Rev. Acad. Colomb. Cienc. Ex. Fis. Nat. 44(170):14-17, enero-marzo de 2020
doi: https://doi.org/10.18257/raccefyn.1173

Vol 2 (5): 13-16, **1938**

NOTA SOBRE LA DINAMICA DE LOS ELECTRONES

JULIO GARAVITO A.
Director del Observatorio Astronómico Nacional, de 1893 a 1919.

De aspecto trascendental para la ciencia, por haber dado origen a una interpretación discordante con la Mecánica clásica, son los experimentos efectuados por los físicos modernos, Profesores J. J. Thomson, Kaufmann, Lenard, Simón, Wiechert, Becquerel, etc., referentes a las desviaciones que sufren los rayos catódicos, los rayos *beta* del *radium* y los ultramorados, al someter dichos rayos a la acción de un campo eléctrico y de un campo magnético, simultánea o separadamente.

Se trata de estudiar el movimiento de los electrones dentro de un tubo de Crookes. Supondremos que los rayos catódicos atraviesan, en su movimiento del cátodo al ánodo, una ventanilla estrecha, de manera de formar un pequeño espacio luminoso en la pared opuesta.

Tomaremos por origen de coordenadas el centro de la ventanilla, por eje Ox la trayectoria de los electrones, cuando no actúa ningún campo de fuerza transversal, por eje Oy la dirección según la cual se establece el campo eléctrico, y Oz aquella según la cual se establece el campo magnético.

Los datos del problema son: energía cinética W de los rayos catódicos, cantidad Q de electricidad en la unidad de tiempo, intensidad F del campo eléctrico perturbador, intensidad H del campo magnético, y, finalmente, las coordenadas $x=l$ $y=k$ $z=o$ del centro del pequeño espacio iluminado después de la desviación producida, sea por el campo eléctrico o por el magnético.

Llamemos m la masa del electrón; $E(X_1\, Y_1\, Z_1)$ la acción que ejerce el campo eléctrico sobre el electrón en movimiento; $M(X_2\, Y_2\, Z_2)$ la acción que ejerce el campo magnético, y $R(X_3\, Y_3\, Z_3)$ la que ejercerían los dos campos eléctrico y magnético el actuar en conjunto.

No suponemos que $X_3 = X_1 + X_2$ $Y_3 = Y_1 + Y_2$ $Z_3 = Z_1 + Z_2$ porque ello implicaría la hipótesis de que los dos campos no influyesen el uno sobre el otro al actuar simultáneamente. Esto no es un desconocimiento del postulado de la independencia de los efectos de las fuerzas entre sí y del movimiento adquirido, sino la aplicación correcta de ese principio. En efecto, la acción del campo eléctrico sobre el electrón sería E al no actuar el campo magnético; la acción del magnético sería M al no actuar el eléctrico. Al actuar simultáneamente, la acción del campo eléctrico podría muy bien no ser E sino E' y la del magnético no ser M sino M'. Así R sería la resultante de M' y E' y no la de E y M.

Las ecuaciones de movimiento son las siguientes:

Campo eléctrico.

$$(1)\qquad m\frac{d^2x}{dt^2} = X_1 \qquad m\frac{d^2y}{dt^2} = Y_1 \qquad m\frac{d^2z}{dt^2} = Z_1$$

Campo magnético.

$$(2)\qquad m\frac{d^2x}{dt^2} = X_2 \qquad m\frac{d^2y}{dt^2} = Y_2 \qquad m\frac{d^2z}{dt^2} = Z_2$$

Campos eléctrico y magnético.

$$(3)\qquad m\frac{d^2x}{dt^2} = X_3 \qquad m\frac{d^2y}{dt^2} = Y_3 \qquad m\frac{d^2z}{dt^2} = Z_3$$

Dos problemas se presentan en los movimientos, a saber: 1.° dado el movimiento, hallar las fuerzas capaces de producirlo; 2.° dadas las fuerzas, hallar el movimiento.

