se pueden tener magnetos para enfocar el haz o desviar su trayectoria. Por esta razón las partículas no viajan en línea recta entre el punto de interacción y el detector. Si se conoce la óptica del haz, se puede establecer una relación entre las coordenadas de la partícula en un detector  $(x_i, y_i)$  y las coordenadas  $(x_0, y_0)$  y el ángulo de dispersión en el punto de interacción  $(\theta_x, \theta_y)$ :

$$\begin{aligned} x_i &= M_{x,i}x_0 + L_{x,i}\theta_x \\ y_i &= M_{y,i}y_0 + L_{y,i}\theta_y \end{aligned} \quad (20)$$

Donde  $M_{x,i}$ ,  $L_{x,i}$  ( $M_{y,i}$ ,  $L_{y,i}$ ) son elementos de transporte en el eje horizontal (vertical) para la localización del detector [10], los cuales son funciones de los campos eléctricos y magnéticos por los que atraviesa la partícula desde el punto de interacción hasta la ubicación del detector. En el caso que las coordenadas  $x_0, y_0$  en el punto de interacción sean despreciables (que es lo que normalmente se espera ya que el punto de colisión corresponde al punto  $(0,0)$ ), entonces el ángulo de dispersión se obtiene como el cociente de la coordenada medida en el detector sobre el elemento matricial  $L$ , esto es equivalente a determinar el ángulo como si la partícula hubiese viajado en línea recta una distancia longitudinal  $L_x$  ( $L_y$ ) y una distancia lateral  $x$  ( $y$ ), por esta razón a  $L_x$  ( $L_y$ ) comúnmente se le llama distancia efectiva en el eje  $x$  ( $y$ ).

La Figura 2 muestra como ejemplo la configuración experimental para estudiar eventos elásticos de colisiones  $\bar{p}p$  en el experimento D0 del acelerador TEVATRON [20]. El punto de interacción (PI) se encuentra ubicado en el centro del detector principal del experimento D0 (que no se incluye en el diagrama). Alrededor del punto de colisión se observa una serie de magnetos cuadrupolares usados para enfocar los haces de partículas en el PI. Un protón/antiprotón dispersado pasa a través de los magnetos cuadrupolares y llega a la primera estación de ollas romanas (ubicadas a 23 m del PI), posteriormente atraviesa

un separador electrostático, para mantener apartados los haces de protones y antiprotones fuera del punto de interacción, y arriba a una segunda estación (ubicada a 31 m del PI). Los registros de coordenadas de los detectores atravesados en ambas estaciones permiten reconstruir el ángulo de dispersión en el PI usando la ecuación 20 y teniendo conocimiento de los campos magnéticos y eléctricos producidos en los magnetos y en el separador. Las estaciones atravesadas por un antiprotón (protón) dispersado son llamadas  $A_1$  ( $P_1$ ) y  $A_2$  ( $P_2$ ). En cada estación hay 4 detectores (U,D se mueven sobre el eje vertical alrededor del haz, y O,I sobre el plano horizontal). Un evento elástico es etiquetado si hay un antiprotón atravesando dos detectores  $A_1$  y  $A_2$ , en coincidencia con un protón atravesando dos detectores  $P_1$  y  $P_2$ , exigiendo que las coincidencias de los detectores cumplan con la condición de colinearidad.

La Figura 3 muestra una comparación típica de las coordenadas verticales para antiprotones y protones dispersados en la misma colisión. Se observa la correlación de las coordenadas correspondientes a la condición de colinearidad pero adicionalmente se observan eventos de background superpuestos a la banda de correlación, que se deben sustraer en el análisis de datos. El ancho de la banda de correlación es consecuencia de la divergencia de los haces de partículas y de la resolución de los detectores.

En los colisionadores de partículas de altas energías se tiene como objetivo principal la búsqueda y estudio de eventos con secciones eficaces muy bajas, lo que requiere tomar datos con las luminosidades más altas posibles. Para incrementar la luminosidad se usan los magnetos cuadrupolares para enfocar al máximo los haces de partículas y reducir sus áreas transversales en el punto de colisión. Esto tiene como efecto que las áreas transversales del haz en otros puntos del acelerador se incrementan haciendo que las ollas romanas no puedan ser ubicadas tan cerca al centro del haz de partículas como se requiere. Para la toma de datos de colisiones elásticas, por lo tanto, se requiere lo opuesto: bajas luminosidades a través de un menor enfoque en el punto de colisión, de esta manera se reduce el área transversal en los puntos donde están ubicadas las estaciones de las ollas romanas permitiendo que se puedan ubicar más cerca al centro del haz de partículas.

## V. MODELOS FENOMENOLÓGICOS

Dado que la cromodinámica cuántica perturbativa no puede explicar dispersión elástica, se recurre a la expansión de la amplitud de dispersión en ondas parciales para extender las propiedades de unitariedad, analiticidad y simetría de cruce de la amplitud de dispersión a dominios de momento angular más amplios, como por ejemplo valores continuos y valores complejos. Si se ignora spin la amplitud de dispersión se puede expandir

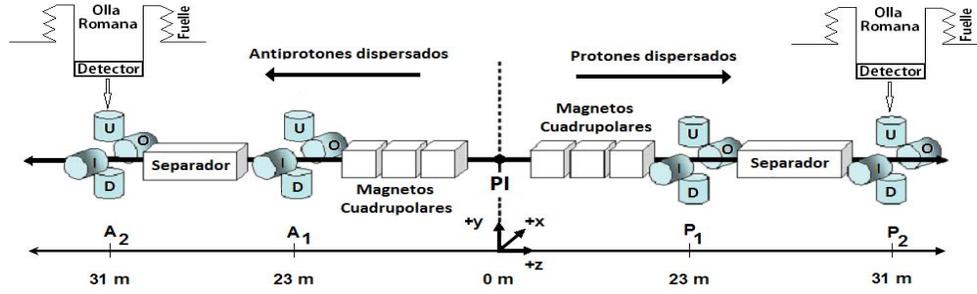


Figura 2: Esquema de las estaciones de ollas romanas ( $A_1$ ,  $A_2$ ,  $P_1$ ,  $P_2$ ) del experimento D0 del laboratorio Fermilab. Las letras U, D, I, O indican los detectores que se pueden mover cerca al haz de partículas.