El primer problema condujo a Newton a descubrir la ley de la gravitación como consecuencia de las leyes de Kepler. La fuerza se dedujo del movimiento mismo, es decir, tal como actúa sobre los planetas en movimiento. Después se verificó la identidad entre dicha fuerza y la gravedad; de esta manera se comprobó que la velocidad de que están animados los planetas no tiene influencia sensible sobre el valor de dicha fuerza. Conocida la fuerza, la Mecánica celeste se ha ocupado del problema referente al movimiento de varios cuerpos que se atraen los unos a los otros, y es así como se ha establecido la teoría de los movimientos planetarios. Pero no es eso todo, la Mecánica celeste persigue algo más, y es precisamente el grado de exactitud que puede conferírsele a la ley de gravitación, esto es, si ella basta por sí sola a explicar todas las perturbaciones, o si es necesario introducirle algún pequeño término correctivo. Hasta ahora ella ha bastado, dado el grado actual de precisión en las observaciones astronómicas; pero es natural que dicha ley no sea perfecta; es natural que la velocidad de los planetas tenga alguna influencia, y que, además, haya algunas otras fuerzas en acción, como la fuerza repulsiva de la luz, etc., cuyos efectos se hayan escapado aún por ser muy pequeños, en relación con los de la gravitación.

Al tratar del movimiento de los electrones nos parece más fecundo el primer problema, como que se trata de una investigación en un asunto nuevo, en donde casi todo es desconocido. No sería muy difícil hallar la forma exacta de la trayectoria en cada caso, y aunque esto no sería suficiente para determinar la ley de la fuerza, daría, sin embargo, mucha luz a ese respecto. Pero el método que se empleó corresponde al segundo problema. Se ha supuesto conocida la fuerza, en cada caso, y se ha determinado el movimiento. Si éste concuerda con los hechos, la ley de la fuerza es correcta. ¿Qué se debe concluír si el movimiento previsto no coincide con el movimiento real?

Consideraremos sucesivamente los tres casos tal como han sido tratados por los experimentadores:

Primer caso — Campo eléctrico uniforme.

Sea F la intensidad del campo, e la carga de un punto electrizado inmóvil en dicho campo; la fuerza que actuaría sobre él sería Fe paralelamente a la dirección Oy del campo. Si llamamos e la carga negativa del electrón, y si se supone que la fuerza desviatriz es la acción del campo, en las mismas condiciones que obraría esta fuerza sobre el electrón en reposo, se tendría para los componentes $X_1\ Y_1\ Z_1$ los siguientes valores: $X_1 = 0$ $\quad Y_1 = Fe$ $\quad Z_1 = 0.$

Sustituyéndolas en (1) se halla por integración: $x = vt \qquad y = \frac{1}{2} F \frac{e}{m} t^2 \qquad z = 0$

La trayectoria sería la parábola $y = \frac{1}{2} F \frac{e x^2}{m v^2}$ (A) De la cual sólo se conocen dos puntos, el origen y el punto luminoso, cuyas coordenadas son: $x = l \quad y = k$ y $z = 0.$ Hay, pues, una verificación, la de que $z = 0.$ Pero también es claro que el valor nulo de z se hubiera podido establecer a priori.

Al sustituír en (A) las coordenadas del punto luminoso, se halla: $$k = \frac{1}{2} F \frac{e l^2}{m v^2} \qquad (a)$$

Los experimentadores han determinado el valor de v por métodos correctos, que indicaremos después; pero quedan como incógnitas e y m y es necesario utilizar la ecuación (a) para hallar la relación $\frac{e}{m}$
Así, pues, dicha ecuación no puede servirnos de verificación a la hipótesis.

Segundo caso — Campo magnético.

Se supone que el electrón de carga e animado de una velocidad v equivale a un elemento ev de circuito eléctrico. Llamando H la intensidad del campo magnético, dirigida según Oz daría una fuerza Hev sobre el electrón, según Oy. En este caso se tendrá: $X_2 = -He\frac{dy}{dt} \qquad Y_2 = He\frac{dx}{dt} \qquad Z_2 = 0$
El valor nulo de Z_2 se puede prever a priori, toda vez que la acción de un campo magnético sobre la electricidad en movimiento es siempre normal al campo magnético.

Sustituyendo en (2) se halla: $$x = a \operatorname{sen} wt \qquad y = a\,(1 - \cos wt) \qquad z = 0 \qquad (B)$$

tomando por origen del tiempo el instante en que el electrón atraviesa el origen de coordenados y en donde

$$w = \frac{He}{m} \qquad \text{y} \qquad a = \frac{v}{w} = \frac{m\,v}{He}$$

La trayectoria debe ser, pues, circular y de radio a. ¿Se ha verificado esta conclusión? No lo creemos, puesto que sólo se ha dispuesto de dos puntos, el origen y el punto luminoso.