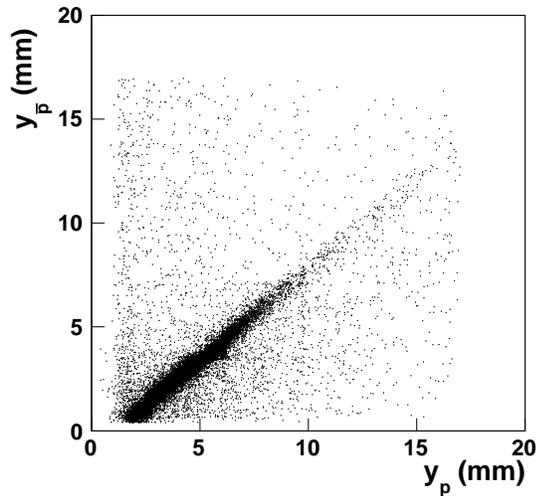


Figura 3: Comparación de coordenadas verticales (medidas desde la base del detector) para coincidencias entre detectores de protones y antiprotones. La banda oscura corresponde a la correlación de las coordenadas debido a que el ángulo de dispersión de ambas partículas que colisionan elásticamente es el mismo. Los puntos superpuestos a la banda de correlación corresponden a eventos de background.

como una serie de polinomios de Legendre:

$$f(s, t) = \frac{1}{k} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell + 1) P_{\ell}(\cos\theta) a_{\ell}(k) \quad (21)$$

Donde  $s$ ,  $t$  son las variables de Mandelstam y  $a_{\ell}(k)$  es la amplitud de dispersión para la  $\ell$ -ésima onda parcial. Esta última se puede determinar a partir del corrimiento de fase  $\delta_{\ell}$  de la onda parcial con momento angular  $\ell$ :

$$a_{\ell}(k) = \frac{e^{2i\delta_{\ell}} - 1}{2i} \quad (22)$$

La propiedad de unitariedad de  $f(s, t)$  garantiza que la suma de las secciones eficaces de dispersión  $\sigma_{\ell}$  para cada onda parcial nos debe dar como resultado la sección eficaz total ( $\sigma_T = \sum_{\ell} \sigma_{\ell}$ ), en otras palabras la propiedad de unitariedad exige que la suma de las probabilidades de dispersión de cada onda parcial sea igual o menor que la unidad. La propiedad de analiticidad se refiere a que la amplitud de dispersión se puede expandir en una serie de potencias convergente y por lo tanto es infinitamente diferenciable, excepto en un número finito de puntos. La simetría de cruce se refiere a que la observación del proceso de interacción  $a + b \rightarrow c + d$  implica la existencia de las interacciones donde se cruza la partícula al otro lado de la reacción cambiándola por su antipartícula:  $a + \bar{c} \rightarrow \bar{b} + d$ ,  $\bar{d} + \bar{c} \rightarrow \bar{b} + \bar{a}$ ,  $a + \rightarrow \bar{b} + c + d$ , etc.

### A. Modelos Geométricos

La descripción de una interacción desde mecánica clásica se hace a través del parámetro de impacto  $b$  que corresponde a la distancia perpendicular entre la trayectoria inicial de movimiento de la partícula proyectil y el centro dispersor. Los modelos geométricos que describen dispersión elástica están basados en la representación de la amplitud de dispersión en el espacio del parámetro de impacto [21] y en la propiedad de unitariedad de la amplitud de dispersión. A altas energías la amplitud de dispersión debe tener contribuciones de ondas parciales con valores muy grandes de  $\ell$ , por lo que se hace conveniente cambiar la suma discreta de ondas parciales por una integral ( $\sum_{\ell} \rightarrow \int d\ell$ ), para esto usamos la relación clásica entre momento angular y parámetro de impacto y por conveniencia adicionamos a  $\ell$  un factor de  $1/2$  que tiene un efecto despreciable para valores grandes de  $\ell$ :  $\ell + \frac{1}{2} = bk$ . Igualmente podemos usar la siguiente aproximación para los polinomios de Legendre: para  $\ell \rightarrow \infty$ ,  $P_{\ell}(\cos\theta) \rightarrow J_0(qb)$ , con  $q^2 = -t$  y  $t$  definido en la ecuación 2 ( $\vec{q}$  es el momento transferido). Poniendo estas aproximaciones juntas podemos reescribir la amplitud de

dispersión en términos de una doble integral:

$$f(s, t) = \int_0^{\infty} 2kbJ_0(qb)a(b, s)db \quad (23)$$

$$= \frac{k}{\pi} \int_0^{\infty} bdb \int_0^{2\pi} a(b, s)e^{i\vec{q}\cdot\vec{b}}d\phi \quad (24)$$

Donde se ha sustituido  $a_l(k)$  por  $a(b, s)$  y en el último término de la derecha se usó la representación integral de la función de Bessel  $J_0(qb)$  ( $\phi$  hace referencia al ángulo azimutal). La parte fenomenológica entra en modelar la función  $a(b, s)$  que describa correctamente los datos experimentales. Siguiendo la relación 22,  $a(b, s)$  se puede escribir como:

$$a(b, s) = \frac{1}{2i} \left( e^{-\Omega(b, s)} - 1 \right) \quad (25)$$

Donde  $\Omega(s, b)$  corresponde a la opacidad que presenta el hadrón para un parámetro de impacto  $b$ . La amplitud de dispersión se escribe como ( $d^2\vec{b} = bdbd\phi$ ):

$$f(s, t) = \frac{ik}{2\pi} \int d^2\vec{b}e^{i\vec{q}\cdot\vec{b}} \left( 1 - e^{-\Omega(b, s)} \right) \quad (26)$$

Diferentes modelos de estructura del hadrón se ven reflejados en la función  $\Omega(b, s)$  [22–25]. Siguiendo las relaciones 6 y 12 y usando la ecuación 26 podemos escribir:

$$\sigma_T = 2 \int \Re e\{1 - e^{-\Omega(b, s)}\} d^2\vec{b} \quad (27)$$

$$\sigma_{el} = \int |1 - e^{-\Omega(b, s)}|^2 d^2\vec{b} \quad (28)$$

Un modelo sencillo es asumir que el hadrón es un disco negro de radio  $R$ , en este caso  $\Omega \rightarrow \infty$  y  $\sigma_T = 2\pi R^2$ ,  $\sigma_{el} = \pi R^2$ , es decir que el caso en que asintóticamente con la energía el hadrón se llegue a comportar como un disco negro se esperaría la sección eficaz elástica sea la mitad de la sección eficaz total. Existen trabajos que indican que con los datos existentes de  $\sigma_T$  ya se puede confirmar este comportamiento [26].

## B. Teoría de Regge y el Pomerón

La teoría de Regge está basada en extender la expansión en ondas parciales al plano complejo de momento angular. Usamos la transformación de Sommerfeld-Watson [27] para este propósito:

$$f(s, t) = \frac{1}{2ik} \oint_C (2\ell + 1) \frac{a(\ell, s)}{\text{sen}(\pi\ell)} P(\ell, s, t) d\ell \quad (29)$$

El contorno de integración  $C$  rodea el eje real positivo de  $\ell$ , como se indica en la Figura 4. Las funciones  $a(\ell, s)$  y  $P(\ell, s, t)$  son las continuaciones de  $a_\ell(k)$  y los polinomios de Legendre  $P_\ell$  a valores complejos de  $\ell$ . Como los polos

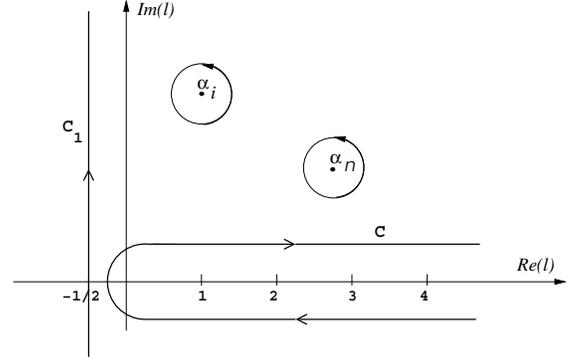


Figura 4: Contornos de integración para la Transformación de Sommerfeld-Watson donde se indican dos polos de Regge.

del integrando se encuentran en valores enteros de  $\ell$ , por el teorema de residuos obtenemos la expansión original en ondas parciales dada por en la ecuación 21.

Si deformamos el contorno  $C$  a  $C_1$ , donde  $C_1$  va desde un valor de  $1/2 - i\infty$  a  $1/2 + i\infty$  (una línea vertical paralela al eje imaginario con  $\Re e(\ell) = 1/2$ ), el nuevo contorno  $C_1$  puede encerrar polos de  $a(\ell, s)$ . Si el  $i$ -ésimo polo ubicado en  $\ell = \alpha(t)$  (llamado polo de Regge) tiene un residuo  $\beta_i(t)$  podemos reescribir la amplitud de dispersión como :

$$f(s, t) = \frac{1}{2ik} \int_{-\frac{1}{2}-i\infty}^{-\frac{1}{2}+i\infty} (2\ell + 1) \frac{a(\ell, s)}{\text{sen}(\pi\ell)} P(\ell, s, t) d\ell + \sum_i \frac{\beta_i(t)}{\text{sin}(\pi\alpha_i(t))} P(\alpha(t), s, t) \quad (30)$$

En el límite cuando  $s \rightarrow \infty$  la integral de la expresión anterior tiende a cero y la función  $P(\alpha(t), s, t) \xrightarrow{s \rightarrow \infty} s^{\alpha(t)}$ , por lo que la amplitud de dispersión se simplifica a:

$$f(s, t) \xrightarrow{s \rightarrow \infty} \beta(t) s^{\alpha(t)} \quad (31)$$

Donde  $\beta(t)$  contiene todos los factores que dependen de  $t$ . Para valores reales y positivos de  $t$  los polos de Regge representan resonancias y estados ligados,  $\alpha(t)$  representa una trayectoria de Regge (o Reggeón) que se interpola entre las diferentes resonancias o estados ligados y que sigue una línea recta:  $\alpha(t) = \alpha(0) + \alpha/t$ .