Como t es muy pequeño, resulta lo propio para wt y las ecuaciones (B) pueden escribirse, para el movimiento dentro del tubo, de la manera siguiente, despreciando términos de orden superior:

$x = awt \qquad y = \frac{1}{2}\, a\, w^2 t$ Poniendo $T = \frac{l}{v}$ se halla $$k = \frac{1}{2} \cdot \frac{H e l^2}{m\,v} \qquad (b)$$
que es la misma fórmula (a) cambiando F por Hv.

Algunos autores emplean la igualdad entre la fuerza centrífuga y la fuerza magnética, lo cual conduce a la misma fórmula (b).

Al sustituír el valor de $R = \frac{l^2}{2k}$ en la ecuación se halla, en efecto $Hev = \frac{m\,v^2}{R}$

Tercer caso — Campos eléctrico y magnético.

El caso de campos eléctrico y magnético se ha empleado de manera de compensar las dos desviaciones.

Llamando, pues, F y H las intensidades de los campos cuyas desviaciones se compensan, e igualando los valores de k correspondientes a los dos casos (a) y (b) se halla:

$$\frac{1}{2} F \frac{e l^2}{m v^2} = \frac{1}{2} \cdot H \frac{e l^2}{m v}$$ De donde se deduce v así: $$v = \frac{F}{H}$$

Sustituyendo este valor de v en (a) o en (b) se obtiene:

(c) $$k = \frac{1}{2}\frac{H^2 l^2}{F m} e \qquad \text{de donde se deduce} \qquad \frac{e}{m} = \frac{2\,k\,F}{H^2\,l^2}$$

Los autores que han tratado este asunto reemplazan $\frac{k}{l}$ por u llamando u la desviación angular, así:

$$\frac{e}{m} = \frac{2\,F\,u}{H^2 l}$$

En cuanto a los métodos empleados por los experimentadores para deterninar la velocidad del electrón, sólo indicaremos someramente el empleado por J. J. Thomson. Este Profesor determinó la carga negativa Q transportada por los electrones y su energía cinética W haciendo penetrar el haz de rayos, desviado por un campo magnético, en un conductor hueco, y empleando un electrómetro y un par termo-eléctrico.

Llamando N el número de electrones, e su carga y m su masa, se tendrá: $Q = Ne$ $\quad W = \frac{1}{2}\, mv^2 N$

De donde $v^2 = \frac{2\,We}{Qm}$ Lo que da una nueva relación entre v^2 y $\frac{e}{m}$

Los Profesores W. Kaufmann y S. Simon determinaron la velocidad del electrón por medio de la energía cinética, equivalente al paso de la carga del potencial del cátodo al del ánodo.

De las fórmulas (a), (b) y (c) se deducen los valores siguientes para $\frac{e}{m}$ a saber:

$(a)^*$ $$\frac{e}{m} = \frac{2k\,v^2}{F\,l^2} \quad \text{(campo eléctrico)}$$

$(b)^*$ $$\frac{e}{m} = \frac{2k\,v}{H\,l^2} \quad \text{(campo magnético)}$$

$(c)^*$ $$\frac{e}{m} = \frac{2k\,F}{H^2\,l^2} \quad \text{(campos eléctrico y magnético)}$$

Los valores hallados para $\frac{e}{m}$ han sido los siguientes:

231×10^{15} (J. J. Thomson); $191{,}7 \times 10^{15}$ (Lenard); 345×10^{51} (Lenard); 300×10^{15} (Becquerel por la fórmula $(c)^*$).

558×10^{15} (Kaufmann); $559{,}5 \times 10^{15}$ (Simon); 303×10^{15} y 465×10^{15} (Wiechert); 351×10^{15} (J. J. Thomson por la fórmula $(b)^*$).

Estos resultados son evidentemente discordantes; pero no es posible juzgar si las discrepancias dependen de errores de observación o de error en las hipótesis sobre las cuales se han fundado los cálculos, pues esta clase de observaciones es muy difícil, y no es posible asignar valor alguno a los errores.

Sin embargo, experimentos muy precisos, efectuados por el profesor Kaufmann, han hecho ver que los valores de $\frac{e}{m}$ disminuyen rápidamente cuando la velocidad del electrón crece, hasta aproximarse a la velocidad de la luz.