Si usamos esta trayectoria de Regge y la ecuación 8 podemos escribir la sección diferencial elástica como:

$$\frac{d\sigma_{el}}{dt} = F(t) s^{2\alpha(0)-2} e^{-2\alpha|t|\ln(s)} \quad (32)$$

Donde  $F(t)$  tiene en cuenta los residuos. También podemos usar el teorema óptico para obtener:

$$\sigma_T \xrightarrow{s \rightarrow \infty} s^{\alpha(0)-1} \quad (33)$$

El intercepto de la trayectoria de Regge es el que contribuye a la sección eficaz total. Las trayectorias de Regge

conocidas hasta el momento tienen interceptos  $\alpha(0) < 1$ , lo que implicaría que  $\sigma_T$  decrecería con la energía, lo cual está en contradicción con las observaciones experimentales que indican que  $\sigma_T$  decrece con la energía hasta llegar a una región plana y luego comienza a aumentar. Para conciliar la teoría de Regge con los experimentos se hace necesario la existencia de una trayectoria de Regge con intercepto  $\alpha(0) > 1$ , a esta trayectoria se le llama Pomerón, la cual hasta el momento no se puede asociar con ninguna partícula y es tema de estudio tanto a nivel teórico como experimental. Una indicación de que efectivamente el Pomerón es una buena explicación para el crecimiento de  $\sigma_T$  son las parametrizaciones propuestas por Donachie y Landshoff [28] donde los datos experimentales de  $\sigma_T$  son correctamente descritos a través de la suma de un Reggeón más un Pomerón. Existen algunos modelos teóricos que predicen la existencia de más de un Pomerón [29] y la existencia de un compañero del Pomerón llamado Odderón [30] para el cual no hay evidencia experimental hasta el momento, pero que puede tener consecuencias en el comportamiento asintótico de  $\sigma_T$ .

### C. Teoremas asintóticos

A partir de la expansión en ondas parciales de la amplitud de dispersión y de sus propiedades de unitariedad se puede encontrar una cota para el crecimiento de la sección eficaz total con la energía, que se le llama el límite de Froissart, el cual indica que para que se mantenga unitariedad la sección eficaz total no puede crecer más rápido que  $\ln^2(s)$  [3]:

$$\sigma_T < \frac{\pi}{m_\pi} \ln^2(s) \quad (34)$$

Donde  $m_\pi$  es la masa del pión. Las observaciones hechas con los últimos aceleradores de partículas, en el rango de energías de TeV, han conducido al debate de si existe evidencia suficiente de la saturación del límite de Froissart y qué implicaciones tendría esta saturación [31].

El comportamiento asintótico de los parámetros que describen dispersión elástica se convierten en una herramienta fundamental para restringir los diferentes modelos fenomenológicos. Este comportamiento asintótico se puede determinar a partir de las propiedades de la amplitud de dispersión. El teorema de Pomeranchuk [8] es una de las restricciones más importantes que deben cumplir los diferentes modelos. Este teorema predice que a altas energías las secciones eficaces para colisiones hadrón-hadrón y antihadrón-hadrón (por ejemplo  $pp$  y  $\bar{p}p$ ) convergen a un mismo valor. La predicción del teorema de Pomeranchuk es ratificada por los datos actuales, como se puede ver en la Figura 7.

## VI. RELACIONES DE DISPERSIÓN

A partir del teorema de Cauchy se pueden derivar relaciones de dispersión integrales que establecen ecuaciones entre las partes real e imaginaria de la amplitud de dispersión [32]:

$$\Re f(E) = \frac{1}{\pi} P \int_m^\infty \left( \frac{\Im m f(E')}{E' - E} + \frac{\Im m f(-E')}{E' + E} \right) dE' \quad (35)$$

Donde P antes de la integral significa el valor principal de Cauchy.

Si consideramos la amplitud de dispersión,  $f$ , como compuesta de dos términos con paridad par ( $f_+$ ) e impar ( $f_-$ ), podemos escribir la amplitud de dispersión para colisiones hadrón-hadrón ( $ab$ ) y antihadrón-hadrón ( $\bar{a}b$ ) como:

$$\begin{aligned} f_{ab} &= f_+ + f_- \\ f_{\bar{a}b} &= f_+ - f_- \end{aligned} \quad (36)$$

$$(37)$$

Se puede demostrar que las amplitudes  $f_+$ ,  $f_-$  cumplen con las siguientes relaciones de dispersión en términos de derivadas [33, 34]:

$$\Re f_+ = s^\alpha \tan \left[ \frac{\pi}{2} \left( \alpha - 1 + \frac{d}{d \ln(s)} \right) \right] \frac{\Im m f_+}{s^\alpha} \quad (38)$$

$$\Re f_- = s^\alpha \tan \left[ \frac{\pi}{2} \left( \alpha + \frac{d}{d \ln(s)} \right) \right] \frac{\Im m f_-}{s^\alpha} \quad (39)$$

En este trabajo usaremos las relaciones de dispersión integrales para poder estudiar simultáneamente los datos de  $\sigma_T$  y  $\rho$ .

## VII. ESTUDIO DE LA SECCIÓN EFICAZ DIFERENCIAL

En este trabajo presentamos un estudio modelo-independiente de  $d\sigma/dt$ . Basados en el hecho que  $d\sigma/dt$  muestra un decaimiento exponencial pronunciado antes del mínimo de difracción y un segundo decaimiento exponencial, menos pronunciado, después del mínimo de difracción. Podemos construir una amplitud de dispersión como la suma de dos términos exponenciales con diferente pendiente nuclear y que difieren de una fase entre ellas. La interferencia que se presenta entre los dos términos exponenciales puede explicar la profundidad del mínimo de difracción y también porque esa profundidad es diferente para colisiones hadrón-hadrón y antihadrón-hadrón. La amplitud de dispersión la podemos escribir como:

$$f(s, t) = \frac{k\sigma_T}{4\pi\hbar c} (1 + \rho^2)^{1/2} \left( e^{-B_1 t/2} + C e^{-B_2 t/2} e^{i\phi} \right) \quad (40)$$

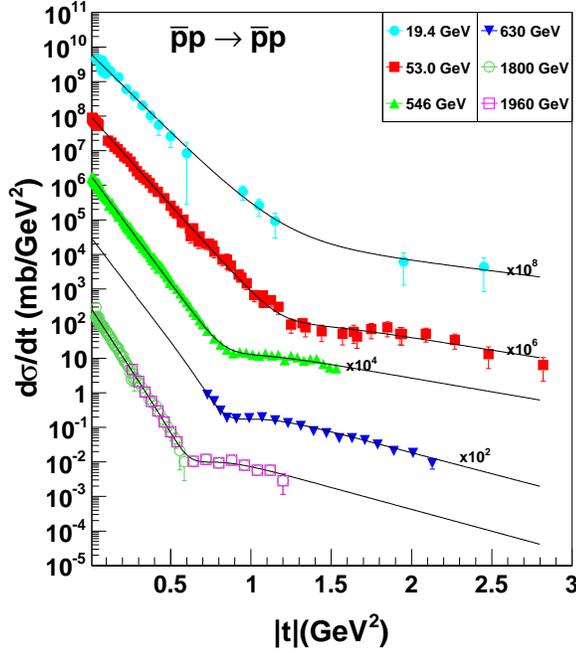


Figura 5:  $d\sigma/dt$  para colisiones  $\bar{p}p$  y sus correspondientes ajustes. La escala vertical ha sido normalizada de manera diferente para diferenciar los datos de cada energía

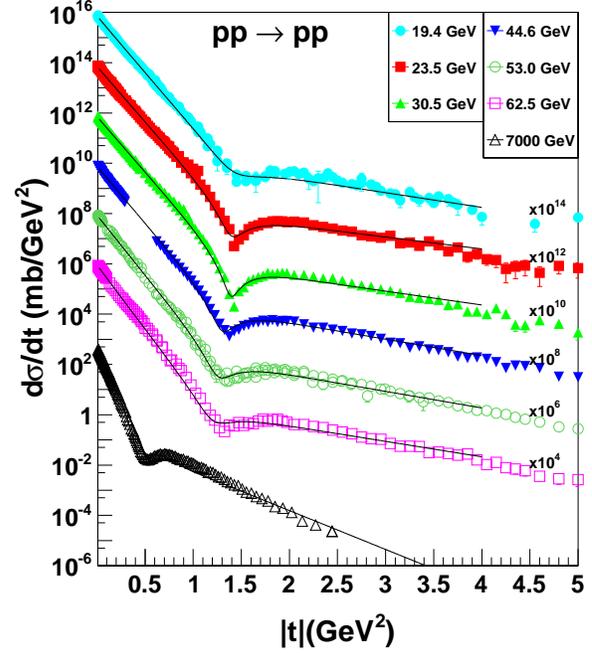


Figura 6:  $d\sigma/dt$  para colisiones  $pp$  y sus correspondientes ajustes. La escala vertical ha sido normalizada de manera diferente para diferenciar los datos de cada energía

Nuestra motivación para proponer esta amplitud de dispersión es meramente empírica, al igual que en los trabajos desarrollados en [7] y [35]. Esta parametrización también converge a la ecuación 10 cuando solo un decaimiento exponencial es considerado para  $d\sigma/dt$ . Sin embargo, términos similares para la amplitud de dispersión se obtienen a partir del modelo quark-quark [36], [37].

En las Figuras 5 y 6 se presentan los resultados a los ajustes hechos a los datos de  $d\sigma/dt$  para colisiones  $\bar{p}p$  y  $pp$  respectivamente, donde se demuestra que la parametrización propuesta describe correctamente los datos desde energías de colisión de 19 GeV hasta 7 TeV para colisiones  $pp$  (desde 19 GeV hasta 1.96 TeV para colisiones  $\bar{p}p$ ). Las energías de 19 GeV y 53 GeV, donde se tienen datos para ambos tipos de colisiones, muestran que las pendientes nucleares antes y después del mínimo de difracción son similares, dentro de las barras de error, para colisiones  $pp$  y  $\bar{p}p$ . La diferencia en  $d\sigma/dt$  para ambos tipos de colisiones se presenta en el mínimo de difracción que en un caso es constructiva ( $\bar{p}p$ ) y en el otro caso es destructiva ( $pp$ ).

## VIII. ESTUDIO DE LA SECCIÓN EFICAZ TOTAL

En el presente trabajo estudiamos el comportamiento logarítmico de la sección eficaz sin estar atados a un modelo fenomenológico en particular, en vez de esto usamos la parametrización propuesta por Amaldi [2]:

$$\sigma = A_1 E^{-N_1} \pm A_2 E^{-N_2} + C_0 + C_1 \ln^\gamma(s) \quad (41)$$

Donde el signo “+” (“-”) se usa para obtener  $\sigma_{\bar{p}p}$  ( $\sigma_{pp}$ ). Los dos primeros términos son usados para describir el comportamiento de la sección eficaz a baja energía. El último término describe el comportamiento asintótico de  $\sigma_T$ .