La consecuencia que han deducido es la siguiente:

«Or, comme tout porte a croire que la charge est toujours la même pour tous les electrons, il est necessarie de supposer que c'est leur masse qui n'est pas constante, et qu'elle croit rapidement avec leur vitesse, quand celle-ci est voisine de la vitesse de la lumiére.» (La theorie moderne des phenomenes physiques –Augusto Righi Professeur a l'Université de Bologne– págs. 107, 108). (1)

Esta conclusión ha tenido gran favor entre las gentes que gozan con toda innovación; pero no ha sido bien acogida por los amantes de la Mecánica clásica, y esto sin que se les pueda tachar de espíritus rutinarios ni retrógrados. El Profesor H. Poincaré ha hecho ver, en efecto, «que, aunque la Mecánica ha nacido de la experiencia, no puede, sin embargo, ser contradicha por ésta».

El conflicto ha provenido, a mi modo de ver, de la elección que se ha hecho entre los dos problemas a que da lugar el estudio de los movimientos. Si en vez de haber elegido el segundo problema, se hubiese escogido el primero, no hubiera habido ningún desacuerdo entre físicos y matemáticos.

De los experimentos de Kaufmann resulta nula la desviación k para grandes velocidades, y como esta desviación proviene de la aceleración $\frac{d^2y}{dt^2}$ resulta que esta aceleración disminuye rápidamente cuando la velocidad del electrón se aproxima a la de la luz. Ahora bien, como en este caso se busca la fuerza y ésta se mide por el producto de la masa por la aceleración, resulta que la fuerza disminuye rápidamente cuando la velocidad toma valores considerables.

Conclusión muy fácil de admitir por todos, pues, por ejemplo, la presión que ejerce el viento contra una superficie se anula cuando se da a ésta una velocidad igual y paralela a la del viento.

(1) "Ahora, como todo conduce a creer que la carga es siempre la misma para todos los electrones, es necesario suponer que es su masa la que no es constante, y que ella crece rápidamente con la velocidad, cuando ésta se aproxima a la velocidad de la luz". (La teoría moderna de los fenómenos físicos -Augusto Righi, Profesor en la Universidad de Bolonia- págs. 107, 108).

* * *

Séanos permitido emitir una explicación del fenómeno a que nos referimos.

La materia nos parece continua a causa de la imperfección de nuestros sentidos, pero no lo es. Esto mismo, y por la misma discontinuidad de la materia, debe ocurrir con las fuerzas naturales. Es probable que las acciones eléctricas y magnéticas sean debidas a percusiones sucesivas provenientes del campo eléctrico y magnético, y cuya intensidad y frecuencia determinan el valor de la fuerza. Si esto se admite, la explicación del fenómeno es muy sencilla.

Sea n el número de choques que sufre un electrón en la unidad de tiempo; en el tiempo $T=\frac{l}{v}$ que gasta el electrón en atravesar el campo eléctrico o magnético, el número de choque recibidos será $nT=\frac{nl}{v}$

En el tiempo t el número de choques será nt Y si p es la impulsión de cada choque, la cantidad de movimiento proyectada, según la dirección Oy de las percusiones será:

$$m\frac{dy}{dt}=npt \qquad \text{De donde} \qquad y=\frac{1}{2}\frac{np}{m}t^2$$

Por tanto, durante $T=\frac{l}{v}$ se tendrá, llamando como antes k la desviación: $k=\frac{1}{2}\frac{npl^2}{mv^2}$ fórmula que no difiere de las (a) y (b) sino por el cambio de np en vez de Fe y Hev respectivamente.

Mientras v sea pequeño, todo ocurre como si la fuerza obrase de una manera continua; pero para valores muy grandes de v en el reducido espacio l las cosas pasan de otro modo.

Si v es muy grande, $T=\frac{l}{v}$ se hará muy pequeño. Así, cuando $T=\frac{l}{Nn}$ siendo N número muy grande, resultará que el número de choques que recibe el electrón en su trayecto del cátodo al ánodo será: $nT=\frac{n}{Nn}=\frac{l}{N}$ Es decir, que de N electrones, que atraviesan el campo eléctrico o magnético, uno solo recibe choque y será desviado, mientras que $N-1$ no sufrirá desviación alguna. Ahora bien, como el número $N-1$ de electrones no desviados es muy grande, ellos serán los que producen el pequeño espacio iluminado en el ánodo, en la misma situación que si no hubiese campo transversal perturbador. Así pues, basta la hipótesis de la discontinuidad de la fuerza, consecuencia directa de la discontinuidad de la materia, para explicar por qué razón la desviación k de los rayos catódicos disminuye rápidamente cuando la velocidad se acerca a la de la luz.