Dado que  $\sigma_T$  es proporcional a la parte imaginaria de la amplitud de dispersión, y el parámetro  $\rho$  está definido como el cociente entre la parte real sobre la parte imaginaria de la amplitud de dispersión, usando relaciones de dispersión integrales podemos obtener el producto  $\rho\sigma$ , para colisiones  $pp$  como:

$$k\rho\sigma = B + \frac{E}{\pi} P \int_m^\infty \left( \frac{\sigma_{pp}}{E'(E' - E)} - \frac{\sigma_{\bar{p}p}}{E'(E' + E)} \right) k' dE' \quad (42)$$

De manera similar se obtiene una ecuación para el producto  $\rho\sigma$  para colisiones  $\bar{p}p$  (intercambiando  $\sigma_{pp}$  por  $\sigma_{\bar{p}p}$  en el integrando).

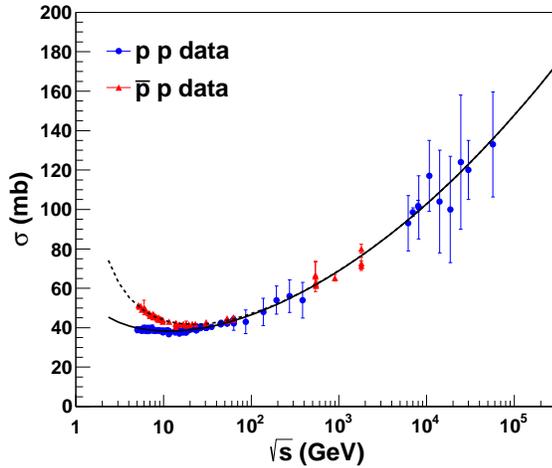


Figura 7:  $\sigma_T$  para colisiones  $pp$  y  $\bar{p}p$  y sus correspondientes ajustes.

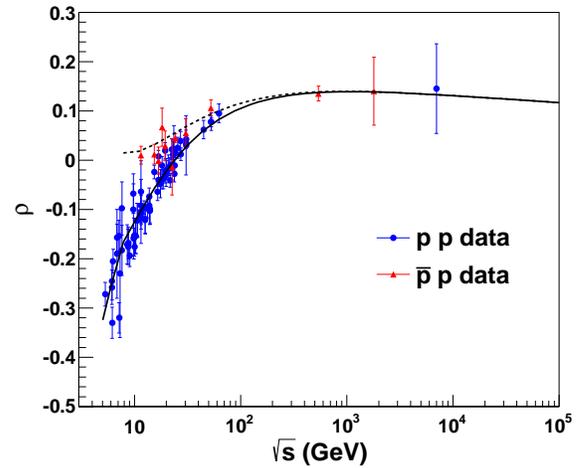


Figura 8: Parámetro  $\rho$  para colisiones  $pp$  y  $\bar{p}p$  y sus correspondientes ajustes.

Las ecuaciones 41 y 42 se pueden usar para hacer un ajuste simultáneo por el método de mínimos cuadrados (usando el paquete MINUIT [38]) a los datos de  $\sigma_T$  y  $\rho$  para las colisiones  $pp$ ,  $\bar{p}p$ ,  $\pi^\pm p$  y  $K^\pm p$  [39], [40]. La parametrización usada no describe la región de energías donde se presentan resonancias de  $\sigma_T$ , por eso sólo se incluyen datos con energías mayores a  $\sqrt{s} = 5$  GeV. En la referencia [41] se reporta un trabajo similar, usando relaciones de dispersión diferenciales, solo para colisiones  $pp$  y  $\bar{p}p$ . El aporte del presente estudio es incluir los datos de otras reacciones y el uso de relaciones de dispersión integrales. Dado que nuestra muestra de datos es mayor, especialmente a bajas energías, el estudio que se presenta permite obtener con mayor precisión los parámetros de la parametrización de Amaldi.

En total se consideraron 575 datos para el fit simultáneo, con 18 parámetros libres. Los datos fueron obtenidos de la base de datos de Durham [42] y del grupo de datos de partículas [43]. Siguiendo los resultados de Donnachie y Landshoff [28], quienes fueron los primeros en demostrar que las secciones eficaces de diferentes procesos hadrón - hadrón incrementan en la misma proporción con la energía, se asumió en los fits realizados como parámetros comunes, para todos los tres tipos de reacción estudiada, los exponentes de la parametrización de Amaldi:  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $\gamma$ . Los resultados obtenidos indican que la parametrización de Amaldi describe apropiadamente los datos experimentales ( $\chi^2/\text{grado de libertad} = 1,1$ ), los cuales son compatibles con un crecimiento con la energía para  $\sigma_T$  como  $\ln^2(s)$  ( $\gamma = 2, 14 \pm 0, 15$ ) por lo que se concluye que a altas energías  $\sigma_T$  para colisiones hadrón-hadrón y antihadrón-hadrón crece a la máxima tasa esperada por el límite de Froissart pero no hay evidencia experimental suficiente que permita concluir que este límite se viole. Aunque el valor de  $\sigma$  obtenido está por encima de 2,0, la incertidumbre aún

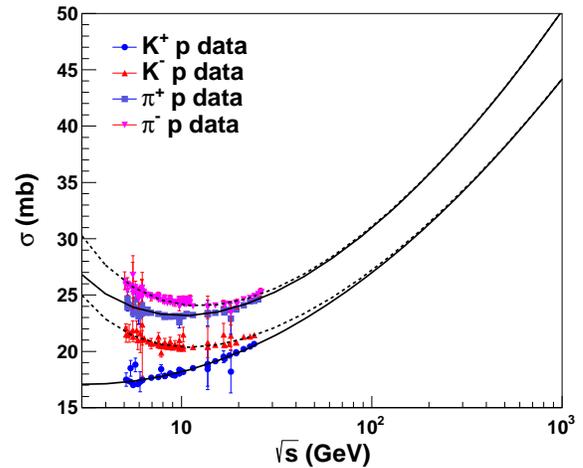


Figura 9: Datos de  $\sigma_T$  para colisiones  $\pi p$  y  $Kp$  y sus correspondientes ajustes.

lo hace estadísticamente compatible con 2,0.

A bajas energías las secciones eficaces  $\pi^+p$  y  $\pi^-p$  difieren entre ellas por los canales adicionales de aniquilación de los quarks  $u$  y  $\bar{u}$  (presentes en la reacción  $\pi^-p$ ) que tienen mayor contribución que los canales de aniquilación entre quarks  $d$  y  $\bar{d}$ . En el caso de colisiones  $Kp$  los canales de aniquilación quark-antiquark se reducen y además intervienen quarks tipo  $s$  o  $\bar{s}$  en la reacción, por esta razón la sección eficaz es más baja que en colisiones  $\pi p$  y  $pp$ , como se muestra en la Figura 9.

Aunque se usaron los datos de  $\rho$  para colisiones  $\pi p$  y  $Kp$  no se incluye una gráfica dado que son muy pocos los datos que existen. La tabla I presenta el valor de los parámetros que mejor se ajustan a los datos con sus respectivas incertidumbres. Los resultados de los

Tabla I: Valores de los parámetros con el mejor ajuste a los datos experimentales ( $\chi^2/\text{grado de libertad} = 1.1$ ).

|           | Valor            |           | Valor             |
|-----------|------------------|-----------|-------------------|
| $N_1$     | $0,39 \pm 0,05$  | $A_2^\pi$ | $3,61 \pm 0,12$   |
| $N_2$     | $0,50 \pm 0,01$  | $C_0^\pi$ | $15,84 \pm 1,91$  |
| $\gamma$  | $2,14 \pm 0,15$  | $C_1^\pi$ | $0,12 \pm 0,05$   |
| $A_1^p$   | $40,5 \pm 1,27$  | $B^\pi$   | $-19,21 \pm 4,78$ |
| $A_2^p$   | $20,4 \pm 0,74$  | $A_1^K$   | $11,33 \pm 1,31$  |
| $C_0^p$   | $28,5 \pm 2,85$  | $A_2^K$   | $8,15 \pm 0,29$   |
| $C_1^p$   | $0,14 \pm 0,07$  | $C_0^K$   | $13,93 \pm 1,29$  |
| $B^p$     | $-11,4 \pm 7,67$ | $C_1^K$   | $0,11 \pm 0,05$   |
| $A_1^\pi$ | $21,08 \pm 1,23$ | $B^p$     | $-25,4 \pm 6,54$  |

ajustes permiten hacer una extrapolación a la energía de 14 TeV, correspondiente a la energía de diseño del acelerador LHC y a la cual se espera tomar datos en el año 2015. La predicción para  $\sigma_T^{pp}$  que se obtiene es:  $\sigma_T^{pp} = 109,1 \pm 1,6$  mb. A esta energía los dos primeros términos de la parametrización de Amaldi tienen una contribución despreciable ( $\approx 0,03\%$ ), lo que indica que el comportamiento asintótico está únicamente dictado por el término logarítmico.

## IX. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha hecho una corta revisión de dispersión elástica y secciones eficaces totales hadrón-hadrón y antihadrón-hadrón. El estudio realizado de  $d\sigma/dt$  para colisiones  $\bar{p}p$  y  $pp$  permite corroborar que los datos experimentales son adecuadamente descritos por una amplitud de dispersión compuesta por dos términos exponenciales que difieren en una fase. El término de interferencia que resulta por la diferencia de fase es el que determina la forma del mínimo de difracción, que

es diferente para colisiones hadrón-hadrón y antihadrón-hadrón. El estudio realizado a las secciones eficaces totales para las reacciones  $\bar{p}p$ ,  $pp$ ,  $\pi^\pm p$ ,  $K^\pm p$  permite concluir que las secciones eficaces para estos procesos tienen la misma tasa de crecimiento a altas energías y que el valor de la sección eficaz depende del tipo de quarks que intervienen en la reacción, por esta razón las secciones eficaces para colisiones  $Kp$  son más bajas que en el caso  $\pi p$  y este último a su vez tiene una sección eficaz más baja que en el caso  $pp$ , dado que hay menor número de quarks interviniendo en la reacción. Se demostró en el presente trabajo que el incremento de la sección eficaz total con la energía, a altas energías, se puede describir como un término de la forma  $\ln^\gamma(s)$  donde  $\gamma$  es compatible, dentro de su incertidumbre, con el valor de 2,0, por lo que se concluye que los datos experimentales indican que la sección eficaz total incrementa a altas energías a la tasa máxima que permite la condición de unitariedad (descrita por el límite de Froissart) y no existe evidencia experimental de violación del límite de Froissart. Los datos que se tomen a la energía de centro de masa de 14 TeV, en el acelerador LHC, serán fundamentales para reducir la incertidumbre del parámetro  $\gamma$ . Actualmente los datos a altas energías provienen, en su mayoría de mediciones con rayos cósmicos, que presentan incertidumbres muy altas. Finalmente, se ha hecho una predicción para  $\sigma_T^{pp}$  a la energía de centro de masa de 14 TeV de 109 mb con una incertidumbre de 1,5 %.

## AGRADECIMIENTOS

Agradezco a COLCIENCIAS, a la Facultad de Ciencias y al Departamento de Física de la Universidad de los Andes por la financiación a las actividades de investigación del grupo de Altas Energías.

- 
- [1] J. Forshaw and D.A. Ross, *Quantum Chromodynamics and the Pomeron* (Cambridge University Press, Cambridge, 1997).
  - [2] U. Amaldi *et al.*, Phys. Lett. B **66**, 390 (1977).
  - [3] M. Froissart, Phys. Rev. **123**, 1053 (1961).
  - [4] G. Antchev *et al.*, Europhys. Lett. **101**, 21002 (2013).
  - [5] G. Antchev *et al.*, Europhys. Lett. **101**, 21004 (2013).
  - [6] G. Antchev *et al.*, Phys. Rev. Lett. **111**, 012001 (2013).
  - [7] R. Phillips, V. Barger, Phys. Lett. B **46**, 412 (1973).
  - [8] M. Block, Phys. Rep. **436**, 71 (2006).
  - [9] G. B. West, and D. Yennie, Phys. Rev. **172**, 1413 (1968).
  - [10] M. G. Minty and F. Zimmerman, *Measurement and Control of Charged Particle Beams* (Springer-Verlag, Berlin, 2003).
  - [11] E. Martynov, arXiv:1305.3093 (2013).
  - [12] T. Andeen *et al.*, FERMILAB-TM-2365 (2007).
  - [13] S. Chatrchyan *et al.* (CMS Collaboration), Phys. Lett. B **722**, 5 (2013).
  - [14] M. S. Alam *et al.* (ATLAS Collaboration), Nature Commun. **2**, 463 (2011).
  - [15] F. Abe *et al.* (CDF Collaboration), Phys. Rev. D **50**, 5550 (1994).
  - [16] N. Amos *et al.* (E710 Collaboration), Phys. Lett. B **243**, 158 (1990).
  - [17] C. Avila *et al.* (E811 Collaboration), Phys. Lett. B **445**, 419 (1999).
  - [18] P. Abreu *et al.* (Auger Collaboration), Phys. Rev. Lett. **109**, 062002 (2012).
  - [19] U. Amaldi *et al.*, Phys. Lett. B **44**, 112 (1973).
  - [20] V. M. Abazov *et al.*, (D0 Collaboration), Phys. Rev. D **86**, 012009 (2012).
  - [21] V. Barone and E. Predazzi, *High Energy Particle Diffraction* (Springer-Verlag, Berlin, 2002).
  - [22] U. Amaldi, K. R. Schubert, Nucl. Phys. B **166**, 301 (1980).
  - [23] V. Anisovich, and V. Nikonov, arXiv:1306.1735 (2013).

- [24] P. Lipari, and M. Lusignoli, arXiv:1305.7216 (2013).
- [25] C. Bourrely, J. Soffer, and T.T. Wu, Eur. J. Phys. C **28**, 97 (2003).
- [26] M. block, and F. Halzen, arXiv:1109.2041v1 (2011).
- [27] P. D. B. Collins, *An Introduction to Regge theory and high energy physics* (Cambridge university press, Cambridge, 1977).
- [28] A. Donachie, and P. Landshoff, Phys. Lett. B **296**, 227 (1992).
- [29] V. A. Petrov, and A. Prokudin, arXiv:1212.1924 (2012).
- [30] L. Jenkovszky, A. Lengyel, and D. Lontkovskyi, arXiv:1105.1202 (2011).
- [31] M. Block, L. Durnd, P. Ha, and D. Mckay, arXiv:1302.6119 (2013).
- [32] J. R. Cudell, E. Martynov, and O. Selyugin, arXiv:0307254v1 (2003)
- [33] K. Kang, and B. Nicolescu, Phys. Rev. D **11**, 2461 (1975).
- [34] R. Avila, J. Menon, Nucl. Phys. A **744**, 249 (2004).
- [35] A. Grau, S. Pacetti, G. Pancheri, and Y. Sristava, Phys. Lett. B **714**, 70 (2012).
- [36] R. Jakob, Phys. Rev. D **50**, 5647 (1994).
- [37] V. Grichine, N. Starkov, and N. Zotov, arXiv:1212.2111 (2012).
- [38] F. James, MINUIT reference Manual, CERN Program Library Long Write up, version 94.1 (1998).
- [39] J. Benitez, *Sección eficaz total en los colisionadores LHV y VLH*, Tesis Universidad de los Andes, Colombia, 539.721, B253, 2001).
- [40] L. Gómez, *Estudio del comportamiento logarítmico de la sección eficaz hadrónica para energías del LHC*, Tesis de maestría, Universidad de los Andes, Colombia, 539.7216, G552MF, 2008).
- [41] M. Menon, and G. Silva, arXiv:1212.5096 (2013).
- [42] Durham database group, M. Whalley *et al.*, <http://durpdg.dur.ac.uk/hepdata/>
- [43] J. Beringer *et al.* (Particle Data Group), Phys. Rev. D **86**, 010001 (2012).